

Вероятностный метод оценки технического состояния конструкций железобетонного монолитного перекрытия зданий старой городской застройки

К.т.н., профессор В.А. Соколов*,

ГОУ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Рассматривается железобетонное монолитное междуэтажное перекрытие, выполненное по схеме балочной клетки. Перекрытие представляется как сложная конструктивная система некоторого промежуточного уровня, являющаяся конструктивным элементом системы следующего, более высокого уровня – промышленного здания в целом, характерного для старой городской застройки г. Санкт-Петербурга. Перекрытие состоит из главных балок G_k , второстепенных балок W_k , плитных участков F_k и колонн L_k , которые рассматриваются как его элементы-подсистемы. На рис. 1 в качестве примера показана схема раскладки этих элементов. Как видно из этого рисунка, в состав конструктивной системы «перекрытие» входят четыре подсистемы: подсистема «главные балки» ($g=3$), подсистема «второстепенные балки» ($w=22$), подсистема «плитные участки» ($f=24$) и подсистема «колонны» ($l=2$). Для анализа их технического состояния, а также для назначения категорий технического состояния предложен подход, основанный на теоретическом аппарате технической диагностики с использованием вероятностных методов распознавания состояний сложных технических систем.

Диагностирование предлагается выполнить статистическими методами с использованием обобщенной формулы Байеса:

$$P(S_i / K^*) = \frac{P(S_i)P(K^* / S_i)}{\sum_{s=1}^n P(S_s)P(K^* / S_s)}$$

После вычисления апостериорных вероятностей состояний элементов подсистемы, а затем конструктивной системы «перекрытие» по указанной зависимости, осуществляется анализ полученных результатов с использованием аппарата теории информации, в частности с использованием понятий информационной энтропии. В работах [4, 5], приведен пример применения предложенных методов при диагностировании состояний двух главных балок перекрытия G_1 и G_2 , а также для некоторой объединенной системы $G=G_1 G_2$ ($k=1,2$), которая определяется сочетанием состояний подсистем G_1 и G_2 .

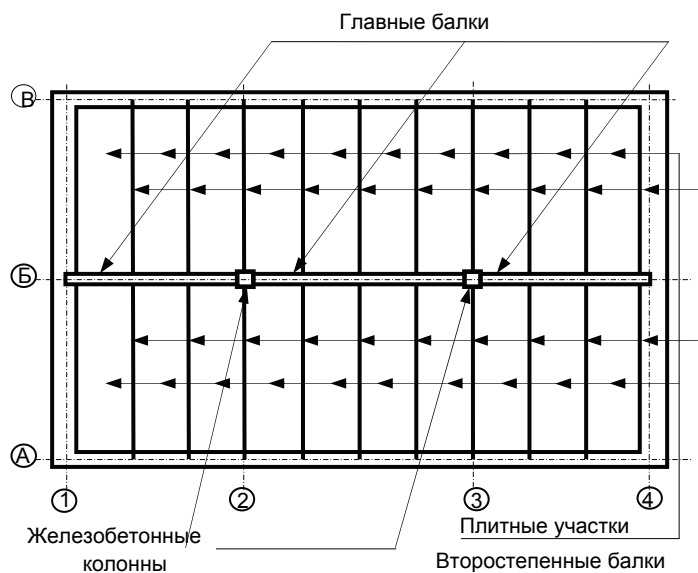


Рисунок 1. Схема раскладки элементов железобетонного монолитного перекрытия

Для проведения вероятностного анализа технического состояния рассматриваемого в данной работе объекта в дополнение к имеющейся в [4, 5] диагностической матрице для главных балок (таблица 1) составлены диагностические матрицы для всех подсистем: для второстепенных балок (таблица 2), для плитных участков перекрытия (таблица 3) и для колонн (таблица 4). В таблицах представлены характерные для каждого элемента повреждения – диагностические признаки, и записаны вероятности их проявления в каждом из назначенных в соответствии с [1] пяти состояний – диагнозов S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 . Эти значения, а также априорные вероятности состояний $P(S_i)$ [4] получены по результатам статистической обработки большого количества данных ранее выполненных обследований объектов подобного типа (не менее ста). Следует отметить, что в данной статье все диагностические матрицы участвуют в вероятностном анализе без оценки диагностического веса и ценности сформулированных в этих матрицах диагностических признаков [6].

Главные балки. Данные диагностирования главных балок G_1 и G_2 приняты такими же, как в статье [5], то есть для балки G_1 получено:

$$P(G_{11} / K_1^*) = 0,351 / 39,9 = 0,0088; \quad P(G_{12} / K_1^*) = 7,76 / 39,9 = 0,194;$$

$$P(G_{13} / K_1^*) = 27,81 / 39,9 = 0,697; \quad P(G_{14} / K_1^*) = 3,94 / 39,9 = 0,099;$$

$$P(G_{15} / K_1^*) = 0,046 / 39,9 = 0,0011.$$

Соколов В.А. Вероятностный метод оценки технического состояния конструкций железобетонного монолитного перекрытия зданий старой городской застройки

Энтропия состояния этой балки $H(G_1)=0,358$, а количество внесенной информации $V(G_1)=0,342$.

Для балки G_2 аналогичные данные имеют вид

$$P(G_{21} / K_1^*) = 53,85 / 189,9 = 0,284; \quad P(G_{22} / K_1^*) = 79,37 / 189,9 = 0,418;$$

$$P(G_{23} / K_1^*) = 50,75 / 189,9 = 0,267; \quad P(G_{24} / K_1^*) = 5,93 / 189,9 = 0,031;$$

$$P(G_{25} / K_1^*) = 0,025 / 189,9 = 0,00013.$$

Энтропия состояния $H(G_2)=0,514$, а величина $V(G_2)$ получилась равной $V(G_2)=0,186$.

Таблица 1. Диагностическая матрица для главных балок

№ п/п	Диагностические признаки	K_{ij}	Разряды признаков	$p(K_{ij})$	Сост. S_1	Сост. S_2	Сост. S_3	Сост. S_4	Сост. S_5
					$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$	$P(S_4)$	$P(S_5)$
					0,18	0,29	0,35	0,13	0,05
1	Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре	k_{11}	да	$p(k_{11})$	0,14	0,29	0,40	0,56	0,76
		k_{12}	нет	$p(k_{12})$	0,86	0,71	0,60	0,44	0,24
2	Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней	k_{21}	да	$p(k_{21})$	0,05	0,27	0,38	0,59	0,88
		k_{22}	нет	$p(k_{22})$	0,95	0,73	0,62	0,41	0,12
3	Нормальные трещины (ширина раскрытия)	k_{31}	< 0,4 мм	$p(k_{31})$	0,92	0,78	0,67	0,54	0,22
		k_{32}	до 1,0 мм	$p(k_{32})$	0,07	0,21	0,28	0,34	0,48
		k_{33}	≥ 1,0 мм	$p(k_{33})$	0,01	0,01	0,05	0,12	0,30
4	Наклонные трещины (наличие)	k_{41}	да	$p(k_{41})$	0,03	0,05	0,28	0,30	0,35
		k_{42}	нет	$p(k_{42})$	0,97	0,95	0,72	0,70	0,65
5	Прочность бетона	k_{51}	проектная	$p(k_{51})$	0,79	0,49	0,33	0,28	0,20
		k_{52}	≤ 30%	$p(k_{52})$	0,17	0,33	0,36	0,39	0,42
		k_{53}	> 30%	$p(k_{53})$	0,04	0,18	0,31	0,33	0,38
6	Коррозия арматуры	k_{61}	< 5%	$p(k_{61})$	0,73	0,52	0,33	0,26	0,13
		k_{62}	5 – 20	$p(k_{62})$	0,23	0,28	0,34	0,39	0,40
		k_{63}	> 20%	$p(k_{63})$	0,04	0,20	0,33	0,35	0,47
7	Прогиб	k_{71}	допускаемый	$p(k_{71})$	0,93	0,82	0,59	0,35	0,11
		k_{72}	≤ 30%	$p(k_{72})$	0,05	0,11	0,28	0,39	0,43
		k_{73}	> 30%	$p(k_{73})$	0,02	0,07	0,13	0,26	0,46
8	Условие прочности по нормальным сечениям	k_{81}	да	$p(k_{81})$	0,93	0,75	0,53	0,29	0,09
		k_{82}	нет	$p(k_{82})$	0,07	0,25	0,47	0,71	0,91
9	Условие прочности по наклонным сечениям	k_{91}	да	$p(k_{91})$	0,94	0,83	0,75	0,55	0,33
		k_{92}	нет	$p(k_{92})$	0,06	0,17	0,25	0,45	0,67

Аналогичные параметры получены для балки G_3 этого же перекрытия. Методика вероятностного расчета и диагностическая матрица для этой балки приняты такими же, как и для балок G_1 и G_2 , но признаки, характеризующие состояния балок в диагностической матрице (см. таблицу 1) и выявленные в ходе обследования, для балки G_3 имеют свою реализацию:

- 1) повреждений наружной поверхности нет;
- 2) продольных трещин в защитном слое нет;
- 3) нормальные трещины в растянутой зоне раскрытием до 0,4 мм есть;
- 4) наклонные трещины есть;
- 5) прочность бетона оказалась не ниже проектной;
- 6) имеет место обнажившаяся арматура, менее 5% сечения которой поражено коррозией;
- 7) прогиб не превышает нормативный;

- 8) условие прочности при расчете по нормальным сечениям удовлетворяется;
 9) условие прочности при расчете по наклонным сечениям не удовлетворяется.

Тогда для балки G_3 по аналогии с G_1 и G_2 получено:

$$P(G_{31} / K_1^*) = 0,245; \quad P(G_{32} / K_1^*) = 0,315;$$

$$P(G_{33} / K_1^*) = 0,420; \quad P(G_{34} / K_1^*) = 0,020;$$

$$P(G_{35} / K_1^*) = 0,00002.$$

Таблица 2. Диагностическая матрица для второстепенных балок

№ п/п	Диагностические признаки	k_{ij}	Разряды признаков	$p(k_{ij})$	Сост. S_1	Сост. S_2	Сост. S_3	Сост. S_4	Сост. S_5
					$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$	$P(S_4)$	$P(S_5)$
					0,17	0,29	0,25	0,18	0,11
1	Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре	k_{11}	да	$p(k_{11})$	0,12	0,31	0,42	0,66	0,84
		k_{12}	нет	$p(k_{12})$	0,88	0,69	0,58	0,34	0,16
2	Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней	k_{21}	да	$p(k_{21})$	0,06	0,25	0,40	0,58	0,89
		k_{22}	нет	$p(k_{22})$	0,94	0,75	0,60	0,42	0,11
3	Нормальные трещины (ширина раскрытия)	k_{31}	<0,4 мм	$p(k_{31})$	0,85	0,75	0,66	0,53	0,24
		k_{32}	до 1,0 мм	$p(k_{32})$	0,13	0,21	0,27	0,35	0,47
		k_{33}	≥1,0 мм	$p(k_{33})$	0,02	0,03	0,07	0,12	0,29
4	Наклонные трещины (наличие)	k_{41}	да	$p(k_{41})$	0,05	0,11	0,26	0,33	0,36
		k_{42}	нет	$p(k_{42})$	0,95	0,89	0,74	0,67	0,64
5	Прочность бетона	k_{51}	проектная	$p(k_{51})$	0,75	0,50	0,34	0,27	0,22
		k_{52}	≤30%	$p(k_{52})$	0,18	0,31	0,35	0,39	0,41
		k_{53}	>30%	$p(k_{53})$	0,07	0,19	0,31	0,34	0,37
6	Коррозия арматуры	k_{61}	<5%	$p(k_{61})$	0,75	0,53	0,33	0,24	0,16
		k_{62}	5–20	$p(k_{62})$	0,20	0,26	0,34	0,40	0,41
		k_{63}	>20%	$p(k_{63})$	0,05	0,21	0,33	0,36	0,43
7	Прогиб	k_{71}	допускаемый	$p(k_{71})$	0,90	0,81	0,61	0,33	0,14
		k_{72}	≤30%	$p(k_{72})$	0,07	0,12	0,27	0,37	0,41
		k_{73}	>30%	$p(k_{73})$	0,03	0,07	0,12	0,30	0,45
8	Условие прочности по нормальным сечениям	k_{81}	да	$p(k_{81})$	0,89	0,74	0,51	0,32	0,10
		k_{82}	нет	$p(k_{82})$	0,11	0,26	0,49	0,68	0,90
9	Условие прочности по наклонным сечениям	k_{91}	да	$p(k_{91})$	0,91	0,84	0,76	0,57	0,31
		k_{92}	нет	$p(k_{92})$	0,09	0,16	0,24	0,43	0,69

Таблица 3. Диагностическая матрица для плитных участков

№ п/п	Диагностические признаки	k_{ij}	Разряды признаков	$p(k_{ij})$	Сост. S_1	Сост. S_2	Сост. S_3	Сост. S_4	Сост. S_5
					$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$	$P(S_4)$	$P(S_5)$
					0,13	0,25	0,27	0,23	0,12
1	Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре	k_{11}	да	$p(k_{11})$	0,13	0,33	0,40	0,63	0,85
		k_{12}	нет	$p(k_{12})$	0,87	0,67	0,60	0,37	0,15
2	Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней	k_{21}	да	$p(k_{21})$	0,05	0,25	0,44	0,61	0,87
		k_{22}	нет	$p(k_{22})$	0,95	0,75	0,56	0,39	0,13
3	Протечки технических	k_{31}	нет	$p(k_{31})$	0,89	0,70	0,64	0,50	0,14

	жидкостей (в том числе масел, нефтепродуктов)	k_{32}	период.	$p(k_{32})$	0,09	0,26	0,30	0,38	0,57
		k_{33}	постоян.	$p(k_{33})$	0,02	0,04	0,06	0,12	0,29
4	Силовые трещины (наличие)	k_{41}	да	$p(k_{41})$	0,03	0,13	0,25	0,37	0,39
		k_{42}	нет	$p(k_{42})$	0,97	0,87	0,75	0,63	0,61
5	Прочность бетона	k_{51}	проектная	$p(k_{51})$	0,79	0,51	0,33	0,26	0,24
		k_{52}	$\leq 30\%$	$p(k_{52})$	0,16	0,30	0,34	0,39	0,37
		k_{53}	$> 30\%$	$p(k_{53})$	0,05	0,19	0,33	0,35	0,39
6	Коррозия арматуры	k_{61}	$< 5\%$	$p(k_{61})$	0,79	0,55	0,34	0,22	0,14
		k_{62}	5 – 20	$p(k_{62})$	0,18	0,25	0,35	0,41	0,42
		k_{63}	$> 20\%$	$p(k_{63})$	0,03	0,20	0,31	0,37	0,44
7	Прогиб	k_{71}	да	$p(k_{71})$	0,03	0,11	0,19	0,27	0,35
		k_{72}	нет	$p(k_{72})$	0,97	0,89	0,81	0,73	0,65
		k_{73}	да	$p(k_{81})$	0,92	0,84	0,61	0,42	0,20
8	Условие прочности по нормальным сечениям	k_{81}	нет	$p(k_{82})$	0,08	0,16	0,39	0,58	0,80
		k_{82}	да	$p(k_{11})$	0,13	0,33	0,40	0,63	0,85

Таблица 4. Диагностическая матрица для колонн

№ п/п	Диагностические признаки	k_{ij}	Разряды признаков	$p(k_{ij})$	Сост. S_1	Сост. S_2	Сост. S_3	Сост. S_4	Сост. S_5
					$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$	$P(S_4)$	$P(S_5)$
					0,25	0,31	0,19	0,15	0,10
1	Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре	k_{11}	да	$p(k_{11})$	0,07	0,19	0,31	0,69	0,87
		k_{12}	нет	$p(k_{12})$	0,93	0,81	0,69	0,31	0,13
2	Трещины в защитном слое вдоль продольных арматурных стержней	k_{21}	да	$p(k_{21})$	0,03	0,12	0,36	0,57	0,91
		k_{22}	нет	$p(k_{22})$	0,97	0,88	0,64	0,43	0,09
3	Трещины в защитном слое вдоль поперечных арматурных стержней	k_{31}	да	$p(k_{31})$	0,04	0,11	0,46	0,73	0,94
		k_{32}	нет	$p(k_{32})$	0,96	0,89	0,54	0,27	0,06
		k_{33}	да	$p(k_{41})$	0,02	0,08	0,12	0,23	0,37
4	Силовые продольные трещины	k_{41}	нет	$p(k_{42})$	0,98	0,92	0,88	0,77	0,63
		k_{42}	проектная	$p(k_{51})$	0,75	0,50	0,34	0,27	0,22
5	Прочность бетона	k_{51}	$\leq 30\%$	$p(k_{52})$	0,18	0,31	0,35	0,39	0,41
		k_{52}	$> 30\%$	$p(k_{53})$	0,07	0,19	0,31	0,34	0,37
		k_{53}	$< 5\%$	$p(k_{61})$	0,85	0,59	0,47	0,34	0,25
6	Коррозия арматуры	k_{61}	5 – 20	$p(k_{62})$	0,12	0,23	0,30	0,36	0,39
		k_{62}	$> 20\%$	$p(k_{63})$	0,03	0,18	0,23	0,30	0,36
		k_{63}	в пред. допуска	$p(k_{71})$	0,90	0,81	0,61	0,33	0,14
7	Отклонение от вертикали	k_{71}	$\leq 10\%$	$p(k_{72})$	0,07	0,12	0,27	0,37	0,41
		k_{72}	$> 10\%$	$p(k_{73})$	0,03	0,07	0,12	0,30	0,45
		k_{73}	да	$p(k_{81})$	0,93	0,84	0,61	0,42	0,23
8	Выполнение условия прочности	k_{81}	нет	$p(k_{82})$	0,07	0,16	0,39	0,58	0,77
		k_{82}	да	$p(k_{11})$	0,07	0,19	0,31	0,69	0,87

Энтропия состояния $H(G_3)=0,500$, количество внесенной информации $V(G_3)=0,200$.

Далее, используя методику, изложенную в [4, 5], для подсистемы «главные балки» можно записать:

$$H(G_1G_2G_3) = \sum_{k=1}^g H(G_k) = H(G_1) + H(G_2) + H(G_3) = 1,372.$$

Соколов В.А. Вероятностный метод оценки технического состояния конструкций железобетонного монолитного перекрытия зданий старой городской застройки

Максимально возможная энтропия такой системы определяется зависимостью

$$H(G_1G_2G_3)_{\max} = g \log n_{\max} = 3 \cdot \log 5 = 2,100.$$

Тогда

$$V(G_1G_2G_3) = \sum_{k=1}^g V(G_k) = V(G_1) + V(G_2) + V(G_3) = 0,728.$$

Величина $V(G_1G_2G_3)=0,728$ характеризует степень определенности или количество внесенной информации уже для объединенной подсистемы «главные балки» $G=G_1G_2G_3$ и оценивает ее вклад в состояние системы следующего, более высокого, уровня, в данном случае конструктивной системы «перекрытие».

Вероятности степени определенности состояния главных балок записываются в следующем виде:

$$P(V_1)=V(G_1)/V(G_1G_2G_3)=0,342/0,728=0,470,$$

$$P(V_2)=V(G_2)/V(G_1G_2G_3)=0,186/0,728=0,255,$$

$$P(V_3)=V(G_3)/V(G_1G_2G_3)=0,200/0,728=0,275.$$

Полученные результаты удобно представить в виде таблицы.

Таблица 5. Результаты вероятностного расчета для подсистемы «главные балки»

№№ балок	$P(G_{k1})$	$P(G_{k2})$	$P(G_{k3})$	$P(G_{k4})$	$P(G_{k5})$	$H(G_k)$	$V(G_k)$	$P(V_k)$
1	0,0088	0,194	0,697	0,099	0,0011	0,358	0,342	0,470
2	0,284	0,418	0,267	0,031	0,00013	0,514	0,186	0,255
3	0,245	0,315	0,420	0,020	0,00002	0,500	0,200	0,275

Тогда вероятности реализации пяти категорий технического состояния ($n=1, 2, \dots, 5$) для объединенной системы $G=G_1G_2G_3$ определяются по следующим зависимостям:

$$P_1(G_1G_2G_3)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k1}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{11}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{21}/K_1^*)P(V_2) + P(G_{31}/K_1^*)P(V_3) = 0,144;$$

$$P_2(G_1G_2G_3)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k2}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{12}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{22}/K_1^*)P(V_2) + P(G_{32}/K_1^*)P(V_3) = 0,285;$$

$$P_3(G_1G_2G_3)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k3}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{13}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{23}/K_1^*)P(V_2) + P(G_{33}/K_1^*)P(V_3) = \boxed{0,512};$$

$$P_4(G_1G_2G_3)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k4}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{14}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{24}/K_1^*)P(V_2) + P(G_{34}/K_1^*)P(V_3) = 0,060;$$

$$P_5(G_1G_2G_3)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k5}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{15}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{25}/K_1^*)P(V_2) + P(G_{35}/K_1^*)P(V_3) = 0,0006.$$

Таким образом, исследуемую подсистему «главные балки» $G=G_1G_2G_3$ можно отнести к третьей (ограниченно работоспособной) категории технического состояния с вероятностью этого состояния $P_3(G_1G_2G_3/K_1^*)=0,511$ и степенью определенности, равной $V(G_1G_2G_3)=0,728$. Величина $V(G_1G_2G_3)$ является вкладом состояния подсистемы «главные балки» в состояние системы следующего, более высокого уровня – системы «перекрытие».

Второстепенные балки. Вероятностный анализ состояний двадцати двух второстепенных балок W_k ($k=1, 2, \dots, w=22$) выполнен с использованием аналогичного подхода на основе полученной по результатам многочисленных обследований перекрытий подобного типа диагностической матрицы (таблица 2). Как видно, диагностические признаки остались такими же, как и для главных балок, т. е. совокупность признаков K_1 сохранилась, но вероятностные параметры их проявления несколько изменились. По результатам обследования каждой балки вычислены апостериорные вероятности тех же пяти состояний $P(W_{nk}/K_1^*)$, энтропия $H(W_k)$, степень определенности этих элементов подсистемы $V(W_k)$ и вероятности степени определенности $P(V_k)$. Полученные данные сведены в таблицу 6. По данным таблицы для подсистемы «второстепенные балки» по аналогии с главными балками получены следующие параметры:

$$H(W_1W_2W_3\dots W_{22}) = \sum_{k=1}^w H(W_k) = H(W_1) + H(W_2) + H(W_3) + \dots + H(W_{22}) = 9,93.$$

Максимально возможная энтропия этой подсистемы определяется зависимостью

$$H(W_1W_2W_3\dots W_{22})_{\max} = w \log n_{\max} = 22 \cdot \log 5 = 15,4.$$

Соколов В.А. Вероятностный метод оценки технического состояния конструкций железобетонного монолитного перекрытия зданий старой городской застройки

Тогда

$$V(W_1W_2W_3...W_{22}) = \sum_{k=1}^W V(W_k) = V(W_1) + V(W_2) + V(W_3) + \dots + V(W_{22}) = 5,47.$$

Вероятности степени определенности в последней колонке таблицы 6 определены по формулам:

$$P(V_1) = V(W_1)/V(W_1W_2W_3...W_{22}) = 0,218/5,47=0,0399,$$

$$P(V_2) = V(W_2)/V(W_1W_2W_3...W_{22}) = 0,240/5,47=0,0439,$$

$$P(V_3) = V(W_3)/V(W_1W_2W_3...W_{22}) = 0,155/5,47=0,0283,$$

.....

$$P(V_{22}) = V(W_{22})/V(W_1W_2W_3...W_{22}) = 0,143/5,47=0,0261.$$

Тогда вероятности реализации пяти категорий технического состояния ($n = 1, 2, \dots, 5$) для объединенной системы «второстепенные балки» $W=W_1W_2W_3...W_{22}$ определяются по аналогичным зависимостям:

$$P_1(W_1W_2W_3...W_{22})/K_1^* = \sum_{k=1}^W P(W_{k1}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{11}/K_1^*)P(V_1) + \dots + P(W_{221}/K_1^*)P(V_{22});$$

$$P_2(W_1W_2W_3...W_{22})/K_1^* = \sum_{k=1}^W P(W_{k2}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{12}/K_1^*)P(V_1) + \dots + P(W_{222}/K_1^*)P(V_{22});$$

$$P_3(W_1W_2W_3...W_{22})/K_1^* = \sum_{k=1}^W P(W_{k3}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{13}/K_1^*)P(V_1) + \dots + P(W_{223}/K_1^*)P(V_{22});$$

$$P_4(W_1W_2W_3...W_{22})/K_1^* = \sum_{k=1}^W P(W_{k4}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{14}/K_1^*)P(V_1) + \dots + P(W_{224}/K_1^*)P(V_{22});$$

$$P_5(W_1W_2W_3...W_{22})/K_1^* = \sum_{k=1}^W P(W_{k5}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{15}/K_1^*)P(V_1) + \dots + P(W_{225}/K_1^*)P(V_{22}).$$

Таблица 6. Результаты вероятностного расчета для подсистемы «второстепенные балки»

№№ балок	$P(W_{k1})$	$P(W_{k2})$	$P(W_{k3})$	$P(W_{k4})$	$P(W_{k5})$	$H(W_k)$	$V(W_k)$	$P(V_k)$
1	0,349	0,452	0,180	0,019	0,000081	0,482	0,218	0,0399
2	0,059	0,566	0,296	0,077	0,0020	0,460	0,240	0,0439
3	0,00063	0,078	0,294	0,418	0,210	0,545	0,155	0,0283
4	0,000011	0,0048	0,098	0,511	0,386	0,419	0,281	0,0514
5	0,00011	0,0126	0,160	0,575	0,252	0,441	0,259	0,0474
6	0,377	0,511	0,105	0,0074	0,000037	0,427	0,273	0,0499
7	0,00064	0,140	0,435	0,355	0,070	0,519	0,181	0,0331
8	0,00093	0,166	0,539	0,279	0,015	0,459	0,241	0,0441
9	0,00027	0,031	0,211	0,397	0,360	0,509	0,191	0,0349
10	0,00019	0,019	0,222	0,599	0,160	0,440	0,260	0,0475
11	0,000002	0,0013	0,033	0,248	0,717	0,307	0,393	0,0718
12	0,000023	0,0056	0,0504	0,268	0,676	0,346	0,354	0,0647
13	0,00025	0,0232	0,125	0,473	0,379	0,465	0,235	0,0430
14	0,305	0,480	0,184	0,031	0,0002	0,492	0,208	0,0380
15	0,611	0,337	0,047	0,0036	0,000013	0,361	0,339	0,0620
16	0,762	0,219	0,018	0,0006	0,0000007	0,268	0,432	0,0790
17	0,480	0,453	0,061	0,0052	0,000003	0,395	0,305	0,0558
18	0,133	0,657	0,179	0,031	0,00063	0,419	0,281	0,0514
19	0,0335	0,470	0,349	0,135	0,012	0,503	0,197	0,0360
20	0,0131	0,336	0,365	0,228	0,058	0,562	0,138	0,0252
21	0,0016	0,078	0,253	0,401	0,266	0,554	0,146	0,0267
22	0,015	0,219	0,441	0,261	0,064	0,557	0,143	0,0261

Эти зависимости удобно записать в матричной форме, полагая, что последняя колонка таблицы 6 может быть представлена как матрица-строка размерностью $1 \times w$, а массив чисел со второй по шестую колонки рассматривать как прямоугольную матрицу размерностью $w \times n$ ($w=1, 2, 3, \dots, 22$, $n = 1, 2, 3, \dots, 5$). В таком случае:

$$\{P_n(W)\} = \{P(V_k)\} [P(W_{kn})].$$

В этом же виде удобно выполнять и необходимые вычисления. По результатам этих вычислений получены апостериорные вероятности состояний подсистемы «второстепенные балки»:

$$P_1(W) = P_1(W_1W_2W_3 \dots W_{22}) / K_1^* = 0,181; \quad P_2(W) = P_2(W_1W_2W_3 \dots W_{22}) / K_1^* = 0,236;$$

$$P_3(W) = P_3(W_1W_2W_3 \dots W_{22}) / K_1^* = 0,177; \quad P_4(W) = P_4(W_1W_2W_3 \dots W_{22}) / K_1^* = 0,223;$$

$$P_5(W) = P_5(W_1W_2W_3 \dots W_{22}) / K_1^* = 0,183.$$

Таким образом, исследуемую подсистему «второстепенные балки» $W = W_1W_2W_3 \dots W_{22}$ можно отнести ко второй (работоспособной) категории технического состояния с вероятностью этого состояния $P_3(W_1W_2W_3 \dots W_{22}/K_1^*) = 0,236$ и степенью определенности, равной $V(W_1W_2W_3 \dots W_{22}) = 5,47$. Величина $V(W_1W_2W_3 \dots W_{22})$ является вкладом состояния подсистемы «второстепенные балки» в состояние системы следующего, более высокого уровня – системы «перекрытие».

Плитные участки. Анализ состояний двадцати четырех плитных участков F_k ($k=1, 2, \dots, f = 24$, см. рис. 1) выполнен также на основе диагностической матрицы, полученной по результатам многочисленных обследований плитных участков железобетонных перекрытий (таблица 3). Как видно, диагностические признаки изменились, т. е. сформулирована новая совокупность признаков K_2^* . Очевидно, что изменились и вероятностные параметры их проявления. Здесь также по результатам обследования каждого участка вычислены апостериорные вероятности тех же пяти состояний $P(F_{nk}/K_2^*)$, энтропия $H(F_k)$, степень определенности этих элементов подсистемы $V(F_k)$ и вероятности степени определенности $P(V_k)$. Полученные данные сведены в таблицу 7. По данным этой таблицы для этой подсистемы по аналогии с главными и второстепенными балками получены следующие параметры

$$H(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) = \sum_{k=1}^f H(F_k) = H(F_1) + H(F_2) + H(F_3) + \dots + H(F_{24}) = 11,34.$$

Максимальная энтропия подсистемы определяется зависимостью

$$H(F_1F_2F_3 \dots F_{24})_{\max} = f \log n_{\max} = 24 \cdot \log 5 = 16,8.$$

Тогда

$$V(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) = \sum_{k=1}^f V(F_k) = V(F_1) + V(F_2) + V(F_3) + \dots + V(F_{24}) = 5,46.$$

Вероятности степени определенности в последней колонке таблицы 7 определены по формулам:

$$P(V_1) = V(F_1)/V(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) = 0,230/5,46=0,0421,$$

$$P(V_2) = V(F_2)/V(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) = 0,139/5,46=0,0254,$$

$$P(V_3) = V(F_3)/V(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) = 0,131/5,46=0,0240,$$

.....

$$P(V_{24}) = V(F_{24})/V(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) = 0,180/5,46=0,0330.$$

Здесь вероятности реализации пяти категорий технического состояния ($n=1, 2, \dots, 5$) для объединенной системы «плитные участки» $F=F_1F_2F_3 \dots F_{42}$ определяются также по аналогичным зависимостям:

$$P_1(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k1} / K_2^*) P(V_k) = P(F_{11} / K_2^*) P(V_1) + \dots + P(F_{241} / K_2^*) P(V_{24});$$

$$P_2(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k2} / K_2^*) P(V_k) = P(F_{12} / K_2^*) P(V_1) + \dots + P(F_{242} / K_2^*) P(V_{24});$$

$$P_3(F_1F_2F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k3} / K_2^*) P(V_k) = P(F_{13} / K_2^*) P(V_1) + \dots + P(F_{243} / K_2^*) P(V_{24});$$

$$P_3(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k1} / K_2^*) P(V_k) = P(F_{14} / K_2^*) P(V_1) + \dots + P(F_{244} / K_2^*) P(V_{24});$$

$$P_5(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k1} / K_2^*) P(V_k) = P(F_{15} / K_2^*) P(V_1) + \dots + P(F_{245} / K_2^*) P(V_{24}).$$

В матричной форме эти зависимости записываются следующим образом

$$\{P_n(F)\} = \{P(F_k)\} [P(F_{kn})].$$

По результатам выполненных вычислений получены апостериорные вероятности состояний подсистемы «плитные участки»:

$$P_1(F) = P_1(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = 0,317; \quad P_2(F) = P_1(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = \boxed{0,334};$$

$$P_3(F) = P_1(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = 0,219; \quad P_4(F) = P_1(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = 0,109;$$

$$P_5(F) = P_1(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}) / K_2^* = 0,0198.$$

Таблица 7. Результаты вероятностного расчета для подсистемы «плитные участки»

№№ участ.	$P(F_{k1})$	$P(F_{k2})$	$P(F_{k3})$	$P(F_{k4})$	$P(F_{k5})$	$H(F_k)$	$V(F_k)$	$P(V_k)$
1	0,500	0,340	0,131	0,028	0,00039	0,470	0,230	0,042
2	0,184	0,413	0,283	0,118	0,00082	0,561	0,139	0,025
3	0,0164	0,233	0,376	0,313	0,062	0,569	0,131	0,024
4	0,00296	0,0838	0,305	0,462	0,146	0,532	0,168	0,031
5	0,00019	0,0261	0,213	0,566	0,195	0,463	0,237	0,043
6	0,735	0,228	0,034	0,0026	0,000012	0,302	0,398	0,073
7	0,419	0,478	0,090	0,011	0,0029	0,429	0,271	0,050
8	0,494	0,390	0,096	0,019	0,00077	0,443	0,257	0,047
9	0,682	0,269	0,044	0,0043	0,000021	0,337	0,363	0,066
10	0,325	0,488	0,164	0,022	0,00011	0,476	0,224	0,041
11	0,110	0,362	0,408	0,118	0,0018	0,538	0,162	0,030
12	0,0181	0,238	0,509	0,231	0,0051	0,488	0,212	0,039
13	0,181	0,450	0,313	0,056	0,00053	0,520	0,180	0,033
14	0,052	0,374	0,455	0,118	0,0012	0,495	0,205	0,038
15	0,165	0,547	0,249	0,039	0,00025	0,479	0,221	0,041
16	0,462	0,416	0,110	0,012	0,00006	0,442	0,258	0,047
17	0,090	0,517	0,321	0,071	0,0015	0,486	0,214	0,039
18	0,737	0,225	0,033	0,0021	0,00001	0,301	0,399	0,073
19	0,110	0,362	0,408	0,118	0,0018	0,538	0,162	0,029
20	0,494	0,390	0,096	0,019	0,00077	0,443	0,257	0,047
21	0,00296	0,0838	0,305	0,462	0,146	0,532	0,168	0,031
22	0,090	0,517	0,321	0,071	0,0015	0,486	0,214	0,039
23	0,0181	0,238	0,509	0,231	0,00251	0,488	0,212	0,039
24	0,181	0,450	0,313	0,056	0,00053	0,520	0,180	0,033

Окончательно исследуемую подсистему «плитные участки» $F = F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}$ можно отнести ко второй (работоспособной) категории технического состояния с вероятностью этого состояния $P_3(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24} / K_2) = 0,334$ и степенью определенности, равной $V(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24}) = 5,46$. Величина $V(F_1 F_2 F_3 \dots F_{24})$ является вкладом состояния подсистемы «плитные участки» в состояние системы следующего, более высокого уровня – системы «перекрытие».

Колонны. Ниже приведен вероятностный анализ состояний двух колонн L_k ($k=1, 2$, т. е. $l = 2$, см. рис. 1), выполненный также на основе результатов многочисленных обследований колонн железобетонных перекрытий, представленных в соответствующей диагностической матрице (таблица 4). Здесь диагностические признаки тоже изменились, т. е. тоже сформулирована своя совокупность K_3^* . Изменились и вероятностные параметры их проявления. Далее, по результатам обследования каждой колонны вычислены апостериорные вероятности тех же пяти состояний $P(L_{nk}/K_3^*)$, энтропия $H(L_k)$, степень определенности этих элементов подсистемы $V(L_k)$ и вероятности степени определенности $P(V_k)$.

Полученные данные отражены в таблице 8.

Таблица 8. Результаты вероятностного расчета для подсистемы «колонны»

№№ колонн	P(Lk1)	P(Lk2)	P(Lk3)	P(Lk4)	P(Lk5)	H(Lk)	V(Lk)	P(Vk)
1	0,807	0,184	0,0085	0,00017	0,00000025	0,229	0,471	0,780
2	0,056	0,336	0,368	0,220	0,019	0,567	0,133	0,220

По данным этой таблицы для подсистемы «колонны» получено:

$$H(L_1L_2) = \sum_{k=1}^2 H(L_k) = H(L_1) + H(L_2) = 0,796.$$

Максимально возможная энтропия и степень определенности этой подсистемы определяются зависимостями

$$H(L_1L_2)_{\max} = l \log n_{\max} = 2 \cdot \log 5 = 1,400.$$

$$V(L_1L_2) = \sum_{k=1}^l V(L_k) = V(L_1) + V(L_2) = 0,604.$$

Вероятности степени определенности получились равными

$$P(V_1) = V(L_1)/V(L_1L_2) = 0,470/0,604 = 0,780,$$

$$P(V_2) = V(L_2)/V(L_1L_2) = 0,133/0,604 = 0,220.$$

В таком случае вероятности реализации пяти категорий технического состояния для объединенной системы $L=L_1L_2$ определяются по следующим зависимостям:

$$P_1(L_1L_2)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k1}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{11}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{21}/K_3^*)P(V_2) = 0,640;$$

$$P_2(L_1L_2)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k2}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{12}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{22}/K_3^*)P(V_2) = 0,218;$$

$$P_3(L_1L_2)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k3}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{13}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{23}/K_3^*)P(V_2) = 0,089;$$

$$P_4(L_1L_2)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k4}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{14}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{24}/K_3^*)P(V_2) = 0,049;$$

$$P_5(L_1L_2)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k5}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{15}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{25}/K_3^*)P(V_2) = 0,0043.$$

Как видно, исследуемую подсистему «колонны» $L=L_1L_2$ можно отнести к первой (исправной) категории технического состояния с вероятностью этого состояния $P_1(L_1L_2/K_3^*) = 0,640$ и степенью определенности, равной $V(L_1L_2) = 0,604$. Величина $V(L_1L_2)$ является также вкладом состояния подсистемы «колонны» в состояние системы следующего, более высокого уровня – системы «перекрытие».

Таким образом, по данным выполненного вероятностного анализа для четырех подсистем перекрытия – «главные балки», «второстепенные балки», «плитные участки» и «колонны» – получены вероятностные параметры, по которым можно выполнить анализ состояния конструктивной системы «перекрытие» – $U(GWFL)$. Полученные результаты удобно свести в таблицу.

По данным таблицы 9 для конструктивной системы «перекрытие», следуя рассмотренной методике, вычислены следующие параметры:

$$H(U_k) = \sum_{k=1}^u H(U_k) = H(U_1) + H(U_2) + H(U_3) + H(U_4) = 23,44.$$

$$V(U_k) = \sum_{k=1}^u V(U_k) = V(U_1) + V(U_2) + V(U_3) + V(U_4) = 12,26.$$

Соколов В.А. Вероятностный метод оценки технического состояния конструкций железобетонного монолитного перекрытия зданий старой городской застройки

Таблица 9. Результаты вероятностного расчета для системы «перекрытие»

Подсистемы	$P(U_{k1})$	$P(U_{k2})$	$P(U_{k3})$	$P(U_{k4})$	$P(U_{k5})$	$H(U_k)$	$V(U_k)$	$P(V_k)$
Главные балки	0,144	0,285	0,512	0,060	0,0006	1,372	0,728	0,0594
Второстепенные балки	0,181	0,236	0,177	0,223	0,183	9,93	5,47	0,446
Плитные участки	0,317	0,334	0,219	0,109	0,0198	11,34	5,46	0,445
Колонны	0,640	0,218	0,089	0,049	0,0043	0,796	0,604	0,0492

Вероятности степени определенности в последней колонке таблицы 9 вычислены по формулам

$$P(V_1)=V(U_1)/V(U_k)=0,728/12,26=0,0594,$$

$$P(V_2)=V(U_2)/V(U_k)=5,47/12,26=0,446,$$

$$P(V_3)=V(U_3)/V(U_k)=5,46/12,26=0,445,$$

$$P(V_4)=V(U_4)/V(U_k)=0,604/12,26=0,0492$$

Окончательно вероятности реализации пяти категорий технического состояния для объединенной системы «перекрытие» определяются по следующим зависимостям:

$$P_1(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k1} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{11} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{41} / K_u^*) P(V_4) = 0,262;$$

$$P_2(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k2} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{12} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{42} / K_u^*) P(V_4) = \boxed{0,281};$$

$$P_3(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k3} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{13} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{43} / K_u^*) P(V_4) = 0,211;$$

$$P_4(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k4} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{14} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{44} / K_u^*) P(V_4) = 0,154;$$

$$P_5(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k5} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{15} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{45} / K_u^*) P(V_4) = 0,091.$$

Конструктивная система здания «перекрытие», выполненная в монолитном железобетоне по схеме балочной клетки и состоящая из подсистем «главные балки», «второстепенные балки», «плитные участки» и «колонны» (см. рис. 1) по результатам выполненного обследования и проведенного вероятностного анализа, относится ко второй (работоспособной) категории технического состояния с вероятностью этого состояния $P_2(U)/K_u^*=0,281$. Степень определенности этой системы $V(U)=12,26$. Величина $V(U)$ является вкладом состояния системы «перекрытие» в состояние системы следующего, высшего уровня – здания в целом.

Литература

1. СП 13-102-2003. Правила обследования несущих строительных конструкций зданий и сооружений. Свод правил по проектированию и строительству. Госстрой России. ГУЛ ЦПП. 2003.
2. Биргер И. А. Техническая диагностика. М. : Машиностроение, 1978. 240 с.
3. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетики. М. : Изд-во иностранной литературы, 1963. 830 с.
4. Соколов В.А. Определение категорий технического состояния строительных конструкций зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания // Сборник научных трудов IV Международной конференции «Предотвращение аварий зданий и сооружений», выпуск 9. М., 2010.
5. Соколов В.А. Вероятностный анализ технического состояния (ВАТС) элементов строительных систем // Материалы XIV научно-методической конференции ВИТУ «Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций». СПб. : Изд-во ВИТУ, 2010.
6. Соколов В. А. Диагностический вес признаков и диагностическая ценность обследования при распознавании состояний элементов строительных систем // Инженерно-строительный журнал. 2010. №3(13). С. 27-31.

* Владимир Алексеевич Соколов, Санкт-Петербург
Тел. раб.: +7(812)535-16-32; эл. почта: sva0808@rambler.ru