

## Возможно ли восстановление напора в цилиндрическом закрученном потоке?

Главный инженер проекта Н.С. Харьков\*,  
ЗАО «СовПлим»;

магистрант М.В. Чамкина;

д.т.н., профессор М.Р. Петриченко,

ГОУ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

**Ключевые слова:** потери напора в закрученном потоке; коэффициент гидравлического трения закрученного потока; интегральный параметр закрутки; отсасывающий патрубок осевой гидромашин.

Закрутка потока, возникающая в качестве побочного эффекта в тех или иных технических устройствах, достаточно быстро убывает по длине канала, например, после последних ступеней малорасходных осевых гидромашин. Можно ли использовать так называемую «дармовую» закрутку потока для трансформации кинетической энергии вращения в кинетическую энергию поступательного движения? Можно ли полностью или частично отказаться от установки спрямляющих аппаратов в некоторых конструкциях осевых гидромашин?

Другими словами, в закрученном потоке, заключенном в цилиндрическую трубу, присутствует затухающая по направлению движения азимутальная компонента скорости  $u_\varepsilon$ . Существует ли принципиальная возможность *частичного восстановления скоростного напора азимутальной скорости*  $\frac{\rho u_\varepsilon^2}{2}$  в *полный напор* (полное давление) поступательного движения? Иначе говоря, не играет ли закрутка роль *скрытого насоса*, поддерживающего поступательное движение вдоль трубы?

Экстремальные свойства винтовых движений, стилизующих закрученные потоки, указывают на возможность реализации преимуществ винтового потока. Действительно, для винтового движения реальной несжимаемой (вязкой) жидкости теорема работ [1] приводит к интегральному тождеству:

$$\oint_A p_0 u_n dA = - \int_V \eta \vec{u} \cdot \text{rot } \vec{\omega} dV,$$

где  $V$  – контрольный объем, ограниченный контрольной поверхностью  $A$ .

Справедливо также тождество Бельтрами [2], определяющее винтовое движение:  $\vec{u} = k \vec{\omega}$ , откуда  $\text{rot } \vec{\omega} = \frac{1}{k} (\vec{\omega} + \vec{\omega} \times \text{grad} k)$ . Значит, теорему работ для винтового движения можно записать так:

$$\oint_A p_0 u_n dA = - \int_V \eta \omega^2 dV < 0.$$

Получается следующее.

1. В винтовом потоке диссипируемая мощность пропорциональна не меньше, чем второй степени азимутальной скорости. Учитывая зависимость коэффициента вязкости от скорости, можно предположить, что диссипация механической энергии есть величина  $O(\|u_\varepsilon\|^3)$ ,  $\|u_\varepsilon\|$  – некоторая квадратичная норма скорости.

2. Поскольку в действительном винтовом движении с постоянной вязкостью  $\nabla^2 \vec{\omega} = 0$ , то справедливо экстремальное условие [3]:  $\int_V \left( \nabla \vec{\omega} \right)^2 dV := \left\| \nabla \vec{\omega} \right\|^2 \rightarrow \min \geq 0$  и, тем более,

$$\int_V \omega^2 dV := \left\| \vec{\omega} \right\|^2 \rightarrow \min.$$

Но такой подход, не противореча логике, не конструктивен. По-видимому, имеет право на существование и такой простейший анализ, основанный на использовании интегральных соотношений теории потоков. Уравнение Бернулли, соединяющее два близких сечения  $A_1$ ,  $A_2$  в установившемся винтовом движении [4]:

$$\int_{A_1}^{A_2} \rho \frac{u_x^2 + u_\varepsilon^2}{2} u_x dA = \int_V \rho \vec{f} \cdot \vec{u} dV + \int_{A_1}^{A_2} p_n \vec{u} dA - \int_V \rho \varepsilon dV,$$

можно привести к виду:

$$\int_{A_1}^{A_2} \left( p + \frac{\rho u_x^2}{2} - \rho U \right) u_x dA = \int_{A_1}^{A_2} p_{x\varepsilon} u_\varepsilon dA - \int_{A_1}^{A_2} \frac{\rho u_\varepsilon^2}{2} u_x dA - \int_V \rho \varepsilon dV,$$

где  $p_{x\varepsilon} = \eta \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial x}$ ,  $\eta$  – динамический коэффициент вязкости (при турбулентном движении  $\eta$  – эффективный коэффициент вязкости) [5].

Слагаемое  $\Delta P_\varepsilon = \int_{A_1}^{A_2} p_{x\varepsilon} u_\varepsilon dA - \int_{A_1}^{A_2} \frac{\rho u_\varepsilon^2}{2} u_x dA$  можно интерпретировать как *мощность, вводимую в поток напряжениями сдвига* ( $\int_{A_1}^{A_2} p_{x\varepsilon} u_\varepsilon dA$ ) и *отбираемую от осредненного азимутального движения* ( $-\int_{A_1}^{A_2} \frac{\rho u_\varepsilon^2}{2} u_x dA$ ).

На самом же деле, как будет доказано ниже, отбираемая от осредненного азимутального движения мощность положительна [6]: поток кинетической энергии азимутального движения *монотонно убывает* по длине канала. Поэтому  $-\int_{A_1}^{A_2} \frac{\rho u_\varepsilon^2}{2} u_x dA > 0$ .

Пусть расстояние между сечениями  $A_1$ ,  $A_2$  равно  $\Delta x > 0$ . Тогда:

$$\frac{\Delta P_\varepsilon}{\Delta x} = \eta \pi R^2 \frac{d^2 \|u_\varepsilon\|^2}{dx^2} - \rho v_x \pi R^2 \frac{d \|u_\varepsilon\|^2}{dx},$$

$$i_\varepsilon := \frac{1}{mg} \frac{dP_\varepsilon}{dx} = \frac{v}{gv_x} \frac{d^2 \|u_\varepsilon\|^2}{dx^2} - \frac{1}{g} \frac{d \|u_\varepsilon\|^2}{dx},$$

где  $\|u_\varepsilon\|^2 := \int_0^1 u_\varepsilon^2 y dy$  есть  $L_2$  – норма азимутальной компоненты скорости. Тогда, в силу уравнения Бернулли для винтового потока в целом:

$$J_{e,x} - i_f + i_e = 0.$$

Ясно: восстановление полного напора по сравнению с поступательным движением имеет место, если  $i_e > 0$ . Иначе:

$$\frac{v}{g v_x} \frac{d^2 \|u_\varepsilon\|^2}{dx^2} - \frac{1}{g} \frac{d \|u_\varepsilon\|^2}{dx} > 0,$$

где  $v_x$  – средняя скорость поступательного движения,  $v_x := \frac{Q}{A}$ ,  $Q$ ,  $A$  – площадь поперечного сечения трубы,  $Q$  – расход.

В любом винтовом движении  $\|u_\varepsilon\|$  не возрастает (убывает) вдоль потока. Разумно предположить, что в вырождающемся винтовом движении (малые закрутки), сходимость  $\|u_\varepsilon\|$  к нулю асимптотическая, т.е. вторая производная от  $\|u_\varepsilon\|$  по продольной координате неотрицательна (положительна):  $\frac{d^2 \|u_\varepsilon\|^2}{dx^2} > 0$ , т.е.

$$\frac{d^2 \|u_\varepsilon\|^2}{dx^2} > 0, \text{ что и требовалось доказать.}$$

При сильных закрутках потока можно предположить, что сходимость  $\|u_\varepsilon\|$  к нулю не асимптотическая (быстрая), т.е. что закрутка быстро «гаснет». В этом случае знак второй производной от квадрата нормы скорости меняется:  $\frac{d^2 \|u_\varepsilon\|^2}{dx^2} < 0$ , а знак первой производной сохраняется. Необходимое условие восстановления полного напора,  $i_e > 0$ , вообще говоря, может и не выполняться.

Конкретно, пусть  $i_e = \beta \frac{\|u_\varepsilon\|^2}{gD}$ ,  $\beta$  – числовой коэффициент, причем случай  $\beta \geq 0$  отвечает неубыванию полного напора,  $D$  – диаметр трубы. Тогда:

$$\frac{d^2 \|u_\varepsilon\|^2}{dx^2} - \frac{v_x}{v} \frac{d \|u_\varepsilon\|^2}{dx} - \beta \frac{v_x}{vD} \|u_\varepsilon\|^2 = 0.$$

Тогда решение этого уравнения, убывающее вдоль направления движения, существует, если  $\beta \geq 0$ . При значениях  $\beta \leq -\frac{R_x}{4}$ ,  $R_x := \frac{v_x D}{v}$ ,  $R_x$  – число Рейнольдса, монотонно убывающих решений для нормы азимутальной скорости нет. Колебательные решения отвечают распаду осевого спина.

Очевидно, что увеличение числа Рейнольдса  $R_x$  приводит к снижению темпа убывания азимутальной скорости и к «сохранению» начального (в сечении  $x=0$ ) значения нормы азимутальной скорости. Но частное  $\frac{\|u_\varepsilon\|}{v_x}$  отождествляется с мерой закрутки винтового потока, оцениваемой также по отношению интегральных величин (орбитального момента к продольному импульсу) [7].

Получается, что *при уменьшении меры закрутки возможность восстановления полного напора становится вероятной и вполне достижимой*. Или, что тоже, «подкачка» мощности вращательного движения пропорциональна (не больше чем) квадрату азимутальной скорости, диссипация же пропорциональна кубу скорости. При малых закрутках подкачка доминирует над диссипацией, при больших закрутках диссипация превышает «подкачку» мощности.

Харьков Н.С., Чамкина М.В., Петриченко М.Р. Возможно ли восстановление напора в цилиндрическом закрученном потоке?

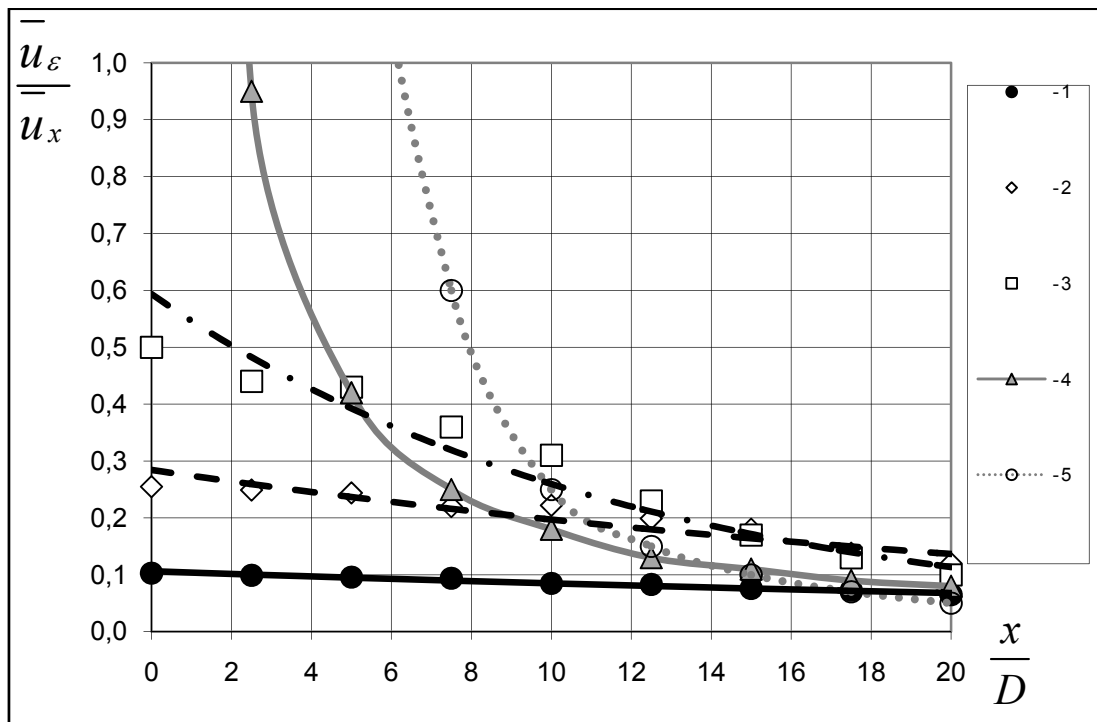


Рисунок 1. Изменение отношения средней в сечении азимутальной и осевой скорости по длине канала в абсолютном значении,  $Re_{Dx} = 1.5 \cdot 10^4$  (численное моделирование) [8]

1:  $\Phi_{\epsilon x}^* = 0.1$ ; 2:  $\Phi_{\epsilon x}^* = 0.255$ ; 3:  $\Phi_{\epsilon x}^* = 0.5$ ; 4:  $\Phi_{\epsilon x}^* = 4.84$ ; 5:  $\Phi_{\epsilon x}^* = 46$

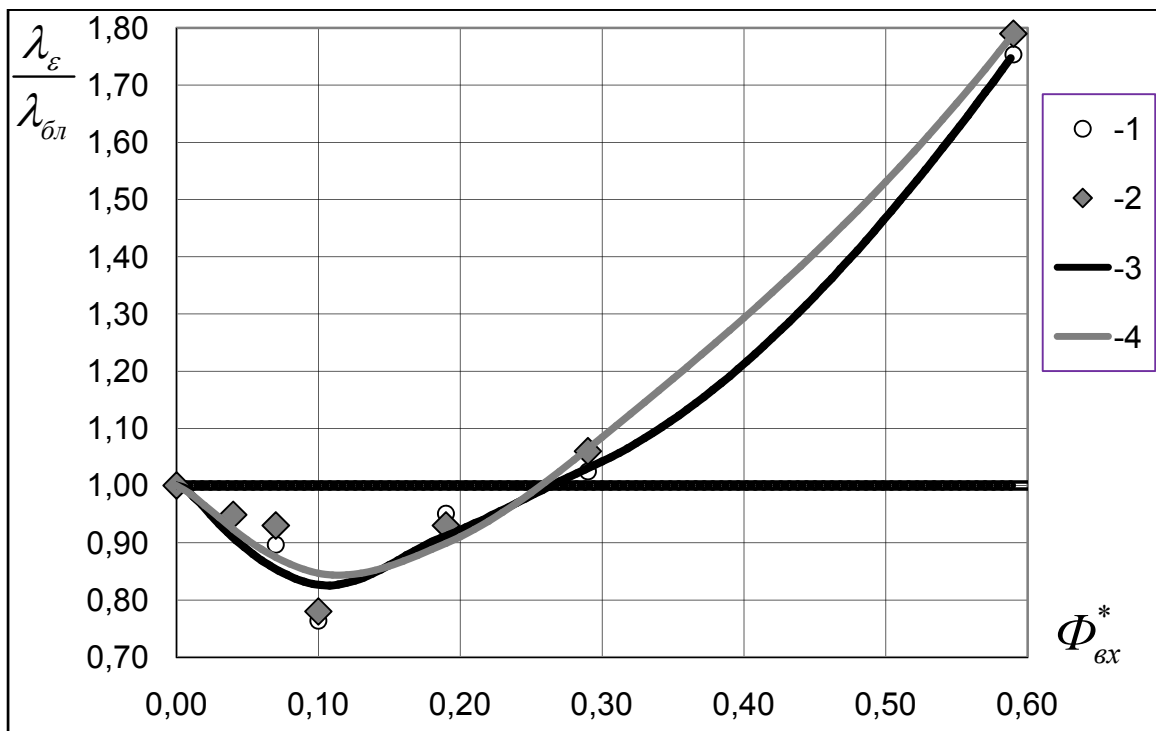


Рисунок 2. Отношение коэффициентов гидравлического трения закрученного и поступательного потоков в зависимости от интегрального параметра закрутки на входе в канал [8].

Опытные данные: 1 –  $Re_{Dx} = 5.9 \cdot 10^4$ ; 2 –  $Re_{Dx} = 6.6 \cdot 10^4$ ;

Интерполяции: 3 –  $Re_{Dx} = 5.9 \cdot 10^4$ ; 4 –  $Re_{Dx} = 6.6 \cdot 10^4$

На рис. 1 приводятся результаты измерений азимутальной скорости по направлению винтового потока в цилиндрической трубе.

Харьков Н.С., Чамкина М.В., Петриченко М.Р. Возможно ли восстановление напора в цилиндрическом закрученном потоке?

Вращение вокруг оси трубы создавалось в осевом направляющем аппарате. Интенсивность закрутки потока изменялась за счет изменения угла атаки лопаток в направляющем аппарате. Как видно, падение азимутальной скорости вдоль оси трубы (вдоль потока) асимптотическое при слабых закрутках и быстрое монотонное при больших закрутках потока. Рис. 2 содержит результаты измерения коэффициента гидравлического трения при значении числа в диапазоне  $R_x=50000\dots60000$  (гидравлически гладкая труба). Значения коэффициента гидравлического трения  $\lambda$  определялось по перепаду *полного* давления и по *полному* скоростному напору в 6 сечениях трубы [9].

Эти результаты показывают, что снижение перепада полного давления вдоль трубы заметно больше инструментальной погрешности эксперимента [10]. При этом, конечно, создание даже небольшой закрутки потока связано с потерями полного давления в направляющем аппарате, аннулирующими выигрыш в потере полного давления на прямолинейном мерном участке трубы.

Однако в том случае, если в конструкции технического устройства предусмотрена установка спрямляющего аппарата, то внесение изменений в его конструкцию, позволяющие получить на выходе степень закрутки потока  $\Phi^* \approx 0.1$ , дадут экономию потерь энергии, как по длине, так и на спрямляющем аппарате.

Экспериментальная часть настоящей работы выполнена благодаря деятельной помощи со стороны профессора Е.М. Смирнова, заведующего кафедрой гидроаэродинамики ГОУ СПбГПУ.

### Литература:

1. Сполдинг Д. Б., Патанкар С. В. Численные методы решения задач динамики жидкости и теплообмена. М. : Атомиздат, 1984. 148 с.
2. Ибрагимов Н. Х. Группы преобразований в математической физике. М. : Наука, 1983. 280 с.
3. Петриченко М. Р., Харьков Н. С. Экстремальные свойства спиновых потоков // Труды РНКТ-4. М. , 2006. Том 2. С. 130-133.
4. Петриченко М. Р., Харьков Н. С. Экспериментальное исследование пропускной способности цилиндрического канала при малой интенсивности закрутки потока // Вестник МАНЭБ. 2008. Том 14, выпуск 2. С. 129-133.
5. Гиргидов А. Д. Механика жидкости и газа (гидравлика): Учебник для вузов Изд. 4-е, испр., доп. СПб. : Изд-во СПбГПУ, 2008. 576 с.
6. Петриченко М.Р., Харьков Н. С. Гидравлические потери на основном участке цилиндрического канала при малой интенсивности закрутки // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2008. № 63. С. 237-242.
7. Митрофанова О. В. Методы математического моделирования гидродинамики и теплообмена закрученных потоков в каналах с завихрителями: Дис. д-ра техн. наук: 01.04.14. М. , 2003. 321 с.
8. Харьков Н. С. Потери напора по длине в винтовом цилиндрическом потоке (область низких закруток): Автореф. канд. техн. наук: 05.23.16. СПб. , 2010. 14 с.
9. Петриченко М. Р., Харьков Н. С. Экспериментальное исследование насосного действия винтового потока // Журнал технической физики. 2009. Том 79, выпуск 7. С. 137-139.
10. Повх И. Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. Изд. 3-е, доп. и исправл. Л. : Машиностроение (Ленингр. отд-ние), 1974. 480 с.

*\*Никита Сергеевич Харьков, Санкт-Петербург, Россия*

*Тел. моб.: +7(906)255-02-43; эл. почта: mail@lira-spb.ru*