

Построение решения для оценки технического состояния конструктивных систем зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания

*К.т.н., профессор В.А. Соколов**

ГОУ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

В данной статье процедура построения решения представлена без конкретных численных значений вероятностных параметров, участвующих в структурном анализе, т. е. в общем виде.

В качестве примера здесь рассматривается железобетонное монолитное междуэтажное перекрытие, выполненное по схеме балочной клетки. Перекрытие представляется как сложная конструктивная система некоторого промежуточного уровня, являющаяся конструктивным элементом системы следующего, более высокого уровня – здания в целом. Перекрытие состоит из главных балок G_k ($k = 1, 2, 3, \dots, g$), второстепенных балок W_k ($k = 1, 2, 3, \dots, w$), плитных участков F_k ($k = 1, 2, 3, \dots, f$), и колонн L_k , ($k = 1, 2, 3, \dots, l$), которые рассматриваются как его элементы-подсистемы. На рис. 1 схематично показан пример раскладки этих элементов. Как и в работах [4, 5, 6], для оценки технического состояния и назначения категорий технического состояния предлагается использовать подход, основанный на теоретическом аппарате технической диагностики с применением вероятностных методов для распознавания состояний сложных технических систем с помощью обобщенной формулы Байеса и данных имеющейся статистики диагнозов

$$P(S_i / K^*) = \frac{P(S_i)P(K^* / S_i)}{\sum_{s=1}^n P(S_s)P(K^* / S_s)}. \quad (1)$$

При этом, как отмечено в [6], вероятностный анализ технического состояния рассматриваемого объекта (перекрытия в целом) основывается на построении статистики диагнозов в виде диагностических матриц для каждой из его подсистем: для главных балок (табл. 1), для второстепенных балок (табл. 2), для плитных участков перекрытия (табл. 3) и для колонн (табл. 4). В этих таблицах вероятности проявления характерных для каждого элемента повреждений (диагностических признаков и их разрядов или интервалов) в каждом из пяти состояний-диагнозов S_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n = 5$) [1] представлены в общем виде.

Построение процедуры вычислений по зависимости (1) также в общем виде предлагается выполнить на примере диагностирования балки G_1 при той же, что и в статьях [4, 5, 6], реализации признаков и их разрядов (соответствующие строчки в таблице 1 выделены цветом):

$$\begin{aligned} \frac{P(S_1)P(K^* / S_1)}{P(S_2)P(K^* / S_2)} &= \frac{P(S_1) \left[p_g(k_{11} / S_1) \cdot p_g(k_{21} / S_1) \cdot p_g(k_{31} / S_1) \cdot p_g(k_{42} / S_1) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot p_g(k_{52} / S_1) \cdot p_g(k_{61} / S_1) \cdot p_g(k_{71} / S_1) \cdot p_g(k_{81} / S_1) \right] p_g(k_{91} / S_1)}{P(S_2) \left[p_g(k_{11} / S_2) \cdot p_g(k_{21} / S_2) \cdot p_g(k_{31} / S_2) \cdot p_g(k_{42} / S_2) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot p_g(k_{52} / S_2) \cdot p_g(k_{61} / S_2) \cdot p_g(k_{71} / S_2) \cdot p_g(k_{81} / S_2) \right] p_g(k_{91} / S_2)}; \\ \frac{P(S_3)P(K^* / S_3)}{P(S_4)P(K^* / S_4)} &= \frac{P(S_3) \left[p_g(k_{11} / S_3) \cdot p_g(k_{21} / S_3) \cdot p_g(k_{31} / S_3) \cdot p_g(k_{42} / S_3) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot p_g(k_{52} / S_3) \cdot p_g(k_{61} / S_3) \cdot p_g(k_{71} / S_3) \cdot p_g(k_{81} / S_3) \right] p_g(k_{91} / S_3)}{P(S_4) \left[p_g(k_{11} / S_4) \cdot p_g(k_{21} / S_4) \cdot p_g(k_{31} / S_4) \cdot p_g(k_{42} / S_4) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot p_g(k_{52} / S_4) \cdot p_g(k_{61} / S_4) \cdot p_g(k_{71} / S_4) \cdot p_g(k_{81} / S_4) \right] p_g(k_{91} / S_4)}; \\ \frac{P(S_5)P(K^* / S_5)}{P(S_5)P(K^* / S_5)} &= \frac{P(S_5) \left[p_g(k_{11} / S_5) \cdot p_g(k_{21} / S_5) \cdot p_g(k_{31} / S_5) \cdot p_g(k_{42} / S_5) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot p_g(k_{52} / S_5) \cdot p_g(k_{61} / S_5) \cdot p_g(k_{71} / S_5) \cdot p_g(k_{81} / S_5) \right] p_g(k_{91} / S_5)}{P(S_5) \left[p_g(k_{11} / S_5) \cdot p_g(k_{21} / S_5) \cdot p_g(k_{31} / S_5) \cdot p_g(k_{42} / S_5) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot p_g(k_{52} / S_5) \cdot p_g(k_{61} / S_5) \cdot p_g(k_{71} / S_5) \cdot p_g(k_{81} / S_5) \right] p_g(k_{91} / S_5)}. \end{aligned}$$

Как отмечено в [2, 4], знаменатель обобщенной формулы Байеса для всех состояний одинаков и определится по зависимости

$$\frac{\sum_{s=1}^n P(S_s)P(K^* / S_s)}{+P(S_3)P(K^* / S_3) + P(S_4)P(K^* / S_4) + P(S_5)P(K^* / S_5)} = (P(S_1)P(K^* / S_1) + P(S_2)P(K^* / S_2) +$$

Тогда далее по формуле (1) вычисляются апостериорные вероятности состояний данного элемента (балки G_1), затем по аналогии для всех элементов подсистемы «главные балки G_k », после чего осуществляется анализ полученных результатов с использованием аппарата теории информации. Аналогичные расчеты выполняются затем для всех подсистем: «второстепенные балки W_k », «плитные участки F_k », «колонны L_k » и, наконец, для конструктивной системы «перекрытие» в целом. Ниже методика и последовательность построения решения, как отмечено выше, представлены в общем виде.

Главные балки. Данные диагностирования состояний главных балок G_k представлены в виде следующего ряда вероятностей $P(G_{kr}/K_1^*)$

$$P(G_{11}/K_1^*); P(G_{12}/K_1^*); P(G_{13}/K_1^*); P(G_{14}/K_1^*); P(G_{15}/K_1^*);$$

$$P(G_{21}/K_1^*); P(G_{22}/K_1^*); P(G_{23}/K_1^*); P(G_{24}/K_1^*); P(G_{25}/K_1^*);$$

.....

$$P(G_{k1}/K_1^*); P(G_{k2}/K_1^*); P(G_{k3}/K_1^*); P(G_{k4}/K_1^*); P(G_{k5}/K_1^*).$$

После получения этих данных (этой информации) для оценки степени неопределенности (или определенности) выявленных состояний рассматриваемой подсистемы предлагается выполнить анализ полученных значений $P(G_{kr}/K_1^*)$, как указано выше, с использованием методов теории информации.

В литературных источниках [2, 3] отмечается, что теория информации возникла как математическая теория связи и далее получила применение в разных областях науки и техники как общая теория статистически связанных понятий. В диагностике такими понятиями является ряд состояний (диагнозов) S_i и связанная с ним совокупность диагностических признаков K^* . Центральное место в теории информации занимает понятие энтропии системы. Энтропия системы в теории информации характеризует степень ее неопределенности. Это вполне применимо и к элементам строительных систем при анализе информации, полученной по результатам диагностирования их состояний.

На начальном этапе анализа можно принять, что реализация состояния одного элемента подсистемы (например, балки G_1) не влияет на вероятность возможного состояния второго элемента (балки G_2), т.е. состояния рассматриваемых подсистем принимаются статистически независимыми. При этом состояния подсистем, рассматриваемые как случайные события, при обследовании могут быть зафиксированы одновременно, т.е. такие события совместны. Тогда, следуя понятиям теории вероятностей, предлагается иметь дело с событиями совместными, но независимыми.

Решение для одного элемента подсистемы (балки G_1) приведено в [4]. Процедуру построения энтропийного анализа для нескольких подсистем предлагается проиллюстрировать на примере двух подсистем – балок G_1 и G_2 . Основываясь на данных литературных источников [2, 3], выражение для вычисления энтропии объединенной системы $G_k = G_1G_2$ запишем в следующем виде:

$$H(G_k) = H(G_1G_2) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(G_{1i}G_{2j}) \log P(G_{1i}G_{2j}). \quad (2)$$

Так как подсистемы независимы, то

$$P(G_{1i}G_{2j}) = P(G_{1i})P(G_{2j}). \quad (3)$$

С учетом равенства (3) выражение (2) примет вид

$$H(G_1G_2) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(G_{1i})P(G_{2j}) \log P(G_{1i})P(G_{2j}) =$$

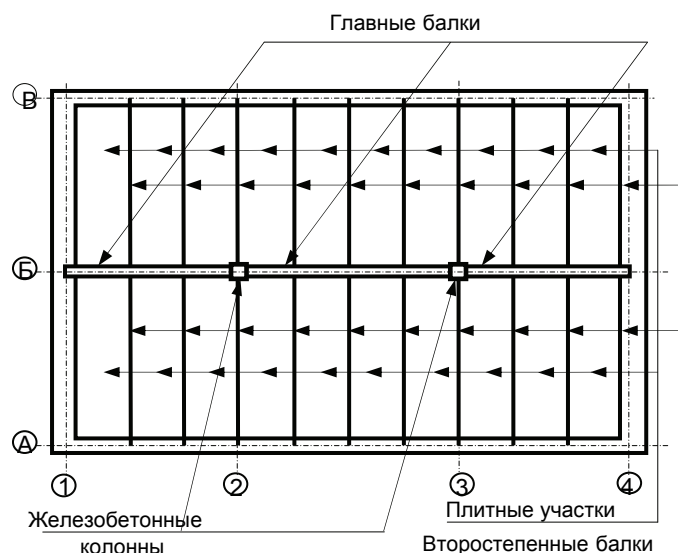


Рисунок 1. Схема раскладки элементов железобетонного монолитного перекрытия

$$= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(G_{1i})P(G_{2j})[\log P(G_{1i}) + \log(P(G_{2j}))] =$$

$$= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [P(G_{1i})P(G_{2j}) \log P(G_{1i}) + P(G_{1i})(P(G_{2j}) \log P(G_{2j}))]. \quad (4)$$

Таблица 1. Диагностическая матрица для главных балок перекрытия (G_k) в общем виде

| № п/п | Диагностические признаки | K_{js} | Разряды признаков | $p_g(k_{js})$ | Сост. S_1 | Сост. S_2 | Сост. S_3 | Сост. S_4 | Сост. S_5 |
|-------|--|----------|-------------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | | | | $P(S_1)$ | $P(S_2)$ | $P(S_3)$ | $P(S_4)$ | $P(S_5)$ |
| 1 | Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре | k_{11} | да | $p_g(k_{11})$ | $p_g(k_{11} / S_1)$ | $p_g(k_{11} / S_2)$ | $p_g(k_{11} / S_3)$ | $p_g(k_{11} / S_4)$ | $p_g(k_{11} / S_5)$ |
| | | k_{12} | нет | $p_g(k_{12})$ | $p_g(k_{12} / S_1)$ | $p_g(k_{12} / S_2)$ | $p_g(k_{12} / S_3)$ | $p_g(k_{12} / S_4)$ | $p_g(k_{12} / S_5)$ |
| 2 | Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней | k_{21} | да | $p_g(k_{21})$ | $p_g(k_{21} / S_1)$ | $p_g(k_{21} / S_2)$ | $p_g(k_{21} / S_3)$ | $p_g(k_{21} / S_4)$ | $p_g(k_{21} / S_5)$ |
| | | k_{22} | нет | $p_g(k_{22})$ | $p_g(k_{22} / S_1)$ | $p_g(k_{22} / S_2)$ | $p_g(k_{22} / S_3)$ | $p_g(k_{22} / S_4)$ | $p_g(k_{22} / S_5)$ |
| 3 | Нормальные трещины (ширина раскрытия) | k_{31} | < 0,4 мм | $p_g(k_{31})$ | $p_g(k_{31} / S_1)$ | $p_g(k_{31} / S_2)$ | $p_g(k_{31} / S_3)$ | $p_g(k_{31} / S_4)$ | $p_g(k_{31} / S_5)$ |
| | | k_{32} | до 1,0 мм | $p_g(k_{32})$ | $p_g(k_{32} / S_1)$ | $p_g(k_{32} / S_2)$ | $p_g(k_{32} / S_3)$ | $p_g(k_{32} / S_4)$ | $p_g(k_{32} / S_5)$ |
| | | k_{33} | ≥ 1,0 мм | $p_g(k_{33})$ | $p_g(k_{33} / S_1)$ | $p_g(k_{33} / S_2)$ | $p_g(k_{33} / S_3)$ | $p_g(k_{33} / S_4)$ | $p_g(k_{33} / S_5)$ |
| 4 | Наклонные трещины (наличие) | k_{41} | да | $p_g(k_{41})$ | $p_g(k_{41} / S_1)$ | $p_g(k_{41} / S_2)$ | $p_g(k_{41} / S_3)$ | $p_g(k_{41} / S_4)$ | $p_g(k_{41} / S_5)$ |
| | | k_{42} | нет | $p_g(k_{42})$ | $p_g(k_{42} / S_1)$ | $p_g(k_{42} / S_2)$ | $p_g(k_{42} / S_3)$ | $p_g(k_{42} / S_4)$ | $p_g(k_{42} / S_5)$ |
| 5 | Прочность бетона | k_{51} | проектная | $p_g(k_{51})$ | $p_g(k_{51} / S_1)$ | $p_g(k_{51} / S_2)$ | $p_g(k_{51} / S_3)$ | $p_g(k_{51} / S_4)$ | $p_g(k_{51} / S_5)$ |
| | | k_{52} | ≤ 30% | $p_g(k_{52})$ | $p_g(k_{52} / S_1)$ | $p_g(k_{52} / S_2)$ | $p_g(k_{52} / S_3)$ | $p_g(k_{52} / S_4)$ | $p_g(k_{52} / S_5)$ |
| | | k_{53} | > 30% | $p_g(k_{53})$ | $p_g(k_{53} / S_1)$ | $p_g(k_{53} / S_2)$ | $p_g(k_{53} / S_3)$ | $p_g(k_{53} / S_4)$ | $p_g(k_{53} / S_5)$ |
| 6 | Коррозия арматуры | k_{61} | < 5% | $p_g(k_{61})$ | $p_g(k_{61} / S_1)$ | $p_g(k_{61} / S_2)$ | $p_g(k_{61} / S_3)$ | $p_g(k_{61} / S_4)$ | $p_g(k_{61} / S_5)$ |
| | | k_{62} | 5 – 20 | $p_g(k_{62})$ | $p_g(k_{62} / S_1)$ | $p_g(k_{62} / S_2)$ | $p_g(k_{62} / S_3)$ | $p_g(k_{62} / S_4)$ | $p_g(k_{62} / S_5)$ |
| | | k_{63} | > 20% | $p_g(k_{63})$ | $p_g(k_{63} / S_1)$ | $p_g(k_{63} / S_2)$ | $p_g(k_{63} / S_3)$ | $p_g(k_{63} / S_4)$ | $p_g(k_{63} / S_5)$ |
| 7 | Прогиб | k_{71} | допускаемый | $p_g(k_{71})$ | $p_g(k_{71} / S_1)$ | $p_g(k_{71} / S_2)$ | $p_g(k_{71} / S_3)$ | $p_g(k_{71} / S_4)$ | $p_g(k_{71} / S_5)$ |
| | | k_{72} | ≤ 30% | $p_g(k_{72})$ | $p_g(k_{72} / S_1)$ | $p_g(k_{72} / S_2)$ | $p_g(k_{72} / S_3)$ | $p_g(k_{72} / S_4)$ | $p_g(k_{72} / S_5)$ |
| | | k_{73} | > 30% | $p_g(k_{73})$ | $p_g(k_{73} / S_1)$ | $p_g(k_{73} / S_2)$ | $p_g(k_{73} / S_3)$ | $p_g(k_{73} / S_4)$ | $p_g(k_{73} / S_5)$ |
| 8 | Условие прочности по нормальным сечениям | k_{81} | да | $p_g(k_{81})$ | $p_g(k_{81} / S_1)$ | $p_g(k_{81} / S_2)$ | $p_g(k_{81} / S_3)$ | $p_g(k_{81} / S_4)$ | $p_g(k_{81} / S_5)$ |
| | | k_{82} | нет | $p_g(k_{82})$ | $p_g(k_{82} / S_1)$ | $p_g(k_{82} / S_2)$ | $p_g(k_{82} / S_3)$ | $p_g(k_{82} / S_4)$ | $p_g(k_{82} / S_5)$ |
| 9 | Условие прочности по наклонным сечениям | k_{91} | да | $p_g(k_{91})$ | $p_g(k_{91} / S_1)$ | $p_g(k_{91} / S_2)$ | $p_g(k_{91} / S_3)$ | $p_g(k_{91} / S_4)$ | $p_g(k_{91} / S_5)$ |
| | | k_{92} | нет | $p_g(k_{92})$ | $p_g(k_{92} / S_1)$ | $p_g(k_{92} / S_2)$ | $p_g(k_{92} / S_3)$ | $p_g(k_{92} / S_4)$ | $p_g(k_{92} / S_5)$ |

Первое слагаемое в квадратных скобках можно записать следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(G_{1i})P(G_{2j}) \log P(G_{1i}) = P(G_{11}) \log P(G_{11}) \sum_{j=1}^m P(G_{2j}) + P(G_{12}) \log P(G_{12}) \sum_{j=1}^m P(G_{2j}) + \dots \quad (5)$$

Так как состояния каждой из подсистем, как случайных несовместных событий, представляют собой полную группу, то

$$\sum_{i=1}^n P(G_{1i}) = 1; \quad \sum_{j=1}^m P(G_{2j}) = 1. \quad (6)$$

Тогда сумма (5) с учетом (6) примет вид

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(G_{1i})P(G_{2j}) \log P(G_{1i}) = \sum_{i=1}^n P(G_{1i}) \log P(G_{1i}).$$

Если для второй суммы в формуле (5) выполнить аналогичные преобразования, то эта формула запишется так:

Соколов В.А. Построение решения для оценки технического состояния конструктивных систем зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания

$$H(G_1G_2) = -\left[\sum_{i=1}^n P(G_{1i}) \log P(G_{1i}) + \sum_{j=1}^m P(G_{2j}) \log P(G_{2j})\right], \quad (7)$$

или окончательно

$$H(G_1G_2) = H(G_1) + H(G_2). \quad (8)$$

Таким образом, энтропия сложной системы, объединяющей две статистически независимые подсистемы, как видно, равна сумме энтропий этих подсистем. Так как энтропия системы – величина всегда положительная (или равна 0), то при объединении подсистем энтропия только возрастает (или остается прежней).

Тогда по аналогии энтропия состояния подсистемы «главные балки» $H(G_1G_2...G_k)$ в общем виде определится формулой [6]:

$$H(G_1G_2...G_k) = \sum_{k=1}^g H(G_k) = H(G_1) + H(G_2) + \dots + H(G_k).$$

Максимально возможная энтропия такой системы может быть определена по зависимости:

$$H(G_1G_2...G_k)_{\max} = g \log n_{\max}.$$

Тогда количество внесенной информации $V(G_1G_2...G_k)$ [5, 6]:

$$V(G_1G_2...G_k) = \sum_{k=1}^g V(G_k) = V(G_1) + V(G_2) + \dots + V(G_k).$$

Величина $V(G_1G_2...G_k)$, как отмечено в [5, 6], характеризует степень определенности, или количество внесенной информации для объединенной подсистемы «главные балки» $G = G_1G_2...G_k$, и оценивает ее информационный вклад в состояние системы следующего, более высокого, уровня, в данном случае конструктивной системы «перекрытие». В ряде литературных источников ее еще называют «остаточная» энтропия по отношению к максимуму, т. е. $V(G_1G_2...G_k) = H(G_1G_2...G_k)_{\max} - H(G_1G_2...G_k)$.

Вероятности степени определенности состояния главных балок вводятся в процедуру предлагаемого структурного анализа в виде следующих зависимостей:

$$P(V_1) = V(G_1)/V(G_1G_2...G_k);$$

$$P(V_2) = V(G_2)/V(G_1G_2...G_k);$$

.....

$$P(V_k) = V(G_k)/V(G_1G_2...G_k).$$

Тогда вероятности реализации пяти категорий технического состояния для объединенной системы $G_1G_2...G_k$ вычисляются по следующим формулам:

$$P_1(G_1G_2...G_k)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k1}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{11}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{21}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(G_{k1}/K_1^*)P(V_k);$$

$$P_2(G_1G_2...G_k)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k2}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{12}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{22}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(G_{k2}/K_1^*)P(V_k);$$

$$P_3(G_1G_2...G_k)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k3}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{13}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{23}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(G_{k3}/K_1^*)P(V_k);$$

$$P_4(G_1G_2...G_k)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k4}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{14}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{24}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(G_{k4}/K_1^*)P(V_k);$$

$$P_5(G_1G_2...G_k)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{k5}/K_1^*)P(V_k) = P(G_{15}/K_1^*)P(V_1) + P(G_{25}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(G_{k5}/K_1^*)P(V_k).$$

Эти зависимости можно записать в матричной форме, в которой удобно выполнять необходимые вычисления:

$$\{P_i(G_k)\} = \{P(V_k)\} [P(G_{ki})].$$

Или в общем виде для всех состояний $S_i (i = 1, 2, \dots, n = 5)$ и всех элементов подсистемы $(k = 1, 2, \dots, g)$ при совокупности признаков K_1^* :

$$P_i(G_k)/K_1^* = \sum_{k=1}^g P(G_{ki}/K_1^*)P(V_k).$$

Соколов В.А. Построение решения для оценки технического состояния конструктивных систем зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания

Таким образом, окончательно по результатам вычислений получены апостериорные вероятности состояний подсистемы «главные балки»:

$$P_1(G_k) = P_1(G_1 G_2 \dots G_k) / K_1^*; \quad P_2(G_k) = P_2(G_1 G_2 \dots G_k) / K_1^*; \quad P_3(G_k) = P_3(G_1 G_2 \dots G_k) / K_1^*; \quad P_4(G_k) = P_4(G_1 G_2 \dots G_k) / K_1^*; \\ P_5(G_k) = P_5(G_1 G_2 \dots G_k) / K_1^*.$$

Второстепенные балки. Вероятностный анализ состояний второстепенных балок W_k ($k = 1, 2, \dots, w$) выполнен с использованием аналогичного подхода на основе полученной по результатам многочисленных обследований перекрытий подобного типа диагностической матрицы (табл. 2). Как видно, диагностические признаки остались такими же, как и для главных балок, т. е. совокупность признаков K_1 сохранилась. По результатам обследования каждой балки вычисляются апостериорные вероятности тех же пяти состояний в виде ряда вероятностей $P(W_{nk}/K_1)$, энтропия $H(W_k)$, степень определенности этих элементов подсистемы $V(W_k)$ и вероятности степени определенности $P(V_k)$. Таким образом, для подсистемы «второстепенные балки» по аналогии с главными балками получены следующие параметры:

$$H(W_1 W_2 \dots W_w) = \sum_{k=1}^w H(W_k) = H(W_1) + H(W_2) + \dots + H(W_w).$$

Таблица 2. Диагностическая матрица для второстепенных балок перекрытия (W_k) в общем виде

| № п/п | Диагностические признаки | K_{js} | Разряды признак ов | $p_w(k_{js})$ | Сост. S ₁ | Сост. S ₂ | Сост. S ₃ | Сост. S ₄ | Сост. S ₅ |
|-------|--|-----------------|--------------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | | | | | $P(S_1)$ | $P(S_2)$ | $P(S_3)$ | $P(S_4)$ | $P(S_5)$ |
| 1 | Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре | k ₁₁ | да | $p_w(k_{11})$ | $p_w(k_{11}/S_1)$ | $p_w(k_{11}/S_2)$ | $p_w(k_{11}/S_3)$ | $p_w(k_{11}/S_4)$ | $p_w(k_{11}/S_5)$ |
| | | k ₁₂ | нет | $p_w(k_{12})$ | $p_w(k_{12}/S_1)$ | $p_w(k_{12}/S_2)$ | $p_w(k_{12}/S_3)$ | $p_w(k_{12}/S_4)$ | $p_w(k_{12}/S_5)$ |
| 2 | Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней | k ₂₁ | да | $p_w(k_{21})$ | $p_w(k_{21}/S_1)$ | $p_w(k_{21}/S_2)$ | $p_w(k_{21}/S_3)$ | $p_w(k_{21}/S_4)$ | $p_w(k_{21}/S_5)$ |
| | | k ₂₂ | нет | $p_w(k_{22})$ | $p_w(k_{22}/S_1)$ | $p_w(k_{22}/S_2)$ | $p_w(k_{22}/S_3)$ | $p_w(k_{22}/S_4)$ | $p_w(k_{22}/S_5)$ |
| 3 | Нормальные трещины (ширина раскрытия) | k ₃₁ | < 0,4 мм | $p_w(k_{31})$ | $p_w(k_{31}/S_1)$ | $p_w(k_{31}/S_2)$ | $p_w(k_{31}/S_3)$ | $p_w(k_{31}/S_4)$ | $p_w(k_{31}/S_5)$ |
| | | k ₃₂ | < 1,0 мм | $p_w(k_{32})$ | $p_w(k_{32}/S_1)$ | $p_w(k_{32}/S_2)$ | $p_w(k_{32}/S_3)$ | $p_w(k_{32}/S_4)$ | $p_w(k_{32}/S_5)$ |
| | | k ₃₃ | ≥ 1,0 мм | $p_w(k_{33})$ | $p_w(k_{33}/S_1)$ | $p_w(k_{33}/S_2)$ | $p_w(k_{33}/S_3)$ | $p_w(k_{33}/S_4)$ | $p_w(k_{33}/S_5)$ |
| 4 | Наклонные трещины (наличие) | k ₄₁ | да | $p_w(k_{41})$ | $p_w(k_{41}/S_1)$ | $p_w(k_{41}/S_2)$ | $p_w(k_{41}/S_3)$ | $p_w(k_{41}/S_4)$ | $p_w(k_{41}/S_5)$ |
| | | k ₄₂ | нет | $p_w(k_{42})$ | $p_w(k_{42}/S_1)$ | $p_w(k_{42}/S_2)$ | $p_w(k_{42}/S_3)$ | $p_w(k_{42}/S_4)$ | $p_w(k_{42}/S_5)$ |
| 5 | Прочность бетона | k ₅₁ | проектная | $p_w(k_{51})$ | $p_w(k_{51}/S_1)$ | $p_w(k_{51}/S_2)$ | $p_w(k_{51}/S_3)$ | $p_w(k_{51}/S_4)$ | $p_w(k_{51}/S_5)$ |
| | | k ₅₂ | ≤ 30% | $p_w(k_{52})$ | $p_w(k_{52}/S_1)$ | $p_w(k_{52}/S_2)$ | $p_w(k_{52}/S_3)$ | $p_w(k_{52}/S_4)$ | $p_w(k_{52}/S_5)$ |
| | | k ₅₃ | > 30% | $p_w(k_{53})$ | $p_w(k_{53}/S_1)$ | $p_w(k_{53}/S_2)$ | $p_w(k_{53}/S_3)$ | $p_w(k_{53}/S_4)$ | $p_w(k_{53}/S_5)$ |
| 6 | Коррозия арматуры | k ₆₁ | < 5% | $p_w(k_{61})$ | $p_w(k_{61}/S_1)$ | $p_w(k_{61}/S_2)$ | $p_w(k_{61}/S_3)$ | $p_w(k_{61}/S_4)$ | $p_w(k_{61}/S_5)$ |
| | | k ₆₂ | 5 – 20 | $p_w(k_{62})$ | $p_w(k_{62}/S_1)$ | $p_w(k_{62}/S_2)$ | $p_w(k_{62}/S_3)$ | $p_w(k_{62}/S_4)$ | $p_w(k_{62}/S_5)$ |
| | | k ₆₃ | > 20% | $p_w(k_{63})$ | $p_w(k_{63}/S_1)$ | $p_w(k_{63}/S_2)$ | $p_w(k_{63}/S_3)$ | $p_w(k_{63}/S_4)$ | $p_w(k_{63}/S_5)$ |
| 7 | Прогиб | k ₇₁ | допустимый | $p_w(k_{71})$ | $p_w(k_{71}/S_1)$ | $p_w(k_{71}/S_2)$ | $p_w(k_{71}/S_3)$ | $p_w(k_{71}/S_4)$ | $p_w(k_{71}/S_5)$ |
| | | k ₇₂ | ≤ 30% | $p_w(k_{72})$ | $p_w(k_{72}/S_1)$ | $p_w(k_{72}/S_2)$ | $p_w(k_{72}/S_3)$ | $p_w(k_{72}/S_4)$ | $p_w(k_{72}/S_5)$ |
| | | k ₇₃ | > 30% | $p_w(k_{73})$ | $p_w(k_{73}/S_1)$ | $p_w(k_{73}/S_2)$ | $p_w(k_{73}/S_3)$ | $p_w(k_{73}/S_4)$ | $p_w(k_{73}/S_5)$ |
| 8 | Условие прочности по нормальным сечениям | k ₈₁ | да | $p_w(k_{81})$ | $p_w(k_{81}/S_1)$ | $p_w(k_{81}/S_2)$ | $p_w(k_{81}/S_3)$ | $p_w(k_{81}/S_4)$ | $p_w(k_{81}/S_5)$ |
| | | k ₈₂ | нет | $p_w(k_{82})$ | $p_w(k_{82}/S_1)$ | $p_w(k_{82}/S_2)$ | $p_w(k_{82}/S_3)$ | $p_w(k_{82}/S_4)$ | $p_w(k_{82}/S_5)$ |
| 9 | Условие прочности по наклонным сечениям | k ₉₁ | да | $p_w(k_{91})$ | $p_w(k_{91}/S_1)$ | $p_w(k_{91}/S_2)$ | $p_w(k_{91}/S_3)$ | $p_w(k_{91}/S_4)$ | $p_w(k_{91}/S_5)$ |
| | | k ₉₂ | нет | $p_w(k_{92})$ | $p_w(k_{92}/S_1)$ | $p_w(k_{92}/S_2)$ | $p_w(k_{92}/S_3)$ | $p_w(k_{92}/S_4)$ | $p_w(k_{92}/S_5)$ |

Максимально возможная энтропия этой подсистемы определяется зависимостью:

$$H(W_1 W_2 W_3 \dots W_w)_{\max} = w \log n_{\max}.$$

Остаточная энтропия:

$$V(W_1W_2...W_w) = \sum_{k=1}^w V(W_k) = V(W_1) + V(W_2) + \dots + V(W_w).$$

Вероятности степени определенности для второстепенных балок по аналогии с главными определены по формулам:

$$P(V_1) = V(W_1)/V(W_1W_2W_3...W_w),$$

$$P(V_2) = V(W_2)/V(W_1W_2W_3...W_w),$$

.....

$$P(V_w) = V(W_w)/V(W_1W_2W_3...W_w).$$

Тогда вероятности реализации пяти категорий технического состояния ($n = 1, 2, \dots, 5$) для объединенной системы «второстепенные балки» $W_1W_2...W_w$ определяются по аналогичным зависимостям:

$$P_1(W_1W_2...W_w)/K_1^* = \sum_{k=1}^w P(W_{k1}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{11}/K_1^*)P(V_1) + P(W_{21}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(W_{w1}/K_1^*)P(V_w);$$

$$P_2(W_1W_2...W_w)/K_1^* = \sum_{k=1}^w P(W_{k2}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{12}/K_1^*)P(V_1) + P(W_{22}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(W_{w2}/K_1^*)P(V_w);$$

$$P_3(W_1W_2...W_w)/K_1^* = \sum_{k=1}^w P(W_{k3}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{13}/K_1^*)P(V_1) + P(W_{23}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(W_{w3}/K_1^*)P(V_w);$$

$$P_4(W_1W_2...W_w)/K_1^* = \sum_{k=1}^w P(W_{k4}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{14}/K_1^*)P(V_1) + P(W_{24}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(W_{w4}/K_1^*)P(V_w);$$

$$P_5(W_1W_2...W_w)/K_1^* = \sum_{k=1}^w P(W_{k5}/K_1^*)P(V_k) = P(W_{15}/K_1^*)P(V_1) + P(W_{25}/K_1^*)P(V_2) + \dots + P(W_{w5}/K_1^*)P(V_w).$$

Запись в матричной форме имеет вид:

$$\{P_i(W_k)\} = \{P(V_k)\} [P(W_{ki})].$$

В общем же виде они записываются следующим образом:

$$P_i(W_k)/K_1^* = \sum_{k=1}^w P(W_{ki}/K_1^*)P(V_k).$$

По результатам вычислений получен ряд апостериорных вероятностей состояний подсистемы «второстепенные балки»:

$$P_1(W_k) = P_1(W_1W_2...W_k)/K_1^*; P_2(W_k) = P_2(W_1W_2...W_k)/K_1^*; P_3(W_k) = P_3(W_1W_2...W_k)/K_1^*; P_4(W_k) = P_4(W_1W_2...W_k)/K_1^*;$$

$$P_5(W_k) = P_5(W_1W_2...W_k)/K_1^*.$$

Плитные участки. Анализ состояний плитных участков F_k ($k = 1, 2, \dots, f$) выполнен также на основе полученной по результатам многочисленных обследований плитных участков железобетонных перекрытий диагностической матрицы (табл. 3). Как видно, диагностические признаки изменились, т. е. сформулирована новая совокупность признаков K_2 . Здесь также по результатам обследования каждого участка вычислены апостериорные вероятности тех же пяти состояний $P(F_{nk}/K_2^*)$, энтропия $H(F_k)$, степень определенности этих элементов подсистемы $V(F_k)$ и вероятности степени определенности $P(V_k)$. Далее для этой подсистемы по аналогии с главными и второстепенными балками получены следующие параметры:

$$H(F_1F_2...F_f) = \sum_{k=1}^f H(F_k) = H(F_1) + H(F_2) + \dots + H(F_f).$$

Максимальная энтропия подсистемы:

$$H(F_1F_2...F_f)_{\max} = f \log n_{\max}.$$

Остаточная энтропия:

$$V(F_1F_2...F_f) = \sum_{k=1}^f V(F_k) = V(F_1) + V(F_2) + \dots + V(F_f).$$

Вероятности степени определенности определены по аналогичным формулам:

$$P(V_1) = V(F_1)/V(F_1F_2...F_k),$$

$$P(V_2) = V(F_2)/V(F_1F_2...F_k),$$

.....

$$P(V_f) = V(F_f)/V(F_1F_2...F_f).$$

Таблица 3. Диагностическая матрица для плитных участков перекрытия (F_k) в общем виде

| № п/п | Диагностические признаки | K_{js} | Разряды признаков | $p_f(k_{js})$ | Сост. S_1 | Сост. S_2 | Сост. S_3 | Сост. S_4 | Сост. S_5 |
|-------|--|----------|-------------------|---------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | | | | | $P(S_1)$ | $P(S_2)$ | $P(S_3)$ | $P(S_4)$ | $P(S_5)$ |
| 1 | Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре | k_{11} | да | $p_f(k_{31})$ | $p_f(k_{31}/S_1)$ | $p_f(k_{31}/S_2)$ | $p_f(k_{31}/S_3)$ | $p_f(k_{31}/S_4)$ | $p_f(k_{31}/S_5)$ |
| | | k_{12} | нет | $p_f(k_{32})$ | $p_f(k_{32}/S_1)$ | $p_f(k_{32}/S_2)$ | $p_f(k_{32}/S_3)$ | $p_f(k_{32}/S_4)$ | $p_f(k_{12}/S_5)$ |
| 2 | Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней | k_{21} | да | $p_f(k_{21})$ | $p_f(k_{21}/S_1)$ | $p_f(k_{21}/S_2)$ | $p_f(k_{21}/S_3)$ | $p_f(k_{21}/S_4)$ | $p_f(k_{21}/S_5)$ |
| | | k_{22} | нет | $p_f(k_{22})$ | $p_f(k_{22}/S_1)$ | $p_f(k_{22}/S_2)$ | $p_f(k_{22}/S_3)$ | $p_f(k_{22}/S_4)$ | $p_f(k_{22}/S_5)$ |
| 3 | Протечки технических жидкостей (в том числе масел, нефтепродуктов) | k_{31} | нет | $p_f(k_{31})$ | $p_f(k_{31}/S_1)$ | $p_f(k_{31}/S_2)$ | $p_f(k_{31}/S_3)$ | $p_f(k_{31}/S_4)$ | $p_f(k_{31}/S_5)$ |
| | | k_{32} | периодические | $p_f(k_{32})$ | $p_f(k_{32}/S_1)$ | $p_f(k_{32}/S_2)$ | $p_f(k_{32}/S_3)$ | $p_f(k_{32}/S_4)$ | $p_f(k_{12}/S_5)$ |
| | | k_{33} | постоянные | $p_f(k_{33})$ | $p_f(k_{33}/S_1)$ | $p_f(k_{33}/S_2)$ | $p_f(k_{33}/S_3)$ | $p_f(k_{33}/S_4)$ | $p_f(k_{13}/S_5)$ |
| 4 | Силовые трещины (наличие) | k_{41} | да | $p_f(k_{41})$ | $p_f(k_{41}/S_1)$ | $p_f(k_{41}/S_2)$ | $p_f(k_{41}/S_3)$ | $p_f(k_{41}/S_4)$ | $p_f(k_{41}/S_5)$ |
| | | k_{42} | нет | $p_f(k_{42})$ | $p_f(k_{42}/S_1)$ | $p_f(k_{42}/S_2)$ | $p_f(k_{42}/S_3)$ | $p_f(k_{42}/S_4)$ | $p_f(k_{42}/S_5)$ |
| 5 | Прочность бетона | k_{51} | проектная | $p_f(k_{51})$ | $p_f(k_{51}/S_1)$ | $p_f(k_{51}/S_2)$ | $p_f(k_{51}/S_3)$ | $p_f(k_{51}/S_4)$ | $p_f(k_{51}/S_5)$ |
| | | k_{52} | $\leq 30\%$ | $p_f(k_{52})$ | $p_f(k_{52}/S_1)$ | $p_f(k_{52}/S_2)$ | $p_f(k_{52}/S_3)$ | $p_f(k_{52}/S_4)$ | $p_f(k_{52}/S_5)$ |
| | | k_{53} | $> 30\%$ | $p_f(k_{53})$ | $p_f(k_{53}/S_1)$ | $p_f(k_{53}/S_2)$ | $p_f(k_{53}/S_3)$ | $p_f(k_{53}/S_4)$ | $p_f(k_{53}/S_5)$ |
| 6 | Коррозия арматуры | k_{61} | $< 5\%$ | $p_f(k_{61})$ | $p_f(k_{61}/S_1)$ | $p_f(k_{61}/S_2)$ | $p_f(k_{61}/S_3)$ | $p_f(k_{61}/S_4)$ | $p_f(k_{61}/S_5)$ |
| | | k_{62} | 5 – 20 | $p_f(k_{62})$ | $p_f(k_{62}/S_1)$ | $p_f(k_{62}/S_2)$ | $p_f(k_{62}/S_3)$ | $p_f(k_{62}/S_4)$ | $p_f(k_{62}/S_5)$ |
| | | k_{63} | $> 20\%$ | $p_f(k_{63})$ | $p_f(k_{63}/S_1)$ | $p_f(k_{63}/S_2)$ | $p_f(k_{63}/S_3)$ | $p_f(k_{63}/S_4)$ | $p_f(k_{63}/S_5)$ |
| 7 | Прогиб (наличие) | k_{71} | да | $p_f(k_{71})$ | $p_f(k_{71}/S_1)$ | $p_f(k_{71}/S_2)$ | $p_f(k_{71}/S_3)$ | $p_f(k_{71}/S_4)$ | $p_f(k_{71}/S_5)$ |
| | | k_{72} | нет | $p_f(k_{72})$ | $p_f(k_{72}/S_1)$ | $p_f(k_{72}/S_2)$ | $p_f(k_{72}/S_3)$ | $p_f(k_{72}/S_4)$ | $p_f(k_{72}/S_5)$ |
| 8 | Условие прочности по нормальным сечениям | k_{81} | да | $p_f(k_{81})$ | $p_f(k_{81}/S_1)$ | $p_f(k_{81}/S_2)$ | $p_f(k_{81}/S_3)$ | $p_f(k_{81}/S_4)$ | $p_f(k_{81}/S_5)$ |
| | | k_{82} | нет | $p_f(k_{82})$ | $p_f(k_{82}/S_1)$ | $p_f(k_{82}/S_2)$ | $p_f(k_{82}/S_3)$ | $p_f(k_{82}/S_4)$ | $p_f(k_{82}/S_5)$ |

Вероятности реализации пяти категорий технического состояния ($n = 1, 2, \dots, 5$) для объединенной системы «плитные участки» $F_1F_2...F_f$ определяются также по аналогичным зависимостям:

$$R_1(F_1F_2...F_f)/K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k1}/K_2^*)P(V_k) = P(F_{11}/K_2^*)P(V_1) + P(F_{21}/K_2^*)P(V_2) + \dots + P(F_{f1}/K_2^*)P(V_f);$$

$$R_2(F_1F_2...F_f)/K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k2}/K_2^*)P(V_k) = P(F_{12}/K_2^*)P(V_1) + P(F_{22}/K_2^*)P(V_2) + \dots + P(F_{f2}/K_2^*)P(V_f);$$

$$R_3(F_1F_2...F_f)/K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k3}/K_2^*)P(V_k) = P(F_{13}/K_2^*)P(V_1) + P(F_{23}/K_2^*)P(V_2) + \dots + P(F_{f3}/K_2^*)P(V_f);$$

$$R_4(F_1F_2...F_f)/K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k4}/K_2^*)P(V_k) = P(F_{14}/K_2^*)P(V_1) + P(F_{24}/K_2^*)P(V_2) + \dots + P(F_{f4}/K_2^*)P(V_f);$$

$$R_5(F_1F_2...F_f)/K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{k5}/K_2^*)P(V_k) = P(F_{15}/K_2^*)P(V_1) + P(F_{25}/K_2^*)P(V_2) + \dots + P(F_{f5}/K_2^*)P(V_f).$$

В матричной форме эти зависимости записываются следующим образом:

$$\{P_i(F_k)\} = \{P(F_k)\} [P(F_{ki})].$$

А в общем виде

$$P_i(F_k) / K_2^* = \sum_{k=1}^f P(F_{ki} / K_2^*) P(V_k).$$

По результатам выполненных вычислений также получены апостериорные вероятности состояний подсистемы «плитные участки»:

$$P_1(F_k) = P_1(F_1 F_2 \dots F_f) / K_2^*; \quad P_2(F_k) = P_2(F_1 F_2 \dots F_f) / K_2^*; \quad P_3(F_k) = P_3(F_1 F_2 \dots F_f) / K_2^*; \quad P_4(F_k) = P_4(F_1 F_2 \dots F_f) / K_2^*; \\ P_5(F_k) = P_5(F_1 F_2 \dots F_f) / K_2^*.$$

Колонны. Ниже приведен вероятностный анализ состояний колонн L_k ($k = 1, 2, \dots, l$), выполненный также на основе результатов многочисленных обследований колонн железобетонных перекрытий, представленных в соответствующей диагностической матрице (табл. 4). Здесь диагностические признаки тоже изменились, т. е. тоже сформулирована своя совокупность K_3 . Изменились и вероятностные параметры их проявления. Далее, по результатам обследования каждой колонны вычислены апостериорные вероятности тех же пяти состояний $P(L_{nk}/K_3)$, энтропия $H(L_k)$, степень определенности этих элементов подсистемы $V(L_k)$ и вероятности степени определенности $P(V_k)$.

Таблица 4. Диагностическая матрица для колонн (L_k) в общем виде

| № п/п | Диагностические признаки | K_{js} | Разряды признаков | $p_i(K_{js})$ | Сост. S_1 | Сост. S_2 | Сост. S_3 | Сост. S_4 | Сост. S_5 |
|-------|--|----------|-------------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| | | | | | $P(S_1)$ | $P(S_2)$ | $P(S_3)$ | $P(S_4)$ | $P(S_5)$ |
| 1 | Повреждения бетона, снижающие его свойства по отношению к арматуре | k_{11} | да | $p_i(k_{11})$ | $p_i(k_{11} / S_1)$ | $p_i(k_{11} / S_2)$ | $p_i(k_{11} / S_3)$ | $p_i(k_{11} / S_4)$ | $p_i(k_{11} / S_5)$ |
| | | k_{12} | нет | $p_i(k_{12})$ | $p_i(k_{21} / S_1)$ | $p_i(k_{21} / S_2)$ | $p_i(k_{21} / S_3)$ | $p_i(k_{21} / S_4)$ | $p_i(k_{21} / S_5)$ |
| 2 | Продольные трещины в защитном слое вдоль арматурных стержней | k_{21} | да | $p_i(k_{21})$ | $p_i(k_{21} / S_1)$ | $p_i(k_{21} / S_2)$ | $p_i(k_{21} / S_3)$ | $p_i(k_{21} / S_4)$ | $p_i(k_{21} / S_5)$ |
| | | k_{22} | нет | $p_i(k_{22})$ | $p_i(k_{22} / S_1)$ | $p_i(k_{22} / S_2)$ | $p_i(k_{22} / S_3)$ | $p_i(k_{22} / S_4)$ | $p_i(k_{22} / S_5)$ |
| 3 | Трещины в защитном слое вдоль поперечных арматурных стержней | k_{31} | да | $p_i(k_{31})$ | $p_i(k_{31} / S_1)$ | $p_i(k_{31} / S_2)$ | $p_i(k_{31} / S_3)$ | $p_i(k_{31} / S_4)$ | $p_i(k_{31} / S_5)$ |
| | | k_{32} | нет | $p_i(k_{32})$ | $p_i(k_{32} / S_1)$ | $p_i(k_{32} / S_2)$ | $p_i(k_{32} / S_3)$ | $p_i(k_{32} / S_4)$ | $p_i(k_{32} / S_5)$ |
| 4 | Силовые продольные трещины | k_{41} | да | $p_i(k_{41})$ | $p_i(k_{41} / S_1)$ | $p_i(k_{41} / S_2)$ | $p_i(k_{41} / S_3)$ | $p_i(k_{41} / S_4)$ | $p_i(k_{41} / S_5)$ |
| | | k_{42} | нет | $p_i(k_{42})$ | $p_i(k_{42} / S_1)$ | $p_i(k_{42} / S_2)$ | $p_i(k_{42} / S_3)$ | $p_i(k_{42} / S_4)$ | $p_i(k_{42} / S_5)$ |
| 5 | Прочность бетона | k_{51} | проектная | $p_i(k_{51})$ | $p_i(k_{51} / S_1)$ | $p_i(k_{51} / S_2)$ | $p_i(k_{51} / S_3)$ | $p_i(k_{51} / S_4)$ | $p_i(k_{51} / S_5)$ |
| | | k_{52} | $\leq 30\%$ | $p_i(k_{52})$ | $p_i(k_{52} / S_1)$ | $p_i(k_{52} / S_2)$ | $p_i(k_{52} / S_3)$ | $p_i(k_{52} / S_4)$ | $p_i(k_{52} / S_5)$ |
| | | k_{53} | $> 30\%$ | $p_i(k_{53})$ | $p_i(k_{53} / S_1)$ | $p_i(k_{53} / S_2)$ | $p_i(k_{53} / S_3)$ | $p_i(k_{53} / S_4)$ | $p_i(k_{53} / S_5)$ |
| 6 | Коррозия арматуры | k_{61} | $< 5\%$ | $p_i(k_{61})$ | $p_i(k_{61} / S_1)$ | $p_i(k_{61} / S_2)$ | $p_i(k_{61} / S_3)$ | $p_i(k_{61} / S_4)$ | $p_i(k_{61} / S_5)$ |
| | | k_{62} | 5 – 20 | $p_i(k_{62})$ | $p_i(k_{62} / S_1)$ | $p_i(k_{62} / S_2)$ | $p_i(k_{62} / S_3)$ | $p_i(k_{62} / S_4)$ | $p_i(k_{62} / S_5)$ |
| | | k_{63} | $> 20\%$ | $p_i(k_{63})$ | $p_i(k_{63} / S_1)$ | $p_i(k_{63} / S_2)$ | $p_i(k_{63} / S_3)$ | $p_i(k_{63} / S_4)$ | $p_i(k_{63} / S_5)$ |
| 7 | Отклонение от вертикали | k_{71} | допускаемое | $p_i(k_{71})$ | $p_i(k_{71} / S_1)$ | $p_i(k_{71} / S_2)$ | $p_i(k_{71} / S_3)$ | $p_i(k_{71} / S_4)$ | $p_i(k_{71} / S_5)$ |
| | | k_{72} | $\leq 30\%$ | $p_i(k_{72})$ | $p_i(k_{72} / S_1)$ | $p_i(k_{72} / S_2)$ | $p_i(k_{72} / S_3)$ | $p_i(k_{72} / S_4)$ | $p_i(k_{72} / S_5)$ |
| | | k_{73} | $> 30\%$ | $p_i(k_{73})$ | $p_i(k_{73} / S_1)$ | $p_i(k_{73} / S_2)$ | $p_i(k_{73} / S_3)$ | $p_i(k_{73} / S_4)$ | $p_i(k_{73} / S_5)$ |
| 8 | Условие прочности по нормальным сечениям | k_{81} | да | $p_i(k_{81})$ | $p_i(k_{81} / S_1)$ | $p_i(k_{81} / S_2)$ | $p_i(k_{81} / S_3)$ | $p_i(k_{81} / S_4)$ | $p_i(k_{81} / S_5)$ |
| | | k_{82} | нет | $p_i(k_{82})$ | $p_i(k_{82} / S_1)$ | $p_i(k_{82} / S_2)$ | $p_i(k_{82} / S_3)$ | $p_i(k_{82} / S_4)$ | $p_i(k_{82} / S_5)$ |

Энтропия подсистемы «колонны»:

$$H(L_1 L_2 \dots L_k) = \sum_{k=1}^l H(L_k) = H(L_1) + H(L_2) + \dots + H(L_k).$$

Соколов В.А. Построение решения для оценки технического состояния конструктивных систем зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания

Максимально возможная энтропия и степень определенности этой подсистемы определяются зависимостями:

$$H(L_1L_2...L_k)_{\max} = l \log n_{\max}.$$

$$V(L_1L_2...L_k) = \sum_{k=1}^l V(L_k) = V(L_1) + V(L_2) + \dots + V(L_k).$$

Вероятности степени определенности получились равными:

$$P(V_1) = V(L_1)/V(L_1L_2...L_k),$$

$$P(V_2) = V(L_2)/V(L_1L_2...L_k),$$

.....,

$$P(V_j) = V(L_j)/V(L_1L_2...L_j).$$

В таком случае вероятности реализации пяти категорий технического состояния для объединенной системы $L = L_1L_2$ определяются по следующим зависимостям:

$$P_1(L_1L_2...L_k)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k1}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{11}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{21}/K_3^*)P(V_2) + \dots + P(L_{k1}/K_3^*)P(V_l);$$

$$P_2(L_1L_2...L_k)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k2}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{12}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{22}/K_3^*)P(V_2) + \dots + P(L_{k2}/K_3^*)P(V_l);$$

$$P_3(L_1L_2...L_k)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k3}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{13}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{23}/K_3^*)P(V_2) + \dots + P(L_{k3}/K_3^*)P(V_l);$$

$$P_4(L_1L_2...L_k)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k4}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{14}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{24}/K_3^*)P(V_2) + \dots + P(L_{k4}/K_3^*)P(V_l);$$

$$P_5(L_1L_2...L_k)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{k5}/K_3^*)P(V_k) = P(L_{15}/K_3^*)P(V_1) + P(L_{25}/K_3^*)P(V_2) + \dots + P(L_{k5}/K_3^*)P(V_l).$$

Матричный вид записи:

$$\{P_i(L_k)\} = \{P(L_k)\} [P(L_{ki})].$$

В общем виде:

$$P_i(L_k)/K_3^* = \sum_{k=1}^l P(L_{ki}/K_3^*)P(V_k).$$

По результатам вычислений по указанным зависимостям получен аналогичный ряд апостериорных вероятностей состояний подсистемы «колонны»:

$$P_1(L_k) = P_1(L_1L_2...L_l)/K_3^*; \quad P_2(L_k) = P_2(L_1L_2...L_l)/K_3^*; \quad P_3(L_k) = P_3(L_1L_2...L_l)/K_3^*; \quad P_4(L_k) = P_4(L_1L_2...L_l)/K_3^*;$$

$$P_5(L_k) = P_5(L_1L_2...L_l)/K_3^*.$$

Таким образом, по данным выполненного вероятностного анализа для четырех подсистем перекрытия – «главные балки», «второстепенные балки», «плитные участки» и «колонны» получены вероятностные параметры, по которым можно выполнить анализ состояния конструктивной системы «перекрытие» – $U(GWFL)$. Полученные результаты удобно свести в таблицу.

Таблица 5. Результаты вероятностного расчета для системы «перекрытие»

| Подсистемы | $P_1(U_k)$ | $P_2(U_k)$ | $P_3(U_k)$ | $P_4(U_k)$ | $P_5(U_k)$ | $H(U_k)$ | $V(U_k)$ | $P(V_k)$ |
|----------------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------------|-------------------|----------|
| Главные балки | $P_1(G_k)$ | $P_2(G_k)$ | $P_3(G_k)$ | $P_4(G_k)$ | $P_5(G_k)$ | $H(G_1G_2...G_k)$ | $V(G_1G_2...G_k)$ | $P(V_g)$ |
| Второстепенные балки | $P_1(W_k)$ | $P_2(W_k)$ | $P_3(W_k)$ | $P_4(W_k)$ | $P_5(W_k)$ | $H(W_1W_2...W_k)$ | $V(W_1W_2...W_k)$ | $P(V_w)$ |
| Плитные участки | $P_1(F_k)$ | $P_2(F_k)$ | $P_3(F_k)$ | $P_4(F_k)$ | $P_5(F_k)$ | $H(F_1F_2...F_k)$ | $V(F_1F_2...F_k)$ | $P(V_f)$ |
| Колонны | $P_1(L_k)$ | $P_2(L_k)$ | $P_3(L_k)$ | $P_4(L_k)$ | $P_5(L_k)$ | $H(L_1L_2...L_k)$ | $V(L_1L_2...L_k)$ | $P(V_l)$ |

По данным табл. 5 для конструктивной системы «перекрытие», следуя рассмотренной методике, вычислены следующие параметры

$$H(U_k) = \sum_{k=1}^u H(U_k) = H(U_1) + H(U_2) + H(U_3) + H(U_4).$$

$$V(U_k) = \sum_{k=1}^u V(U_k) = V(U_1) + V(U_2) + V(U_3) + V(U_4).$$

Вероятности степени определенности в последней колонке таблицы 5 вычислены по формулам:

$$P(V_1) = V(U_1)/V(U_k); P(V_2) = V(U_2)/V(U_k); P(V_3) = V(U_3)/V(U_k); P(V_4) = V(U_4)/V(U_k).$$

Тогда окончательно вероятности реализации пяти категорий технического состояния для объединенной системы «перекрытие» определяются по следующим зависимостям:

$$P_1(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k1} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{11} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{41} / K_u^*) P(V_4);$$

$$P_2(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k2} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{12} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{42} / K_u^*) P(V_4);$$

$$P_3(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k3} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{13} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{43} / K_u^*) P(V_4);$$

$$P_4(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k4} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{14} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{44} / K_u^*) P(V_4);$$

$$P_5(U) / K_u^* = \sum_{k=1}^u P(U_{k5} / K_u^*) P(U_k) = P(U_{15} / K_u^*) P(V_1) + \dots + P(U_{45} / K_u^*) P(V_4).$$

Или в матричной форме:

$$\{P_i(U_k)\} = \{P(U_k)\} [P(U_{ki})].$$

В работах [4, 5, 6] предложенный структурный принцип построения решения на основе вероятностных методов распознавания состояний продемонстрирован на конкретных численных примерах.

Литература

1. СП 13-102-2003. Правила обследования несущих строительных конструкций зданий и сооружений. Свод правил по проектированию и строительству / Госстрой России. – М. : ГУЛ ЦПП. 2003.
2. Биргер И.А. Техническая диагностика. – М. : Машиностроение, 1978. – 240 с., ил. – (Надежность и качество).
3. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетики. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1963. 830 с.
4. Соколов В.А. Определение категорий технического состояния строительных конструкций зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания // Сборник научных трудов IV Международной конференции «Предотвращение аварий зданий и сооружений», выпуск 9, Москва, 2010.
5. Соколов В.А. Вероятностный анализ технического состояния (ВАТС) элементов строительных систем // Материалы XIV научно-методической конференции ВИТУ «Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций». – СПб. : Изд-во ВИТУ, 2010.
6. Соколов В.А. Вероятностный метод оценки технического состояния конструкций железобетонного монолитного перекрытия зданий старой городской застройки // Инженерно-строительный журнал. – 2010. – №4 (14). – С. 49-58.

* Владимир Алексеевич Соколов, Санкт-Петербург
Тел. раб.: +7(812)535-16-32; эл. почта: sva0808@rambler.ru