

Диагностика технического состояния конструкций зданий и сооружений с использованием методов теории нечетких множеств

*К.т.н., профессор В.А. Соколов**

ГОУ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

В работах [1, 2, 3] рассмотрены методы оценки технического состояния конструктивных элементов зданий старой городской застройки и методы определения категорий их технического состояния с использованием теоретического аппарата технической диагностики, основанного на вероятностных методах распознавания состояний сложных технических систем. В работе [1] это подробно сделано на примере главной балки G_1 железобетонного монолитного междуэтажного перекрытия, выполненного по схеме балочной клетки. Отмечено, что главная балка G_1 рассматривается как конструктивный элемент-подсистема конструктивной системы следующего, более высокого, уровня – перекрытия в целом. Диагностирование состояний элементов перекрытия выполнено статистическим методом с использованием обобщенной формулы Байеса [1, 2, 3, 4].

$$P(S_i / K^*) = \frac{P(S_i)P(K^* / S_i)}{\sum_{s=1}^n P(S_s)P(K^* / S_s)}$$

Указано, что для определения вероятности состояний по методу Байеса составляется так называемая диагностическая матрица. Матрица формируется в виде таблицы вероятностей признаков и их разрядов при различных диагнозах. В общем виде для главных балок она имеет вид табл. 1, которая строится на основе имеющегося статистического материала, т. е. в нее включены априорные вероятности состояний и признаков. Конкретные численные значения $P(S_i)$ и $p(k_{ij}/S_i)$ взяты из статьи в [1] и представлены в табл. 2. Решение о назначении этих численных значений принимает эксперт на основе своего опыта и имеющейся статистики диагнозов. Далее, показан пример проведения серии расчетов по вышеуказанной зависимости для вновь диагностируемого элемента с получением для него ряда апостериорных вероятностей каждого состояния по всей совокупности признаков и их разрядов. Отмечено, что решающее правило, в соответствии с которым принимается решение о конкретном диагнозе, состоит в том, что объект с комплексом признаков K^* относится к состоянию S_i , если апостериорная вероятность этого состояния S_i является наибольшей. В рассматриваемом в [1] примере наибольшей получилась вероятность $P(S_3)=0,697$, что для эксперта стало весомым основанием при назначении диагностируемому элементу третьей категории технического состояния при условии указанной для него в [1] реализации признаков. Вместе с тем, этот результат не следует считать достаточным основанием для принятия такого решения как окончательного. То есть результат получен, но он неточен, и это, главным образом, связано с недостаточностью, а значит, и с неточностью входной информации в виде вышеупомянутых конкретных численных значений вероятностей, представленных в табл. 2 и назначенных, как отмечено выше, отчасти волевым решением эксперта.

В данной статье рассматриваются основные положения для проведения анализа технического состояния той же балки G_1 с теми же диагнозами, признаками и их реализацией, но с использованием методов и аппарата теории нечетких множеств.

Таблица 1. Диагностическая матрица для главных балок перекрытия в общем виде

№ п/п	Диагностические признаки	K_{js}	Разряды признаков	$p(k_{ij})$	Сост. S_1	Сост. S_2	Сост. S_3	Сост. S_4	Сост. S_5
					$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$	$P(S_4)$	$P(S_5)$
1	Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре	k_{11}	да	$p(k_{11})$	$p(k_{11} / S_1)$	$p(k_{11} / S_2)$	$p(k_{11} / S_3)$	$p(k_{11} / S_4)$	$p(k_{11} / S_5)$
		k_{12}	нет	$p(k_{12})$	$p(k_{12} / S_1)$	$p(k_{12} / S_2)$	$p(k_{12} / S_3)$	$p(k_{12} / S_4)$	$p(k_{12} / S_5)$
2	Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней	k_{21}	да	$p(k_{21})$	$p(k_{21} / S_1)$	$p(k_{21} / S_2)$	$p(k_{21} / S_3)$	$p(k_{21} / S_4)$	$p(k_{21} / S_5)$
		k_{22}	нет	$p(k_{22})$	$p(k_{22} / S_1)$	$p(k_{22} / S_2)$	$p(k_{22} / S_3)$	$p(k_{22} / S_4)$	$p(k_{22} / S_5)$
3	Нормальные трещины (ширина раскрытия)	k_{31}	< 0,4 мм	$p(k_{31})$	$p(k_{31} / S_1)$	$p(k_{31} / S_2)$	$p(k_{31} / S_3)$	$p(k_{31} / S_4)$	$p(k_{31} / S_5)$
		k_{32}	до 1,0 мм	$p(k_{32})$	$p(k_{32} / S_1)$	$p(k_{32} / S_2)$	$p(k_{32} / S_3)$	$p(k_{32} / S_4)$	$p(k_{32} / S_5)$
		k_{33}	≥ 1,0 мм	$p(k_{33})$	$p(k_{33} / S_1)$	$p(k_{33} / S_2)$	$p(k_{33} / S_3)$	$p(k_{33} / S_4)$	$p(k_{33} / S_5)$

№ п/п	Диагностические признаки	K_{js}	Разряды признаков	$p(k_{ij})$	Сост. S_1	Сост. S_2	Сост. S_3	Сост. S_4	Сост. S_5
					$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$	$P(S_4)$	$P(S_5)$
4	Наклонные трещины (наличие)	k_{41}	да	$p(k_{41})$	$p(k_{41} / S_1)$	$p(k_{41} / S_2)$	$p(k_{41} / S_3)$	$p(k_{41} / S_4)$	$p(k_{41} / S_5)$
		k_{42}	нет	$p(k_{42})$	$p(k_{42} / S_1)$	$p(k_{42} / S_2)$	$p(k_{42} / S_3)$	$p(k_{42} / S_4)$	$p(k_{42} / S_5)$
5	Прочность бетона	k_{51}	проектная	$p(k_{51})$	$p(k_{51} / S_1)$	$p(k_{51} / S_2)$	$p(k_{51} / S_3)$	$p(k_{51} / S_4)$	$p(k_{51} / S_5)$
		k_{52}	$\leq 30\%$	$p(k_{52})$	$p(k_{52} / S_1)$	$p(k_{52} / S_2)$	$p(k_{52} / S_3)$	$p(k_{52} / S_4)$	$p(k_{52} / S_5)$
		k_{53}	$> 30\%$	$p(k_{53})$	$p(k_{53} / S_1)$	$p(k_{53} / S_2)$	$p(k_{53} / S_3)$	$p(k_{53} / S_4)$	$p(k_{53} / S_5)$
6	Коррозия арматуры	k_{61}	$< 5\%$	$p(k_{61})$	$p(k_{61} / S_1)$	$p(k_{61} / S_2)$	$p(k_{61} / S_3)$	$p(k_{61} / S_4)$	$p(k_{61} / S_5)$
		k_{62}	5 – 20	$p(k_{62})$	$p(k_{62} / S_1)$	$p(k_{62} / S_2)$	$p(k_{62} / S_3)$	$p(k_{62} / S_4)$	$p(k_{62} / S_5)$
		k_{63}	$> 20\%$	$p(k_{63})$	$p(k_{63} / S_1)$	$p(k_{63} / S_2)$	$p(k_{63} / S_3)$	$p(k_{63} / S_4)$	$p(k_{63} / S_5)$
7	Прогиб	k_{71}	допускаемый	$p(k_{71})$	$p(k_{71} / S_1)$	$p(k_{71} / S_2)$	$p(k_{71} / S_3)$	$p(k_{71} / S_4)$	$p(k_{71} / S_5)$
		k_{72}	$\leq 30\%$	$p(k_{72})$	$p(k_{72} / S_1)$	$p(k_{72} / S_2)$	$p(k_{72} / S_3)$	$p(k_{72} / S_4)$	$p(k_{72} / S_5)$
		k_{73}	$> 30\%$	$p(k_{73})$	$p(k_{73} / S_1)$	$p(k_{73} / S_2)$	$p(k_{73} / S_3)$	$p(k_{73} / S_4)$	$p(k_{73} / S_5)$
8	Условие прочности по нормальным сечениям	k_{81}	да	$p(k_{81})$	$p(k_{81} / S_1)$	$p(k_{81} / S_2)$	$p(k_{81} / S_3)$	$p(k_{81} / S_4)$	$p(k_{81} / S_5)$
		k_{82}	нет	$p(k_{82})$	$p(k_{82} / S_1)$	$p(k_{82} / S_2)$	$p(k_{82} / S_3)$	$p(k_{82} / S_4)$	$p(k_{82} / S_5)$
9	Условие прочности по наклонным сечениям	k_{91}	да	$p(k_{91})$	$p(k_{91} / S_1)$	$p(k_{91} / S_2)$	$p(k_{91} / S_3)$	$p(k_{91} / S_4)$	$p(k_{91} / S_5)$
		k_{92}	нет	$p(k_{92})$	$p(k_{92} / S_1)$	$p(k_{92} / S_2)$	$p(k_{92} / S_3)$	$p(k_{92} / S_4)$	$p(k_{92} / S_5)$

Таблица 2. Диагностическая матрица для главных балок перекрытия с численными значениями вероятностей состояний и признаков

№ п/п	Диагностические признаки	K_{ij}	Разряды признаков	$p(k_{ij})$	Сост. S_1	Сост. S_2	Сост. S_3	Сост. S_4	Сост. S_5
					$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$	$P(S_4)$	$P(S_5)$
					0,18	0,29	0,35	0,13	0,05
1	Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре	k_{11}	да	$p(k_{11})$	0,14	0,29	0,40	0,56	0,76
		k_{12}	нет	$p(k_{12})$	0,86	0,71	0,60	0,44	0,24
2	Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней	k_{21}	да	$p(k_{21})$	0,05	0,27	0,38	0,59	0,88
		k_{22}	нет	$p(k_{22})$	0,95	0,73	0,62	0,41	0,12
3	Нормальные трещины (ширина раскрытия)	k_{31}	$< 0,4$ мм	$p(k_{31})$	0,92	0,78	0,67	0,54	0,22
		k_{32}	до 1,0 мм	$p(k_{32})$	0,07	0,21	0,28	0,34	0,48
		k_{33}	$\geq 1,0$ мм	$p(k_{33})$	0,01	0,01	0,05	0,12	0,30
4	Наклонные трещины (наличие)	k_{41}	да	$p(k_{41})$	0,03	0,05	0,28	0,30	0,35
		k_{42}	нет	$p(k_{42})$	0,97	0,95	0,72	0,70	0,65
5	Прочность бетона	k_{51}	проектная	$p(k_{51})$	0,79	0,49	0,33	0,28	0,20
		k_{52}	$\leq 30\%$	$p(k_{52})$	0,17	0,33	0,36	0,39	0,42
		k_{53}	$> 30\%$	$p(k_{53})$	0,04	0,18	0,31	0,33	0,38
6	Коррозия арматуры	k_{61}	$< 5\%$	$p(k_{61})$	0,73	0,52	0,33	0,26	0,13
		k_{62}	5 – 20	$p(k_{62})$	0,23	0,28	0,34	0,39	0,40
		k_{63}	$> 20\%$	$p(k_{63})$	0,04	0,20	0,33	0,35	0,47
7	Прогиб	k_{71}	допускаемый	$p(k_{71})$	0,93	0,82	0,59	0,35	0,11
		k_{72}	$\leq 30\%$	$p(k_{72})$	0,05	0,11	0,28	0,39	0,43
		k_{73}	$> 30\%$	$p(k_{73})$	0,02	0,07	0,13	0,26	0,46
8	Условие прочности по нормальным сечениям	k_{81}	да	$p(k_{81})$	0,93	0,75	0,53	0,29	0,09
		k_{82}	нет	$p(k_{82})$	0,07	0,25	0,47	0,71	0,91
9	Условие прочности по наклонным сечениям	k_{91}	да	$p(k_{91})$	0,94	0,83	0,75	0,55	0,33
		k_{92}	нет	$p(k_{92})$	0,06	0,17	0,25	0,45	0,67

В последнее время нечеткая технология завоевывает все больше сторонников среди специалистов, работающих в области принятия решений в условиях, когда цели, ограничения и последствия возможных действий точно не известны. Взяв старт еще в 1965 году из работ Лотфи Заде [5], нечеткая логика нашла широкое применение в различных областях техники только лишь в конце девяностых годов. Основные положения, определения и термины теории нечетких (размытых, нечетко определенных, расплывчатых – [7]) множеств сформулированы Л. Заде и развиты далее в работах [6, 7, 8, 9]. В данном случае в основу диагностирования состояний рассматриваемой подсистемы предлагается положить алгоритм постановки диагноза, разработанный в [8].

Сформулированные состояния S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 здесь также считаются типами диагнозов, подлежащих распознаванию. При установлении диагноза принимаются во внимание те же параметры – девять диагностических признаков с их разрядами, представленными здесь в виде диапазонов изменения (в скобках):

k_1 – повреждения бетона, снижающие его защитные свойства по отношению к арматуре (1 или 0);

k_2 – продольные трещины в защитном слое бетона вдоль арматурных стержней, продукты коррозии вдоль арматурных стержней (1 или 0);

k_3 – наличие и ширина раскрытия нормальных трещин (0 – 1 мм);

k_4 – наличие наклонных трещин (1 или 0);

k_5 – прочность бетона (0 – 31%);

k_6 – коррозия арматуры (0 – 21%);

k_7 – прогиб (0 – 31%);

k_8 – проверка условия прочности по нормальным сечениям (1 или 0);

k_9 – проверка условия прочности по наклонным сечениям (1 или 0).

Задача диагностики состоит в том, чтобы каждому сочетанию значений параметров поставить в соответствие одно из решений:

$$S_i (i = \overline{1,5})$$

Параметры $k_1 - k_9$ в соответствии с понятиями теории нечетких множеств рассматриваются далее как лингвистические переменные [6, 8]. Для дальнейшего анализа их следует разделить на группы, которые также являются лингвистическими переменными:

k_1, k_2, k_4 – группа параметров, определяемых при обследовании визуально;

k_3, k_5, k_6, k_7 – группа параметров, определяемых по результатам инструментальных измерений;

k_8, k_9 – группа параметров, определяемых по результатам поверочных расчетов.

Кроме того, вводится лингвистическая переменная s , которая измеряется диапазоном состояний-диагнозов $S_1 - S_5$. Структура модели для проведения диагностики состояний рассматриваемой балки показана на рис. 1 в виде дерева логического вывода, отвечающего следующим соотношениям:

$$s = f_s(x, y, z); \quad x = f_x(k_1, k_2, k_4);$$

$$y = f_y(k_3, k_5, k_6, k_7); \quad z = f_z(k_8, k_9). \quad (1)$$

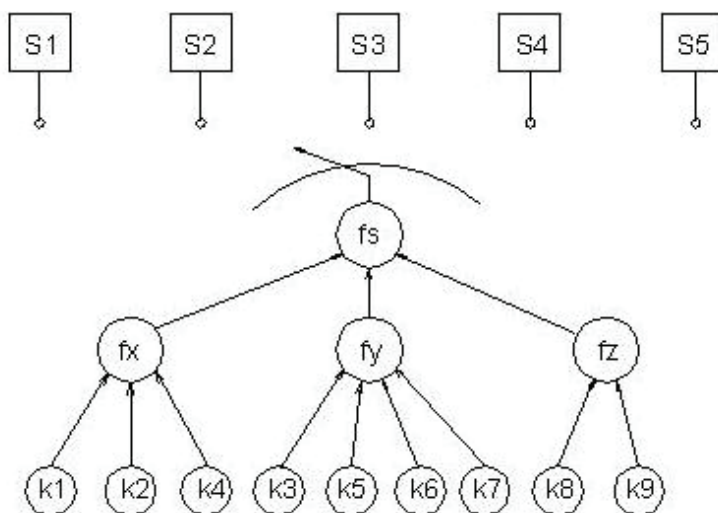


Рисунок 1. Дерево логического вывода

Для оценки значений лингвистических переменных $k_1 - k_9$, а также x , y и z вводится единая шкала качественных термов [8]: Н – низкий; нС – ниже среднего; С – средний; вС – выше среднего; В – высокий. Каждый из этих термов представляет собой нечеткое множество, заданное с помощью соответствующей функции принадлежности [6, 8]. Пользуясь введенными качественными термами и анализируя интервалы изменения численных значений вероятностей реализации признаков $p(k_j/S_i)$ в диагностической матрице (табл. 2), соотношения (1) представляются в виде таблиц 3–6.

Таблица 3. Знания о соотношении s

S	S_1			S_2			S_3			S_4			S_5		
X	H	B	B	Hc	C	Bc	Hc	Hc	C	Hc	C	C	Hc	Hc	Bc
Y	H	H	B	H	Hc	C	H	Hc	Hc	Hc	Hc	C	H	Hc	C
Z	H	C	B	Hc	C	Bc	C	C	Bc	Hc	C	Bc	Hc	C	B

Таблица 4. Знания о соотношении x

X	H			Hc			C			Bc			B		
k_1	Hc	C	Bc	C	Hc	C	H	Bc	Bc	Hc	C	Bc	Hc	Hc	C
k_2	H	Hc	Bc	Hc	C	C	H	B	B	Hc	C	Bc	Hc	Hc	C
k_4	Hc	Hc	C	Hc	C	C	H	B	B	H	Hc	Bc	Hc	C	Bc

Таблица 5. Знания о соотношении y

Y	H			Hc			C			Bc			B		
k_3	Hc	Hc	C	H	Hc	C	H	H	B	H	Hc	Bc	H	Hc	C
k_5	H	Hc	Hc	Hc	Hc	Hc	H	H	Bc	H	Hc	C	Hc	Hc	Hc
k_6	H	Hc	C	Hc	Hc	Hc	H	Hc	Bc	Hc	Hc	C	Hc	Hc	Hc
k_7	H	Hc	Hc	H	Hc	Hc	H	H	B	H	H	Bc	H	Hc	C

Таблица 6. Знания о соотношении z

Z	H			Hc			C			Bc			B		
k_8	H	C	B	Hc	C	Bc	H	C	B	Hc	C	Bc	C	C	C
k_9	Hc	C	Bc	C	C	C	H	C	B	H	Hc	Bc	Hc	C	Bc

Используя таблицы 3–6 и логические операции \cdot (И – min) и \vee (ИЛИ – max), можно записать системы нечетких логических уравнений, связывающих функции принадлежности диагнозов и входных лингвистических переменных:

$$\begin{aligned}
 \mu^{S_1}(s) &= \left[\mu^H(x) \cdot \mu^H(y) \cdot \mu^H(z) \right] \vee \left[\mu^B(x) \cdot \mu^H(y) \cdot \mu^C(z) \right] \vee \left[\mu^B(x) \cdot \mu^{Bc}(y) \cdot \mu^B(z) \right]; \\
 \mu^{S_2}(s) &= \left[\mu^{Hc}(x) \cdot \mu^H(y) \cdot \mu^{Hc}(z) \right] \vee \left[\mu^C(x) \cdot \mu^{Hc}(y) \cdot \mu^C(z) \right] \vee \left[\mu^{Bc}(x) \cdot \mu^C(y) \cdot \mu^{Bc}(z) \right]; \\
 \mu^{S_3}(s) &= \left[\mu^{Hc}(x) \cdot \mu^{Hc}(y) \cdot \mu^C(z) \right] \vee \left[\mu^{Hc}(x) \cdot \mu^{Hc}(y) \cdot \mu^C(z) \right] \vee \left[\mu^C(x) \cdot \mu^C(y) \cdot \mu^{Bc}(z) \right]; \\
 \mu^{S_4}(s) &= \left[\mu^{Hc}(x) \cdot \mu^{Hc}(y) \cdot \mu^{Hc}(z) \right] \vee \left[\mu^C(x) \cdot \mu^{Hc}(y) \cdot \mu^C(z) \right] \vee \left[\mu^C(x) \cdot \mu^{Hc}(y) \cdot \mu^{Bc}(z) \right]; \\
 \mu^{S_5}(s) &= \left[\mu^{Hc}(x) \cdot \mu^H(y) \cdot \mu^{Hc}(z) \right] \vee \left[\mu^{Hc}(x) \cdot \mu^{Hc}(y) \cdot \mu^C(z) \right] \vee \left[\mu^{Bc}(x) \cdot \mu^{Hc}(y) \cdot \mu^B(z) \right]; \\
 &\quad (2) \\
 \mu^H(x) &= \left[\mu^{Hc}(k_1) \cdot \mu^H(k_2) \cdot \mu^{Hc}(k_4) \right] \vee \left[\mu^C(k_1) \cdot \mu^{Hc}(k_2) \cdot \mu^C(k_4) \right] \vee \left[\mu^{Bc}(k_1) \cdot \mu^{Bc}(k_2) \cdot \mu^C(k_4) \right]; \\
 \mu^{Hc}(x) &= \left[\mu^{Hc}(k_1) \cdot \mu^{Hc}(k_2) \cdot \mu^{Hc}(k_4) \right] \vee \left[\mu^{Hc}(k_1) \cdot \mu^C(k_2) \cdot \mu^C(k_4) \right] \vee \left[\mu^C(k_1) \cdot \mu^C(k_2) \cdot \mu^C(k_4) \right];
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu^C(x) &= [\mu^H(k_1) \cdot \mu^H(k_2) \cdot \mu^H(k_4)] \vee [\mu^{6C}(k_1) \cdot \mu^6(k_2) \cdot \mu^6(k_4)] \vee [\mu^{6C}(k_1) \cdot \mu^6(k_2) \cdot \mu^6(k_4)]; \\ \mu^{6C}(x) &= [\mu^{HC}(k_1) \cdot \mu^{HC}(k_2) \cdot \mu^H(k_4)] \vee [\mu^C(k_1) \cdot \mu^C(k_2) \cdot \mu^{HC}(k_4)] \vee [\mu^{6C}(k_1) \cdot \mu^{6C}(k_2) \cdot \mu^{6C}(k_4)]; \\ \mu^6(x) &= [\mu^{HC}(k_1) \cdot \mu^{HC}(k_2) \cdot \mu^{HC}(k_4)] \vee [\mu^{HC}(k_1) \cdot \mu^{HC}(k_2) \cdot \mu^C(k_4)] \vee [\mu^C(k_1) \cdot \mu^C(k_2) \cdot \mu^{6C}(k_4)];\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}\mu^H(y) &= [\mu^{HC}(k_3) \cdot \mu^H(k_5) \cdot \mu^H(k_6) \cdot \mu^H(k_7)] \vee [\mu^{HC}(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^{HC}(k_7)] \vee \\ &\quad \vee [\mu^C(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^C(k_6) \cdot \mu^{HC}(k_7)]; \\ \mu^{HC}(y) &= [\mu^H(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^H(k_7)] \vee [\mu^{HC}(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^{HC}(k_7)] \vee \\ &\quad \vee [\mu^C(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^{HC}(k_7)]; \\ \mu^C(y) &= [\mu^H(k_3) \cdot \mu^H(k_5) \cdot \mu^H(k_6) \cdot \mu^H(k_7)] \vee [\mu^H(k_3) \cdot \mu^H(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^H(k_7)] \vee \\ &\quad \vee [\mu^6(k_3) \cdot \mu^{6C}(k_5) \cdot \mu^{6C}(k_6) \cdot \mu^6(k_7)]; \\ \mu^{6C}(y) &= [\mu^H(k_3) \cdot \mu^H(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^H(k_7)] \vee [\mu^{HC}(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^H(k_7)] \vee \\ &\quad \vee [\mu^{6C}(k_3) \cdot \mu^C(k_5) \cdot \mu^C(k_6) \cdot \mu^{6C}(k_7)]; \\ \mu^6(y) &= [\mu^H(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^H(k_7)] \vee [\mu^{HC}(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^{HC}(k_7)] \vee \\ &\quad \vee [\mu^C(k_3) \cdot \mu^{HC}(k_5) \cdot \mu^{HC}(k_6) \cdot \mu^C(k_7)].\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}\mu^H(z) &= [\mu^H(k_8) \cdot \mu^{HC}(k_9)] \vee [\mu^C(k_8) \cdot \mu^C(k_9)] \vee [\mu^6(k_8) \cdot \mu^{6C}(k_9)]; \\ \mu^{HC}(z) &= [\mu^{HC}(k_8) \cdot \mu^C(k_9)] \vee [\mu^C(k_8) \cdot \mu^C(k_9)] \vee [\mu^{6C}(k_8) \cdot \mu^C(k_9)]; \\ \mu^C(z) &= [\mu^H(k_8) \cdot \mu^H(k_9)] \vee [\mu^C(k_8) \cdot \mu^C(k_9)] \vee [\mu^6(k_8) \cdot \mu^6(k_9)]; \\ \mu^{6C}(z) &= [\mu^{HC}(k_8) \cdot \mu^H(k_9)] \vee [\mu^C(k_8) \cdot \mu^{HC}(k_9)] \vee [\mu^{6C}(k_8) \cdot \mu^{6C}(k_9)]; \\ \mu^6(z) &= [\mu^C(k_8) \cdot \mu^{HC}(k_9)] \vee [\mu^C(k_8) \cdot \mu^C(k_9)] \vee [\mu^C(k_8) \cdot \mu^{6C}(k_9)].\end{aligned}$$

(5)

Общее число нечетких логических уравнений, как видно, составляет 20. В общем случае каждая входная переменная k_1 – k_9 имеет свои собственные функции принадлежности нечетким термам (H, нС, С, вС, В), которые используются в этих двадцати уравнениях (2)–(5). Однако, для упрощения дальнейшего моделирования в рамках так называемой грубой настройки нечеткой базы знаний, для всех переменных k_1 – k_9 используется только одна форма функции принадлежности [8]. Для этого интервалы изменения каждой переменной приводятся к одному универсальному интервалу (0, 4), что осуществляется с помощью следующих соотношений:

$$\mu^j(k_i) = \tilde{\mu}^j(u); \quad u = 4 \frac{k_i - \underline{k}_i}{k_i - \underline{k}_i}, \quad j = H, нС, С, вС, В, \quad (6)$$

где (\underline{k}_i, k_i) – интервал изменения переменной k_i , $i=1,9$.

Окончательно аналитическая модель функции принадлежности имеет вид [8]

$$\tilde{\mu}^j(u) = \frac{1}{1 + \left(\frac{u-b}{c}\right)^2}. \quad (7)$$

Параметр b для термов Н, нС, С, вС, В принимает значения 0, 1, 2, 3, 4, соответственно. Параметр c для всех термов одинаков и равен 0,923. Выбор указанных соотношений (6) и параметров b и c в указанном виде обусловлен тем, что они являются хорошей проверенной аппроксимацией функций принадлежности, полученных, как отмечено, в [8] методом парных сравнений.

Далее, нечеткие логические уравнения (2)–(5) вместе с функциями принадлежности нечетких термов (7) позволяют принимать решение о конкретном диагнозе по следующему алгоритму.

1. Фиксируются значения параметров состояния для вновь обследуемого элемента, т. е. определяется реализация признаков в виде количественных значений, попадающих в пределы указанных выше диапазонов их изменения

$$K^* = (k_1^*, k_2^*, k_3^*, \dots, k_9^*).$$

2. Используя соотношения (6) и параметры b и c , определяют значения функций принадлежности при фиксированных значениях параметров k_i .
3. С использованием логических уравнений (2)–(5) вычисляются значения функций принадлежности при фиксированном векторе состояния K^* для всех диагнозов S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 . При этом важно отметить, что логические операции И (\wedge) и ИЛИ (\vee) над функциями принадлежности заменяются операциями *min* и *max*:

$$\mu(a) \wedge \mu(b) = \min[\mu(a), \mu(b)]; \quad \mu(a) \vee \mu(b) = \max[\mu(a), \mu(b)];$$

4. Наконец, принимается окончательное решение, для которого

$$\mu^{S_j} (k_1^*, k_2^*, \dots, k_9^*) = \max \left[\mu^{S_j} (k_1^*, k_2^*, \dots, k_9^*) \right], \quad j = \overline{1,9}.$$

Пример реализации предложенного алгоритма можно привести, построив вектор состояния K^* в том виде, который соответствует принятой в работах [1, 2, 3] реализации признаков для вновь диагностируемой балки. В таком случае соблюдаются те же условия диагностирования:

- 1) повреждения наружной поверхности есть, т. е. $k_1 = 1,0$;
- 2) продольные трещины в защитном слое есть, т. е. $k_2 = 1,0$
- 3) нормальные трещины в растянутой зоне раскрытием до 0,4 мм есть, т. е. принимается $k_3 = 0,2$ мм;
- 4) наклонные трещины есть, т. е. $k_4 = 1,0$;
- 5) прочность бетона оказалась на 10% ниже проектной, т. е. $k_5 = 10\%$;
- 6) имеет место обнажившаяся арматура, 5% сечения которой поражено коррозией, т. е. $k_6 = 5\%$;
- 7) прогиб не превышает нормативный; т. е. $k_7 = 0$;
- 8) условие прочности при расчете по нормальным сечениям удовлетворяется, т. е. $k_8 = 1,0$;
- 9) условие прочности при расчете по наклонным сечениям удовлетворяется, т. е. $k_9 = 1,0$.

Используя модель (7) и значения принятых параметров b и c , вычисляют значения функций принадлежности в точках k_i ($i = \overline{1,9}$) для всех нечетких термов. Результаты удобно представить в табличном виде (табл. 7).

Таблица 7. Значения функций принадлежности

№ п/п	k_i^*	u_i^*	$\mu^H(k_i^*)$	$\mu^{Hc}(k_i^*)$	$\mu^c(k_i^*)$	$\mu^{sc}(k_i^*)$	$\mu^s(k_i^*)$
1	1,0	4,0	0,0506	0,086	0,176	0,460	1,0
2	1,0	4,0	0,0506	0,086	0,176	0,460	1,0
3	0,2	2,0	0,176	0,460	1,0	0,460	0,176
4	1,0	4,0	0,0506	0,086	0,176	0,460	1,0
5	10,0	1,29	0,339	0,910	0,628	0,226	0,104
6	5,0	0,95	0,485	0,997	0,437	0,169	0,084
7	0,0	0,0	1,0	0,460	0,176	0,086	0,0506
8	1,0	4,0	0,0506	0,460	0,176	0,460	1,0
9	1,0	4,0	0,0506	0,460	0,176	0,460	1,0

Далее полученные значения подставляются в уравнения (3):

$$\mu^H(x) = [0,086 \cdot 0,0506 \cdot 0,086] \vee [0,176 \cdot 0,086 \cdot 0,176] \vee [0,460 \cdot 0,460 \cdot 0,176] = 0,176.$$

Аналогично:

$$\mu^{HC}(x) = 0,176; \mu^C(x) = 0,460; \mu^{eC}(x) = 0,460; \mu^B(x) = 0,176.$$

В соответствии с уравнениями (4):

$$\mu^H(y) = [0,460 \cdot 0,339 \cdot 0,485 \cdot 1,0] \vee [0,460 \cdot 0,910 \cdot 0,997 \cdot 0,460] \vee [1,0 \cdot 0,910 \cdot 0,437 \cdot 0,460] = 0,460.$$

Аналогично:

$$\mu^{HC}(y) = 0,460; \mu^C(y) = 0,176; \mu^{eC}(y) = 0,460; \mu^B(y) = 0,176.$$

В соответствии с уравнениями (5):

$$\mu^H(z) = [0,0506 \cdot 0,086] \vee [0,176 \cdot 0,176] \vee [1,0 \cdot 0,460] = 0,460.$$

Аналогично:

$$\mu^{HC}(z) = 0,176; \mu^C(z) = 0,176; \mu^{eC}(z) = 0,460; \mu^B(z) = 0,460.$$

Наконец, в соответствии с уравнениями (2):

$$\mu^{S1}(s) = [0,176 \cdot 0,176 \cdot 0,460] \vee [0,176 \cdot 0,460 \cdot 0,176] \vee [0,176 \cdot 0,460 \cdot 0,460] = 0,176.$$

Аналогично:

$$\mu^{S2}(s) = 0,176; \mu^{S3}(s) = \mathbf{0,460}; \mu^{S4}(s) = 0,176; \mu^{S5}(s) = 0,176.$$

На основании теории нечетких множеств вывод по результатам полученных данных для обследуемого элемента формулируется однозначно: **поскольку наибольшее значение функции принадлежности соответствует решению S₃, то в качестве диагноза принимается третье ограниченно работоспособное состояние (третья категория)** рассматриваемой главной балки монолитного железобетонного перекрытия. Этот вывод совпадает с выводом, сделанным по результатам выполненного в [1, 2, 3] вероятностного анализа технического состояния того же элемента при тех же условиях диагностирования. Таким образом, рассмотренный подход способствует большей определенности при распознавании состояний конструктивных систем зданий и сооружений в условиях ограниченности и неточности, главным образом, входной информации. В совокупности с предложенными в [1, 2, 3] вероятностным подходом и методами теории информации он добавляет уверенности эксперту при обосновании решений о степени и глубине инженерного вмешательства в строительную систему с целью приведения ее в нормальное эксплуатационное состояние.

Литература

1. Соколов В. А. Определение категорий технического состояния строительных конструкций зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания // Сборник научных трудов IV Международной конференции «Предотвращение аварий зданий и сооружений». – Выпуск 9. М., 2010.
2. Соколов В. А. Вероятностный анализ технического состояния (ВАТС) элементов строительных систем // Материалы XIV научно-методической конференции ВИТУ «Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций». СПб. : Изд-во ВИТУ, 2010.
3. Соколов В. А. Вероятностный метод оценки технического состояния конструкций железобетонного монолитного перекрытия зданий старой городской застройки // Инженерно-строительный журнал. – 2010. – №4 (14). С. 49-58.
4. Биргер И. А. Техническая диагностика. – М. : «Машиностроение», 1978. – 240 с.
5. Заде Л. А. Тени нечетких множеств. – Проблемы передачи информации. – 1966, том II, вып. 1.
6. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М. : Мир, 1976.
7. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // В кн. Вопросы анализа и процедура принятия решений. – М.: Мир, 1976.
8. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. – Винница: УНИВЕРСУМ, 1999.
9. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. М. : Горячая линия – Телеком, 2007.

* Владимир Алексеевич Соколов, Санкт-Петербург
Тел. раб.: +7(812)535-16-32; эл. почта: sva0808@rambler.ru