Инженерно-строительный журнал

научно-прикладное издание

ISSN

2071-4726

№6(24) сентябрь-октябрь 2011



КОНСТРУКЦИИ

РАСЧЕТЫ





ТЕМА НОМЕРА: СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ. СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Санкт-Петербургский государственный политехнический университет



Инженерно-строительный факультет Россия, 195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29, тел/факс: 552-94-60, <u>www.stroikursi.spb.ru</u>. <u>stroikursi@mail.ru</u>

Приглашает специалистов организаций, вступающих в СРО, на курсы повышения квалификации (72 часа)

Код	Наименование программы	Виды работ*				
Курсы по строительству						
5C-01	«Безопасность и качество выполнения геодезических, подготовительных и	1235				
00-01	земляных работ, устройства оснований и фундаментов»	1,2,3,5				
БС-02	«Безопасность и качество возведения бетонных и железобетонных	6.7				
	конструкций»	•,.				
БС-03	«Безопасность и качество возведения металлических, каменных и	9,10,11				
	деревянных конструкции» «Бозоваецость и каноство выполния фасалии у работ, устройства кровол					
БС-04	« Везонасность и качество выполнения фасадных расот, устроиства кровель, защиты строительных конструкций, трубопроводов и оборудования»	12,13,14				
5 C-05	«Безопасность и качество устройства инженерных сетей и систем»	15 16 17 18 19				
50-00	«Безопасность и качество устройства ипженерных сетей и систем»	20.21				
		20,21				
	«Безопасность и качество выполнения монтажных и пусконаладочных расот»	23,24				
BC-11 EC 12	«Безопасность и качество устроиства подземных сооружении»	27,28				
BC-12 EC 12	«Везопасность и качество устроиства мостов, эстакад и путепроводов»	29				
BC-13 EC 14	«Везопасность и качество выполнения тидротехнических, водолазных расот»	30				
BC-14 EC 15	«Везопасность и качество устроиства промышленных печеи и дымовых труо»	31				
BC-13		JZ				
БС-16	«Организация строительства, реконструкции и капитального ремонта. Выполнение функций заказчика-застройшика и генерального подрядчика»	33				
	Курсы по проектированию					
	«Разработка схемы планировочной организации земельного участка					
БП-01	архитектурных решений, мероприятий по обеспечению доступа	1.2.11				
	маломобильных групп населения»					
	«Разработка конструктивных и объемно-планировочных решений зданий и	2				
БП-02	сооружений»	3				
БП-03	«Проектирование внутренних сетей инженерно-технического обеспечения»	4				
БП-04	«Проектирование наружных сетей инженерно-технического обеспечения»	5				
БП-05	«Разработка технологических решений при проектировании зданий и	6				
	сооружений»	-				
БП-06	«Разработка специальных разделов проектной документации»	7				
ЫІ-07	«Разработка проектов организации строительства»	8				
БП-08	«Проектные решения по охране окружающей среды»	9				
ЫІ-09	«Проектные решения по обеспечению пожарной безопасности»	10				
БП-10	«Ооследование строительных конструкции и трунтов основания здании и	12				
	«Организация проектных работ Выполнение функций генерального					
БП-11	«Организация проектных работ. Выполнение функции теперального проектировшика»	13				
	Курсы по инженерным изысканиям					
И-01	«Инженерно-геодезические изыскания в строительстве»	1				
И-02	«Инженерно-геологические изыскания в строительстве»	2.5				
И-03	«Инженерно-гидрометеорологические изыскания в строительстве»	3				
И-04	«Инженерно-экологические изыскания в строительстве»	4				
	«Обследование строительных конструкций и грунтов основания зданий и	<u>^</u>				
112-09	сооружений»	6				
И-05	«Организация работ по инженерным изысканиям»	7				

*(согласно приказам Минрегионразвития РФ N 624 от 30 декабря 2009 г.)

По окончании курса слушателю выдается удостоверение о краткосрочном повышении квалификации государственного образца (72 ак. часа)

Для регистрации на курс необходимо выслать заявку на участие, и копию диплома об образовании по телефону/факсу: 8(812) 552-94-60, 535-79-92, , e-mail: <u>stroikursi@mail.ru.</u>

2

3

5

12

23

28

35

41

Http://www.engstroy.spb.ru – полнотекстовая версия журнала в сети Интернет. Бесплатный доступ, обновление с каждым новым выпуском.

научно-прикладное издание СОБЫТИЯ Методы граничных и конечных элементов в строительной механике Расчет и проектирование конструкций в среде SCAD Office АНАЛИЗ Рутман Ю.Л., Мелешко В.А. Оценка сооружений на возникновение галопирования МЕТОДЫ Абдикаримов Р.А., Жгутов В.М. Геометрически нелинейное математическое моделирование динамической устойчивости вязкоупругих пологих оболочек переменной толщины Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов, выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы РАСЧЕТЫ Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы Ватин Н.И., Кузнецов В.Д., Недвига Е.С. Учет погрешности монтажа при расчете крупнопанельных зданий Козинец Г.Л. Алгоритм расчета сталежелезобетонных водоводов КОНСТРУКЦИИ

Паращенко Н.А., Горшков А.С., Ватин Н.И. Частично-ребристые сборно-монолитные перекрытия с ячеистобетонными блоками 50 Jazayeri E., Gorginpour A. Construction of windcatcher and necessity of enhancing the traditional windcatcher 56

© ФГБОУ ВПО СПбГПУ

Права на статьи, опубликованные в журнале, принадлежат их авторам и редакции журнала. Перепечатка статей без письменного согласия редакции запрещена.

На обложке: строительная площадка, Санкт-Петербург, Россия

Контакты:

ISSN 2071-4726

Свидетельство о государственной регистрации: ПИ №ФС77-38070, выдано Роскомнадзором

Специализированный научный журнал

Включен в Перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ

Периодичность: 8 раз в год

Учредитель и издатель:

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Адрес редакции:

195251, СПб, ул. Политехническая, д. 29, Гидрокорпус-2, ауд. 204

Главный редактор:

Вера Михайловна Якубсон

Научный редактор:

Николай Иванович Ватин

Литературный редактор:

Ирина Ипполитовна Смирнова

Редакционная коллегия:

д.т.н., проф., ректор ГОУ СГАСУ М.И. Бальзанников; к.т.н., проф., проректор по перспективным проектам ФГБОУ ВПО СПбГПУ А.И. Боровков: д.т.н., проф., декан факультета ГОУ ПГУАС О.В. Тараканов; д.т.н., проф., зав. каф. ГОУ СПбГПУ В.В. Лалин; к.т.н., директор РУП «Институт БелНИИС» М.Ф. Марковский; д.т.н., проф., зав. каф. ГОУ СПбГПУ Б.Е. Мельников; и другие.

Полный список редсовета и редколлегии – на веб-сайте журнала.

Установочный тираж 1000 экз.

Содержание

Методы граничных и конечных элементов в строительной механике

28-30 сентября в Санкт-Петербурге проходила традиционная 24-я Международная конференция «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов» (BEM&FEM-2011). Организатором этого мероприятия является Санкт-Петербургский Дом ученых, и каждый год она собирает ведущих специалистов по строительной механике и механике корабля.

Открывал пленарное заседание сопредседатель организационного комитета, профессор, д.ф.-м.н., член-корр. РАН Юрий Викторович Петров. Его выступление было посвящено ответу на вопрос: существует ли возможность корректного предсказания свойств конструкций на основе лабораторных данных, полученных на другом масштабном уровне?

По словам Ю.В. Петрова, корректные результаты при использовании таких лабораторных данных можно получить только при определенных условиях. В первую очередь, речь идет о характерных размерах образца – только на таких образцах можно проводить испытания строительных материалов. Характерный размер на основе интегрального критерия Нейбера-Новожилова находится через соотношения квадратов стандартных характеристик материала: K_{1c} (статическая вязкость разрушения) и σ_c (предел прочности). Этот размер дает нижнюю границу масштабного критерия.

Приведенный Ю.В. Петровым критерий может быть применен не только для оценки трещиностойкости, но и при исследовании текучести материалов, фазовых переходов и т.д. В качестве примера использования данного метода докладчик привел моделирование распространения магистральных трещин в трубопроводах. В данном случае напрямую использовать лабораторные данные для стали нельзя. Но при использовании коэффициента для сопоставления масштаба исследователи получают хорошее соответствие. Подводя итог, Ю.В. Петров отметил, что для обеспечения корректности моделей верхний предел масштабного уровня лабораторной модели должен соответствовать нижней границе реальной конструкции.

Другой принципиальный доклад конференции, посвященный сейсмоизоляции, сделал Юрий Лазаревич Рутман, д.т.н., профессор ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (его статью о галопировании зданий см. на стр. 5). По его словам, на данный момент в России проектирование и расчет сейсмоизоляции зданий рождает множество проблем и вопросов. Во-первых, это связано с полной приостановкой отечественных исследований в этом направлении в 90-е гг. ХХ века – в это время за границей изучению сейсмоизоляции стали уделять особое внимание. Вторым моментом, негативно влияющим на развитие отечественных исследований, стало отсутствие нормативной документации по этому разделу. Так, в СНиП II-7-81* «Строительство в сейсмических районах», использовавшемся до последнего времени, не было упоминания о сейсмоизоляции. В актуализированном варианте этого СНИП, который уже принят Министерством регионального развития и проходит согласование в Министерстве юстиции РФ, появился специализированный раздел. Тем не менее, методы расчета сейсмоизоляции в нем четко не прописаны.

В то же время на данный момент существуют различные конструктивные решения сейсмоизоляции, такие как скользящий пояс (см. об этом: Кузнецов В.Д., Чэнь С. Скользящий пояс с фторопластом сейсмостойкого здания // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3(21). С. 53-58); резиново-металлические опоры и т.п. Ю.Л. Рутман в своем докладе предложил использовать иерархический подход к расчету сейсмоизоляции. Нелинейная модель позволяет посчитать число циклов, определяющих работоспособность пластических демпферов, которые присутствуют во всех типах сейсмоизоляции (расчет на малоцикловую устойчивость). Затем следует полюсная модель, которую предлагается опустить и сразу перейти к объемной конечноэлементной модели (упругой нелинейной). Она позволяет, в том числе, получить «усилие срабатывания» демпфера. О сравнении различных моделей расчета сейсмостойкости здания см. статью Э. Симборта на стр. 23.

Конференция «BEM&FEM-2011» проходила в течение трех дней в 7 секциях, охвативших различные аспекты математического моделирования в механике, такие как нелинейные задачи, динамические задачи, разрушение конструкций и т.п. Статьи по материалам некоторых докладов конференции будут опубликованы в одном из ближайших номеров нашего журнала.

Расчет и проектирование конструкций в среде SCAD Office

04-06.10.11 в Киеве, Украина, прошел ежегодный семинар «Расчет и проектирование конструкций в среде SCAD Office». Традиционно семинар стал площадкой обсуждения не только и не столько одной из ведущих программ по расчету строительных конструкций, но различных актуальных проблем проектирования и расчета.



Так, Анатолий Викторович Перельмутер, д.т.н., профессор, заместитель генерального директора компании «SCAD Soft», посвятил свой доклад в первый день семинара теме преднапряжения строительных конструкций. Есть конструкции, в которых преднапряжение используется постоянно: антенномачтовые сооружения, мосты, вантовые сети. При этом расчет преднапряженных конструкций зачастую вызывает сложности, в том числе, у специалистов. А.В. Перельмутер выделил некоторые основные моменты, которые необходимо учитывать при работе с такими конструкциями.

Для расчета преднапряженных конструкций необходимы кинематические уравнения равновесия – по сути, они создаются по тому же принципу, что и уравнения равновесия, которые умеет составлять каждый инженер. Необходимо учитывать, что преднапрячь можно только некоторые типы систем, такие как мгновенно жесткие и неизменяемые статически неопределимые. Статически определимые системы преднапрячь нельзя. При этом нужно иметь в виду, что предварительное напряжение рассчитывается не в той системе, в которой оно будет работать, т.к. сама

система изменится. Также при создании схемы в расчетной программе нужно иметь в виду, что при натяжении на стенд результаты расчета будут отличаться от натяжения на конструкцию, т.к. при последующем подсоединении конструкции сработает податливость материала.

В программе SCAD можно создать два вида преднапряженной конструкции. Первый вариант – создание предварительно напряженного элемента (стержня) – моделирует заводское преднапряжение, такой элемент не влияет на другие. Второй вариант реализуется в режиме «Монтаж», в нем моделируется преднапряжение, создаваемое на строительной площадке, которое передается и на другие элементы конструкции. Такое преднапряжение можно создать либо через систему балластных грузов, либо с помощью натяжных приспособлений. Используя натяжные приспособления, можно контролировать либо перемещения, либо усилия.

Наконец, при расчете преднапряженных конструкций необходимо учитывать последовательность работ. Так, при расчете вантовой конструкции из нескольких элементов, непосредственно на требуемое усилие натягивают только последнюю ванту, а предыдущие – на большее с учетом дальнейшей разгрузки. При этом нужно учитывать риск перегрузки конструкций при монтаже.

Большой раздел семинара был посвящен программным продуктам, использующимся для строительного проектирования - вопрос, весьма важный и для расчетчиков. Основополагающий доклад по этой теме сделал Владимир Георгиевич Попов, д.т.н., директор компании InRe, Вильнюс, Его выступление было посвящено истории и Литва. нынешнему положению ВІМ-технологий – основного тренда в развитии строительных САПР. BIM – Building Information Modelling предполагает объектно-ориентированное информационное моделирование здания на всех стадиях его жизненного цикла, от проектирования до эксплуатации (см.: Криницкий Е.В. Информационная модель здания (ВІМ) // Инженерно-строительный журнал. 2010. №2(12)).

В.Г. Попов выделил три исторических источника ВІМмоделирования.



1. Механические CAD-системы. В программных продуктах для машиностроения, в отличие от строительства, изначально моделирование было объектно-ориентированным. Так, компания SolidWorks при создании своего программного продукта изначально ориентировалась на полный отказ от 2D-чертежей как таковых, утверждая, что 3D-модели достаточно и для проектирования, и для управления производством. Затем к чертежам все же вернулись, но они являются вторичным продуктом, получаемым из 3D-модели.

EVENTS

Оттуда же в строительное проектирование пришли библиотеки деталей и сборок, определение физических параметров модели.

2. Системы индустриального проектирования – информационный источник ВІМ. В таких системах как Plant визуализация изначально была лишь картинкой, основное содержание – это информация об объектах. Это набор таблиц с характеристиками, а 3D изображение необходимо, чтобы можно было найти нужный объект и получить о нем информацию.

3. Product Lifecycle Management (PLM) – программы, накапливающие информацию об объекте на протяжении всего его жизненного цикла. В конечном итоге, цель BIM именно в том, чтобы накапливать информацию и избегать ее потерь между различными этапами, а также при взаимодействии различных участников проекта, различных дисциплин, программных средств, стандартов.

Как отметил В.Г. Попов, ВІМ, по крайней мере во время внедрения, не облегчает жизнь проектировщику, но эти системы позволяют в конечном итоге значительно повысить качество проекта.

В последнее время о BIM говорят не только как о 3D моделировании, но как о 4D, 5D и т.п. 4D подразумевает учет времени, т.е. календарного планирования, которое также может быть завязано на модель: BIM позволяет симулировать процесс сложные элементы монтажа, строительства. создавать технологические карты. В 5D добавляется финансовая составляющая, т.е. сметы: объемы считываются с модели здания; сметы также связаны с календарным планом.



Основная проблема BIM-технологий, по словам В.Г. Попова, – это управление информацией. Такие сложные системы должны дополняться системой управления данными и профессиональным администрированием, которое будет распределять права доступа и редактирования между различными участниками проекта. Также докладчик обратил внимание на необходимость дальнейшей интеграции программных продуктов как по горизонтали – различных CAD-CAM систем, так и по вертикали – проектных и расчетных программ.

Безусловно, на семинаре освещался и непосредственно программный продукт SCAD. Несколько докладов было посвящено отдельным разделам программы или специфике расчета в ней определенных конструкций. Так, выступление Андрея Владимировича Теплых, технического директора ООО «КБТ», г. Самара, Россия, было посвящено расчету металлических ферм (статью А.В. Теплых о расчете стальных конструкций см. в №3(21), 2011 нашего журнала). Михаил Алексеевич Микитаренко рассказал о реализации в SCAD ветровых воздействий, в том числе, по новому российскому СП.

Помимо этого, реализации нормативных документов в сфере строительства было посвящено еще несколько докладов. Горячую дискуссию вызвал доклад Юлия Анатольевича Климова, посвященный новым украинским нормам – ДСТУ В.2.6-156:2011 и ДБН В.2.6-98:2009 «Бетонные и железобетонные конструкции», введенным в действие с 1 июня 2011. Эти документы были разработаны на основе Еврокода 2, но при этом многие принципиальные вопросы были упущены, а многие приведены с ошибками. Разработчики SCAD по итогам изучения норм приняли решение о невозможности их программной реализации. В выступлении Ю.А. Климова анализировались основные проблемы, связанные с использованием данных нормативных документов. Слушатели семинара, участвовавшие в дискуссии, также отметили невозможность применения новых норм в инженерной практике.



Завершил семинар доклад Эдуарда Зиновьевича Криксунова, руководителя коллектива разработчиков программного комплекса SCAD. Он рассказал о новом SCAD++, разработка которого подходит к концу – к маю планируется выход первой версии этого программного продукта (о предыдущей версии SCAD см.: Перельмутер А. В., Криксунов Э. З., Карпиловский В. С., Маляренко А. А. Интегрированная система для расчета и проектирования несущих конструкций зданий и сооружений SCAD Office. Новая версия, новые возможности // Инженерно-строительный журнал. 2009. №4. С. 10-12).

В.М. Якубсон

Оценка сооружений на возникновение галопирования

Д.т.н., профессор Ю.Л. Рутман; аспирант В.А. Мелешко*,

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Ключевые слова: аэродинамическая неустойчивость; оценка на галопирование; критерий Глауэрта-Ден-Гартога

1. Галопирование – это автоколебания упругой системы в ветровом потоке (аэроупругие колебания). Оно характерно для гибких сооружений с особыми формами поперечного сечения, например такими, как прямоугольные или D-образные. При галопировании в таких сооружениях возможны колебания с большими амплитудами в перпендикулярном потоку направлении (в 10 или даже в значительно большее число раз превышающими размеры самого сечения в этом направлении) при частотах, которые значительно ниже частот срыва вихрей, характерных для того же самого сечения. Галопирование необходимо учитывать при проектировании различного рода сооружений (труб, мачт, линий электропередач, высотных зданий и мостов). Существующие в настоящее время методы расчета сложно реализовать. Это связано с необходимостью получения большого количества аэродинамических параметров, используемых в аэроупругих моделях. Поэтому разработка методик по применению современных вычислительных средств для расчета сооружений на возникновение галопирования актуальна для строительства.

Как указано в [1], методы расчета галопирования сложны и для исследования этого явления обычно требуются испытания в аэродинамической трубе [2,3]. Скорость ветрового потока, при превышении которой возможно галопирование, указана в европейских нормах [1]. Однако для вычисления этой критериальной скорости нужно знать коэффициент неустойчивости сечения. Этот коэффициент определен только для простейших сечений. Кроме того, знание критериальной скорости позволяет лишь установить возможность появления галопирования, а не установить конкретные условия его появления.

2. Ниже установлен критерий возможности возникновения галопирования в сооружениях, моделируемых балочными схемами, и предложена методика определения аэродинамических параметров, необходимых для использования этого критерия. Предложенный критерий обобщает известную формулу Глауэрта–Ден-Гартога [4], полученную для системы с одной степенью свободы.



Рисунок 1. Силы и скорости при галопировании

Следуя [4], запишем выражения для распределенной по сооружению нагрузки, действующей в поперечном по отношению к ветровому потоку направлении (рис. 1):

$$F_{y}(z,t) = C_{Fy}(z) \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U(z) \cdot B(z)\right] \cdot y', \tag{1}$$

$$C_{Fy}(z) = \left(\frac{dC_L(z,\alpha)}{d\alpha} + C_D(z,\alpha)\right)\Big|_{\alpha=0},$$
(2)

где *U(z)* – средняя скорость ветрового потока на высоте *z*; *B(z)* – поперечный (по отношению к потоку) размер сооружения; ρ – плотность воздуха;

у′(z, t) – скорость сечения в направлении, перпендикулярном потоку; *z* – продольная координата сооружения;

Рутман Ю.Л., Мелешко В.А. Оценка сооружений на возникновение галопирования

С_L – коэффициент подъемной силы;

С_D – коэффициент лобового сопротивления;

а – угол между вектором скорости ветрового потока и вектором скорости сечения (эффективный угол атаки).

Функция U(z) в (1) описывается формулой [5]:

$$U(z) = U_{10} \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{\beta},\tag{3}$$

где *U*₁₀ – средняя скорость ветрового потока на высоте 10 м; β – коэффициент, зависящий от типа местности.

Формула (1) может быть использована, когда сооружение описывается балочной моделью. Поэтому далее употребляется термин «балка» вместо термина «сооружение».

Обозначим через $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_i, \ldots$ собственные частоты моделирующей сооружение балки, соответствующие ее колебаниям по оси у. Через $\varphi_1(z), \varphi_2(z), \ldots, \varphi_i(z), \ldots$ и $q_1(t), q_2(t), \ldots, q_i(t), \ldots$ обозначим соответствующие этим частотам собственные формы и главные координаты. Тогда можно использовать разложение y(z, t) по собственным формам:

$$y(z,t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_i(t) \cdot \varphi_i(z), \qquad (4)$$

где $q_i(t)$ есть решение уравнений [1]:

$$m_i \cdot q_i'' + 2 \cdot m_i \cdot \zeta \cdot \omega_i \cdot q_i' + c_i \cdot q_i = \int_0^L F_y(z, t) \cdot \varphi_i(z) dz, \qquad (5)$$

$$m_i = \int_0^L \mu(z) \cdot \varphi_i^2(z) dz , \qquad (6)$$

$$c_i = m_i \cdot \omega_i^2 , \qquad (7)$$

где *i* = 1, 2, ..., *n*;

 $\mu(z)$ – погонная масса балки;

L – длина балки;

ζ – безразмерный коэффициент затухания;

*m*_{*i*}, *c*_{*i*} – обобщенные массы и жесткости.

Так как из (4) следует, что

$$v'(z,t) = \sum_{i=1}^{\infty} q'_i(t) \cdot \varphi_i(z) dz , \qquad (8)$$

то с учетом (1),

$$\int_{0}^{L} F_{y}(z,t) \cdot \varphi_{i}(z) dz = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{ik} q_{k}'(t), \qquad (9)$$

где

$$\beta_{ik}(z,t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \int_{0}^{L} C_{Fy}(z) \cdot U(z) \cdot B(z) \cdot \varphi_{k}(z) \cdot \varphi_{i}(z) dz .$$
⁽¹⁰⁾

Таким образом, вместо (5) получаем:

$$m_i \cdot q_i'' + 2 \cdot m_i \cdot \zeta \cdot \omega_i \cdot q_i' + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{ik} q_k'(t) + c_i \cdot q_i = 0.$$
⁽¹¹⁾

Если пренебречь высшими собственными формами и учесть только *n* первых форм (что практически неизбежно), то получим *n* уравнений:

Рутман Ю.Л., Мелешко В.А. Оценка сооружений на возникновение галопирования

$$m_i \cdot q_i'' + 2 \cdot m_i \cdot \zeta \cdot \omega_i \cdot q_i' + \sum_{k=1}^n \beta_{ik} q_k'(t) + c_i \cdot q_i = 0, \qquad (12)$$

i = 1, 2, ..., *n*.

Галопирование произойдет, если система (12) имеет неустойчивые решения. Заключение об устойчивости решений уравнений (12) делается, исходя из анализа соответствующего этой системе характеристического уравнения:

$$\begin{bmatrix} \lambda^{2} \cdot m_{1} + \lambda \cdot (2 \cdot m_{1} \cdot \zeta \cdot \omega_{1} + \beta_{11}) + C_{1} \end{bmatrix} \lambda \cdot \beta_{12} \dots \lambda \cdot \beta_{1n} \\ \lambda \cdot \beta_{21} \begin{bmatrix} \lambda^{2} \cdot m_{2} + \lambda \cdot (2 \cdot m_{2} \cdot \zeta \cdot \omega_{2} + \beta_{22}) + C_{2} \end{bmatrix} \dots \lambda \cdot \beta_{2n} \\ \dots \\ \lambda \cdot \beta_{n1} \quad \lambda \cdot \beta_{n2} \dots \begin{bmatrix} \lambda^{2} \cdot m_{n} + \lambda \cdot (2 \cdot m_{n} \cdot \zeta \cdot \omega_{n} + \beta_{nn}) + C_{n} \end{bmatrix} = 0.$$

$$(13)$$

Определитель в левой части (13) получается, если решение (11) искать в виде

$$q_i(t) = A_i \cdot e^{\lambda \cdot t} \,. \tag{14}$$

Решение (11) будет неустойчивым, если оно соответствует корню уравнения (13) λ_j с положительной вещественной частью:

$$\operatorname{Re}\lambda_{i} > 0. \tag{15}$$

Условие (15) является обобщенным условием Глауэрта-Ден-Гартога.

Если учитывать только первую форму колебаний, то

$$\lambda_{1,2} = \frac{(-2 \cdot m_i \cdot \zeta \cdot \omega_1 - \beta_{11}) \pm \sqrt{(2 \cdot m_i \cdot \zeta \cdot \omega_1 + \beta_{11})^2 - 4 \cdot m_1 \cdot c_1}}{2 \cdot m_1}.$$
(16)

Из (16) следует, что неустойчивость может возникнуть, если

$$\beta_{11} < 0$$
. (17)

Для однородной балки, в которой

$$C_{Fv}(z) = const , (18)$$

условие (17) совпадает с критерием Глауэрта-Ден-Гартога.

3. Из вышеприведенных рассуждений и выкладок следует, что для вычисления критерия, определяющего возможность появления галопирования, принципиальным является определение $C_D(\alpha)$ и $dC_L(\alpha)$

 $\frac{dC_L(\alpha)}{d\alpha}$ как функций угла атаки α . Методика определения этих параметров с помощью пакета ANSYS CFX

состоит из следующих этапов:

- 1) построение конечно-объемной модели воздушной среды вокруг обтекаемого сооружения;
- 2) выбор модели турбулентности;
- 3) задание граничных условий на поверхности среды;
- 4) определение начальных условий;
- 5) расчет;
- 6) определение аэродинамических параметров.

При расчете в программах вычислительной гидродинамики [6,7] основными проблемами являются выбор размеров воздушного пространства и сеточная дискретизация. Использование недостаточного воздушного пространства вокруг обдуваемого тела и некорректное сеточное разрешение могут привести к неправильному результату. Далее описан порядок выбора этих параметров и определение сил сопротивления на примере обтекания обледенелого провода ветровым потоком в программе вычислительной гидродинамики (CFD) – CFX.

В расчете бала применена двухпараметрическая модель турбулентности Ментера Shear Stress Transport (SST) с пристенной функцией Automatic Near-Wall Treatment [8], которая учитывает обратный градиент давления [10] и места отрыва на кривых поверхностях. Кроме того, модель не требует высокого сеточного

ANALYSIS

разрешения (Y+ < 200), как k- ω (Y+ < 2) [8,9]. Количество элементов в пограничном слое должно быть не меньше 10. Задача была решена в стационарном режиме (Steady State), что позволило сильно сократить время расчета.

Для использования модели SST необходимы следующие начальные параметры: кинетическая энергия *k* и диссипация энергии ε.

Кинетическая энергия к ветрового потока определена по формуле [8]:

$$k = \frac{3}{2} \cdot I^2 \cdot U^2, \tag{19}$$

где *U* – средняя скорость ветра, *м/с*; *I* – интенсивность турбулентности.

Интенсивность турбулентности есть отношение среднеквадратического отклонения пульсационной составляющей к средней скорости ветра [4]:

$$I = \frac{\overline{u}(f)}{U}.$$
(20)

Интенсивность турбулентности для установившегося (развитого) турбулентного течения жидкости в канале [11]:

$$I = 0.18 \cdot \text{Re}^{-\frac{1}{8}}.$$
 (21)

Для аэродинамической трубы /=0,05% [11].

Скорость диссипации является скоростью переноса кинетической энергии турбулентности к мельчайшим вихрям (хотя реальный процесс диссипации происходит в мельчайших вихрях). Следовательно, она определяется свойствами крупных вихрей и, таким образом, масштабами *k* и *l*_t [9]. Величина объектов, стоящих на пути воздушного потока, определяет начальные размеры вихрей турбулентности. Чем больше преграда, тем больше вихри, но они могут быстро разделиться на более мелкие. Обычно объект создает начальный вихрь в 1/7-1/10 своего размера. Скорость диссипации энергии є определена по формуле [8]:

$$\varepsilon = \frac{k^2}{l_t},\tag{22}$$

где *I*_t – вихревой масштаб.

Для задач внешнего обтекания *I*t обычно принимают равным 0,1*D*.

Вокруг обтекаемого тела образуется пограничный слой. Толщину пограничного слоя δ можно приближенно оценить по формуле [8]:

$$\delta = 0,035 \cdot L \cdot \operatorname{Re}_{L}^{-\frac{1}{7}}.$$
(23)

Если не используется пристенная функция Automatic Near-Wall Treatment [8], то расстояние от стенки до первого узла сетки *dy*(Y+) можно определить по формуле [8]:

$$dy(Y+) = D \cdot (Y+) \cdot \sqrt{80} \cdot \text{Re}^{-\frac{13}{14}},$$
(24)

где *D* – поперечный размер здания, *м*; Y+ – безразмерное расстояние (Y+<200, для модели турбулентности *SST*, 20<Y+<100, для модели турбулентности *k*-*ɛ*);

Re – число Рейнольдса.

4. Рассмотрим применение этой методики. В качестве исследуемого объекта был принят обледенелый провод с площадью сечения 150 мм². На рис. 2 показана схема обледенелого провода [12] с характерным размером поперечного сечения (*D*=0,025 м) и направлениями вращения вокруг центра масс *O*. Область воздушной среды в 20 раз больше объекта по ширине, в 40 раз по длине.



провода

Рутман Ю.Л., Мелешко В.А. Оценка сооружений на возникновение галопирования

В модели были приняты следующие граничные условия:

- на входе в расчетную область задана скорость потока *U*, интенсивность турбулентных пульсаций *I* и масштаб турбулентности *I_t* (принято *I_t* = 0,1*D*, *I* = 1 %, *U* = 2 *м/c*);
- на выходе из расчетной области условие постоянства давления *p*=*p*∞;
- на нижней, верхней и внешних боковых границах условие аэродинамической гладкой стенки (вектор скорости параллелен боковой границе расчетной области);
- на внутренней границе (по периметру сечения провода) условие прилипания (нулевая скорость), со сшивкой профилей скорости при помощи пристеночных функций.

На рис. 3 представлена конечно-объемная модель обдуваемого объекта.



Рисунок 3. Конечно-объемная модель обдуваемого объекта





Рисунок 4. Линии тока скорости

После интегрирования давления по поверхности были получены средние силы и коэффициенты лобового и бокового сопротивления.

Коэффициент лобового сопротивления определяется по формуле:

$$C_X = \frac{F_{CFX}}{F_{cp}} = \frac{2 \cdot \int p ds}{\rho \cdot V^2 \cdot A},$$
(25)

$$A = D \cdot S , \tag{26}$$

где S=0,3 мм – толщина конечного элемента.

ANALYSIS

Получив зависимости *C_y* и *C_x* от угла атаки, можно их аппроксимировать многочленом в MathCad (функции – regress, linfit). Также можно интерполировать ряд значений кубическим сплайном (функции – interp, cspline). В данном случае зависимости были аппроксимированы:

$$y := \operatorname{regress}(\beta, C_{v}, k), \qquad (27)$$

$$x := \operatorname{regress}(\beta, C_x, k), \tag{28}$$

$$C_L(\alpha) := \operatorname{interp}(y, \beta, C_v, \alpha),$$
 (29)

$$C_D(\alpha) := \operatorname{interp}(x, \beta, C_x, \alpha), \qquad (30)$$

где *β* – угол вращения, *rad*; *α* – аргумент интерполяционной функции, *rad; k*=20 – степень.

В результате были образованы функции $C_L(\alpha)$ и $C_D(\alpha)$. Продифференцировав многочлен, можно найти производную $dC_L(\alpha)/d\alpha$ и применить условие Ден-Гартога.



 $\beta, \beta, \alpha, \alpha, rad$

Рисунок 5. Зависимости C_{v} и C_{x} от угла атаки и функции $C_{L}(\alpha)$ и $C_{D}(\alpha)$



a,rad

Рисунок 6. Производная функции С_L(α)



Рисунок 7. Сумма функции $C_D(\alpha)$ и производной функции $C_L(\alpha)$

Галопирование возможно в интервале (-0,15; 0,19), так как здесь функция отрицательная (рис. 7).

Подставим полученные результаты в обобщенное условие Глауэрта–Ден-Гартога:

$$2 \cdot m_1 \cdot \zeta \cdot \omega_1 + \beta < 0.$$

(31)

Представим первую форму колебаний провода в виде:

Рутман Ю.Л., Мелешко В.А. Оценка сооружений на возникновение галопирования

$$\phi_1(z) = \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot z}{L}\right),\tag{32}$$

где *k*=1.

Тогда для провода длиной *L*=100 м, массой *m*=125 кг, коэффициентом затухания ζ =0,024 и частотой *f*₁=0,86 Гц (при малых колебаниях провода его частота близка к частоте идеальной (невесомой и туго натянутой) струны), обобщенная масса и параметр β_1 при скорости ветра, например 6 м/с, будут равны соответственно:

$$m_1 = \int_{0}^{L} \frac{m}{L} \phi_1(z)^2 dz = 62,5\kappa z , \qquad (33)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{Fy} \cdot B \cdot U \cdot \int_{0}^{L} \phi_{1}(z)^{2} dz = -22,875, \qquad (34)$$

где *С_{Fy}*=-5 – аэродинамический параметр сечения (рис. 7).

Подставив эти значения в обобщенное условие Глауэрта-Ден-Гартога, получим:

$$2 \cdot 62, 5 \cdot 0, 024 \cdot 0, 2 \cdot 2 \cdot \pi - 22, 875 = -6, 673 < 0, \tag{35}$$

следовательно галопирование провода с принятыми характеристиками возможно.

Следует подчеркнуть, что эта оценка не позволяет определить реальное поведение конструкции (частоту автоколебаний, амплитуду), а дает установить только возможность появления галопирования.

Полученные результаты согласуются с результатами, приведенными в диссертации [13].

Выводы

- 1. В статье предложен обобщенный критерий Глауэрта–Ден-Гартога с учетом формы колебаний и изменения скорости ветра по высоте.
- Предложена методика определения аэродинамических параметров сооружения как функций угла атаки.
- Использование предложенной методики позволяет проводить анализ возможности появления галопирования за время, приемлемое для практических расчетов.

Литература

- 1. Бирбраер А. Н. Экстремальные воздействия на сооружения. СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2009. 594 с.
- Mendis P., Ngo T., Haritos N., Hira A. Wind loading on Tall Buildings // EJSE. 2007. Special Issue: Loading on Structures. P. 41-54.
- 3. Гузеев А.С., Короткин А.И., Лебедев А.О., Роговой Ю.А. Анализ некоторых результатов по определению аэродинамических характеристик высотных зданий // Инженерно-строительный журнал. 2009. №3. С. 50-52.
- 4. Симиу Э., Сканлан Р. Воздействие ветра на здания и сооружения / Пер. с англ. и редакция Б. Е. Маслова. М. : Стройиздат, 1984. 360 с.
- Попов Н.А. Рекомендации по уточненному динамическому расчету зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки / ГУП ЦНИИСК имени В.А. Кучеренко, ООО «ЕВРОСОФТ». М., 1999. 26 с.
- 6. Гувернюк С.В., Гагарин В.Г. Компьютерное моделирование аэродинамических воздействий на элементы ограждений высотных зданий // АВОК. 2007. №1. С. 16-22.
- 7. Гиргидов А.А. Гибридное моделирование в проектировании гидротехнических сооружений и FLOW-3D® как средство его реализации // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3(21). С. 21-27.
- 8. ANSYS CFX-Solver Theory Guide. Canonsburg: ANSYS, Inc., 2009. 257 p.
- 9. Белов И. А., Исаев С. А. Моделирование турбулентных течений. СПб. : БГТУ, 2001. 108 с.
- 10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М. : Наука, 1974. 711 с.
- 11. ANSYS FLUENT 12.0 User's Guide. Canonsburg: ANSYS, Inc., 2009. 1450 p.
- 12. Бучинский В. Е. Атлас обледенения проводов. Л. : Гидрометеоиздат, 1966. 114 с.
- 13. Марчевский И. К. Математическое моделирование обтекания профиля и исследование его устойчивости в потоке по Ляпунову: дис. ... канд. ф.-м. наук : 01.02.05. М. , 2008. 119 с.

* Владимир Аркадьевич Мелешко, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(921)748-07-16; эл. почта: vl-meleshko@yandex.ru

Рутман Ю.Л., Мелешко В.А. Оценка сооружений на возникновение галопирования

Геометрически нелинейное математическое моделирование динамической устойчивости вязкоупругих пологих оболочек переменной толщины

К.т.н., доцент Р.А. Абдикаримов,* Ташкентский финансовый институт; *К.т.н. В.М. Жгутов**,* ООО «Архитектурно-строительная компания «Китеж»

Ключевые слова: пологая оболочка переменной толщины; вязкоупругость; динамическая устойчивость

Тонкостенные пластины и оболочки широко применяются в технике и строительстве в качестве элементов разного рода конструкций. В одних случаях с их помощью достигается создание легких и экономичных, но вместе с тем достаточно прочных и жестких конструкций. В других случаях (например, в упругих элементах некоторых приборов) указанные конструкции, наоборот, наделяются необходимой гибкостью.

Тонкостенные элементы современных конструкций, выполненные в виде пластин и оболочек, предназначены для работы под воздействием силовых нагрузок (статических и динамических). Для придания в нужных местах большей жесткости профиль тонких пластин и оболочек может иметь плавные утолщения. Следовательно, всю конструкцию следует рассматривать как конструкцию переменной (точнее, гладко-переменной) толщины.

Зачастую тонкостенные элементы конструкций допускают достаточно большие прогибы (даже при нагрузках, далеких от критических значений). Это означает, что при анализе напряженно-деформируемого состояния и устойчивости таких элементов следует учитывать геометрическую нелинейность.

При длительных нагрузках в материале оболочек (пластин и т.п.) может проявиться свойство ползучести (вязкоупругости), что приведет к существенному снижению их несущей способности.

В современной технике наряду с оболочками, выполненными из металлов (изотропного материала), широко используются конструкции, выполненные из различного рода композиционных материалов (являющихся анизотропными). Таким образом, возникает необходимость рассмотрения как изотропных оболочек (простейший случай), так и анизотропных оболочек (значительно более сложный случай).

Таким образом, для получения более реальной картины напряженно-деформированного состояния указанных элементов конструкций в виде пластин и оболочек необходимо проводить исследования в геометрически нелинейной постановке задачи при правильном совместном учете вязкоупругих и анизотропных свойств материала.

Анализу упругого деформирования пластин и круговых цилиндрических оболочек постоянной толщины (изготовленных из изотропных и ортотропных материалов) при осевых динамических нагрузках и поперечных внешних давлениях посвящен цикл работ. Обзор результатов этих исследований приведен в монографиях [1, 2].

Проблема динамической устойчивости цилиндрических оболочек (гладких и подкрепленных ребрами жесткости) при нестационарном внешнем давлении рассматривается в работах [3, 4], в которых приводятся решения задач деформирования ортотропных цилиндрических оболочек (подкрепленных кольцевыми ребрами жесткости), имеющих начальное несовершенство формы. При этом считается, что осесимметричные сжимающие усилия по торцам, а также внешнее динамическое давление по боковой поверхности оболочки равномерно распределены.

Ряд публикаций посвящен задачам деформирования пластин и оболочек при динамических нагрузках с учетом ползучести (вязкоупругости) материалов. Обзор результатов проведенных в них исследований содержится в работе [5].

Вопросы устойчивости вязкоупругих прямоугольных в плане пластин и цилиндрических оболочек при осевых сжимающих нагрузках в геометрически нелинейной постановке задачи рассматривались в работах [6, 7]. При этом в качестве критериев динамической устойчивости использовались критерии А.С. Вольмира [2].

Решению геометрически нелинейных задач динамики изотропных и ортотропных вязкоупругих оболочек, находящихся под действием осевых динамических нагрузок и внешнего давления, посвящены публикации [8, 9], в которых применены подходы А.Е. Богдановича [10], основанные на использовании многочленной аппроксимации прогиба.

Исследованию устойчивости оболочек постоянной и ступенчато-переменной толщины в геометрически нелинейной постановке при учете (и не учете) ползучести материала посвящены работы В.М. Жгутова [11–14] и Р.А. Абдикаримова [15-26].

Однако поведение пластин и оболочек гладко-переменной толщины при совместном учете всех отмеченных выше важных факторов в настоящее время исследовано недостаточно и требует дальнейшего исследования.

1. Постановка задачи. Математическая модель

Будем исследовать динамическую устойчивость вязкоупругой пологой оболочки переменной толщины h = h(x, y) и главными кривизнами срединной поверхности $k_x = 1/R_x$ и $k_y = 1/R_y$ (R_x и R_y – главные радиусы кривизны), находящейся под действием осевой динамической нагрузки.

Предположим, что оболочка изготовлена из однородного изотропного материала и подвергается динамическому сжатию силой $P(t) = v \cdot t$, где v и t – скорость и время нагружения. Считаем, что оболочка имеет несовершенство формы, характеризуемое начальным прогибом («погибью») $w_0 = w_0(x, y, t)$. Тогда, как известно, математическая модель деформирования оболочки описывается следующей системой уравнений [24] в перемещениях u = u(x, y, t), v = v(x, y, t) и w = w(x, y, t) (полный прогиб):

$$\begin{split} & \left(1-\Gamma^{*}\right) \left\{h\left[\frac{\partial^{2}u}{\partial x^{2}}-\left(k_{x}+\mu k_{y}\right)\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^{2}u}{\partial y^{2}}+\frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^{2}v}{\partial x\partial y}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}+\right.\\ & \left.+\frac{1-\mu}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}}+\frac{1+\mu}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y}\right]+\frac{\partial h}{\partial x}\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\mu\frac{\partial v}{\partial y}-\left(k_{x}+\mu k_{y}\right)w+\right.\\ & \left.+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}+\frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2}\right]+\frac{1-\mu}{2}\frac{\partial h}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right\}-\frac{\left(1-\mu^{2}\right)\rho h}{E}\frac{\partial^{2}u}{\partial t^{2}}=0\\ & \left(1-\Gamma^{*}\right)\left\{h\left[\frac{\partial^{2}v}{\partial y^{2}}-\left(k_{y}+\mu k_{x}\right)\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^{2}v}{\partial x^{2}}+\frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^{2}u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}}+\right.\\ & \left.+\frac{1-\mu}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}+\frac{1+\mu}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y}\right]+\frac{\partial h}{\partial y}\left[\frac{\partial v}{\partial y}+\mu\frac{\partial u}{\partial x}-\left(k_{y}+\mu k_{x}\right)w+\right. \\ & \left.+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2}+\frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right]+\frac{1-\mu}{2}\frac{\partial h}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right\}-\frac{\left(1-\mu^{2}\right)\rho h}{E}\frac{\partial^{2}v}{\partial y^{2}}=0\\ & \left(1-\Gamma^{*}\right)h^{3}\left(\frac{\partial^{4}(w-w_{0})}{\partial x^{4}}+2\frac{\partial^{4}(w-w_{0})}{\partial x^{2}\partial y^{2}}+\frac{\partial^{4}(w-w_{0})}{\partial y^{4}}\right)+3\left(1-\Gamma^{*}\left[2h\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{2}+h^{2}\frac{\partial^{2}h}{\partial x^{2}}\right]\times\\ & \left.\times\left(\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial x^{2}}+\mu\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial y^{3}}+\frac{\partial^{3}(w-w_{0})}{\partial x^{2}\partial y}\right)+3\left(1-\Gamma^{*}\left[2h\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^{2}+h^{2}\frac{\partial^{2}h}{\partial y^{2}}\right]\times \\ & \left.+6\left(1-\Gamma^{*}\right)h^{2}\frac{\partial h}{\partial y}\left(\frac{\partial^{3}(w-w_{0})}{\partial y^{3}}+\frac{\partial^{3}(w-w_{0})}{\partial x^{2}\partial y}\right)+3\left(1-\Gamma^{*}\left[2h\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^{2}+h^{2}\frac{\partial^{2}h}{\partial y^{2}}\right]\times \\ \end{array}\right\}$$

$$\times \left(\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial y^{2}} + \mu \frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial x^{2}} \right) + 6(1-\mu)(1-\Gamma^{*}\left[2h\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial h}{\partial y} + h^{2}\frac{\partial^{2}h}{\partial x\partial y} \right] \frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial x\partial y} - \\ -12(1-\Gamma^{*})h\left[\left(k_{x} + \mu k_{y}\right)\frac{\partial u}{\partial x} + \left(\mu k_{x} + k_{y}\right)\frac{\partial v}{\partial y} - \left(k_{x}^{2} + k_{y}^{2} + 2\mu k_{x}k_{y}\right)w + \\ + \frac{k_{x} + \mu k_{y}}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2} + \frac{k_{y} + \mu k_{x}}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2} \right] - 12\frac{\partial w}{\partial x}(1-\Gamma^{*})\left\{h\left[\frac{\partial^{2}u}{\partial x^{2}} - \left(k_{x} + \mu k_{y}\right)\frac{\partial w}{\partial x} + \\ + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^{2}u}{\partial y^{2}} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^{2}v}{\partial x\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y} \right] + \frac{\partial h}{\partial x}\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \\ + \frac{\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \left(k_{x} + \mu k_{y}\right)w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2} + \frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2} \right] + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial h}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial y}\right) \right\} - \\ - 12\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}(1-\Gamma^{*})h\left[\frac{\partial u}{\partial y} + \mu\frac{\partial v}{\partial y} - \left(k_{x} + \mu k_{y}\right)w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2} + \frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2} \right] - \\ - 12\frac{\partial w}{\partial y}(1-\Gamma^{*})\left(h\left[\frac{\partial^{2}v}{\partial y^{2}} - \left(k_{y} + \mu k_{x}\right)\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial h}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y}\right) + \\ - \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y} + \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y} + \\ - \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial h}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right) + \\ - 12\frac{\partial w}{\partial y}(1-\Gamma^{*})h\left[\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\mu}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x}\right] + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial h}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right) \right\} - \\ - 12\frac{\partial^{2}w}{\partial y}\left(1-\Gamma^{*}\right)h\left[\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} - \left(k_{y} + \mu k_{x}\right)w + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2} + \frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right] - \\ - 12(1-\mu)\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y}\left(1-\Gamma^{*}\right)h\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right) + \frac{12(1-\mu^{2})\rho h}{E}\frac{\partial^{2}w}{\partial^{2}} = \frac{12(1-\mu^{2})}{E}\frac{h}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\right] + \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x}\right] + \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2}\frac{\partial$$

В случае вязкоупругой ортотропной оболочки соответствующая математическая модель имеет вид [24]:

$$h \left\{ B_{11} \left(1 - \Gamma_{11}^{*} \right) \left(\frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \right) - \left[k_{x} B_{11} \left(1 - \Gamma_{11}^{*} \right) + k_{y} B_{12} \left(1 - \Gamma_{12}^{*} \right) \right] \frac{\partial w}{\partial x} + \left[B_{12} \left(1 - \Gamma_{12}^{*} \right) + 2B \left(1 - \Gamma^{*} \right) \left(\frac{\partial^{2} v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y} \right) + 2B \left(1 - \Gamma^{*} \left(\frac{\partial^{2} u}{\partial y^{2}} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} \right) \right] + \left. + \frac{\partial h}{\partial x} \left\{ B_{11} \left(1 - \Gamma_{11}^{*} \right) \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} \right] + B_{12} \left(1 - \Gamma_{12}^{*} \right) \left[\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^{2} \right] - \left[k_{x} B_{11} \left(1 - \Gamma_{11}^{*} \right) + k_{y} B_{12} \left(1 - \Gamma_{12}^{*} \right) \right] w \right\} + 2 \frac{\partial h}{\partial y} B \left(1 - \Gamma^{*} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \rho h \frac{\partial^{2} u}{\partial t^{2}} = 0 \right]$$

Абдикаримов Р.А., Жгутов В.М. Геометрически нелинейное математическое моделирование динамической устойчивости вязкоупругих пологих оболочек переменной толщины

_

$$\begin{split} &h\left\{B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\left(\frac{\partial^{2}v}{\partial y}^{2}+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial y}^{2}\right)-\left[k_{*}B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)+k_{*}B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)\right]\frac{\partial w}{\partial y}+\right.\\ &+\left[B_{23}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)+2B\left(1-\Gamma^{*}\right)\left(\frac{\partial^{2}u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y}\right)+2B\left(1-\Gamma^{*}\left(\frac{\partial^{2}v}{\partial x}^{2}+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial x}^{2}\right)\right]\right\}+\\ &+2\frac{\partial h}{\partial x}B\left(1-\Gamma^{*}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\frac{\partial h}{\partial y}\left\{B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)\left\{\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2}\right]\right\}+\\ &+B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\left[\frac{\partial^{2}u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right]-\left[k_{*}B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)+k_{*}B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^{2}\right]+\\ &+B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\left[\frac{\partial^{2}u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right]-\left[k_{*}B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)+k_{*}B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^{2}\right]+\\ &+B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial x^{4}}\right)+\left\{B_{1}\left(1-\Gamma_{1}^{*}\right)+B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\right)\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial x^{2}\partial x^{2}\partial y^{2}}+\\ &+B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial y^{4}}\right)+\frac{1}{4}\left[2h\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{2}+h^{2}\frac{\partial^{2}h}{\partial x^{2}}\right]B_{11}\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)+B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial x^{2}\partial y^{2}}+\frac{1}{2}h^{2}\frac{\partial h}{\partial y}\times\\ &\times\left[B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial y^{4}}\right]+\frac{1}{4}\left[2h\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{2}+h^{2}\frac{\partial^{2}h}{\partial x^{2}}\right]B_{11}\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)+AB(1-1^{*})\left)\frac{\partial^{2}(w-w_{0})}{\partial x^{2}\partial y}\right]+\frac{1}{4}\left[2h\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^{2}+h^{2}\frac{\partial^{2}h}{\partial y^{2}}\right]\right]\times\end{aligned}$$

$$-\left(k_{x}B_{11}\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)+k_{y}B_{12}\left(1-\Gamma_{12}^{*}\right)\right)w\right\}+2\frac{\partial h}{\partial y}B\left(1-\Gamma^{*}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right\}-$$

$$-\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}h\left\{B_{11}\left(1-\Gamma_{11}^{*}\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right]+B_{12}\left(1-\Gamma_{12}^{*}\left[\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2}\right]\right]-$$

$$-\left(k_{x}B_{11}\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)+k_{y}B_{12}\left(1-\Gamma_{12}^{*}\right)\right)w\right\}-\frac{\partial w}{\partial y}\left\{h\left[B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\left(\frac{\partial^{2}v}{\partial y^{2}}+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}}\right)-$$

$$-\left(k_{x}B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)+k_{y}B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)\right)\frac{\partial w}{\partial y}+\left(B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)+2B\left(1-\Gamma^{*}\right)\left(\frac{\partial^{2}u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^{2}w}{\partial y}\right)+$$

$$+B\left(1-\Gamma^{*}\left(\frac{\partial^{2}v}{\partial x^{2}}+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}\right)\right]+2\frac{\partial h}{\partial x}B\left(1-\Gamma^{*}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{\partial h}{\partial y}\left\{B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\left[\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^{2}\right]+B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right]-$$

$$-\left(k_{y}B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)+k_{x}B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\right)w\right\}\right\}-\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}}h\left\{B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right]+$$

$$-\left(k_{y}B_{22}\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)+k_{y}B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)\right)w\right\}-\frac{\partial^{2}w}{\partial y^{2}}h\left\{B_{21}\left(1-\Gamma_{21}^{*}\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2}\right]+$$

$$-\left(4\frac{\partial^{2}w}{\partial x\partial y}hB\left(1-\Gamma^{*}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial y}\right)-P\left(t\right)\frac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}+\rho h\frac{\partial^{2}w}{\partial t^{2}}=q.$$

Таким образом, математические модели задачи о динамической устойчивости вязкоупругих изотропных и ортотропных оболочек переменной толщины в геометрически нелинейной постановке описываются системами интегро-дифференциальных уравнений в частных производных вида (1) и, соответственно, (2). Начальные и краевые (граничные) условия считаются заданными.

2. Расчет динамической устойчивости вязкоупругих изотропных пологих оболочек переменной толщины

Решение полученных систем уравнений (1) и (2) осуществляем с помощью метода Бубнова–Галеркина при аппроксимации искомых функций *u*, *v* и *w* посредством некоторой полной системы известных (аппроксимирующих) функций, удовлетворяющих заданным краевым условиям [27].

Полагая оболочку шарнирно опертой по контуру (краю), решение систем уравнений (1) и (2) будем искать в следующем виде:

$$u(x, y, t) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} u_{nm}(t) \cos \frac{n \pi x}{a} \sin \frac{m \pi y}{b}, \ v(x, y, t) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} v_{nm}(t) \sin \frac{n \pi x}{a} \cos \frac{m \pi y}{b},$$

$$w(x, y, t) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} w_{nm}(t) \sin \frac{n \pi x}{a} \sin \frac{m \pi y}{b}, \ w_{0}(x, y) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} w_{0nm} \sin \frac{n \pi x}{a} \sin \frac{m \pi y}{b},$$

(3)

где $u_{nm} = u_{nm}(t)$, $v_{nm} = v_{nm}(t)$, $w_{nm} = w_{nm}(t)$, n = 1, 2, ..., N; m = 1, 2, ..., M – подлежащие определению коэффициенты (функции времени).

Подставляя выражения (3) в систему уравнений (1) и выполняя известную процедуру Бубнова– Галеркина с использованием безразмерных параметров

$$\frac{u}{h_{0}}, \frac{v}{h_{0}}, \frac{w}{h_{0}}, \frac{w_{0}}{h_{0}}, \frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{h}{h_{0}}, \lambda = \frac{a}{b}, \delta = \frac{b}{h_{0}}, \bar{k}_{x} = \frac{a^{2}}{h_{0}R_{x}}, \bar{k}_{y} = \frac{b^{2}}{h_{0}R_{y}}, t^{*} = \frac{P}{P_{\kappa p}} = \frac{\upsilon t}{P_{\kappa p}} = \frac{\omega t}{\sqrt{S}} = \frac{P^{*}}{P_{\kappa p}}^{*}$$

$$P^{*} = \frac{P}{E} \left(\frac{b}{h_{0}}\right)^{2}, \frac{q}{E} \left(\frac{b}{h_{0}}\right)^{4}, S = P_{\kappa p}^{*3} \left(\frac{\pi c E h_{0}^{3}}{\upsilon b^{4}}\right)^{2}; P_{\kappa p}^{*} = \frac{P_{\kappa p}}{E (b/h_{0})^{2}} = \frac{\pi^{2}}{3(1-\mu^{2})}, \Gamma(t) \frac{\sqrt{S}}{\omega},$$

получим следующую систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (сохраняем прежние обозначения для искомых функций $w_{nm} = w_{nm}(t)$, $u_{nm} = u_{nm}(t)$, $v_{nm} = v_{nm}(t)$):

$$\frac{1}{S} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} a_{klnm} \ddot{u}_{nm} - \eta_1 (1 - \Gamma^*) \Biggl\{ \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} \left(d_{1klnm} u_{nm} + \lambda e_{1klnm} v_{nm} - \frac{k_x + \lambda^2 \mu k_y}{\lambda \delta} f_{1klnm} (w_{nm} - w_{0nm}) \Biggr\} + \frac{1}{\delta} \sum_{n,i=1}^{N} \sum_{m,j=1}^{M} g_{1klnmij} (w_{nm} w_{ij} - w_{0nm} w_{0ij}) \Biggr\} = 0,$$
$$\frac{1}{S} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} b_{klnm} \ddot{v}_{nm} - \eta_2 (1 - \Gamma^*) \Biggl\{ \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} \left(\frac{1}{\lambda} d_{2klnm} u_{nm} + e_{2klnm} v_{nm} - \frac{\lambda^2 k_y + \mu k_x}{\lambda^2 \delta} f_{2klnm} (w_{nm} - w_{0nm}) \Biggr\} + \frac{1}{\delta} \sum_{n,i=1}^{N} \sum_{m,j=1}^{M} g_{2klnmij} (w_{nm} w_{ij} - w_{0nm} w_{0ij}) \Biggr\} = 0,$$
(4)

$$\frac{1}{S}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}c_{klnm}\ddot{w}_{nm} + \eta_{3}\left(1-\Gamma^{*}\right)\left\{\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left(d_{3klnm}u_{nm} + e_{3klnm}v_{nm} + f_{3klnm}\left(w_{nm} - w_{0nm}\right)\right)-\right\}$$

$$-\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{m,j=1}^{M}g_{3klnmij}\left(w_{nm}w_{ij}-w_{0nm}w_{0ij}\right)\right\}+\eta_{3}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}p_{klnm}^{*}w_{nm}t^{*}-\eta_{3}\left\{\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{m,j=1}^{M}w_{nm}\left(1-\Gamma^{*}\right)\left(d_{4klnmij}u_{ij}+M_{klnmij}u_{ij}+M_{klnmij}u_{ij}\right)\right\}$$

$$+ e_{4klnmij}v_{ij} + f_{4klnmij}(w_{ij} - w_{0ij}) + \sum_{n,i,r=1}^{N} \sum_{m,j,s=1}^{M} g_{klnmijrs} w_{nm} (1 - \Gamma^{*})(w_{ij}w_{rs} - w_{0ij}w_{0rs}) \bigg\} = 0,$$

$$u_{nm}(0) = u_{0nm}, \ \dot{u}_{nm}(0) = \dot{u}_{0nm}, \ v_{nm}(0) = v_{0nm}, \ \dot{v}_{nm}(0) = \dot{v}_{0nm}, \ w_{nm}(0) = w_{0nm}, \ \dot{w}_{nm}(0) = \dot{w}_{0nm}$$

Здесь $c = \sqrt{E / \rho}$ – скорость звука в материале оболочки; $P_{\kappa p} = \frac{\pi^2}{3(1-\mu^2)} E\left(\frac{h_0}{b}\right)^2$ – статическая

критическая нагрузка; $\omega = \sqrt{\pi^2 E h_0^2 P_{\kappa p}^* / (\rho b^4)}$ – частота основного тона колебаний. (Остальные постоянные коэффициенты, входящие в систему (4), связаны с координатными функциями и их производными).

Интегрирование полученной системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений проводим с помощью численного метода, основанного на использовании квадратурных формул [7, 28], который в обобщенном виде изложен в работе [29]. В качестве ядер релаксации используем слабосингулярное ядро Колтунова-Ржаницына вида [30]:

$$\Gamma(t) = A e^{-\beta t} t^{\alpha - 1}, \quad (0 < \alpha < 1).$$
(5)

На основе предложенного алгоритма составлена программа для расчетов на ЭВМ (на алгоритмическом языке *Delphi*) и проведены соответствуюшие вычислительные эксперименты. Вычисления проводились при различных значениях реологических и геометрических параметров вязкоупругой пологой оболочки.

В качестве критерия устойчивости, определяющего критические время и нагрузку, принято, следуя работе [2], условие от том, что «стрела прогиба» не должна превышать некоторую заранее установленную величину (равную, в частности, толщине оболочки или пластины). Для определения динамической

METHODS

критической нагрузки используем коэффициент динамичности $K_{\mathcal{A}}$, равный отношению динамической критической нагрузки к верхней статической.

Результаты вычислений при различных физических и геометрических параметрах оболочки отражены на графиках, представленных на рис.1–3.

Закон изменения толщины оболочки был принят в виде: $h = h(x) = 1 - \alpha^* x$, где α^* – параметр, характеризующий изменение толщины. В качестве исходных данных принимались следующие значения (если не оговорено иное):

$$A = 0.05; \ \alpha = 0.25; \ \beta = 0.05; \ \mu = 0.3; \ \delta = 25; \ k_x = k_y = 20; \ S = 1; \ w_0 = 0.0001; \ q = 0; \ \lambda = 1 \text{ in } \alpha^* = 0.5.$$

На рис. 1 приведены графики зависимости величин прогиба от времени, соответствующие значениям коэффициента вязкости A = 0 (кривая 1), A = 0,05 (кривая 2) и A = 0,1 (кривая 3). Указанным значениям параметра A соотвествуют следующие значения коэффициента динамичности: $K_{\mathcal{A}} = 7,62$, $K_{\mathcal{A}} = 6,94$ и $K_{\mathcal{A}} = 6,32$. Полученные результаты показывают, что учет вязкоупругих свойств материала рассматриваемой оболочки приводит к уменьшению критической нагрузки.



Рисунок 1. Зависимости прогиба изотропной оболочки от времени при различных значениях коэффициента вязкости:

A = 0 (кривая 1), A = 0.05 (кривая 2) и A = 0.1 (кривая 3).

Исследовано также влияние на динамическую устойчивость оболочки параметра α^* изменения ее толщины. На рис. 2 представлены зависимости прогиба от времени, отвечающие значениям $\alpha^* = 0$ (кривая 1), $\alpha^* = 0,4$ (кривая 2) и $\alpha^* = 0,8$ (кривая 3). Соответствующий коэффициент динамичности $K_{\mathcal{A}} = 6,84$, $K_{\mathcal{A}} = 6,92$ и $K_{\mathcal{A}} = 7,36$. Вычисления производились при равных объемах пологой оболочки постоянной и переменной толщины. Из графиков видно, что с уменьшением толщины оболочки значение коэффициента $K_{\mathcal{A}}$ увеличивается.

На рис. 3 представлены результаты исследования влияния на динамическую устойчивость параметра r изменения ее толщины, подчиняющейся иному закону, а именно $h(x) = 1 + 0.3 \sin(2r - 1)\pi x$ (кривые 1, 2 и 3, отвечающие значениям r = 0.5, r = 1 и r = 2). Получены соответствующие значения коэффициента динамичности: $K_{\mathcal{A}} = 6.53$, $K_{\mathcal{A}} = 5.81$ и $K_{\mathcal{A}} = 5.57$. Вычисления производились при равных объемах пологой оболочки постоянной и переменной толщины. Из рассмотрения рис. 3 видно, что с увеличением толщины значение коэффициента $K_{\mathcal{A}}$ уменьшается.



Рисунок 2. Зависимость прогиба от времени при различных значениях параметра α^* изменения толщины изотропной оболочки:

$$(h = h(x) = 1 - \alpha^* x)$$
: $\alpha^* = 0$ (кривая 1), $\alpha^* = 0,4$

(кривая 2) и $\, lpha^{*} = 0,\! 8 \,$ (кривая 3)





(кривая 2), *r* = 2 (кривая 3)

3. Расчет динамической устойчивости вязкоупругих ортотропных пологих оболочек переменной толщины

Рассмотрим теперь задачу о динамической устойчивости вязкоупругой ортотропной пологой оболочки переменной толщины. При принятых предположениях математическая модель задачи описывается системой уравнений (2). Считая, что оболочка шарнирно оперта по контуру, все перемещения (включая полный и начальный прогибы) аппроксимируем в методе Бубнова–Галеркина в виде (3).

В результате получаем следующую дискретную модель рассматриваемой задачи:

$$\frac{1}{S}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}a_{klnm}\ddot{u}_{nm} -\eta_{1}\left\{\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left\{\left[\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)d_{1klnm}+\left(1-\Gamma^{*}\right)d_{2klnm}\right]u_{nm}+\right.\\\left.+\left[\left(1-\Gamma_{12}^{*}\right)d_{3klnm}+\left(1-\Gamma^{*}\right)d_{4klnm}\right]v_{nm}+\left[\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)d_{5klnm}+\left(1-\Gamma_{12}^{*}\right)d_{6klnm}\right]w_{nm}-w_{0nm}\right)\right\}+\\\left.+\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left[\left[\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)d_{7klnmij}+\left(1-\Gamma_{12}^{*}\right)d_{8klnmij}+\left(1-\Gamma^{*}\right)d_{9klnmij}\right]w_{nm}w_{ij}-w_{0nm}w_{0j}\right)\right]=0,\\\left.\frac{1}{S}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}b_{klnm}\ddot{v}_{nm}-\eta_{2}\left\{\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left\{\left[\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)e_{1klnm}+\left(1-\Gamma^{*}\right)e_{2klnm}\right]u_{nm}+\right.\\\left.+\left[\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)e_{3klnm}+\left(1-\Gamma^{*}\right)e_{4klnm}\right]v_{nm}+\left[\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)e_{5klnmij}+\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)e_{6klnmij}\right]w_{nm}-w_{0nm}\right)\right\}+\\\left.+\sum_{n,j=1}^{N}\sum_{m,j=1}^{M}\left[\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)e_{7klnmij}+\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)e_{5klnmij}+\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)e_{6klnmij}\right]w_{nm}-w_{0nm}w_{0j}\right)\right\}=0, (6)$$

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m,j=1}^{M}c_{klnm}\ddot{w}_{nm}+\eta_{3}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}p_{klnm}^{*}w_{nm}t^{*}+\eta_{3}\left\{\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left\{\left[\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)f_{1klnm}+\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)f_{2klnm}\right]u_{nm}+\right.\\\left.+\left[\left(1-\Gamma_{12}^{*}\right)f_{3klnm}+\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)f_{4klnm}\right]v_{nm}+\left[\left(1-\Gamma_{11}^{*}\right)f_{5klnm}+\left(1-\Gamma_{12}^{*}\right)f_{6klnm}+\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)f_{7klnm}+\right.\\\left.+\left(1-\Gamma_{12}^{*}\right)f_{3klnm}+\left(1-\Gamma_{21}^{*}\right)f_{3klnmij}+\left(1-\Gamma_{22}^{*}\right)g_{4klnmij}\right\}\left(w_{nm}w_{ij}-w_{0nm}w_{0j}\right)\right)\right\}-$$

 u_{nm}

$$-\eta_{3} \left\{ \sum_{n,i=1}^{N} \sum_{m,j=1}^{M} w_{nm} \left\{ \left(1 - \Gamma_{11}^{*} \right) \xi_{1klnmij} + \left(1 - \Gamma_{21}^{*} \right) \xi_{2klnmij} + \left(1 - \Gamma^{*} \right) \xi_{3klnmij} \right] \mu_{ij} + \left(\left(1 - \Gamma_{22}^{*} \right) \xi_{4klnmij} + \left(1 - \Gamma_{12}^{*} \right) \xi_{5klnmij} + \left(1 - \Gamma^{*} \right) \xi_{6klnmij} \right] \nu_{ij} + \left(\left(1 - \Gamma_{11}^{*} \right) \xi_{7klnmij} + \left(1 - \Gamma_{12}^{*} \right) \xi_{8klnmij} + \left(1 - \Gamma_{22}^{*} \right) \xi_{9klnmij} + \left(1 - \Gamma_{21}^{*} \right) \xi_{10klnmij} \right] \left(w_{ij} - w_{0ij} \right) \right\} + \left\{ \sum_{n,i,r=1}^{N} \sum_{m,j,s=1}^{M} w_{nm} \left\{ \left(1 - \Gamma_{11}^{*} \right) g_{5klnmijrs} + \left(1 - \Gamma_{12}^{*} \right) g_{6klnmijrs} + \left(1 - \Gamma_{22}^{*} \right) g_{7klnmijrs} + \left(1 - \Gamma_{21}^{*} \right) g_{8klnmijrs} + \left(1 - \Gamma^{*} \right) g_{9klnmijrs} \right) \left(w_{ij} w_{rs} - w_{0ij} w_{0rs} \right) \right\} = 0,$$

$$(0) = u_{0nm}, \ \dot{u}_{nm}(0) = \dot{u}_{0nm}, \ v_{nm}(0) = v_{0nm}, \ \dot{v}_{nm}(0) = \dot{v}_{0nm}, \ w_{nm}(0) = w_{0nm}, \ \dot{w}_{nm}(0) = \dot{w}_{0nm}.$$

Интегрирование системы (6) проводилось с помощью численного метода, основанного на использовании квадратурных формул [7, 28, 29]. В качестве ядер релаксации Г, Γ_{ij} , i = 1,2; j = 1,2 использованы слабосингулярные ядра Колтунова–Ржаницына вида (5).

Результаты вычислений на ЭВМ, соответсвтующие различным физическим и геометрическим параметрам, выражаются в виде графиков, представленных на рис. 4, 5. Закон изменения толщины оболочки был принят в виде: $h = 1 - \alpha^* x$. При вычислениях использовались следующие исходные данные (если не оговорено иное):

 $\mu = 0.3$; $\delta = 25$; $k_x = k_y = 20$; S = 1; $w_0 = 0,0001$; q = 0; $\lambda = 1$ и $\alpha^* = 0.5$.

Рис. 4 характеризует влияние вязкоупругих свойств материала на поведение ортотропной пологой оболочки при ее деформировании. Кривая 1 соответствует случаю, при котором вязкоупругие свойства материала не учитываются ($A = A_{ij} = 0$; i = 1,2; j = 1,2) («упругому» случаю). Кривая 2 отвечает случаю, при котором вязкоупругие свойства материала учитываются только при сдвиге, а кривая 3 – случаю, при котором вязкоупругие свойства материала учитываются при растяжении (сжатии) и сдвиге ($A = A_{ii} = 0.05$; i = 1,2; j = 1,2).



Рисунок 4. Зависимость прогиба ортотропной оболочки от времени при

- неучете вязкоупругих свойств материала (кривая 1);
- учете вязкоупругих свойств материала при сдвиге (кривая 2);
- учете вязкоупругих свойств материала при растяжении (сжатии) и сдвиге (кривая 3).



Рисунок 5. Зависимость прогиба от времени анизотропной оболочки при различных значениях параметра анизотропии $\Delta: \Delta = 1$ (кривая 1), $\Delta = 2$ (кривая 2) и $\Delta = 3$ (кривая 3)

Коэффициент динамичности в указанных случаях принимает значения $K_{\mathcal{A}} = 7,3$, $K_{\mathcal{A}} = 7,01$ и $K_{\mathcal{A}} = 6,61$ соответственно. Из рис. 4 следует, что полный учет вязкоупругих свойств материала приводит к более раннему, интенсивному возрастанию прогибов и, соответственно, уменьшению значений $K_{\mathcal{A}}$.

Рис. 5 иллюстрирует влияние анизотропных свойств материала на процесс устойчивости пологой оболочки.

Как видно из рис. 3, увеличение параметра Δ , характеризующего степень анизотропии (кривая 1 построена при $\Delta = 1$; кривая 2 – при $\Delta = 2$ и кривая 3 – при $\Delta = 3$), приводит к более позднему и интенсивному возрастанию прогибов. Установлено, что значение $K_{\mathcal{A}}$ (отвечающего критическим значениям времени и нагрузки) с увеличением параметра Δ также возрастает.

Заключение

Исследована динамическая устойчивость пологих оболочек переменной толщины с учетом геометрической нелинейности, а также вязкоупругих и анизотропных свойств материала. В широких пределах изменения физико-механических и геометрических параметров определены коэффициенты динамичности, позволяющие находить критическую нагрузку и критическое время.

Выявлен ряд новых механических эффектов, в частности:

- получаемые численные значения решения задач устойчивости оболочек в упругой и вязкоупругой постановке отличаются друг от друга на 15–20%;
- учет вязкоупругих свойств материала приводит к существенному снижению критических нагрузки и времени;
- учет изменения толщины тонкостенных элементов конструкций по различным законам приводит к уменьшению критической нагрузки и времени до 20–50%;
- учет вязкоупругих свойств материала приводит к уменьшению коэффициента динамичности до 20–40%.

Для всех рассмотренных случаев проводилось сравнение результатов, полученных как при одночленной аппроксимации, так и при многочленных аппроксимациях прогиба. Установлено, в частности, что даже в случае оболочек постоянной толщины следует использовать многочленную аппроксимацию прогиба.

Проведено исследование сходимости метода Бубнова–Галеркина. Для каждого случая найдено число полуволн, необходимое для получения решения достаточной точности.

Литература

- 1. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.: Гозтехиздат. 1956. 600 с.
- 2. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М. : Наука. 1967. 984 с.
- 3. Амиро И. Я. и др. Колебания ребристых оболочек вращения. Киев : Наукова Думка. 1988. 172 с.
- Амиро И. Я., Заруцкий В. А. Исследования в области устойчивости ребристых оболочек // Прикладная механика. 1983. Т. 19. №11. С. 3-20.
- 5. Ржаницын А. Р. Теория ползучести. М. : Наука, 1968. 416 с.
- 6. Бадалов Ф. Б., Эшматов Х., Тангиров А. Э. Динамическая устойчивость вязкоупругой ортотропной пластины // ДАН УзССР. №9. 1989. С. 19-21.
- 7. Эшматов Х. Интегральный метод математического моделирования задач динамики вязкоупругих систем: Дис... на соис. учен. степ. док.техн.наук: 18.05.13. Ин-т проблем моделирования в энергетике АН Украины. Киев, 1991. 337 с.
- 8. Бадалов Ф. Б., Эшматов Х., Акбаров У. Й. Устойчивость вязкоупругой ортотропной пластины при динамическом нагружении // Труды 15-й Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек. Казань, 1990. С. 372-378.
- 9. Эшматов Х., Юсупов М. Исследование динамической устойчивости вязкоупругих пластин переменной жесткости // Изв. АН УзССР. Сер.техн. наук. 1987. №4. С. 44–47.
- 10. Богданович А. Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. Рига : Зинатне. 1987. 296 с.

- 11. Жгутов В. М. Математические модели и алгоритмы исследования устойчивости пологих ребристых оболочек при учете различных свойств материала // Изв. Орловского гос. техн. ун-та. Сер. «Строительство, транспорт». 2007. № 4. С.20-23.
- 12. Жгутов В. М. Математическая модель и алгоритм исследования прочности и устойчивости ребристых оболочек с учетом различных свойств материала // «Инженерные системы – 2008»: Всероссийская научно-практическая конференция: Труды конференции. Москва, 7-11 апреля 2008 года, РУДН. М. : Изд-во РУДН, 2008. С. 341-346.
- 13. Жгутов В. М. Исследование прочности и устойчивости ребристых оболочек с помощью вычислительного эксперимента // Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте: Сборник докладов VII Международной конференции по проблемам прочности материалов и сооружений на транспорте 23-24 апреля 2008 года. СПб.: Петербургский государственный университет путей сообщения, 2008. С. 110-131.
- 14. Жгутов В. М. Математические модели, алгоритм исследования и анализ устойчивости ребристых оболочек с учетом ползучести материала при конечных прогибах // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Серия «Физико-математические науки». 2010.№ 2. С. 53–59.
- 15. Абдикаримов Р. А., Ходжаев Д. А. Динамическая устойчивость вязкоупругих прямоугольных пластин с переменной жесткостью // II Всероссийские научные Зворыкинские чтения. Сб. тез. докладов, Муром, 5 февраля 2010 г. Муром, 2010. С. 657.
- 16. Абдикаримов Р. А. Алгоритмизация нелинейных задач динамики вязкоупругих систем с переменной жесткостью // Проблемы информатики и энергетики. Ташкент, 2010. №1. С. 92-97.
- 17. Абдикаримов Р. А. Численное исследование нелинейного колебания вязкоупругой пластины с переменной жесткостью // Проблемы архитектуры и строительства. Самарканд, 2010. №1. С. 37-42.
- 18. Абдикаримов Р. А. Математическая модель нелинейного колебания вязкоупругой пластины с переменной жесткостью при различных граничных условиях // Проблемы архитектуры и строительства. Самарканд, 2010. №1. С. 44-47.
- Abdikarimov R. A. Deterministic Simulations of Nonlinear Vibration of Viscoelastic Elements in Thin-Walled Constructions with Variable Rigidity // 2010 SSA Annual Meeting, March/April 2010, Seismological Research Letters. Vol. 81, N.2. Pp.343.
- Abdikarimov R. A., Khodzhaev D. A. Deterministic Calculation of Dynamic Stability of Viscoelastic Elements in Thin-Walled Constructions with Variable Rigidity // 2010 SSA Annual Meeting, March/April 2010, Seismological Research Letters. Vol. 81, N.2. Pp.343.
- 21. Верлань А. Ф., Абдикаримов Р. А. Математическое моделирование нелинейных задач динамики вязкоупругих систем с переменной жесткостью // Материалы Международной научной конференции «Моделирование-2010», 12-14 мая 2010, Киев. Киев: Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е.Пухова НАН Украины, 2010. Том 1. С. 80-84.
- 22. Абдикаримов Р. А. Нелинейные колебания вязкоупругих пластин с переменной жесткостью // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. Ташкент. 2010. № 4. С. 40-42.
- 23. Verlan A. F., Abdikarimov R. A. Mathematical and Computer Modeling of Some Problems of the Mechanics Resulted in the Integro-differential Equations // Proceedings of the International Conference "Integral Equations-2010" dedicated to 50 years of the Department of Numerical Mathematics, 25-27 August 2010, Lviv. Lviv : PAIS, 2010. Pp.169-172.
- 24. Абдикаримов Р. А., Жгутов В. М. Математические модели задач нелинейной динамики вязкоупругих ортотропных пластин и оболочек переменной толщины // Инженерно-строительный журнал. Санкт-Петербург, 2010. №6. С. 38 47.
- 25. Верлань А. Ф., Абдикаримов Р. А., Эшматов Х. Численное моделирование нелинейных задач динамики вязкоупругих систем с переменной жесткостью // Электронное моделирование. 2010. Т. 32. №2. С. 3-14.
- 26. Абдикаримов Р. А., Жгутов В. М. Математические модели задач нелинейной динамики вязкоупругих изотропных пластин и оболочек гладко-переменной толщины (ассиметричные случаи) // Инженерно-строительный журнал. 2010. №8. С.47-55.
- 27. Михлин С. Г. Численная реализация вариационных методов. М. : Наука, 1966. 432 с.
- 28. Бадалов Ф. Б., Эшматов Х., Юсупов М. О некоторых методах решения систем интегро-дифференциальных уравнений, встречающихся в задачах вязкоупругости // ПММ. 1987. № 5 (51). С. 867-871.
- 29. Эшматов Х., Абдикаримов Р. А., Бобоназаров Ш. П. Колебания и устойчивость вязкоупругой трубы с протекающей через нее жидкостью при различных граничных условиях // Проблемы механики. 1995. №1. С. 20-24.
- 30. Колтунов М. А. Ползучесть и релаксация. М. : Высшая школа, 1976. 276 с.

* Рустамхан Алимханович Абдикаримов, Ташкент, Узбекистан Тел. раб.: +998(71)234-66-41; эл. почта: rabdikarimov@mail.ru ** Владимир Михайлович Жгутов, Санкт-Петербург, Россия Тел. раб.: +7(812)378-20-83; эл. почта: abc kitezh@mail.ru

Сравнение динамических упругопластических расчетов, выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы

Аспирант Э. Симборт*,

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Ключевые слова: сейсмостойкое проектирование; нелинейная модель с одной степенью свободы; нелинейная модель со многими степенями свободы; критерий прочности

В настоящее время для обеспечения сейсмостойкости зданий и сооружений в мировой практике применяется подход многоуровневого проектирования [1]. В соответствии с данным подходом здания и сооружения должны противостоять слабым землетрясениям без значительных повреждений, а сильные землетрясения должны восприниматься за счет пластического ресурса конструкций.

Таким образом, основные принципы сейсмостойкого проектирования зданий и сооружений допускают возможность развития значительных пластических деформаций во время сильных землетрясений. При этом должна быть исключена возможность полного обрушения сооружения или его частей. Обеспечить соблюдение этих условий можно посредством проведения всестороннего динамического упругопластического анализа сооружений с помощью современных программных комплексов (ABAQUS, ANSYS, NASTRAN и др.), однако данный анализ влечет за собой значительное время вычислений и большое количество сохраняемых данных.

Процесс проектирования требует оперативного рассмотрения ряда конструктивных вариантов. При расчетах на сейсмостойкость необходимо учитывать ансамбль акселерограмм, соответствующих результатам сейсмомикрорайонирования площадки строительства. Поэтому полный упругопластический динамический анализ проектируемого объекта становится чрезвычайно трудоемким и неудобным для принятия проектных решений. В этой связи представляется целесообразным применение более простого метода расчета. Таким методом является применение нелинейной модели с одной степенью свободы, давно используемой целым рядом исследователей. В [2], [3], [4] показано, что с помощью такой модели можно определить целый ряд важных прочностных характеристик проектируемого объекта и установить уровень его сейсмостойкости. Степень точности одностепенной модели пока не установлена.

В данной статье исследуется адекватность применения нелинейной модели с одной степенью свободы. Для этого проводится сравнение результатов (перемещение, скорость и ускорение массы системы), полученных по одностепенной модели, с результатами нелинейного динамического расчета системы со многими степенями свободы.

Методика анализа

Модель с одной степенью свободы

Нелинейная модель с одной степенью свободы начала применятся в работах Ньюмарка Н., Розенблюэта Э. [5], Ивена В., Велетсос А. и др. [6] и применяется до сих пор в исследованиях Датта Т. К. [7] и Чопры А. К. [8]. Данная модель, представленная на рис. 1а, описывается дифференциальным уравнением (1):

$$m\ddot{x} + \alpha \dot{x} + F(x, \dot{x}) = -m\ddot{y}_{\sigma}(t) \tag{1}$$

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + f(x,\dot{x}) = -\ddot{y}_{\sigma}(t), \qquad (2)$$

где $\ddot{y}_{g}(t)$ – ускорение основания системы с одной степенью свободы.

Характер разгрузки описывается гипотезой кинематического упрочнения Мазинга [9].

Петлю гистерезиса и циклическую диаграмму деформирования на рис.16 характеризуют следующие параметры: ω^2 , ω_0^2 , f_T , где ω - частота первого тона системы, которая находится из решения линейноупругой задачи. Величина ω_0^2 на основе эмпирических соображений принимается $\omega^2 = (20...50)\omega_0^2$. $f_{\rm T} = \frac{F_{\rm T}}{m}$, где $F_{\rm T}$ – предельная нагрузка системы с одной степенью свободы, которая может быть найдена

исходя из решения задачи предельного равновесия при горизонтальной нагрузке пропорциональной распределенной массе системы. В настоящей работе для решения задачи о предельном равновесии жесткопластических конструкций предлагается применить метод псевдожесткостей [10].



Рисунок 1. Билинейная диаграмма с упругой разгрузкой

Модель со многими степенями свободы

Движение системы с *n* степенями свободы описывается *n* дифференциальными уравнениями второго порядка.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + \{f_s(u, sign\dot{u})\} = -[M]\{J_x\}\ddot{X}_0(t),$$
(3)

где {u} – вектор относительных перемещений (в системе координат, связанной с основанием); [M] и [C] – матрицы масс и диссипации системы (n x n); $f_s = f_s(u, signi)$ – нелинейная гистерезисная функция (нелинейная зависимость сила – перемещение); $\{J_x\}$ – вектор, компонентами которого являются косинусы углов между направлениями перемещений по степеням свободы и вектором ускорения основания; $\ddot{X}_0(t)$ – компонента сейсмического ускорения основания [8].

Анализ адекватности модели с одной степенью свободы

Анализ адекватности применения нелинейной модели с одной степенью свободы анализируется путем сравнения полученных результатов по одностепенной модели с результатами нелинейного динамического расчета системы с конечным числом степеней свободы. В качестве систем со многими степенями свободы в данной работе применялись многоэтажная рамная конструкция и здание с нижним гибким этажом. Динамические характеристики исследуемых объектов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Тип сооружения	Период Т, с	Круговая частота ω, рад/с	Частота f, Гц	ω²	ω_0^2	f _T , м/с ²
Здание с нижним гибким этажом	0.8585	7.319	1.165	53.57	1.0714÷2.679	1.07
Многоэтажное каркасное здание	1.612	3.897	0.6202	15.19	0.30374÷0.7594	2.4

Таблица 2

Запись землетрясения	Максимальное ускорение, м/с ²	Продолжительность воздействия t, с	Преобладающий период воздействия T, с
Bucharest (BU x) RO	1.901	21.950	1.440
Corralitos (CO x) USA	7.830	16.890	0.560
Kobe (KO x) JP	8.179	40.020	0.360
Northridge (NR x) USA	5.566	24.580	0.260
San Fernado (SF x) USA	11.480	20.460	0.380

Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы

Сравнение моделей проводится по следующим параметрам:

1) перемещения, скорости и относительные ускорения центра тяжести здания (в случае систем с конечным числом степеней свободы);

2) перемещения, скорости и относительные ускорения массы одностепенной системы.

Исходное сейсмическое воздействие было задано в виде пяти акселерограмм землетрясений. Основные характеристики данных землетрясений приведены в табл. 2. Записи акселерограмм были взяты из [11, 12].

Сравнение результатов расчетов

На рис. 2 и 3 изображены графики перемещений, скоростей и относительных ускорений в зависимости от времени для многоэтажного каркасного здания и здания с нижним гибким этажом соответственно. Динамический упругопластический расчет системы со многими степенями свободы был произведен в программном комплексе ANSYS v.13.



Рисунок 2. Сравнение полученных результатов по одностепенной модели: а) с результатами, полученными по модели со многими степенями свободы; б) для случая многоэтажного каркасного здания на воздействие BU х



Рисунок 3. Сравнение результатов, полученных по одностепенной модели: а) с результатами, полученными по модели со многими степенями свободы; б) для случая здания с нижним гибким этажом на воздействие КО х

Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы

В табл. 3 и 4 приведены максимальные значения перемещений, скоростей и относительных ускорений многоэтажной рамной конструкции и здания с нижним гибким этажом соответственно.

Таблица 3

Многоэтажное каркасное здание	Система с одной степенью свободы		Система со многими степенями свободы (центр масс здания)	
BU x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.243	-0.339	0.224	-0.308
Скорости, м/с	0.720	-0.999	0.803	-0.949
Отн. ускорения, м/с ²	3.558	-4.018	4.110	-4.351
CO x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.153	-0.222	0.098	-0.206
Скорости, м/с	0.680	-1.017	0.839	-0.809
Отн. ускорения, м/с ²	5.833	-8.732	9.230	-9.043
KO x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.175	-0.355	0.191	-0.249
Скорости, м/с	1.415	-1.284	1.333	-1.280
Отн. ускорения, м/с ²	10.715	-8.295	12.739	-11.850
NR x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.347	-0.317	0.314	-0.319
Скорости, м/с	1.371	-1.022	1.458	-0.948
Отн. ускорения, м/с ²	8.317	-9.375	10.326	-9.220
SF x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.243	-0.158	0.140	-0.089
Скорости, м/с	0.875	-0.780	0.625	-0.724
Отн. ускорения, м/с ²	4.036	-8.173	6.894	-10.360

Таблица 4

Здание с нижним гибким этажом	Система с одной степенью свободы		Система со мн свободы (цен	огими степенями нтр масс здания)
BU x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.203	-0.070	0.290	-0.063
Скорости, м/с	0.353	-0.381	0.507	-0.513
Отн. ускорения, м/с ²	1.889	-2.686	2.154	-2.818
CO x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.132	-0.152	0.161	-0.139
Скорости, м/с	0.513	-0.696	0.482	-0.705
Отн. ускорения, м/с ²	5.601	-9.173	5.625	-8.245
KO x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.140	-0.123	0.140	-0.119
Скорости, м/с	0.877	-0.925	0.845	-0.884
Отн. ускорения, м/с ²	9.584	-7.101	8.965	-6.396
NR x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.167	-0.078	0.159	-0.079
Скорости, м/с	0.466	-0.460	0.538	-0.419
Отн. ускорения, м/с ²	4.228	-6.697	4.073	-6.550
SF x	max	min	max	min
Перемещения, м	0.042	-0.359	0.038	-0.371
Скорости, м/с	0.701	-0.858	0.785	-0.920
Отн. ускорения, м/с ²	9.762	-12.391	8.477	-10.753

Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы

Заключение

На основе анализа полученных результатов можно сделать вывод о том, что в большинстве случаев отличие между перемещениями, вычисленными по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы, не превышает 20%, за редким исключением, когда отличие составляет примерно 50%. Указанные погрешности при выборе конструктивных вариантов можно считать допустимыми. Отличия же по скоростям и относительным ускорениям также в большинстве случаев не превышают 20%.

Несмотря на то, что нелинейная модель с одной степенью свободы не учитывает ряд факторов, данная модель позволяет разумно оценить динамический отклик, особенно тех сооружений, которые преимущественно возбуждаются по первой форме.

Литература

- 1. Fardis M. N. Code developments in earthquake engineering // 12th European Conference on Earthquake. London. Elsevier Science. 2002. Paper reference 845.
- 2. Рутман Ю. Л., Симборт Э. Выбор коэффициента редукции сейсмических нагрузок на основе анализа пластического ресурса конструкции // Вестник гражданских инженеров. 2011. № (2) 27. С. 78-81.
- 3. Рутман Ю. Л., Симборт Э. Анализ коэффициента пластичности с целью рационального выбора коэффициента редукции нагрузок К₁ // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2011. №.... С. -.-.(в печати)
- 4. Рутман Ю. Л., Симборт Э. Выбор коэффициента редукции сейсмических нагрузок на основе анализа пластического ресурса конструкции с учетом малоцикловой усталости // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2011. №.... С. -.-.(в печати)
- 5. Ньюмрак Н., Розенблюэт Э. Основы сейсмостойкого строительства / Под ред. д-ра техн. наук Я. М. Айзенберга. М. : Стройиздат, 1980. 173 с.
- Баркан Д. Д., Бунэ В. И., Медведев С. В. Современное состояние теории сейсмостойкости и сейсмостойкие сооружения (по материалам IV международной конференции по сейсмостойкому строительству) / Под общ. ред. С. В. Полякова. М. : Стройиздат, 1973. 280 с.
- 7. Datta T. K. Seismic Analysis of Structures. Singapore.: John Wiley (Asia), 2010. 454 p.
- 8. Chopra A. K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey. Prentice-Hall, 2006. 794 p.
- 9. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагружениях. М. : Изд-во Моск. Ун-та, 1965. 263 с.
- 10. Рутман Ю. Л. Метод псевдожесткостей для решения задач о предельном равновесии жесткопластических конструкций / Балт. гос. техн. ун-т. СПб., 1998. 51 с.
- 11. The European Strong Motion Database (ESD). URL: http://www.isesd.hi.is/ESD_Local/frameset.htm. (Дата обращения 17.11.2010).
- 12. Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD). URL: http://www.strongmotioncenter.org. (Дата обращения 15.01.2011).

* Энрике Херардо Симборт Себальос, Санкт-Петербург, Россия

Тел. моб.: +7(906)275-33-17; эл. почта: e-simbort@mail.ru

Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы

Д. ф.-м. н., профессор М.Н. Кирсанов*, ГОУ ВПО Московский энергетический институт

Ключевые слова: пространственная ферма; индукция; оптимизация; прогиб; Maple

Стержневые системы широко применяются в практике строительства и машиностроения. При этом наиболее распространена шарнирно-стержневая расчетная модель [1, 2]. В качестве метода расчета используется какой-либо численный метод, например, метод конечных элементов. Число стержней фермы может быть весьма значительным, а точность расчетов вполне удовлетворительной. Методу конечных элементов доступны и пространственные, и много раз статически неопределимые фермы. Однако с развитием современных математических пакетов [3-6] особое значение приобретают аналитические методы. Аналитические решения могут быть тестовыми для оценки точности численных методов и для анализа деформационных характеристик конструкции, выявить которые иначе затруднительно. В стержневых конструкциях из реологического (ползущего) материала некоторые особенности в сравнительно простых фермах выявлены в [7-9]. В настоящей работе на конкретных примерах показаны возможности аналитических методов расчета пространственных ферм. Обнаружены некоторые неожиданные результаты, найдены предельные характеристики фермы.

Алгоритм расчета

Для моделирования конструкции требуется задать координаты шарниров и порядок их соединения стержнями. Введем массив (вектор) координат $x_i, y_i, z_i, j = 1, ..., m$, где m – общее число узлов (шарниров), и массивы N_i и K_i номеров концов стержней. Стержни фермы условно представим в виде векторов, для которых N_i – номер начала стержня, K_i – номер конца стержня i. Направления стержней выбираем произвольно, на решение задачи выбор направления не влияет. Проекции стержня на оси координат: $l_{x,i} = x_{K_i} - x_{N_i}$, $l_{y,i} = y_{K_i} - y_{N_i}$, $l_{z,i} = z_{K_i} - z_{N_i}$. Усилия в стержнях будем определять методом вырезания узлов. Система уравнений метода состоит из уравнений равновесия узлов. Для каждого узла, не присоединенного к земле, записываются три уравнения в проекциях на оси x, y и z. Из направляющих косинусов составлена матрица G размером $n_0 \times n_0$, где n_0 – число стержней фермы, включая опорные. Опорные стержни направляем к земле. Для всех стержней: $G_{3N_i-2,i} = l_{x,i} / l_i, G_{3N_i-1,i} = l_{y,i} / l_i, G_{3N_i,i} = l_{z,i} / l_i$ и для всех стержней, кроме опорных: $G_{3K,-2,i} = -l_{x,i}/l_i$, $G_{3K,-1,i} = -l_{y,i}/l_i$, $G_{3K,i} = -l_{z,i}/l_i$. Систему уравнений равновесия узлов представим в векторном виде $\mathbf{GS} = \mathbf{F}$, где $\mathbf{F} = \{P_{x,1}, P_{y,1}, P_{z,1}, ..., P_{x,m}, P_{y,m}, P_{z,m}\}$ – вектор правых частей (внешних нагрузок, приложенных к узлам), $S = \{S_1, ..., S_{n_0}\}$ – вектор усилий в стержнях. Марle позволяет решить систему уравнений в символьной форме. Можно использовать как оператор LinearSolve(G.F) из пакета LinearAlgebra, так и метод обратной матрицы G1:=1/G: S:=G1.F. В последнем случае обратная матрица окажется полезной и для нахождения решения при другом загружении, например единичной силой для определения перемешения.

Ферма-стойка

Выбор пространственной статически определимой модели представляет самостоятельную задачу [10,11]. Пространственные статически определимые фермы можно разделить на два условных класса. В первом классе фермы, полученные из простейшей фермы-тетраэдра (четыре узла и шесть стержней) прикреплением на каждом шаге по одному узлу тремя стержнями, что при правильном соединении гарантирует статическую определимость, во втором – фермы, в которых нельзя выделить статически определимого тетраэдра. Рассматриваемая ферма принадлежит к этому классу и состоит из 6n стержней, 2n+2 шарниров и трех опор. Стержни предполагаются упругими, и жесткости их равны. Ферма содержит два одинаковых контура, в каждом из которых располагается n стержней с шарнирами на окружности радиуса R. Усилия в стержнях верхнего контура обозначим T, нижнего – S. Контуры соединены n параллельными стержнями (усилия V). Шарниры верхнего контура присоединены n стержнями (усилия N) к верхней опоре

Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы

(это цилиндрический шарнир с вертикальной осью), нижнего – с нижней опорой (сферический шарнир). На боковых гранях фермы имеются раскосы, усилия D в них равны нулю в силу осевой симметрии задачи. Опоры лежат на одной вертикали с центрами контуров (рис. 2, 3). К вершине фермы приложена вертикальная сила P. Третья опора, моделируемая горизонтальным стержнем в плоскости одного из контуров, предотвращает вращение вокруг вертикальной оси. На рисунках опоры не изображены. Таким образом, в задаче, включая шесть усилий в опорах, $n_0 = 6n + 6$ неизвестных.





Рисунок 1. Усилия в стержнях фермы, *n* = 4



Расчет

Все величины размерности длины отнесем к радиусу $R: H = h_0 R$, $h_1 = b_1 R$, $h_2 = b_2 R$, и введем коэффициент асимметрии: $b_2 = kb_1$. Безразмерные длины стержней имеют вид: $l_s = l_T = 2\cos\beta$, $l_V = h_0$, $l_N = \sqrt{1 + b_1^2}$, $l_O = \sqrt{1 + k^2 b_1^2}$, где $\alpha = 2\pi/n$, $\beta = (\pi - \alpha)/2$. Решение системы уравнений равновесия дает следующие выражения усилий в стержнях фермы от действия единичной нагрузки P = 1:

$$S = 1/(2knb_1 \cos \beta), \ V = -1/n, \ T = kS,$$
$$N = -\sqrt{1 + b_1^2} / (nb_1), \ O = -\sqrt{1 + k^2 b_1^2} / (knb_1),$$

Основной трудностью при получении этих формул было определение зависимости от *n*. В таких случаях следует пользоваться методом индукции, получая решение сначала, например, при n=3, затем обнаруживается последовательность коэффициентов. n = 4т.д. решении Общий член и В последовательности лучше найти с помощью системы Maple [7]. В пакете genfunc имеется оператор rgf findrecur, определяющий рекуррентное соотношение, которому удовлетворяют члены последовательности. Решение рекуррентного уравнения легко найти с помощью оператора rsolve. В данном примере последовательности достаточно очевидные, и применять Maple не потребовалось, но в более сложных случаях это является, вероятно, единственным методом решения задачи.

По формуле Максвелла-Мора в предположении, что стержни имеют одинаковую жесткость *EF*, получим прогиб вершины фермы:

(1)

$$\Delta = Pn(T^2 l_T + S^2 l_S + O^2 l_O + V^2 l_V + N^2 l_N) / (EF)$$

С увеличением числа ребер *n* эта величина закономерно уменьшается, и можно было бы предположить, что она стремится к нулю. Однако это не так. Легко вычисляется предел:

CALCULATIONS

$$\lim_{n\to\infty}\Delta = P(1+k^2)/(2\pi k^2 b_1^2 EF).$$

При этом усилия U, V, N стремятся к нулю, а усилия в окружных стержнях имеют конечный предел $\lim_{n\to\infty} S = 1/(2\pi k b_1)$, $\lim_{n\to\infty} T = 1/(2\pi b_1)$.

Зависимость (1) обнаруживает явно выраженные минимальные значения, что имеет очевидное практическое приложение. Некоторые из них изображены на рисунках 3-5.



Рисунок 3. Безразмерный прогиб (EF = 1, P = 1) в зависимости от b_1 для различных k



от b_1 для различных h_0



от b_1 для различных n

Ферма-балка

Рассмотрим другое загружение описанной фермы, добавив при этом к ферме еще один контур (рис. 6). Таким образом, в ферме получилось два отсека. Длина конструкции (пролет или расстояние между опорными точками A и B) равна 2(H+h). Ферма состоит теперь из 2n боковых панелей (рис. 7). Центральный угол на каждую панель вычисляем по формуле $\alpha = \pi/n$ (рис. 8). Усилия в 4n продольных стержнях обозначим $V_{j,i}$, первый индекс указывает номер отсека, второй – номер стержня в отсеке. При этом будем учитывать

симметрию задачи, $V_{j,i} = V_{j,2n+2-i}$, j = 1, 2, i = 2, ..., n. Этим же свойством обладают и другие стержни. Усилия в стержнях контуров: $S_{j,i} = S_{j,2n+1-i}$, j = 1, 2, 3, i = 1, ..., n; усилия в раскосах: $D_{j,i} = D_{j,2n+1-i}$, j = 1, 2, i = 1, ..., n; усилия в стержнях, соединенных с опорными: $N_i = N_{2n+2-i}$, $O_i = O_{2n+2-i}$, i = 2, ..., n. К ферме приложим нагрузку в плоскости симметрии. На вершину каждого из трех контуров действует сила P в плоскости контура. Очевидно, реакции опор A и B при этом будут равны 3P/2 (рис. 9, решетка не изображена).



Рисунок 6. Ферма, нагрузки, обозначения усилий, *n* = 3



Рисунок 7. Боковая панель фермы



Рисунок 8. Контур 1

Рисунок 9. Продольные стержни и стержни опор

Методом вырезания узлов совместно с описанным выше методом индукции найдем зависимости усилий от размеров и числа n. Обозначим $\beta = (\pi - \alpha)/2$, $\gamma = \arctan(H/l)$, $l = 2R \cos \beta$. Усилия в стержнях контуров:

$$\begin{split} S_{1,i} &= -3P/(8n\cos\beta), \quad i = 1, ..., n, \quad S_{2,1} = -P/(4\cos\beta), \quad S_{2,i} = 0, \quad i = 2, ..., n, \\ S_{3,1} &= (2n-3)P/(8n\cos\beta), \quad S_{3,i} = -3P/(8n\cos\beta), \quad i = 2, ..., n, \end{split}$$

Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы

усилия в продольных стержнях:

$$\begin{split} V_{1,1} &= -P(3(2n-1)\operatorname{ctg}\gamma\cos\beta + 2n\operatorname{ctg}\varphi)/(4n\cos\beta), \quad V_{1,i} = 3P/(4n)\operatorname{ctg}\gamma, \ i = 2,...,n+1, \\ V_{2,1} &= -3P(2n-1)/(4n)\operatorname{ctg}\gamma, \\ V_{2,2} &= P(3\operatorname{ctg}\gamma\cos\beta + \operatorname{ctg}\varphi)/(4n\cos\beta), \qquad V_{2,i} = 3P/(4n)\operatorname{ctg}\gamma, \ i = 3,...,n+1. \end{split}$$

Усилия в раскосах:

CI

$$D_{1,1} = P/(4\cos\beta\sin\varphi) = -D_{2,1}, \quad D_{1,i} = D_{2,i} = 0, \ i = 2,...,n.$$

Усилия в стержнях, соединенных с опорами:

1/(9 - 2 - 2 - 2) = 1 - 2

$$N_1 = O_1 = -3P(2n-1)/(4n\sin\gamma), \quad N_i = O_i = 3P/(4n\sin\gamma), \quad i = 2,...,n+1.$$

Прикладываем единичную вертикальную силу к вершине второго контура (в середине пролета фермы) и получаем усилия, которые пометим штрихом:

CI

$$\begin{split} S'_{1,i} &= -1/(8n\cos\beta), \ i = 1, ..., n, \ S'_{2,1} = -1/(4\cos\beta), \ S'_{2,i} = 0, i = 2, ..., n, \\ S'_{3,1} &= (2n-1)/(8n\cos\beta), \ S'_{3,i} = -1/(8n\cos\beta), \ i = 2, ..., n, \\ V'_{1,1} &= -((2n-1)\operatorname{ctg}\gamma\cos\beta + 2n\operatorname{ctg}\varphi)/(4n\cos\beta), \ V'_{1,i} = 3P/(4n)\operatorname{ctg}\gamma, \ i = 2, ..., n+1, \\ V'_{2,1} &= -(2n-1)/(4n)\operatorname{ctg}\gamma, \\ V'_{2,2} &= (\operatorname{ctg}\gamma\cos\beta + \operatorname{ctg}\varphi)/(4n\cos\beta), \quad V'_{2,i} = 1/(4n)\operatorname{ctg}\gamma, \ i = 3, ..., n+1, \\ D'_{1,1} &= 1/(4\cos\beta\sin\varphi) = -D'_{2,1}, \ D'_{1,i} = D'_{2,i} = 0, \ i = 2, ..., n. \\ N'_{1} &= O'_{1} = -(2n-1)/(4n\sin\gamma), \ N'_{i} = O'_{i} = 1/(4n\sin\gamma), \ i = 2, ..., n+1. \end{split}$$

По формуле Максвелла-Мора получим прогиб точки C^2 (середина пролета, верхний пояс, рис. 6, 9). Жесткости групп стержней пометим соответствующим индексом. Составляющие прогиба с учетом равенства $N_i = O_i$ имеют вид:

$$\begin{split} \Delta_{S} &= l_{S} (nS_{1,1}S'_{1,1} + S_{2,1}S'_{2,1} + S_{3,1}S'_{3,1} + (n-1)S_{3,2}S'_{3,2}) / (EF)_{S}, \\ \Delta_{V} &= l_{V} (V_{1,1}V'_{1,1} + (2n-1)V_{1,2}V'_{1,2} + V_{2,1}V'_{2,1} + 2V_{2,2}V'_{2,2} + (2n-3)V_{2,3}V'_{2,3}) / (EF)_{V}, \\ \Delta_{D} &= 4l_{D}D_{1,1}D'_{1,1} / (EF)_{D}, \\ \Delta_{N} &= 2l_{N} (N_{1}N'_{1} + (2n-1)N_{2}N'_{2}) / (EF)_{N}. \end{split}$$

Суммарный прогиб середины пролета: $\Delta = \Delta_S + \Delta_V + \Delta_D + \Delta_N$. При $n \to \infty$ прогибы $\Delta_S, \Delta_V, \Delta_D$ растут неограниченно, но

$$\lim_{n\to\infty}\Delta_N = \lim_{n\to\infty}\frac{3h(2n-1)P}{4n\sin^2\gamma\cos\gamma(EF)_N} = \frac{3hP}{2\sin^2\gamma\cos\gamma(EF)_N}.$$

Тот факт, что составляющая прогиба $\Delta_{_N}$ имеет предел (рис. 10), можно объяснить увеличением общей жесткости конструкции за счет простого увеличения числа стержней в сечении. Но рост суммарного прогиба и рост составляющих прогиба за счет деформаций продольных стержней, раскосов и стержней на контурах оказывается совершенно непредсказуемым (рис. 11). Действительно, общая жесткость, как было замечено, растет, стержней становится больше, а вес их в такой постановке не учитывается, т.е. нагрузка остается постоянной. Чем же вызвано это явление? Объяснить это могут выражения для усилий, в знаменатели которых входит $\cos\beta$, а с увеличением числа стержней угол $\beta = (\pi - \alpha)/2$ стремится к прямому, и $\cos\beta \rightarrow 0$. Как раз здесь особенно наглядно сказывается преимущество аналитического метода, обнаруживающего конструктивные ошибки в ферме. На рис. 10 и 11 прогибы отнесены к жесткости и силе P, размеры даны в метрах.

Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы



Рисунок 10. Безразмерный прогиб в зависимости от n для различных b и $(EF)_v \to \infty, (EF)_s \to \infty$,

 $(EF)_D \rightarrow \infty$



Рисунок 11. Безразмерный прогиб его составляющие в зависимости от *n* Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы

Выводы

Опыт аналитических расчетов пространственных стержневых систем показывает, что в тех случаях, когда решение удается получить (а это, увы, бывает не всегда), анализ конструкции, вариантов ее загружения, оценки деформации и напряжения существенно упрощаются. Более того, в ряде случаев определяются какието критические значения, предупреждающие проектировщика от возможных ошибок. Трудности на пути символьного анализа возникают, во-первых, из-за ограниченности систем компьютерной алгебры (время преобразований может достигать многих часов), во-вторых, при упрощении результатов. Формулы, занимающие несколько страниц трудны для анализа. В последнем случае, однако, есть возможность, не выписывая сами выражения, попытаться как-то их использовать для анализа, например, найти минимум прогиба или его предел. Результат при этом бывает на удивление простым и информативным. Так в данной работе полные выражения для прогибов не были выписаны, а их пределы получены в компактной форме. Заметим также, что численный вариант расчетов легко провести по тем же программам, что и аналитический. В Марle для этого часто достаточно задать данные в вещественной форме и (или) использовать оператор **evalf.** Скорость численного счета в Марle значительно выше символьных преобразований, но ниже, чем в специальных программах численного счета, написанных на алгоритмических языках.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 09-01-00756-а, 09-08-01184-а).

Литература

- 1. Русаков А. И. Строительная механика. М. : Проспект, 2009. 359 с.
- 2. Потапов В. Д., Александров А. В., Косицын С. Б., Долотказин Д. Б. Строительная механика: Учебник для вузов. Кн. 1. Статика упругих систем / Под ред. В. Д. Потапова. М. : Высш. шк., 2007. 511 с.
- 3. Дьяконов В. П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. М. : ДМК-Пресс, 2011. 800 с.
- 4. Голоскоков Д. П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб. : Изд-во ПаркКом, 2010. 644 с.
- 5. Матросов А. В. Марle 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб. : БХВ-Петербург, 2001. 526 с.
- 6. Кирсанов М. Н. Практика программирования в системе Maple. М. : Издательский дом МЭИ, 2011. 208 с.
- 7. Kirsanov M. N. Effect of the choice of the instability criterion in creep on the solution of the rod structure optimization problem // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 1992. Volume 33, No. 4. Pp. 573-576.
- 8. Кирсанов М. Н. Оптимальная высота балочной фермы с учетом линейной ползучести материала // Известия вузов. Строительство. 2000. №5. С. 141-144.
- 9. Кирсанов М. Н. Оптимизация пространственной фермы с учетом ползучести материала // Известия вузов. Строительство. 2001. №10. С. 11-15.
- Hutchinson R. G., Fleck N.A. Microarchitectured cellular solids the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. 85, No. 9. Pp. 607–617.
- 11. Pavlović M. N. A statically determinate truss model for thin shells: Two-surface analysis (bending theory) // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1984. Volume 20, No 10, p. 1863–1884.
- Кирсанов М. Н. Индуктивный метод решения статики и динамики стержневых систем // Международный форум информатизации МФИ-2001. Доклады международной конференции «Информационные средства и технологии» (Москва.16-18 октября 2001 г.). М.: МГТУ «Станкин», 2001. С. 163-166.

Михаил Николаевич Кирсанов, Москва, Россия

Тел. раб.: +7(495)503-27-93; эл. почта: mpei2004@yandex.ru

Учет погрешности монтажа при расчете крупнопанельных зданий

Д.т.н., профессор, заведующий кафедрой Н.И. Ватин; профессор В.Д. Кузнецов; соискатель Е.С. Недвига*, ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Ключевые слова: строительные конструкции; железобетонные конструкции; сборные железобетонные элементы; крупнопанельные здания и сооружения; погрешность монтажа; несоосность несущих конструкций; смещение и переломы осей элементов

Многоэтажные жилые дома – наиболее массовый вид строительства в крупных городах. Большая часть многоэтажной жилой застройки возводится из индустриальных строительных элементов, изготовленных на домостроительных комбинатах. Такие крупнопанельные многоэтажные здания из сборного железобетона имеют большое количество узловых сопряжений (стыков), которые в соответствии с принятой системой разрезки здания на элементы располагаются, как правило, в наиболее напряженных зонах. При этом на практике погрешности при устройстве стыков сборных элементов определяются следующими моментами:

- повышенная деформативность вследствие обмятия бетона по контактным поверхностям и трещинообразования, податливости сварных соединений арматуры и закладных деталей [1];
- неточности геометрических параметров в узлах сопряжения конструктивных элементов, т.е. снижение необходимой прочности и геометрической неизменяемости сооружения [2];
- многочисленные нарушения при монтаже сборных железобетонных конструкций, составляющие более 50% случаев от общего числа зарегистрированных нарушений в панельных зданиях [3]. При этом основное количество нарушений относится к реализации узлов сопряжения и опирания.

В связи с этим встает вопрос о необходимости учета погрешности монтажа сборных элементов в расчетной схеме при изучении напряженно-деформированного состояния системы.

Стыки в крупнопанельных зданиях

Стены в крупнопанельных зданиях выполняют двоякую функцию: участвуют в пространственной работе и «собирают» с перекрытий нагрузку, передавая ее основанию. Несущие стены подавляющего большинства разновидностей крупнопанельных зданий проектируются с горизонтальными платформенными стыками панелей [4].

Опыт строительства и эксплуатации зданий повышенной этажности [5] ослабил некоторое недоверие к стыкам платформенного типа, но и подтвердил, что свобода монтажа, достигаемая при применении стыков этого типа, приводит к неизбежным нарушениям точности установки конструкций, разного вида случайным эксцентриситетам, которые, суммируясь с отклонениями, допускаемыми при изготовлении панелей, могут существенно повлиять на положение равнодействующей силового потока в стене [6].

В горизонтальном стыке происходит непосредственная передача на нижестоящую панель местной вертикальной нагрузки от перекрытий и всей вышележащей нагрузки от стеновой панели [7].

Начальные эксцентриситеты приложения нагрузки к стыку характеризуют неточность установки стеновых панелей (случайные эксцентриситеты), неравномерность опирания панелей при неодинаковой толщине плит перекрытий, естественную неоднородность материала стен и т. д.

Расчетные эксцентриситеты сжимающих усилий устанавливаются в процессе деформации стены в результате ее напряженного состояния. Именно эти эксцентриситеты необходимо вводить в расчет при проверке прочности отдельных стеновых панелей. Их величина зависит от начальных эксцентриситетов, от жесткости стеновых панелей и перекрытий, образующих стык, и от степени неравномерного обмятия раствора в зазорах стыка [8].

Погрешность монтажа

Наличие отклонений от допустимых значений увеличивает трудоемкость работ и сроки монтажа, а главное, снижает требуемую точность установки конструкций. В [9] прописаны предельные отклонения от совмещения ориентиров при установке сборных крупнопанельных элементов.

Для построения некой обобщенной оценки качества конструкции необходимо ввести весовые коэффициенты для свертки отдельных контролируемых параметров в интегральный критерий качества.

Ватин Н.И., Кузнецов В.Д., Недвига Е.С. Учет погрешности монтажа при расчете крупнопанельных зданий

CALCULATIONS

Значения весовых коэффициентов характеризуют (должны характеризовать) важность соответствующих параметров для физической сущности рассматриваемой задачи. Однако важность зачастую не поддается объективной оценке, что ставит практически непреодолимую преграду на этом способе интеграции.

Одним из возможных выходов из указанного противоречия может служить подход, основанный на использовании представления об энтропии [3]. Пусть состояние конструкции описывается k-мерным вектором параметров $X = \{X_1, X_2, ..., X_k\}$, тогда в k-мерном пространстве параметров каждому из различимых состояний конструкции соответствует определенное состояние энтропии. Если считать, что достижение допустимого предела по любому из параметров соответствует критическому уровню качества конструкции, даже при номинальных значениях прочих параметров, то энтропию, соответствующую граничной точке, принимаем в качестве обобщенного критерия оценки качества.

Энтропия определяется числом возможных состояний объекта N и вероятностью их появления р

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \cdot \log(p_i).$$
(1)

Предполагая, что вероятности появления ошибки по любому параметру одинаковы, получим, что $H(X) = \log(N)$. В рамках рассматриваемой задачи количество возможных состояний определяется числом контролируемых параметров и числом различимых интервалов n, выделяемых каждому параметру. Последнее число определяется применяемыми способами измерений и является метрологической характеристикой контроля, для i-го параметра оно равно $n_i = \frac{\Delta a_i}{\delta_i}$, где Δa_i – область допустимых значений i-го параметра, а δ_i – погрешность измерения этого параметра. Для уравнивания информационной значимости параметров можно

принять равное количество интервалов $n_0 = \min(n_{oi})$, и с учетом возможности представления граничного значения будем иметь $n = n_0 + 1$.

Общее число возможных состояний конструкции оказывается равным $N = n^k$, и ему соответствует энтропия $H_0(X) = \log(n^k)$. Если при контроле оказалось, что текущее состояние i-го параметра характеризуется уровнем n_{ti} , то текущее значение энтропии, которое служит интегральным показателем качества, равно:

$$H_{t}(X) = \log \prod_{i=1}^{k} (n - n_{ti}).$$
 (2)

Этот показатель следует сравнивать с предельным значением, в качестве которого принимается состояние, когда один из параметров достиг своего предельно допустимого отклонения, а прочие – имеют номинальные значения. В этом случае число возможных состояний $N_{\rm lim} = (n - n_0)n^{k-1} = n^{k-1}$, и величина энтропии

$$H_{tim}(X) = \log(n^{k-1}).$$
 (3)

Если $H_t(X) \succ H_{tim}(X)$, то конструкция удовлетворяет требованиям качества.

Так как при неточности монтажа сборных элементов конструкции изменяется работа системы в целом, то следует проверить необходимость учета данного параметра при изучении напряженно-деформированного состояния системы.

Описание исследуемых моделей

Исследование влияния погрешности монтажа на работу конструкции проводилось на примере 25-этажной секции сборного железобетонного здания. В работе рассматривается несколько аналогичных моделей исследования. В качестве идеализированной модели с точки зрения погрешности монтажа панелей представлена модель 1. В ее расчетной схеме неточности в реализации узлов опирания и сопряжения панелей не отражены. Вертикальные несущие элементы работают на центральное сжатие. Модель 1 является исходной для моделей 2-11. В расчетных схемах моделей 2-11 объекта исследования учитываются смещения, отклонения вертикальных панелей от проектного положения.



Рисунок 1а. Смещение вертикальных панелей от проектного положения, применяемое в моделях 2-5



Рисунок 1б. Отклонение от вертикального положения стеновых панелей без возможного смещения панелей в уровне платформенного стыка



Рисунок 1в. Отклонение от вертикального положения стеновых панелей с учетом возможного смещения панелей в уровне платформенного стыка

Типы расчётных моделей сведены в табл. 1.

Таблица 1. Типы расчётных моделей

	Без учета неточности	Вертикальные элементы, получившие отклонения от проектного положения	Смещение осей панелей	Переломы осей панелей	Смещение + переломы осей панелей
Расчёт МКЭ (ПО Scad)		Стеновые панели 2 этажа по осям 2-7, 9-11, 13-16	модель #2	модель #5	модель #9
	Модель 1	Стеновые панели 2,3 этажей по осям 2-7, 9-11, 13-16	модель #3	модель #6	модель #10
		Стеновые панели 2 – 4 этажей по осям 2-7, 9-11, 13-16	-	модель #7	модель #11
		Стеновые панели 2 – 24 этажей по осям 2-7, 9-11, 13-16	модель #4	модель #8	-

Работу стыков в расчетной схеме моделируем введением специальных конечных элементов конечной жесткости [10]. Данные элементы позволяют смоделировать как линейную, так и угловую податливость связи относительно осей X, Y, Z глобальной системы координат. Податливость стыка задается через назначение жесткости упругим связям по шести степеням свободы. В результате расчета вычисляются усилия в связях, наложенных вдоль соответствующих осей общей системы координат [11].

Нагрузки от погрешностей монтажа сборных элементов

Неизбежные ошибки при выносе разбивочных осей на перекрытие, при установке и выверке панелей, перемещения элементов при сварке монтажных соединений приводят к массовым отклонениям положения от идеального соответствия проекту. В результате погрешностей монтажа оси панелей оказываются ломаными. Кроме этого, в стыках появляются некоторые смещения осей. Переломы и смещения осей (рис. 1) по воздействию на здание эквивалентны приложению к панелям дополнительных нагрузок.

Преобладание переломов или смещений осей панелей зависит от способа исправления погрешностей в ходе монтажа здания. Если при монтаже совмещаются грани панелей и исправление накопленной ранее ошибки достигается выведением верха монтируемого элемента в проектное положение, то преобладают переломы осей колонн. Там же, где предпочтение отдается вертикальности и соблюдению проектного положения каждого вновь монтируемого элемента, преимущественно бывают смещения осей [12].

Переломы осей и их смещения приводят к дополнительным изгибающим моментам в панелях.

На рис. 2 представлено изменение значений нормальных напряжений в панелях нижнего сборного этажа в зависимости от количества этажей с деформированными панелями.

Отклонения законченных монтажных конструкций от проектного положения ведет к увеличению напряжений. С ростом числа отклонений наблюдается дальнейшее увеличение значений. Наихудший случай – при одновременном переломе и смещении осей панелей.





Рисунок 2. Напряжения в стеновых панелях

Согласно Пособию к СНиП [13] для прямоугольных бетонных сечений (без расчетной продольной арматуры) прочность стены проверяется по формуле:

$$N \le R_{bw} A_w \varphi_c , \tag{4}$$

где *R*_{bw} – расчетная прочность стены при сжатии;

А_w – площадь горизонтального сечения стены;

 $\varphi_{\rm c}$ – коэффициент, определяемый по формулам Пособия к СниП [12].

Из формулы 1 находим условие прочности для напряжения:

$$N / A_{w} \leq R_{bw} \varphi_{c},$$

$$N / A_{w} \leq 1361 \text{ tc/m}^{2}.$$
(5)

В соответствии с рис. 2 можно сделать вывод о том, что смещения и переломы осей несущих панелей при монтаже увеличивают значения нормальных напряжений, превышающие предельно допустимые для внецентренносжатых бетонных элементов.



Максимальный момент Мх в вертикальных несущих конструкциях

Аналогичные выводы сделаны по результатам анализа значений изгибающего момента в панелях нижнего сборного этажа в зависимости от количества этажей с деформированными панелями. На рис. 3

показано, что значения моментов растут при появлении дефектов и продолжают расти с увеличением их числа.

Активный рост значений наблюдается в панелях при смещении, а также при одновременном смещении и переломе осей.

Наибольшее значение изгибающего момента в 20 раз превышает первоначальное.

Расчет изгибаемых бетонных элементов должен производиться из условия:

/

$$M \le R_{bt} W_{pl} , (6)$$

где W_{pl} – момент сопротивления.

 $M \le 1,1 \, mc^* M.$

Изделие не проходит проверку прочности.

По абсолютной величине значение некритично, т.к. сборный элемент, заармированный конструктивно, сможет воспринять такое значение изгибающего момента.

Гораздо значительнее воздействие погрешностей монтажа на диски перекрытий. Возникающие вследствие переломов и смещений осей панелей горизонтальные нагрузки в плоскости перекрытий нижних этажей здания обычно намного превосходят усилия от ветра. Так как горизонтальные нагрузки от переломов и смещений осей пропорциональны сжимающим усилиям в панелях, то их наибольшее воздействие проявляется в нижних этажах здания и убывает снизу вверх.

Это подтверждается при рассмотрении усилий в стыках плит перекрытий.

При смещении осей стеновых панелей максимальные усилия в узлах увеличиваются при смещении панелей в уровне 2 нижних этажей на 8%, а при смещении панелей всех сборных этажей – на 20%.

При переломе осей стеновых панелей максимальные горизонтальные усилия в узлах увеличиваются в уровне нижнего сборного перекрытия на 50%. Перелом осей вышележащих панелей несущественно влияет на значение усилий (рис. 4). В случае отклонений обоих видов результаты аналогичны графику для переломов.



Рисунок 4. Горизонтальные усилия в узлах нижней сборной плиты перекрытия при переломе осей панелей

Выводы

Сборность конструкции крупнопанельных зданий оказывает существенное влияние на работу конструкции. Повышенная податливость соединений между сборными элементами приводит к уменьшению жесткости конструкции, усложняет распределение напряжений по сечениям [14].

При расчете крупнопанельных зданий стыковые соединения являются наиболее ответственными зонами, а смещение осей панелей приводит к изменению работы стыкового соединения, к значительному увеличению горизонтальных усилий в стыках плит перекрытий. Поэтому важно не только произвести расчет всей конструкции в целом, но и вычислить податливости соединений каждого стыка [15].

В пособии к СНиП [13] погрешность монтажа при расчете конструкций вводится в формулу эксцентриситета. Но на практике значения погрешности монтажа, а значит и эксцентриситета продольной силы, больше значения случайного эксцентриситета. В связи с этим требуется проверять работу конструкции с учетом неточности монтажа, т.к. при переломе осей панелей значения нормальных напряжений и изгибающих моментов в панелях на нижних этажах здания превосходят допустимые для данной конструкции.

Литература

- 1. Общие положения к техническим требованиям по проектированию жилых зданий высотой более 75 метров. Положения. Введ. 17-05-2002. М. : Москомархитектура, 2002. 64 с.
- Knisel S., Mota J., Vacis D., Vacis S. Conceptual design approach for three different typologies of precast structures // 2-nd Specialty Conference on The Conceptual Approach to Structural Designю Milaan, Italy, 2003. P. 545.
- 3. Перельмутер А. В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций. 3-е изд. М. : Изд-во АСВ, 2007. 256 с.
- 4. Лишак В. И. Расчет бескаркасных зданий с применением ЭВМ. М. : Стройиздат, 1977. 176 с.
- 5. Дроздов П. Ф. Расчет многоэтажных крупнопанельных зданий, опирающихся на колонны или рамы и податливое основание // Бетон и железобетон. 1967. №4. С. 41-44.
- 6. Косицин Б. А. Статический расчет крупнопанельных и каркасных зданий. М.: Стройиздат, 1971. 215 с.
- 7. Васильков Б. С., Володин Н. М. Расчет сборных конструкций зданий с учетом податливости соединений. М. : Стройиздат. 1985. 144 с.
- 8. Карабанов Б. В. Учет геометрической нелинейности при проектировании многоэтажных каркасно-панельных зданий // Бетон и железобетон. 1980. №11. С. 26.
- 9. СНиП 3.03.01-87. Несущие и ограждающие конструкции. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1987.
- 10. Перельмутер А. В. Криксунов Э. З., Карпиловский В. С., Маляренко А. А. Интегрированная система для расчета и проектирования несущих конструкций зданий и сооружений SCAD Office. Новая версия, новые возможности // Инженерно-строительный журнал. 2009. №4. С. 10-12.
- 11. Петросов Д. В., Кузнецов В. Д. Особенности расчета и монтажа зданий с неполным каркасом // Инженерностроительный журнал. 2008. №2. С. 17-26.
- 12. Ханджи В. В. Расчет многоэтажных зданий со связевым каркасом. М.: Стройиздат. 1977. 187 с.
- 13. Пособие к СНиП 2.08.01-85 по проектированию жилых зданий. Вып. 3 / ЦНИИЭП жилища Госкомархитектуры. М., 1986. 122 с.
- 14. Дроздов П. Ф., Себекин И. М. Проектирование крупнопанельных зданий. М. : Стройиздат, 1967. 280 с.
- 15. Мамин А. Н. Учет податливости сопряжений сборных элементов каркаса при проектировании транспортных зданий и сооружений // Наука и техника транспорта. 2004. № 3. С. 14-21.

*Екатерина Сергеевна Недвига, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(911)252-00-35; эл. почта: nck@bk.ru

Алгоритм расчета сталежелезобетонных водоводов

К.т.н., начальник отдела расчетных обоснований сооружений Г.Л. Козинец*, ОАО «Ленгидропроект»

Ключевые слова: сталежелезобетонные гидротехнические сооружения; напорные водоводы; металлическая оболочка; метод конечных элементов; матрица жесткости; метод Ньютона-Рафсона; трещинообразование; критерии прочности

Постановка задачи. Работоспособность сталежелезобетонного гидротехнического сооружения зависит от прочности составляющих его элементов: бетона, арматуры и стальной оболочки, на которую непосредственно действует гидростатическое давление воды. Для исследования напряженнодеформированного состояния сталежелезобетонного гидротехнического сооружения классические теории применимы лишь условно, так как сталежелезобетон – комплексный материал, обладающий способностью к трещинообразованию. Этот фактор определяет появление деформационной анизотропии, поэтому актуальной является задача адекватного математического моделирования и расчета напряженно-деформированного состояния таких сооружений.

Изученность проблемы. В настоящее время для расчета сталежелезобетонных сооружений используется ряд методик. Существующие российские нормативные документы фактически приводят все расчетные зависимости лишь для плосконапряженных железобетонных конструкций, при этом не учитываются особенности работы пространственных сталежелезобетонных гидротехнических конструкций, не регламентируется учет возможных схем изменения элементов сооружения.

Большинство новых методик разработано за рубежом, они положены в основу действующих международных норм по проектированию (*DIN*, *AMERIKAN-STANDART*) и применимы для строительных конструкций. Использование указанных норм для гидротехнических сооружений в Российской Федерации не регламентировано и крайне ограничено, так как в российских нормах заложены гипотезы и подходы, отличающиеся от тех, что реализованы в международных стандартах.

Систематические исследования бетона и его физической нелинейности были начаты в работах А.Ф. Лолейта [1] и В.И. Мурашева [2]. Первые исследования в этом направлении отражены в работах А.А. Гвоздева и Н.И. Карпенко [3], [4], [5], Т.А. Балана, С.Ф. Клованича, Н.И. Мироненко [6], [7], А.С. Городецкого [8]. Способ распределения арматуры для плоского железобетонного элемента предложен в статье А.А. Гвоздева и Н.И. Карпенко [3] и в дальнейшем использовался в работах А.С. Городецкого, В.С. Здоренко [8], Г.Р. Бидного [9], М. Suidan, W.C. Schnobrich [10], V. Cervenka [11], [12], D. Darwin, D.А. Ресknold [13] и др. Этот способ получил значительное распространение и используется в большинстве численных исследований железобетонных строительных конструкций [14], [15]. Наряду с этим в строительных конструкциях сегодня применяются бетоны с повышенными прочностными характеристиками – так называемые нанобетоны [16].

В настоящее время вопросы моделирования сталежелезобетонных гидротехнических сооружений, таких как турбинные сталежелезобетонные водоводы и блоки спиральных камер зданий ГЭС, в полной мере не изучены, и проблема анализа поведения неоднородного материала в условиях возникающего в процессе эксплуатации объемного трещинообразования требует дополнительного исследования. Присоединенные массы воды при определении сейсмостойкости водоводов и спиральных камер задаются по коэффициентам присоединения, зависящим, в частности, от форм колебаний и расчетного напора на сооружение.[17]

Методика решения задачи. Для решения инженерной задачи с помощью метода конечных элементов всегда возникает вопрос: как корректно аппроксимировать все составляющие сталежелезобетонной конструкции, чтобы в итоге получить напряжения в арматуре и металле, сравнить результат с нормативными значениями, оценить запас прочности конструкции, находящейся в эксплуатации или определить проектную толщину металлической оболочки и расчетную арматуру проектируемой конструкции. Первоочередная задача, которую необходимо выполнить – численное моделирование работы железобетонных элементов, работающих совместно с металлической оболочкой. Предложим следующий алгоритм моделирования, представленный на блок-схеме рис. 1.





Рисунок 2. Блок схема шагового метода Ньютона-Рафсона с итерационным уточнением



При этом в универсальном программном комплексе *Cosmos Works Simulation Premium*, в рамках которого выполнено математическое моделирование, описание жесткости железобетона представлено следующим образом.

Жесткость *i*-го конечного элемента представляется в виде суммы жесткостей (бетона) с учетом трещинообразования и «заполнителей» (арматурных стержней):

$$[K]_i = [K_b] + \sum [K_s]. \tag{1}$$

Металлическая оболочка аппроксимируется плоскими элементами пластин с матрицей жесткости, включающей матрицы жесткости элементов металлической оболочки.

Уравнения равновесия узлов системы в предположении физической линейности задачи, когда свойства материалов не зависят от достигнутого уровня напряжений и деформаций, то есть при постоянстве матриц [*D*_b]и модуля арматуры *E*_s.:

$$P_{i}^{*} = [K_{b}] \cdot \{q\}, \qquad (2)$$

где [*K*] – матрица жесткости системы, определяемая суммированием матриц жесткости отдельных элементов; {*q*} – узловые перемещения системы;

{Р}- вектор узловых сил системы.

При решении нелинейных задач нелинейная матрица [D_b], равная упругопластической матрице, определяется по теории течения и является касательной матрицей, связывающей приращения деформаций и напряжений, т.е. { $d\sigma_b$ } = [D_b]{ $d\varepsilon_b$ }. Уравнение равновесия *i*-го конечного элемента будет выглядеть следующим образом: { ΔR }_{*i*} = [K]{ Δq }_{*i*}, в целом для системы разрешающие уравнения МКЭ формулируются в приращениях { ΔP }= [K]{ Δq }.

Наиболее подходящим методом решения физически нелинейных задач является шаговый метод приращения нагрузки с итерационной процедурой Ньютона-Рафсона на каждом шаге решения. Метод Ньютона-Рафсона является методом касательных напряжений, что полностью отвечает физической природе матрицы жесткости, полученной на базе теории течения. Алгоритм решения нелинейных задач шаговым методом с процедурой Ньютона-Рафсона на каждом шаге представлен блок схемой на рис. 2.

Анализ результатов. Представим результаты решения задачи на примере расчетов сталежелезобетонных водоводов Ирганайской ГЭС (модель участка водовода представлена на рис. 3) и Саяно-Шушенской ГЭС (модель представлена на рис. 4).



Рисунок 3. Расчетная модель участка сталежелезобетонного водовода Ирганайской ГЭС с развилкой. В расчетную область включались: сталежелезобетонный турбинный водовод, открытый участок с дисковым затвором и компенсатором, скальный массив основания



Рисунок 4. Расчетная модель сталежелезобетонного водовода и здания Саяно-Шушенской ГЭС. В расчетную область включались: Здание ГЭС, анкерная опора, сталежелезобетонный турбинный водовод, скальный массив основания

Расчеты выполнены по предельным состояниям первой группы для вариантов основных и особых сочетаний нагрузок.

Условие, обеспечивающее наступление предельных состояний:

$$\gamma_{1c}F < R\frac{\gamma_c}{\gamma_n},\tag{3}$$

где γ_{1c} - коэффициент сочетаний нагрузок, принимаемый равным: при расчетах по предельным состояниям первой группы – для основного сочетания нагрузок и воздействий в период нормальной эксплуатации – 1,00; то же, в период строительства и ремонта – 0,95; для особого сочетания нагрузок и воздействий – 0,90; *F* – расчетное значение обобщенного силового воздействия;

R – расчетное значение обобщенной силового воздействия,
 R – расчетное значение обобщенной несущей способности;

γ_c = 1 − коэффициент условий работы;

γ_n – коэффициент надежности по назначению.

Начальный модуль упругости бетона при сжатии и растяжении *E*_b=35×10³МПа. Коэффициент поперечной деформации бетона (коэффициент Пуассона) для массивных конструкций *v*=0,15.

Стержневая арматура: растянутая и сжатая – класса А II и AIII (Ø10...40мм).

Расчетные сопротивления арматуры сжатию и растяжению для предельных состояний первой группы: *R*_s=365МПа; *R*_{s,ser}=390МПа (арматура AIII). *R*_s=280МПа ; *R*_{s,ser}=300МПа (арматура AII).

Начальный модуль упругости арматуры для класса АІІ, А-ІІІ – *E*_s=200000МПа.

Для стальной оболочки $R_0 = 300 M\Pi a$. Условие прочности при расчете по предельным состояниям первой группы:

 $\sigma_{\max} \leq 240 M\Pi a$ (сталь оболочки) – для основных сочетаний нагрузок;

 $\sigma_{
m max} \leq 267 M\Pi a$ (сталь оболочки) – для особых сочетаний нагрузок;

 $\sigma_{
m max} \leq 292 M\Pi a$ (арматура AIII) – для основных сочетаний нагрузок;

 $\sigma_{
m max} \leq 320 M\Pi a$ (арматура AIII) – для особых сочетаний нагрузок;

 $\sigma_{\max} \leq 224 M\Pi a$ (арматура А II) – для особых сочетаний нагрузок.

Моделирование сталежелезобетонных водоводов выполнено с учетом работы комплексного материала. В расчете учтено наличие в турбинном водоводе двух слоев арматуры: внутреннего, прилегающего к металлической оболочке, и наружного, расположенного у внешней границы водовода. Условия трещинообразования железобетонной оболочки реализованы при понижении модуля упругости в ходе решения нелинейной задачи методом Ньютона-Рафсона.

Методика моделирования и дальнейшего расчета сталежелезобетонного турбинного водовода.

1. Для моделирования работающих совместно металлической оболочки и внутреннего кольца арматуры, в задачу вводились четырехслойные плоские элементы SHELL3L. В элементы SHELL3L включены слои, моделирующие металлическую оболочку, внутреннее кольцо арматуры и два слоя трещиноватого бетона (со стороны оболочки и со стороны массивного бетона), моделирующих зоны локального трещинообразования в области армокаркаса. Толщина каждого слоя принималась в соответствии с проектной толщиной слоя металлической оболочки, слоя трещиноватого бетона между оболочкой и арматурой, слоя приведенной арматуры.

2. Бетонная оболочка водовода моделировалась с использованием объемных конечных элементов TETRA4 с нормативными физическими характеристиками и нелинейными свойствами.

3. Наружная кольцевая арматура моделировалась с использованием трехслойных пластинчатых элементов SHELL3L. В элементы SHELL3L включены слои, внешнее кольцо арматуры и два слоя трещиноватого бетона, моделирующих зоны локального трещинообразования.

4. Проводился нелинейный статический расчет сооружения. В модели происходило перераспределение напряжений между слоями элементов и снижение модуля упругости в объемном бетоне в 7 раз, при включении в работу элементов металлической оболочки и арматуры.

5. Производилась оценка напряжений в элементах металлической оболочки.

6. По уровню напряжений в слое «армирование» определялась достаточность существующего армирования путем сравнения полученных напряжений в арматуре с критериальными значениями.

Результаты расчета прочности конструкции напорного водовода Ирганайской ГЭС получены с учетом температурных, сейсмических воздействий и гидравлического удара. Результаты расчета армирования водовода представлены в табл. 1.

1. Максимальные значения перемещений металлической оболочки на открытом участке трубопровода составляют 2,6 мм, они полностью воспринимаются работой компенсатора, который имеет диапазон регулирования до 10 мм. На рис. 5 представлены напряжения по Мизесу в металлической облицовке водовода Ирганайской ГЭС на участке с развилкой при основном сочетании нагрузок с учетом температурных воздействий зимнего периода эксплуатации, максимальные значения составляют 99 000 КПа.

2. Расчет арматуры турбинного водовода, проведенный для основных сочетаний нагрузок с учетом температурных воздействий, показал, что армирование в целом соответствует проектному. Величина запаса в кольцевом направлении – 8%. Величина запаса в продольном направлении от 1% до 31%. Исключение составляет участок от развилки за дисковым затвором, на котором при основном сочетании нагрузок зимнего периода эксплуатации расчетное армирование превысило проектное на 12%, таким образом, рекомендовано выполнить мероприятия по устранению контакта с открытым воздухом с помощью укрывного материала или засыпки грунтом.

3. Расчет участка развилки турбинного водовода на гидравлический удар показал, что площадь расчетного кольцевого армирования превышает проектную на 6%. Таким образом, дисковый затвор можно использовать только в качестве ремонтного.

4. Работоспособность сталежелезобетонного водовода Ирганайской ГЭС обеспечена с запасом прочности стальной оболочки и установкой расчетной арматуры.

46

Участок водовода	Армирование	Расчетное кольцевое армирование поперечного сечения, см ² Гидроудар (осн.сочет)	Проектное кольцевое армирование поперечного сечения, см ²	Расчетное продольное армирование поперечного сечения, см ²	Проектное продольное армирование поперечного сечения, см ²
	Внутренний слой	32,44 (26,44)	29,84 4Ø20+2∟75x6	13,50	19,63 (4Ø25)
	Наружный слой	12,56 (12,56)	12,56 (4Ø20)	13,50	19,63 (4Ø25)
водовода перед развилкой	Σ	45,00 (39,00)	42,40	27,00	39,26
	Внутренний слой	19,50	19,63 4Ø25	19,50	19,63(4Ø25)
Развилка	Наружный слой	19,50	19,63(4Ø25)	19,50	19,63 (4Ø25)
	Σ	39.00	39.26	39.00	39.26
	Внутренний слой	32,44 (26,44)	25,32 4Ø16+2∟75x6	19,50	14,73 (3Ø25)
Участок напорного	Наружный слой	12,56 (12,56)	8,04 (4Ø16)	19,50	19,63 (4Ø25)
водовода от развилки	Σ	45,00 (39,00)	33,36	39,00	34,36
	Внутренний слой	26,44	25,32 4Ø16+2∟75x6	19,50	14,73 (3Ø25)
Участок напорного водовода от дискового	Наружный слой	12,56	8,04 (4Ø16)	19,50	19,63 (4Ø25)
затвора до колена	Σ	39,00	33,36	39,00	34,36
	Внутренний слой	40,21	49,45 4Ø32+2∟75x6	8,00	14,73 3Ø25
Пристанционный	Наружный слой	19,79	24,63 (4Ø28)	8,00	19,63 (4Ø25)
y-lacton	Σ	60,00	74,08	16,00	34,36

Таблица 1. Арматура сталежелезобетонного водовода Ирганайской ГЭС



Рисунок 5. Напряжения по Мизесу в металлической облицовке водовода Ирганайской ГЭС на участке с развилкой (основное сочетание нагрузок с учетом температурных воздействий зимнего периода эксплуатации), КПа

Результаты расчета турбинного водовода Саяно-Шушенской ГЭС представлены на особое сочетание нагрузок с учетом гидравлического удара. Результаты расчета напряжений в металлической оболочке и армокаркасе представлены в табл. 2. На рис. 6 показано распределение приведенных напряжений по Мизесу в металлической оболочке турбинного водовода.

Наименование несущего элемента	Максимальные напряжения,МПа	Критериальное значение, МПа	Коэффициент запаса по несущей способности
Металлическая оболочка	157	267,0	1,7
Внутренняя кольцевая арматура	144		1,6
Внутренняя продольная арматура	52	004.0	4,3
Наружная кольцевая арматура	103	224,0	2,2
Наружная продольная арматура	53		4,3

Таблица 2. Резули	ьтаты расчета і	напряжений в	водоводе СШГЭС
-------------------	-----------------	--------------	----------------



Рисунок 6. Напряжения по Мизесу в металлической облицовке водовода Саяно-Шушенской ГЭС на нижнем участке перед анкерной опорой при гидроударе, КПа

Результаты расчетных обоснований показали следующее:

- 1) сталежелезобетонная конструкция водоводов СШГЭС обеспечивает совместную работу металлической оболочки и железобетонного каркаса;
- наличие продольных трещин по всей длине водовода предполагает его работу как физически нелинейного, комплексного, неоднородного материала, обладающего способностью к трещинообразованию;
- 3) максимальные напряжения в арматуре соответствует напряжениям в зоне трещины;
- надежность водоводов при изменении гидравлических режимов с учетом изменения времени закрытия НА и аварийно-ремонтного затвора обеспечена коэффициентами запаса прочности металлической оболочки и арматуры;
- 5) несущая способность сталежелезобетонных водоводов обеспечена.

Выводы.

- 1. В работе предложен алгоритм пространственного моделирования сталежелезобетонных водоводов, позволяющий учитывать трещинообразование в бетоне и моделирование совместной работы металлической оболочки и железобетонного каркаса.
- 2. На примерах сталежелезобетонных водоводов Саяно-Шушенской и Игранайской ГЭС определены напряжения в стальной оболочке и слоях арматуры.
- 3. Полученные значения напряжений согласуются с данными натурных измерений (Технический отчет «О состоянии анкерных опор водоводов Саяно-Шушенской ГЭС», 1998 г.; «Оценка прочности и эксплуатационной надежности сталежелезобетонных турбинных водоводов», №1885-36-6т, ОАО «Ленгидропроект», 2009 г.) и значениями напряжений, полученными в работе (Технический отчет «Уточнение напряженно-деформированного состояния плотины Саяно-Шушенской ГЭС с учетом разуплотнения в зонах повышенного водопроявления», №1047-36-250т, ОАО «Ленгидропроект», 1995 г.).
- 4. Результаты работы используются в ОАО «Ленгидропроект» при оценке прочности сталежелезобетонных гидротехнических сооружений.

Литература

- Лолейт А. Ф. Новый проект норм // I Всесоюзная конференция по бетону и железобетону 20 25 апреля 1930 г. в Москве. Труды конференции. М., 1931.
- 2. Мурашев В. И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона. М. : Машстройиздат, 1958. 268 с.
- 3. Гвоздев А. А., Карпенко Н. И. Работа железобетона с трещинами при плоском напряженном состоянии // Строительная механика и расчет сооружений. 1965. № 2. С. 20-23.
- 4. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. М. : Стройиздат, 1996. 416 с.
- Карпенко Н. И., Карпенко С. Н. О построении более совершенной модели деформировании железобетона с трещинами при плоском напряженном состоянии // II Всероссийская (Международная) конференция по бетону и железобетону «Бетон и железобетон – пути развития». 5-9 сентября 2005. М., 2005. С. 431-444.
- 6. Балан Т. А., Клованич С. Ф. Определяющие соотношения для бетона при сложном, непропорциональном нагружении и нагреве // Строительная механика и расчет сооружений. 1987. № 2. С. 39-44.
- 7. Клованич С. Ф., Мироненко И. Н. Расчет железобетонных конструкций на основе теории пластичности бетона // Збірник наукових статей «Дороги і мости». Київ : ДерждорНДІ. 2006. вип. 6. С. 43-54.
- Городецкий А. С., Здоренко В. С. Расчет железобетонных балок-стенок с учетом образования трещин методом конечных элементов // Сопротивление материалов и теория сооружений. Киев : Будивельник, 1975. Вып. 57. С. 59-66.
- 9. Бидный Г. Р., Клованич С. Ф., Осадченко К. А. Расчет железобетонных конструкций при сложном нагружении методом конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. 1986. № 5. С. 22-26.
- 10. Suidan M., Schnobrich W. C. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete // J. Struct. Dlv. ASCE. 1973. v. 99. №ST10, Oct. Pp. 2109-2122.
- 11. Cervenka V. Inelastic Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Panels Under Inplane Loads: Ph.D....dis / Dept. Civ. Eng. Univ. Colorado. Bouder,1970. 20 p.
- 12. Cervenka V. Constitutive Models for Cracked Reinforced Concrete // ACI Journal. 1985. v. 82. № 6. P. 877–882.
- 13. Darwin D., Pecknold D. A. Nonlinear Biaxial Stress-Strain Low for Concrete // J. Eng. Mech. Div. ASCE. 1977. v. 103. EM2. P. 229–241
- 14. Прокопович И. Е., Зедгенидзе В. А. Прикладная теория ползучести. М. : Стройиздат, 1980. 240 с.
- 15. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М. : Наука, 1966. 752 с.
- 16. Кишиневская Е. В., Ватин Н. И., Кузнецов В. Д. Перспективы применения нанобетона в монолитных большепролетных ребристых перекрытиях с постнапряжением // Инженерно-строительный журнал. 2009. № 2(4). С. 54-58.
- 17. Козинец Г. Л. Определение динамических характеристик сооружений, контактирующих с водой на примере арочной плотины Саяно-Шушенской ГЭС // Инженерно-строительный журнал. 2011. №8 (21). С. 21-27.

* Галина Леонидовна Козинец, Санкт-Петербург, Россия

Тел. раб.: +7(812)395-23-79; эл. почта: galina4410@yandex.ru

Частично-ребристые сборно-монолитные перекрытия с ячеистобетонными блоками

Магистрант Н.А. Паращенко*; к.т.н., доцент А.С. Горшков; д.т.н., профессор, заведующий кафедрой Н.И. Ватин, ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Ключевые слова: ребристое перекрытие; перекрытие; ячеистобетонные изделия; заполнитель; расчет армирования

Сегодня жилищное строительство занимает наибольший объем в структуре строительной индустрии. Неотъемлемой частью любого жилого здания является перекрытие. Надежность, прочность, звукоизоляция, теплоустойчивость, экономическая эффективность – наиболее важные критерии выбора при любом строительстве, в том числе и при строительстве перекрытий.

В настоящее время сложилась следующая классификация железобетонных перекрытий (СНиП 2.03.01-84* «Бетонные и железобетонные конструкции»).

- I. По способу производства:
 - 1) монолитные;
 - 2) сборные;
 - 3) сборно-монолитные.
- II. По конструктивным признакам:
 - 1) балочные;
 - 2) безбалочные;
 - 3) ребристые.

Частично-ребристые сборномонолитные перекрытия

В данной статье будут рассмотрены сборномонолитные ребристые перекрытия с заполнением пространства между ребрами стеновыми блоками из автоклавного газобетона [1, 2, 3]. Методика расчета сборно-монолитных перекрытий с использованием блоков из ячеистого бетона содержатся в Руководстве ЦНИИСК 1992 года [4]. Более раннее упоминание данного типа перекрытия с заполнением пространства межди ребрами содержится в классической монографии [5]. В работе [5] данный тип перекрытия частично-ребристым. В зарубежной именуется литературе технология производства и методы расчета перекрытий с использованием стеновых блоков из ячеистого бетона описаны в частности в работе [6].

Особенностью данного типа перекрытия является то, что блоки из ячеистого газобетона являются не просто заполнителем межди железобетонными ребрами, но также выполняют функцию опалубки для поверхности стяжки и боковых нижней граней Устройство железобетонных ребер. такого типа перекрытия схематично представлено на рис. 1. Вместо деревянных стоек в качестве неподвижных опор опалубки могут быть использованы, в том числе, телескопические стойки, как это показано на рис. 2.



Рисунок 1. Устройство ребристого перекрытия: 1 – газобетонные блоки; 2 – арматурные каркасы; 3 – монолитная балка из мелкозернистого бетона; 4 – опалубочная доска; 5 – стойки из досок; 6 – пролет в стене; 7 – несущая стена

Основные этапы производства работ при изготовлении данного типа перекрытия изложены в альбоме технических решений компании H+H [7] и стандарте СТО 501-52-01-2007 «Проектирование и возведение ограждающих конструкций жилых и общественных зданий с применением ячеистых бетонов в Российской Федерации. Часть II». М., 2007.

Технология выполнения сборно-монолитного перекрытия состоит из следующих технологических операций.

В перекрываемый пролет устанавливаются заранее приготовленные доски на стойках (рис. 2). Ширина досок составляет 20÷25 см в зависимости от ширины монолитной балки. Расстояние между досками зависит от длины блоков и величины опоры этих блоков на доски. Верхняя плоскость досок должна совпадать с верхней плоскостью последнего ряда стены из газобетонных блоков. Под доски перед укладкой блоков рекомендуется проложить слой из водонепроницаемого материала, в качестве которого в том числе может быть использована фирменная упаковочная пленка для блоков на поддоне.

На доски укладываются газобетонные блоки, создавая своими торцевыми гранями опалубку для монолитной балки (рис. 3). Расстояние между рядами блоков назначается по расчету.



Рисунок 2. Схема устройства опалубки



Рисунок 3. Укладка блоков на деревянный настил

В пространство между блоками на опалубочную доску укладывается арматурный каркас или отдельные стержни, геометрические параметры которых устанавливаются расчетом.

Для прокладки инженерных коммуникаций в перекрытии устраиваются специальные короба, которые после бетонирования пространства между рядами блоков и устройства выравнивающей стяжки могут быть демонтированы. Перед бетонированием торцы блоков рекомендуется тщательно смачивать водой.

По наружному контуру стен опалубку рекомендуется выполнять из перегородочных газобетонных блоков толщиной 100-150 мм. В пространство между контурными перегородочными блоками наружной несъемной опалубки и арматурным каркасом сборно-монолитного перекрытия в целях сокращения потерь тепловой энергии через торцы железобетонных перекрытий рекомендуется прокладывать слой теплоизоляции высотой 250 мм толщиной не менее 30 мм. В качестве утеплителя рекомендуется использовать изделия из экструдированного пенополистирола (ЭПП, XPS).

Подачу бетонной смеси в пространство между рядами блоков можно осуществлять механическим или ручным способом. Уплотнение бетонной смеси рекомендуется производить вибратором (при подаче бетонной смеси бетононасосом) или послойным трамбованием и штыкованием (при ручном бетонировании). Одновременно с бетонированием пространства между блоками рекомендуется выполнять стяжку пола толщиной не менее 50 мм. Демонтировать опалубку можно по достижении бетоном проектной прочности [8].

Величина пролета варьируется в пределах от 2,4 м до 6 м.

Преимущества сборно-монолитного железобетонного ребристого перекрытия с заполнением пространства между ребрами газобетонными блоками следующие:

- 1) низкая себестоимость;
- простота монтажа, возможность устройства перекрытия без применения подъемно-транспортных средств;
- возможность устройства перекрытия при практически любой форме помещения, в отличие от сборных железобетонных перекрытий;
- 4) хорошая теплоустойчивость [9] и высокий уровень звукоизоляции.

Область применения таких перекрытий достаточно широка. Они могут применяться как при высотном строительстве [10], так и при строительстве малоэтажных зданий.

Целью данной работы является анализ прочности и деформативности перекрытия двумя различными способами: аналитический расчет [4] и расчет методом конечных элементов (использовался ПК SCAD [11]).

Аналитический расчет

Расчетная схема аналитического расчета перекрытия приведена на рис. 4.



Рисунок 4. Расчетная схема перекрытия для расчета аналитическим способом

В расчете мы исходили ир следующих применяемых строительных материалов: монолитные балки и стяжки – мелкозернистый бетон класса по прочности на сжатие В10, марка по плотности D2000, арматура класса AIII, ячеистобетонные блоки – автоклавный ячеистый бетон класса B2, марки по плотности D500.

Предельный разрушающий момент определяется по формуле, подтвержденной экспериментально:

$$M_{U} = \sqrt{\frac{3}{7}} \cdot R_{b} \cdot b_{red} \cdot h_{0}^{2} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{3}\right), \tag{1}$$

где R_b – расчетное сопротивление бетона сжатию;

h₀ – рабочая высота сечения;

ξ – относительная высота сжатой зоны при хрупком разрушении;

b_{red} – приведенное значение ширины балки-шва, учитывающее участие газобетонных блоков при разрушении сборно-монолитного перекрытия и установленное опытным путем, вычисляется по формуле:

$$b_{red} = b_d \cdot \left(1 + \frac{b_{pb} \cdot E_{pb}}{b_b \cdot E_b} \right), \tag{2}$$

где b_{pb} и E_{pb} – соответственно длина ячеистобетонного блока и его модуль упругости; b_b – ширина бетонной балки-шва;

Е_ь – модуль упругости материала балки.

Относительная высота сжатой зоны ξ при хрупком разрушении определяется по формуле:

$$\xi = \mu \cdot \alpha \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\mu \cdot \alpha} - 1} \right),\tag{3}$$

где

$$\alpha = \frac{E_S}{E_h},\tag{4}$$

коэффициент армирования

$$\mu = \frac{A_S}{b_{red} \cdot h_0} \,. \tag{5}$$

Расчет сборно-монолитных перекрытий по наклонным сечениям, раскрытию трещин, местное действие нагрузок следует производить по СНиП 2.03.01-84* «Бетонные и железобетонные конструкции».

Расчет жесткости производят по формуле, выведенной для сечения с трещиной из условия равновесия с моментными напряжениями и совместности деформаций:

$$B = E_b \cdot b_b \cdot h_0^3 \cdot e_Z \quad , \tag{6}$$

где E_b – модуль упругости раствора балки-шва;

b_b – толщина балки-шва на рассматриваемом участке;

h₀ – рабочая высота сечения;

е_z – коэффициент жесткости балки в сечении с трещиной:

$$e_Z = \frac{\xi^3}{3} + \mu \cdot \alpha \cdot (1 - \xi)^2 ; \qquad (7)$$

α – по формуле (4);

ξ – относительная высота сжатой зоны при хрупком разрушении определяется по формуле (3).

Кратковременный прогиб от равномерно-распределенной нагрузки определяется по формуле:

$$f_{KP} = \frac{5}{384} \frac{b \cdot l_0^4 \cdot q_{\beta}^{H}}{B},$$
(8)

где b – ширина всего перекрытия;

I₀ – длина пролета в свету;

q_{дл}^н – длительно действующая часть нормативной равномерно-распределенной нагрузки.

Длительный прогиб определяется по формуле:

$$f_{\mathcal{A}\mathcal{I}} = f_{KP} \cdot \left(1 + \xi \cdot \varphi_t\right),\tag{9}$$

где ϕ_t – для цементно-песчаного раствора по данным испытаний с достаточной степенью точности можно принять равным 2,5.

Для балки длиной 4,6 м и газобетонных блоков размером 62,5х30х20 см был получен следующий результат: для армирования одной балки железобетонного ребристого перекрытия с заполнителем из газобетона необходим один арматурный стержень Ø 16 мм. Прогиб от действия длительной нагрузки при этом составляет $f_{\Pi\Pi} = 2,01cM$ при допустимом прогибе $f_{\Pi PE\Pi} = 2,3cM$.

Расчет методом конечных элементов

Расчет в ПК SCAD производился по восьми монолитным балкам, восьми пролетам газобетонных блоков между ними и двум пролетам между несущими стенами. Расчетная схема перекрытия представлена на рис. 5.

Расчет производился для ребристого перекрытия с приложением нагрузки от газобетонных блоков на боковые грани ребер. Между ребрами и стяжкой при моделировании перекрытия устанавливались жесткие вставки, так как ребра и плита заливаются монолитным бетоном [11, 12]. Граничными условиями является связь стен в основании по всем направлениям. Шаг разбиения – 0,1 м.



Рисунок 5. Расчетная схема перекрытия для расчета в ПК SCAD

Характеристики газобетонных блоков и бетона, а также размеры пролетов аналогичны характеристикам блоков, бетона и арматуры и размерам пролетов, использовавшимся при аналитическом расчете.

Для расчета арматуры и прогиба в ПК SCAD на перекрытие были приложены следующие нагрузки:

- 1) собственный вес балок;
- 2) вес пола;
- 3) вес временных перегородок;
- 4) временная нагрузка;
- 5) собственный вес газобетонных блоков.

Деформации перекрытия при расчете методом конечных элементов представлены на рис. 6.



Рисунок 6. Деформации перекрытия

В результате этого расчета был получен следующий результат: для армирования одной балки железобетонного ребристого перекрытия с заполнителем из газобетона необходима 1 арматура Ø 8 мм; прогиб от действия длительной нагрузки $f_{\mathcal{Д}\mathcal{I}} = 0,8\,$ мм при допустимом прогибе $f_{\Pi PE\mathcal{I}} = 23\,$ мм. Из чего можно сделать вывод, что расчет в ПК SCAD является не только более точным, чем аналитический метод расчета, но также позволяет использовать арматуру меньшего диаметра, что сразу же уменьшает стоимость изготовления данного типа перекрытия.

Для уточнения представленной в работе модели, а также ее срока службы, необходимы натурные испытания фрагментов рассматриваемого типа перекрытий, как это было сделано для стен из автоклавного газобетона с облицовочным слоем из силикатного кирпича [13].

Литература

- Пинскер В. А., Вылегжанин В. П., Почтенко А. Г. Сборно-монолитные перекрытия из ячеистобетонных блоков // Ячеистые бетоны в современном строительстве. Сборник докладов. Выпуск 4 – Санкт-Петербург: НП «Межрегиональная Северо-Западная строительная палата», Центр ячеистых бетонов, 2007. С. 14-16.
- 2. Автоклавный ячеистый бетон / Пер. с англ. Ред.совет: Г.Бове (пред.) и др. М.: Стройиздат, 1981. 88 с.
- Grutzek M. W. Cellular concrete // Cellular Ceramics: Structure, Manufacturing, Properties and Applications. M. Scheffler and P. Colombo, Eds., John Wiley & Sons, Weinheim, Germany, 2005. Pp. 193–223.
- Рекомендации по применению стеновых мелких блоков из ячеистых бетонов / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. М., 1992. 58 с.
- Сахновский К. В. Железобетонные конструкции. М. : Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. 840 с.
- Hamid Baghery. Prestressed gybrids of AAC and HPC. The BCE (Block Composit Element) Building system. Stockholm, Royal Institute of Technology, 2006. 90 p.
- 7. Альбом технических решений по применению изделий из автоклавного газобетона (торговая марка «H+H») в строительстве жилых, общественных и промышленных зданий. Материалы для проектирования и рабочие чертежи узлов (издание второе, переработанное и дополненное) [Электронный ресурс]. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://stroika812.ru/d/123582/d/albom_tehnicheskih_resheniy.pdf.
- JoséM Calixto, Armando C Lavall, Cristina B Melo, Roberval J Pimenta, Rodrigo C Monteiro. Behaviour and strength of composite slabs with ribbed decking // Journal of Constructional Steel Research, Volume 46, Issues 1-3, April-June 1998. Pp. 211-212
- 9. Пинскер В. А., Вылегжанин В. П., Гринфельд Г. И. Теплофизические испытания фрагмента кладки стены из газобетонных блоков марки по плотности D400 // Инженерно-строительный журнал. 2009. №8. С. 17-19.
- 10. Никоноров С. В., Тарасова О. А. Технология раннего нагружения монолитных перекрытий при использовании балочно- стоечной опалубки // Инженерно-строительный журнал. 2010. №4. С. 17-20.
- 11. Карпиловский В. С., Криксунов Э. З., Маляренко А. А., Перельмутер А. В., Перельмутер М. А.: Вычислительный комплекс SCAD. М.: Издательство ACB, 2007. 592 с.
- 12. Дзюба И. С., Ватин Н. И., Кузнецов В. Д. Монолитное большепролетное ребристое перекрытие с постнапряжением // Инженерно-строительный журнал. 2008. №1. С. 5-12.
- 13. Кнатько М. В., Горшков А. С., Рымкевич П. П. Лабораторные и натурные исследования долговечности (эксплуатационного срока службы) стеновой конструкции из автоклавного газобетона с облицовочным слоем из силикатного кирпича // Инженерно-строительный журнал. 2009. №8. С. 20-26.

* Наталья Андреевна Паращенко, Санкт-Петербург, Россия

Тел. моб.: +7(921)790-25-71; эл. почта: nata.par@gmail.com

Construction of windcatcher and necessity of enhancing the traditional windcatcher

Bachelor E. Jazayeri*; bachelor A. Gorginpour, Islamic Azad University

Keywords: Windcatcher; Badgir; Zero carbon; Environment; Solarwindcatcher

1. Introduction

Windcatcher, as its name denotes, is considered as a part of building form customarily constructed in any hot and dry or humid area of Iran. It plays an effective role in modifying heat and adjusting a temperature of interior living spaces in regard to thermal comfort as it uses the convection created by a wind flow and natural pure energy.

Environmentally Sustainable Architecture, also known as "Green Architecture" or "Green Building," is an approach to architectural design that emphasizes the place of buildings within both local ecosystems and the global environment. The windcatcher has been used in Iran since early times, it is one of the special masterpieces of Iran's architecture and it signs the predecessors' intelligence in agreement with the climate, it can be considered as one of the most specific examples of clean energy. The most number of windcatchers are in Iran; these windcatchers are made in two areas: the hot and humid area in the South (such as Lenghe Port) and the hot and dry area of central plateau (such as Yazd) [1].

A windcatcher, also often called wind tower, is a device used to deliver fresh outside air to a building interior, and to deliver extract stale air from it. It does not require any human-made energy like electricity. So it is a natural-ventilation device.

In windcatcher the driving forces for the air flow are all natural. They arise from either a blowing wind, or a temperature difference between the building interior and the outside. When windcatcher is placed on the roof of a building, a blowing wind will generate a high pressure on the windward side of the windcatcher, and lower pressures inside the building and on the leeward side of the windcatcher. These pressure differences are often enough to drive the fresh air from the wind into the building, and extract the stale interior air out, through the windcatcher's openings.

When there is a temperature difference between the building interior and the outside, the windcatcher can also deliver ventilation flow. This is because hot air rises due to changes in buoyancy force on air parcels at different temperatures. In buildings or chimneys, this is called stack effect. This mode of temperature-driven ventilation through a windcatcher is especially effective during summer nights when the outside air is significantly cooler than the air inside, thanks to a much faster cooling rate for the outside air [2].

2. Windcatcher location in plan

Туре	Description	Model
1	A windcatcher positioned behind the hall on its axis of symmetry. In this type of windcatcher, the axis of symmetry, hall and courtyard extend together.	
2	A windcatcher positioned on a corner of a yard: this type requires that windcatcher is connected to the hall through the medium of an aquarium space but not directly related to it.	
3	A windcatcher positioned on one of northern corner of a hall.	

Table 1. Three kinds of typology [3]

3. Windcatcher shapes in plan

Shapes of windcatcher is one of the most important factor for the region: any plan shape of windcatcher works different from other. The position of blade makes the shape, and there are two categories of blades: main blades and side blades. The main blades take their rise from a floor at ground reaching 1.5-2.2 m high, continuing to the ceiling of a windcatcher, and contribute to development of smaller ducts. Main blades play operational roles more often and

Jazayeri E., Gorginpour A. Construction of windcatcher and necessity of enhancing the traditional windcatcher

influence the operation of windcatcher. In contrast, side blades are inserted within the input gap of a windcatcher and play lesser roles. These blades add more aesthetic feature to windcatchers rather than anything else.

The blades are made of adobe and brick in the traditional windcatchers.

A. Windcather with X-form blades

This type of windcather is rarely used in traditional Iranian house. The length of windcatcher of this species is fairly 1/5 times as many as its width (fig. 1).



Figure 1. Windcacher with X-form blades [4]

Windcatcher with blades perpendicular to

symmetries have been seen in traditional

B. Windcatcher with +shaped blades



Figure 2. Windcatchers with +form blades [4]

The depth of its canal in linear front is $\frac{1}{2}$ of its latitudinal depth (fig. 2).

C. Windcatcher with H-form blades

In this type of windcatchers the main blade isolates the duct of it. It is inserted in the center of canal and does not extend to the latitudinal walls of windcatcher. The symmetries of plan approach the square, and plan is not extended with an oblong. The symmetries of plan is 1-1.3 or less.



Figure 3. Windcathers with H-form blades [4]

This type of windcatchers with H-form blades is really seldom in traditional houses with windcatchers (fig. 3).

D. Windcather with K-shaped blades





Figure 4. Windcather with K-form blades [4]

E. Windcatcher with I-shaped blades

houses .

The main blades are hidden in the latitudinal front of the windcatcher. One closed opening exists on the opposite side of an opened hole to let wind escape. This is the most extended oblong (fig. 5) [4].

Figure 5. Windcatcher with I-form blades [4]



The construction materials used for windcatcher depend on climate. The choice of materials is made to ensure that the windcatcher operates effectively as a passive cooling system. Windcatchers in hot dry regions are built either of mud brick or more commonly of baked brick covered with mud plaster. Mud brick (adobe) passes heat at long time, because soil has got uncompressed volume, and mud is made of water and soil. After evaporating, the empty pit is made. It causes that heat and cool can not arrive in molecules of soil and mud brick or adobe. Mud plaster (kah gel) is mixture of wet earth and fine or chopped coarse straw. These construction materials give the windcatcher a coarse texture. The mud-plaster covering the facade of windcatcherhas has light colour, and this is well for reflects rays.

Windcatchers in hot humid regions are covered with plaster, and this type of covering resists moisture. Vapour in the air in these regions is on the surface with temperature less than dew point in the environment. If there are high penetration on walls and surfaces of building, these drops penetrate in wall for the osmosis pressure or absorption of

Jazaveri E., Gorginpour A. Construction of windcatcher and necessity of enhancing the traditional windcatcher

materials. It causes demolition of surfaces. It pushes salts of materials out of surfaces. The texture of windcatcher is polished with a white colour, which also ensures that the windcatchers do not absorb rays. It provides more operation in climatic function.

Windcatchers trap the desired wind currents and transport them to interior spaces. To fulfil this purpose, a wind tower is designed to raise above the building roof [5].

5. Windcatcher disadvantages

Windcatchers that we used before had lots of disadvantages that made the condition so unwell and uncomfortable in some of traditional houses in Iran in Yazd region that have these windcatchers. Today when CO2 is one of the most concern in the world we have to enhance the windcatcher with new technologies.

The main disadvantages of traditional windcatchers are:

- flies, bees and other insect that go through the windcatcher and make the condition uncomfortable;
- the wind speed that sometimes become very slow the windcatcher does not work in the low speed;
- the height of the windcatcher the tall windcatchers work better (the higher windcatchers could catch more powerful winds), but it is not possible to make the windcatchers very tall because of the structures and architecture things;
- the humidity in traditional houses there were some water survivors under the windcatchers and nowadays it is not possible provide these things for a structure. [6]

6. Ways for enhancing windcatchers

One of the ways that we can enhance the windcatcher is to make them taller. In this case it can get more powerful wind, and sometimes when the wind speed in the lower height is good it can come down.

Another way is to use cellulose network in the entrance of windcatcher with water survivor that can increase the humidity of wind, and because of the humidity the temperature decrease.

One of the best ways to enhance the windcatchers and improve them is to assist sun and the energy of sun by stick the solar panel to the top of the windcatchers. It can get energy of sun and can save it. The fan in the windcatcher that feeds from the solar energy starts in the sunny days when the wind comes down. By the moisturizer damper we can control the humidity and by increasing the humidity we can reduce the temperature (fig. 6).



Figure 6. Windcatcher with solar panel [14]

In normal weather it works as usual windcatchers but in the sunny and high temperature the fan should start and then the damper control part should observe the moisture and all these things start automatically with the sensors that are in the system (fig. 7).

Sola boost windcatcher now is the best way for enhancing the traditional windcatchers. The results of some researches about the features of these windcatchers are below.

Air flow rate

There has been a number of scholarly works on the windcatcher as an effective natural-ventilation device. For example, Elmualim [7] made a wind tunnel and computational modelling study of a square windcatcher of dimensions 500×500 mm and 1.5 m length. Measurements from this work have shown a ventilation rate of 74 l/s is achieved at wind speed of 2 m/s blowing perpendicularly to one windcatcher side face, increasing to 101 l/s at 3 m/s wind, and 137 l/s at 5 m/s wind. When wind blows diagonally to a windcatcher face, the corresponding flow rate is reduced to the minimum of 36 l/s at 2 m/s wind, 53 l/s at 3 m/s wind, and 82 l/s at 5 m/s wind, respectively. Very little or no short-circuiting (flow passing directly from one windcatcher's opening to the other openings without passing through the space to be ventilated) has been observed.

Kirk and Kolokotroni [8] conducted air-exchange tests (using tracer gas decay) during summers 2001 and 2002 on 3 occupied UK buildings fitted with Sola boost windcatcher (as can be recognized by their model names, namely 1200 mm square GRP, 1000 mm square GRP, and 550 mm circular ABS units, respectively). They reported that both wind and stack effects affect air exchange rate through the buildings. Among other work, Su and others [9] investigated a solar-boosted circular windcatcher, using both experiments and computation, while Li and Mak [10] made a computational fluid dynamics (CFD) study.

Indoor temperature and CO2 level

The sola boost windcatcher provides secure night cooling. Kirk [11] conducted tests on council offices in Kings Hill, UK, in summer 2002, and reported that indoor air was cooled by up to 4°C by night cooling, thus allowing for a fresh start to the day, and providing cooled thermal inertia to the building structures. The external temperature was high (31°C), the indoor temperature was still several degrees lower (25 °C on the ground floor, and 28 °C on the first floor). Whereas when the outside temperature was not high (below about 23°C), the indoor temperature was only 3°C to 5°C above it.

Jones and others [12] examined the air quality in 2 classrooms in UK, one fitted with a 800 mm square sola boost windcatcher (the test room), while the other is ventilated by conventional opening windows. Their measurements pertaining to summers (done in May and June 2006) show that the test room was cooler than the control room by an average of about 1.5°C. CO2 level was also lower in the test room, 840 ppm vs 1324 ppm in the May test, and 575 ppmvs 588 in the June test. Night cooling with the windcatcher results in the test room's peak temperature being lower than the external peak temperature by nearly 3°C, namely 27.8°C vs 30.5°C; the corresponding peak temperature in the control room was 28.9°C.

In Autumn 2008 tests were conducted at the reception area of the BSRIA building of the Building Services Research and Information Association in Backnell, Berkshire, UK, to assess the performance of a GRP 1200 Sola Boost windcatcher [13]. The building has a particularly high solar gain, and the temperature on its first floor in summer was known to have reached 40°C with an outside air of about 28°C. During the test, which lasted about 7 days, operation of the windcatcher was seen to lower the peak temperature in the building (measured at 5.32 m above the ground floor) from 31.2 °C to 29.5 °C (whereas at 1 m height, temperature was unchanged at 26°C). In particular, operation of the windcatcher had reduced the CO2 level from 1000 ppm to 508 ppm.



Figure 7. Windcatcher work in sunny days [14]

7. Conclusion

When we know the disadvantages of windcatcher and windcatchers itself completely we can ameliorate these traditional systems of heating and cooling and support the Environmentally Sustainable Architecture. The solar windcatcher that uses both sun energy and wind energy helps us to use lower CO2.

References

- 1. Amirkhani A. Windcatchers: Remarkable Example of Iranian Sustainable Architecture // Journal of sustainable development. 2010. Vol:3, No:2. P. 89.
- 2. Phuoc Huynh. A report on windcatcher // VIM Sustainability Pty Ltd. 2010. Sydney. P. 4-5.
- 3. Azami A. Badgir in traditional Iranian architecture // International conference "Passive and Low Energy Cooling for the Built Environment. May 2005, Santorini, Greece. P. 1021.
- Mofidi S. Analysis on typology and architecture of wind catcher and finding the best type // Honarhayeziba journal. 2008. Vol 36. P. 29.
- 5. Ghaemmaghami P. S. Wind tower a natural cooling system in Iranian traditional architecture // International Conference "Passive and Low Energy Cooling for the Built Environment", May 2005, Santorini, Greece. P. 73.
- 6. Vosoughifar H. R. Consumption reduce by windcatcher // Civil Engineering Seminar. 2005. Kerman, Iran. P. 2.
- 7. Elmualim A. A. Dynamic modelling of a wind catcher / tower turret for natural ventilation // Building Services Engineering Research and Technology. 2006. Vol. 27. Pp. 165-182.
- Kirk S., Kolokotroni M. Windcatchers in modern UK buildings: Experimental study // International Journal of Ventilation. 2004. Vol. 3. Pp. 67-78.
- 9. Su Y., Riffat S. B., Lin Y-L., Khan N. Experimental and CFD study of ventilation flow rate of a Monodraught windcatcher // Energy and Buildings. 2008. Vol. 40. Pp. 1110-1116.
- 10. Li L., Mak C. M. The assessment of performance of a windcatcher system using computational fluid dynamics // Building and Environment. 2007. Vol. 42. Pp. 1135-1141.
- 11. Kirk S. D. Wind driven top-down natural ventilation and heat gain removal for nondomestic buildings Ground and first floor temperature profiles recorded in relation to external air temperature from the 20/07/02 to 14/08/02 at the Tonbridge and Malling council offices, Kings Hill // Proceedings of the 2002 Conference for the Engineering Doctorate in Environmental Technology, West London, UK. 2002. Pp. 20-28.
- Jones B. M., Kirby R., Kolokotroni M.. Payne T. Air quality measured in a classroom served by roof mounted natural ventilation windcatchers // Proceedings of the 2008 Conference for the Engineering Doctorate in Environmental Technology, Brunel University, West London, UK. 2008. Pp. 3-5.
- 13. Teekaram A. Assessment of Monodraught GRP 1200 Solar Boost Windcatcher. *Report 51965/1*, BSRIA Limited, Bracknell, Berkshire, UK. 2009. P. 5.
- 14. Sola boost windcatcher / Monodraught co. P. 3.

* Elias Jazayeri, Tehran, Iran Tel: 00989122360806; E-mail: eliasjazayeri@gmail.co Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Санкт-Петербургский государственный политехнический университет



Инженерно-строительный факультет Россия, 195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29, тел/факс: 552-94-60, <u>www.stroikursi.spb.ru</u>. <u>stroikursi@mail.ru</u>

Приглашает специалистов проектных и строительных организаций, <u>не имеющих базового профильного высшего образования</u> на курсы профессиональной переподготовки (от 500 часов) по направлению «Строительство» по программам:

П-01 «Строительство зданий и сооружений»

Программа включает учебные разделы:

- Основы строительного дела
- Инженерное оборудование зданий и сооружений
- Технология и контроль качества строительства
- Основы проектирования зданий и сооружений
- Автоматизация проектных работ с использованием AutoCAD
- Автоматизация сметного дела в строительстве
- Управление строительной организацией
- Управление инвестиционно-строительными проектами. Выполнение функций заказчика-застройщика

П-02 «Экономика и управление в строительстве»

Программа включает учебные разделы:

- Основы строительного дела
- Инженерное оборудование зданий и сооружений
- Технология и контроль качества строительства
- Управление инвестиционно-строительными проектами. Выполнение функций заказчика-застройщика и генерального подрядчика
- Управление строительной организацией
- Экономика и ценообразование в строительстве
- Управление строительной организацией
- Организация, управление и планирование в строительстве
- Автоматизация сметного дела в строительстве

П-03 «Инженерные системы зданий и сооружений»

Программа включает учебные разделы:

- Основы механики жидкости и газа
- Инженерное оборудование зданий и сооружений
- Проектирование, монтаж и эксплуатация систем вентиляции и кондиционирования
- Проектирование, монтаж и эксплуатация систем отопления и теплоснабжения
- Проектирование, монтаж и эксплуатация систем водоснабжения и водоотведения
- Автоматизация проектных работ с использованием AutoCAD
- Электроснабжение и электрооборудование объектов

П-04 «Проектирование и конструирование зданий и сооружений»

Программа включает учебные разделы:

- Основы сопротивления материалов и механики стержневых систем
- Проектирование и расчет оснований и фундаментов зданий и сооружений
- Проектирование и расчет железобетонных конструкций
- Проектирование и расчет металлических конструкций
- Проектирование зданий и сооружений с использованием AutoCAD
- Расчет строительных конструкций с использованием SCAD Office

П-05 «Контроль качества строительства»

Программа включает учебные разделы:

- Основы строительного дела
- Инженерное оборудование зданий и сооружений
- Технология и контроль качества строительства
- Проектирование и расчет железобетонных конструкций
- Проектирование и расчет металлических конструкций
- Обследование строительных конструкций зданий и сооружений
- Выполнение функций заказчика-застройщика и генерального подрядчика

По окончании курса слушателю выдается диплом о профессиональной переподготовке государственного образца, дающий право на ведение профессиональной деятельности

