# Диагностический вес признаков и диагностическая ценность обследования при распознавании состояний элементов строительных систем

*К.т.н., профессор В.А. Соколов*,*
*ГОУ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет*

При определении технического состояния конструктивных элементов строительных систем очень большое значение имеет описание их состояний (диагнозов) в пространстве характерных диагностических признаков. В первую очередь следует определить это пространство, т. е. сформулировать и расписать признаки диагностирования, а затем количественно найти их диагностическую ценность при обследовании. Это необходимо для выявления малоинформативных признаков и оценки их влияния на результат диагностирования, а также для оценки возможности их полного или частичного исключения из рассмотрения при проведении вероятностного анализа. Выполнить это можно, основываясь на имеющейся априорной статистике диагнозов с использованием методов теории информации.

Признаки могут быть простые и сложные. *Простым признаком* будем называть результат обследования, который может быть выражен одним из двух символов, например, 1 или 0, «да» или «нет», «+» или «–» и т.п. С точки зрения теории информации [1,2] простой признак можно рассматривать как систему, имеющую одно из двух возможных состояний, т. е. означать наличие или отсутствие измеряемого параметра в установленном интервале. *Сложным признаком* условимся называть результат обследования, который выражается $s$-разрядным числом (например, прогиб балки допускаемый, прогиб не превышающий 30%, прогиб превышающий 30% – трехразрядный признак). Разряды признака можно также называть диагностическими интервалами. Разберем предлагаемые при дальнейшем анализе признаки.

Двухразрядный признак ($s$=2) обладает двумя возможными состояниями, которые можно обозначить $k_{j1}$ и $k_{j2}$. Эти состояния альтернативны, так как реализуется одно из них. Трехразрядный признак ($s$=3) имеет три возможных значения: $k_{j1}$, $k_{j2}$ и $k_{j3}$.

Вводится понятие *диагностического веса* признаков. Если в результате обследования выявлено, что признак $k_j$ имеет для данного объекта значение $k_{js}$, то это значение предлагается называть реализацией признака $k_j$. Тогда информация о конкретном состоянии (диагнозе) $S_i$ ($i$=1, 2, …, $n$ – общее число рассматриваемых состояний), которой обладает состояние признака $k_{js}$, в теории информации [1,2] может быть определена по формуле

$$Z_{Si}(k_{js}) = \log\frac{P(S_i / k_{js})}{P(S_i)}, \quad (1)$$

где $P(S_i/k_{js})$ – вероятность состояния $S_i$ при условии, что признак $k_j$ получил значение $k_{js}$; $P(S_i)$ – априорная вероятность состояния. Для конкретных вычислений диагностический вес наличия признака $k_j$ в интервале $s$ можно записать в более удобном виде

$$Z_{Si}(k_{js}) = \log\frac{P(k_{js} / S_i)}{P(k_{js})}. \quad (2)$$

Эквивалентность равенств (1) и (2) в соответствии с понятиями теории вероятностей [1] вытекает из следующего тождества

$$P(k_{js})P(S_i / k_{js}) = P(S_i)P(k_{js} / S_i) = P(k_{js}S_i).$$

С точки зрения теории информации [1,2], величина $Z_{Si}(k_{js})$ представляет собой информацию о состоянии $S_i$, которой обладает состояние признака $k_{js}$. В формуле (2) величина $P(k_{js}/S_i)$ – вероятность появления интервала $s$ признака $k_j$ для элемента системы с состоянием $S_i$; $P(k_{js})$ – вероятность одновременного появления каждого интервала каждого признака в каждом рассматриваемом состоянии. Величина $P(k_{js})$ определяется по формуле

$$P(k_{js}) = \sum_{i=1}^{n} P(S_i)P(k_{js} / S_i). \quad (3)$$

Таким образом, окончательно

$$Z_{Si}(k_{js}) = \log\frac{P(k_{js} / S_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(S_i)P(k_{js} / S_i)}. \quad (4)$$

Если требуется оценить диагностический вес простого признака $k_j$, имеющего только две реализации:

$$k_{j1} = k_j; k_{j2} = \overline{k_j},$$

то диагностический вес наличия признака $k_j$ для диагноза $S_i$

$$Z_{Si}(k_j) = \log \frac{P(k_j / S_i)}{P(k_j)},$$

а диагностический вес отсутствия признака

$$Z_{Si}(\overline{k_j}) = \log \frac{P(\overline{k_j} / S_i)}{P(\overline{k_j})}.$$

Так как существуют очевидные соотношения

$$P(\overline{k_j}) = 1 - P(k_j); \quad P(\overline{k_j} / S_i) = 1 - P(k_j / S_i),$$

то

$$Z_{Si}(k_j) = \log \frac{1 - P(k_j / S_i)}{P(k_j)}, \quad (5)$$

Следует отметить, что равенства (1)–(5) определяют независимый диагностический вес данной реализации признака для каждого диагноза $S_i$. Это характерно для ситуации, когда обследование по данному признаку $k_j$ проведено первым или же, когда вероятность появления данной реализации признака не зависит от результатов предыдущих обследований. Дальнейший анализ имеет в своей основе именно такой подход.

Расчет значений $Z_{Si}(k_{js})$ выполнен на примере диагностирования состояний главной балки $G_1$ монолитного железобетонного перекрытия в соответствии с полученными для этой балки статистическими данными в виде диагностической матрицы (таблица 1).

***Таблица 1. Диагностическая матрица для главных балок монолитного железобетонного перекрытия***

| № п/п | Диагностические признаки | $k_{ij}$ | Разряды признаков | $p(k_{ij})$ | Сост. $S_1$ | Сост. $S_2$ | Сост. $S_3$ | Сост. $S_4$ | Сост. $S_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $P(S_1)$ | $P(S_2)$ | $P(S_3)$ | $P(S_4)$ | $P(S_5)$ |
| | | | | | **0,18** | **0,29** | **0,35** | **0,13** | **0,05** |
| 1 | Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре | $k_{11}$ | да | $p(k_{11})$ | 0,11 | 0,17 | 0,29 | 0,54 | 0,80 |
| | | $k_{12}$ | нет | $p(k_{12})$ | 0,89 | 0,83 | 0,71 | 0,46 | 0,20 |
| 2 | Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней | $k_{21}$ | да | $p(k_{21})$ | 0,06 | 0,14 | 0,23 | 0,77 | 0,60 |
| | | $k_{22}$ | нет | $p(k_{22})$ | 0,94 | 0,86 | 0,77 | 0,23 | 0,40 |
| 3 | Нормальные трещины (ширина раскрытия) | $k_{31}$ | < 0,4 мм | $p(k_{31})$ | 0,76 | 0,59 | 0,40 | 0,15 | 0,20 |
| | | $k_{32}$ | до 1,0 мм | $p(k_{32})$ | 0,18 | 0,34 | 0,43 | 0,62 | 0,40 |
| | | $k_{33}$ | ≥ 1,0 мм | $p(k_{33})$ | 0,06 | 0,07 | 0,17 | 0,23 | 0,40 |
| 4 | Наклонные трещины (наличие) | $k_{41}$ | да | $p(k_{41})$ | 0,06 | 0,17 | 0,34 | 0,31 | 0,20 |
| | | $k_{42}$ | нет | $p(k_{42})$ | 0,94 | 0,83 | 0,66 | 0,69 | 0,80 |
| 5 | Прочность бетона | $k_{51}$ | проектная | $p(k_{51})$ | 0,72 | 0,48 | 0,49 | 0,15 | 0,20 |
| | | $k_{52}$ | ≤ 30% | $p(k_{52})$ | 0,22 | 0,31 | 0,20 | 0,39 | 0,20 |
| | | $k_{53}$ | > 30% | $p(k_{53})$ | 0,06 | 0,21 | 0,31 | 0,46 | 0,60 |
| 6 | Коррозия арматуры | $k_{61}$ | < 5% | $p(k_{61})$ | 0,76 | 0,59 | 0,29 | 0,15 | 0,20 |
| | | $k_{62}$ | 5 – 20 | $p(k_{62})$ | 0,18 | 0,24 | 0,37 | 0,39 | 0,20 |
| | | $k_{63}$ | > 20% | $p(k_{63})$ | 0,06 | 0,17 | 0,34 | 0,46 | 0,60 |
| 7 | Прогиб | $k_{71}$ | допускаем. | $p(k_{71})$ | 0,83 | 0,48 | 0,51 | 0,31 | 0,20 |
| | | $k_{72}$ | ≤ 30% | $p(k_{72})$ | 0,11 | 0,38 | 0,23 | 0,46 | 0,20 |
| | | $k_{73}$ | > 30% | $p(k_{73})$ | 0,06 | 0,14 | 0,26 | 0,23 | 0,60 |
| 8 | Условие прочности по нормальным сечениям | $k_{81}$ | да | $p(k_{81})$ | 0,94 | 0,90 | 0,86 | 0,69 | 0,20 |
| | | $k_{82}$ | нет | $p(k_{82})$ | 0,06 | 0,10 | 0,14 | 0,31 | 0,80 |
| 9 | Условие прочности по наклонным сечениям | $k_{91}$ | да | $p(k_{91})$ | 0,94 | 0,83 | 0,60 | 0,61 | 0,20 |
| | | $k_{92}$ | нет | $p(k_{92})$ | 0,06 | 0,17 | 0,40 | 0,39 | 0,80 |

Следует отметить, что диагностическая матрица для балки $G_1$ уточнена по сравнению с теми, которые анализировались в работах [3,4]. Уточнения проведены в части изменения вероятностей $P(k_{js}/S_i)$ реализации признаков $k_j$ и их разрядов (интервалов) в каждом рассматриваемом состоянии $S_i$. При этом количество состояний сохранилось ($n$=5), сохранились те же девять признаков $k_j$ со своими разрядами $s$. Неизменными остались также и значения априорных вероятностей $P(S_i)$ для пяти состояний.

Результаты расчета значений $Z_{Si}(k_{js})$ сведены в таблицу диагностических весов признаков для рассматриваемых главных балок монолитного железобетонного перекрытия (таблица 2). В колонке 5 этой таблицы записаны значения вычисленных по формуле (3) вероятностей $P(k_{js})$ одновременного появления каждого интервала каждого признака в каждом рассматриваемом состоянии $S_i$.

***Таблица 2. Таблица диагностических весов признаков для главных балок монолитного железобетонного перекрытия***

| № п/п | Диагностические признаки | $k_{ij}$ | Разряды признаков | $P(k_{js})$ | Сост. $S_1$ | Сост. $S_2$ | Сост. $S_3$ | Сост. $S_4$ | Сост. $S_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $Z_{S1}$ | $Z_{S2}$ | $Z_{S3}$ | $Z_{S4}$ | $Z_{S5}$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре | $k_{11}$ | да | 0,281 | -0,407 | -0,218 | 0,014 | 0,284 | 0,454 |
| | | $k_{12}$ | нет | 0,719 | 0,093 | 0,062 | -0,006 | -0,194 | -0,556 |
| 2 | Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней | $k_{21}$ | да | 0,262 | -0,640 | -0,272 | -0,057 | 0,468 | 0,360 |
| | | $k_{22}$ | нет | 0,738 | 0,105 | 0,066 | 0,180 | -0,506 | -0,266 |
| 3 | Нормальные трещины (ширина раскрытия) | $k_{31}$ | < 0,4 мм | 0,477 | 0,202 | 0,092 | -0,076 | -0,502 | -0,377 |
| | | $k_{32}$ | до 1,0 мм | 0,382 | -0,327 | -0,051 | 0,051 | 0,210 | 0,020 |
| | | $k_{33}$ | ≥ 1,0 мм | 0,141 | -0,371 | -0,304 | 0,081 | 0,213 | 0,453 |
| 4 | Наклонные трещины (наличие) | $k_{41}$ | да | 0,229 | -0,582 | -0,129 | 0,172 | 0,132 | -0,059 |
| | | $k_{42}$ | нет | 0,771 | 0,086 | 0,032 | -0,068 | -0,048 | 0,016 |
| 5 | Прочность бетона | $k_{51}$ | проектная | 0,470 | 0,185 | 0,0091 | 0,0181 | -0,496 | -0,371 |
| | | $k_{52}$ | ≤ 30% | 0,260 | -0,073 | 0,076 | -0,114 | 0,176 | -0,114 |
| | | $k_{53}$ | > 30% | 0,270 | -0,653 | -0,109 | 0,060 | 0,231 | 0,3437 |
| 6 | Коррозия арматуры | $k_{61}$ | < 5% | 0,439 | 0,238 | 0,128 | -0,180 | -0,466 | -0,341 |
| | | $k_{62}$ | 5 – 20 | 0,292 | -0,210 | -0,085 | 0,103 | 0,126 | -0,164 |
| | | $k_{63}$ | > 20% | 0,269 | -0,652 | -0,199 | 0,102 | 0,233 | 0,348 |
| 7 | Прогиб | $k_{71}$ | допускаем | 0,517 | 0,206 | -0,032 | -0,006 | -0,222 | -0,412 |
| | | $k_{72}$ | ≤ 30% | 0,280 | -0,406 | 0,133 | -0,085 | 0,216 | -0,146 |
| | | $k_{73}$ | > 30% | 0,203 | -0,527 | -0,159 | 0,110 | 0,056 | 0,473 |
| 8 | Условие прочности по нормальным сечениям | $k_{81}$ | да | 0,831 | 0,054 | 0,035 | 0,015 | -0,081 | -0,619 |
| | | $k_{82}$ | нет | 0,169 | -0,450 | -0,228 | -0,082 | 0,263 | 0,675 |
| 9 | Условие прочности по наклонным сечениям | $k_{91}$ | да | 0,709 | 0,122 | 0,068 | -0,072 | -0,065 | -0,550 |
| | | $k_{92}$ | нет | 0,291 | -0,686 | -0,233 | 0,138 | 0,127 | 0,439 |

Например, значение $P(k_{js})$ для первого разряда (интервала) первого признака определено следующим образом

$$P(k_{11}) = \sum_{i=1}^{n} P(S_i)P(k_{11} / S_i) = 0,18 \cdot 0,11 + 0,29 \cdot 0,17 + 0,35 \cdot 0,29 + 0,13 \cdot 0,54 + 0,05 \cdot 0,80 = 0,281.$$

Для второго разряда первого признака

$$P(k_{12}) = \sum_{i=1}^{n} P(S_i)P(k_{12} / S_i) = 0,18 \cdot 0,89 + 0,29 \cdot 0,83 + 0,35 \cdot 0,71 + 0,13 \cdot 0,46 + 0,05 \cdot 0,20 = 0,719.$$

Для первого разряда (интервала) третьего признака расчет приводит к следующему результату

$$P(k_{31}) = \sum_{i=1}^{n} P(S_i)P(k_{31} / S_i) = 0,18 \cdot 0,76 + 0,29 \cdot 0,59 + 0,35 \cdot 0,40 + 0,13 \cdot 0,15 + 0,05 \cdot 0,20 = 0,477.$$

Как видно из таблицы 2, вероятности $P(k_{js})$ для данного интервала данного признака в каждом рассматриваемом состоянии составляют полную группу событий, т.е. $\sum_{i=1}^{s} P(k_{js}) = 1.$

В колонки 6–10 таблицы 2 занесены результаты расчета по формулам (4) или (5). Как видно, величина $Z_{Si}(k_{js})$ принимает и положительные, и отрицательные значения. Так, отрицательный диагностический вес первого интервала первого признака $z_{S1}\left(k_{11}\right)=-0,407$ означает отрицание этого диагноза (первого состояния $S_1$) для главной балки $G_1$ по первому интервалу («да») первого признака, который сформулирован, как «повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре».

Анализируя данные таблицы 2, можно отметить, что понятие диагностического веса реализации каждого конкретного признака применимо только к данному конкретному состоянию (диагнозу), как степень либо его подтверждения, либо отрицания. Усреднение диагностического веса по всем реализациям признака приводит к необходимости введения еще одного понятия теории информации – *информативной* или *диагностической ценности* обследования.

В соответствии с [1] под диагностической ценностью обследования по признаку $k_j$ для состояния $S_i$ подразумевается величина информации, вносимая всеми реализациями этого признака в установление этого состояния. Зависимость для $m$-разрядного признака предлагается записать в следующем виде [1]

$$Z_{Si}(k_j)=\sum_{s=1}^{m}P(k_{js}/D_i)Z_{Di}(k_{js})=\sum_{s=1}^{m}P(k_{js}/D_i)\log\frac{P(k_{js}/S_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(S_i)P(k_{js}/S_i)}. \quad (6)$$

Диагностическая ценность обследования учитывает все возможные реализации признака по отношению к данному конкретному состоянию (диагнозу) и представляет собой некую среднюю ожидаемую величину, а точнее, математическое ожидание величины информации, вносимой отдельными реализациями признака в данное состояние. Так как $Z_{Si}(k_j)$ относится к одному конкретному состоянию, то ее принято называть *частной диагностической ценностью по признаку $k_j$*. Ранее в работах отмечалось [3,4], что на начальном этапе диагностирования сформулированные диагностические признаки можно считать независимыми. В связи с этим величина $Z_{Si}(k_j)$, определяющая, как указано в [1], независимую диагностическую ценность обследования для данного состояния, может быть определена по формуле (6) для каждого из рассматриваемых пяти состояний.

Результаты расчета частной диагностической ценности обследования по всем признакам для всех рассматриваемых состояний удобно представить в табличном виде (таблица 3).

***Таблица 3. Результаты расчета частной диагностической ценности обследования***

| **Признаки $k_j$** | **$Z_{S1}(k_j)$** | **$Z_{S2}(k_j)$** | **$Z_{S3}(k_j)$** | **$Z_{S4}(k_j)$** | **$Z_{S5}(k_j)$** | **Общая $Z_S(k_j)$** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| 1 | 0,038 | 0,014 | 0,00016 | 0,064 | 0,252 | 0,032 |
| 2 | 0,060 | 0,017 | 0,00075 | 0,244 | 0,122 | 0,054 |
| 3 | 0,072 | 0,016 | 0,0053 | 0,104 | 0,114 | 0,039 |
| 4 | 0,046 | 0,0046 | 0,014 | 0,0078 | 0,001 | 0,016 |
| 5 | 0,078 | 0,0050 | 0,0047 | 0,100 | 0,111 | 0,036 |
| 6 | 0,104 | 0,021 | 0,021 | 0,086 | 0,108 | 0,049 |
| 7 | 0,095 | 0,013 | 0,006 | 0,043 | 0,172 | 0,068 |
| 8 | 0,024 | 0,0087 | 0,0014 | 0,026 | 0,416 | 0,032 |
| 9 | 0,074 | 0,017 | 0,012 | 0,010 | 0,241 | 0,036 |

Далее предлагается применить результаты проведенного анализа диагностических признаков для оценки влияния этих результатов на определение технического состояния рассматриваемого элемента системы – главной балки $G_1$ и на принятие решения о назначении этому элементу соответствующей категории технического состояния.

Как и в работах [3,4], предлагается использовать подход, основанный на теоретическом аппарате технической диагностики с применением вероятностных статистических методов распознавания состояний сложных технических систем с помощью обобщенной формулы Байеса и данных статистики диагнозов в представленной выше диагностической матрице (таблица 1).

$$P(S_i/K^*)=\frac{P(S_i)P(K^*/S_i)}{\sum_{s=1}^{n}P(S_s)P(K^*/S_s)}. \quad (7)$$

Диагностирование состояний балки $G_1$ и вероятностный анализ полученных результатов выполняется при условии той же, как и в работах [4,5], реализации признаков $k_j$ и их разрядов, а именно:

1) повреждения наружной поверхности есть;
2) продольные трещины в защитном слое есть;
3) нормальные трещины в растянутой зоне раскрытием до 0,4 мм есть;
4) наклонные трещины есть;
5) прочность бетона оказалась на 10 % ниже проектной;
6) имеет место обнажившаяся арматура, 5 % сечения которой поражено коррозией;
7) прогиб не превышает нормативный;
8) условие прочности при расчете по нормальным сечениям удовлетворяется;
9) условие прочности при расчете по наклонным сечениям удовлетворяется.

В таблице 1 соответствующие строчки выделены цветом.

В результате расчета по зависимости (7) получены следующие значения апостериорных вероятностей рассматриваемых пяти состояний:

$$P(S_1 / K_1^*) = 0,055;\; P(S_2 / K_1^*) = 0,380;\; \underline{P(S_3 / K_1^*) = 0,403};\; P(S_4 / K_1^*) = 0,160;\; P(S_5 / K_1^*) = 0,0026.$$

Энтропия такого элемента системы получилась равной $H(G_1)$ = 0,522, а степень определенности (или, так называемая, «остаточная» энтропия), найденная относительно максимального значения энтропии $H(G_1)_{max}$=0,630, вычисленного с учетом априорных вероятностей состояний (см. таблицу 1), получилась весьма небольшой − $V(G_1)$=0,108. Действительно, при таком распределении состояний трудно принять уверенное решение о диагнозе, когда второе и третье состояния практически равновероятны, а остальные маловероятны и для данного объекта с указанной реализацией диагностических признаков, очевидно, не приемлемы.

Вместе с тем, анализируя результаты ценности вносимой при обследовании информации по каждому состоянию (данные таблицы 3), можно отметить, что, например, для третьего состояния малоинформативными признаками являются первый и второй, а четвертый признак характеризуется малой информативностью сразу для трех состояний: второго, четвертого и пятого (в таблице 3 они выделены цветом). Малоинформативность, в первую очередь, объясняется простотой признаков, т. е. недостаточным количеством разрядов (интервалов) рассматриваемых признаков. Однако введение дополнительных разрядов признаков не всегда возможно, главным образом, из-за недостаточности имеющейся априорной информации (недостаточной статистики диагнозов), являющейся основой построения диагностических матриц. А решение принимать необходимо.

В такой ситуации предлагается поступить следующим образом – исключить из байесовской процедуры построения апостериорных вероятностей состояний $P(S_i)$ по формуле (7) малоинформативность. Результаты расчетов с учетом этого исключения привели к следующему ряду вероятностей состояний $P(S_i)$:

$$P(S_1 / K_1^*) = 0,006;\; P(S_2 / K_1^*) = 0,251;\; \underline{P(S_3 / K_1^*) = 0,683};\; P(S_4 / K_1^*) = 0,058;\; P(S_5 / K_1^*) = 0,001.$$

Энтропия такой системы получилась равной $H(G_1)$=0,353, а степень определенности $V(G_1)$=0,277 увеличилась более, чем в полтора раза, т. е. система с таким распределением состояний стала значительно определеннее. Для эксперта в таком случае вполне приемлемо принять решение об отнесении рассматриваемой балки $G_1$ **к третьей категории технического состояния.**

### Литература


1. Биргер И. А. Техническая диагностика. М.: Машиностроение, 1978. 240 с.
2. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетики. М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. 830 с.
3. Соколов В.А. Определение категорий технического состояния строительных конструкций зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания // Сборник научных трудов IV Международной конференции «Предотвращение аварий зданий и сооружений», выпуск 9. М., 2010.
4. Соколов В.А. Вероятностный анализ технического состояния (ВАТС) элементов строительных систем // Материалы XIV научно-методической конференции ВИТУ «Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций». СПб.: Изд-во ВИТУ, 2010.


*Владимир Алексеевич Соколов, Санкт-Петербург*
*Тел. раб.: +7(812)535-16-32; эл. почта: sva0808@rambler.ru*