<u>Http://www.engstroy.spb.ru</u> – полнотекстовая версия журнала в сети Интернет. Бесплатный доступ, обновление с каждым новым выпуском.

Инженерно-строительный журнал

научно-прикладное издание ISSN 2071-4726

Свидетельство о государственной регистрации: ПИ №ФС77-38070, выдано Роскомнадзором

Специализированный научный журнал

Включен в Перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ

Периодичность: 8 раз в год

Учредитель и издатель:

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Адрес редакции:

195251, СПб, ул. Политехническая, д. 29, Гидрокорпус-2, ауд. 226А

Главный редактор:

Вера Михайловна Якубсон

Научный редактор:

Николай Иванович Ватин

Литературный редактор:

Александра Дмитриевна Федорак

Редакционная коллегия:

д.т.н., проф., ректор ГОУ СГАСУ
М.И. Бальзанников;
к.т.н., проф., проректор по
перспективным проектам
ФГБОУ ВПО СПбГПУ
А.И. Боровков;
д.т.н., проф., декан факультета
ГОУ ПГУАС О.В. Тараканов;
д.т.н., проф., зав. каф.
ГОУ СПбГПУ В.В. Лалин;
к.т.н., директор РУП «Институт
БелНИИС» М.Ф. Марковский;
д.т.н., проф., зав. каф.
ГОУ СПбГПУ Б.Е. Мельников;
и другие.

Полный список редсовета и редколлегии – на веб-сайте журнала.

Установочный тираж 1000 экз.

Тел.: +7(812) 297-59-49 **E-mail**: engstroy@inbox.ru

СОБЫТИЯ

Содержание

Анализ напряженно-деформированного состояния плотины Саяно-Шушенской ГЭС	2
МЕТОДЫ Улыбин А.В. Методы контроля параметров армирования железобетонных конструкций Золотков А.С. Вибрационные испытания фрагментов	4
монолитных зданий до разрушения	14
КОНСТРУКЦИИ Румянцев Е.В., Белугина Е.А. Моделирование конструкций железнолорожного терминала станици. А плер с унетом	
системы сейсмоизоляции	22
Рутман Ю.Л. Маятниковые сейсмоизолирующие опоры. Конструкция, расчет, эксперимент	31
Ковалева Н.В., Рутман Ю.Л. Оценка эффективности параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции	37
РАСЧЕТЫ Симборт С.Э. Методика выбора коэффициента редукции	
сейсмических нагрузок К1 при заданном уровне коэффициента пластичности µ Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А. Исследование	44
конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем	53
Каган-Розенцвейг Л.М. О расчете упругих рам на устойчивость	74
Жгутов В.М. Математические модели деформирования оболочек переменной толщины с учётом различных свойств материалов	79
АНАЛИЗ Ленисов Г.В. Палин В.В. О сплощном спектре колебаний	
балочных элементов конструкции при высокочастотных воздействиях	91
Серазутдинов М.Н., Убайдуллоев М.Н. Усиление	
нагруженных стержневых конструкций с учетом влияния ремонтных и монтажных сил Брайда Н В. Расчет математических ожиданий параметров	98
трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам	106

© ФГБОУ ВПО СПбГПУ

Перепечатка статей без письменного согласия редакции запрещена.

Материалы, помеченные знаком [®], публикуются на правах рекламы.

На обложке: авторские иллюстрации к статьям номера.

37

<u>Http://www.engstroy.spb.ru</u> – full-text open-access version in Internet. It is updated immediately with each new issue.

Magazine of Civil Engineering scientific and applied edition

ISSN 2071-4726

Peer-reviewed scientific and technical journal

Start date: 2008/09

8 issues per year

Publisher:

Saint-Petersburg State Polytechnical University

Corresponding address:

226a Hydro Building, 29 Polytechnicheskaya st., Saint-Petersburg, 195251, Russia

Editor-in-chief:

Vera M. Yakubson

Science editor:

Nikolay I. Vatin

Copy editor:

Alexandra D. Fedorak

Editorial board:

N.V. Arefev, Saint-Petersburg State Polytechnical University, Russia M.I. Balzannikov, Samara State University of Architecture and Civil Engineering, Russia A.I. Borovkov, Saint-Petersburg State Polytechnical University, Russia E.K. Zavadskas, Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania V.V. Lalin, Saint-Petersburg State Polytechnical University, Russia

M.F. Markovskiy, Republic Unitary Enterprise "Institute BelNIIS", Belarus

B.E. Melnikov, Saint-Petersburg State Polytechnical University, Russia

V.I. Morozov, State Architecturally-Building University, Russia

G.V. Nesvetayev, Rostov State Civil Engineering University, Russia

and others. The full list of editorial board is available on the website.

Contact us:

+7(812) 535-52-47 engstroy@inbox.ru

EVENTS

Contents

Analysis of Sayano-Shushenskaya hydropower station dam deflected mode (rus)	2
METHODS Ulybin A.V. Inspection methods of reinforcement parameters of concrete structures (rus) Zolotcov A.S. Vibration tests on fragments of monolithic	4
building until destruction (rus)	14
STRUCTURES	
Rumyantsev Ye.V., Belugina Ye.A Station Adler railway	
terminal structures modelling taking into account seismic base	
isolation (rus)	22
Rutman Yu.L. Pendulum seismic isolation bearings. Design,	
analysis, experiment (rus)	31
Kovaleva N.V., Rutman Yu.L. Estimation of efficiency of	

CALCULATIONS

Simbort E. Selection procedure of seismic-load reduction factor	
K1 at a given level of ductility factor (rus)	44
Lalin V.V., Rybakov V.A., Morozov S.A. The finite elements	
research for calculation of thin-walled bar systems (rus)	53
Kagan-Rosenzweig L.M. About stability analysis of elastic	
frames (rus)	74
Zhgoutov V.M. Mathematical deformation models of variable	
thickness shells with calculation of different materials`	
behaviour (rus)	79

damping parameters in seismic insulation systems (rus)

ANALYSIS

Denisov G.V., Lalin V.V. About the continuous spectrum of	
vibrations of beam construction elements under high-frequency	
effects (rus)	91
Serazutdinov M.N., Ubaydulloyev M.N. Strengthening of the	
beam structures taking into account repair and mounting	
forcesinfluence (rus)	98
ENGLISH BLOCK	113

© Saint-Petersburg State Polytechnical University. All rights reserved.

On the cover: authors' illustrations from papers

Анализ напряженно-деформированного состояния плотины Саяно-Шушенской ГЭС

15 февраля в ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (СПбГПУ) прошел семинар «Применение ПК SOFISTIK для углубленного расчета конструкций и решения геотехнических задач».

Основным докладчиком семинара стал д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Строительная механика и теория упругости», руководитель центра компетенции SOFISTIK Владимир Владимирович Лалин. Он рассказал об истории и особенностях продукта, а также о работах, проведенных с его использованием в СПбГПУ.

Наиболее масштабным проектом было исследование напряженно-деформированного состояния плотины Саяно-Шушенской ГЭС. Авария, произошедшая в 2009 г. в машинном зале

Саяно-Шушенской ГЭС, имела большой общественный резонанс. В том числе, у жителей побережья Енисея возникли опасения по поводу возможного разрушения станции или нарушений в ее работе. Несмотря на то, что большинству специалистов безопасность работы станции была очевидна, в 2010 г. ОАО «РусГидро» было приняло решение провести независимую оценку напряженно-деформированного состояния станции.



Моделирование плотины Саяно-Шушенской ГЭС проводилось независимо в 4 научных учреждениях: ОАО «ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева» (Санкт-Петербург), ФГБОУ ВПО МГСУ (Москва), ЦСГНЭО – Филиал АО «Институт Гидропроект» (Москва) и ФГБОУ ВПО СПбГПУ (Санкт-Петербург). Все они основывались на данных ОАО «Ленгидропроект» – генерального проектировщика станции. Также участникам проекта были предоставлены натурные данные, собранные на ГЭС за 25 лет эксплуатации. Конечноэлементная модель должна была соответствовать этим наблюдениям. Цель работы – оценка прочности и устойчивости системы в ее современном состоянии с учетом всей предыдущей истории возведения и эксплуатации сооружения.

Таким образом, перед специалистами была поставлена задача не просто создать модель сложного гидротехнического сооружения, но также учесть все особенности его возведения и эксплуатации, а в итоге получить хорошую сходимость с натурными данными.

Например, известно, что при строительстве плотины в ней возникли трещины вследствие раскрытия контактного и строительного швов. Затем эти швы заинъектировали специальными полимерными составами. Трещинообразование прекратилось, фильтрация воды снизилась, но отклонение от проектного положения, полученное плотиной, сохранилось. Этот и подобные ему моменты должны были учесть специалисты СПбГПУ при создании модели. Также по техническому заданию требовалось рассчитать различные сценарии разрушения плотины.



В результате в СПбГПУ была разработана конечноэлементная плотины модель С прилегающими берегами И грунтовым основанием, которая включала 293 тысячи узлов. Она показала хорошую сходимость с натурными данными. Резюме было таково: авария в машинном зале не оказала принципиального влияния на работу плотины, она находится в работоспособном состоянии. Схожие результаты получили и другие участники проекта.

> Текст: В.М. Якубсон Иллюстрации: В.В. Лалин

P

«СтройРегион» №1 в борьбе за качество

В строительной сфере РФ всегда остро стоит вопрос качества материалов. Применение бетонов с противоморозными добавками — один из перспективных методов зимнего бетонирования. Он основан на использовании смесей с химическими добавками, понижающими температуру замерзания жидкой фазы. Как правило, метод применяют для конструкций с модулем поверхности более трех при условии соблюдения требований к качеству, заложенных в проекте, а также при экономической целесообразности. Для этого совместно с противоморозными добавками в бетонные смеси вводят добавку сульфитно-дрожжевой бражки СДБ.

Появляются и новые противоморозные добавки. Экономически рациональна аммиачная вода. Она имеет неограниченный температурный диапазон применения и особенно эффективна для районов с высокими отрицательными температурами. Адсорбция аммиачной воды замедляет сроки схватывания цементов, пластифицирует бетонную смесь с сохранением подвижности таких бетонов на более длительное время. При приготовлении бетонов с помощью аммиачной воды 10%-й концентрации подвижность их сохраняется в течение 3,5 ч, а рост прочности замедляется при отрицательной температуре, но затем в нормальных условиях прочность интенсивно возрастает. Так, в возрасте одного года бетоны, приготовленные на аммиачной воде и твердевшие вначале 28 сут. при отрицательной температуре, имели прочность на сжатие в 1,5-1,7 раза больше, чем обычные, твердевшие в нормальных условиях.

Повышенные морозостойкость и водонепроницаемость бетонов с добавкой аммиачной воды позволили широко использовать их в гидромелиоративном строительстве. Эти бетоны со временем теряют газообразный аммиак как неустойчивое соединение и не отличаются от приготовленных на обычной воде.

Проблема некачественных аммиачных бетонов и цементосодержащих смесей, на которую обращено существенное внимание депутата ЗАКС г. Санкт-Петербурга Алексея Белоусова и вицепрезидента РСС по Северу-Западу Олега Бритова, пока не решена, хотя строительным фирмам уже приходилось платить огромные штрафы за нарушения такого рода. В последнее время, особенно в Северо-Западном регионе, участились случаи поставки на объекты некачественных материалов, не соответствующих заявленным в паспорте или сертификате.

Общеизвестно, что некачественный бетон при строительстве жилого дома в будущем может отразиться на здоровье живущих в нем людей. Но чтобы отследить качество бетона, нужно время, которого порой нет у строительных организаций. Пробы необходимо отсылать в стационарную лабораторию, которая чаще всего находится удаленно.

Принимая во внимания эти факторы, НП СРО «СтройРегион» решил пойти по пути инновационного развития, и на базе своих партнерств создать мобильные передвижные лаборатории. По заказу наших партнеров методом прямого воздействия мы будем проводить входной инспекционный контроль бетона и других стройматериалов на объектах нашего города. Поскольку мы строго придерживаемся принципов некоммерциализации в нашей деятельности, работа МЛК осуществляется за счет членских взносов Партнерства.



В декабре уже начата реализация проекта. Шесть автомобилей укомплектовано оборудованием, которое дает возможность в тестовом режиме и в кратчайшие сроки определить качество стройматериалов (цементосодержащих смесей, растворов, клеевых соединений).

Как работает МЛК? Если при строительстве того или иного объекта у члена нашего партнерства возникают сомнения по поводу качества ввозимых стройматериалов, он, путем подачи заявки в НП «СтройРегион», может обезопасить себя от нарушений. Это касается несоответствия типа как цементосодержащих, так и химических элементов (например, аммиака), недобросовестно использующихся в качестве морозостойкой усадки, что нарушает права качества. Мы проводим тщательную проверку входных материалов и делаем официальное заключение о качестве заявленных в сертификате или паспорте материалов.

НП СРО «СтройРегион» Тел./факс: 8 (812) 458-72-72 bestsro29@mail.ru

Методы контроля параметров армирования железобетонных конструкций

К.т.н., доцент А.В. Улыбин*

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, отдел «Обследование зданий и сооружений» ПНИПКУ «Венчур»

Ключевые слова: класс арматуры; параметры армирования; железобетонные конструкции; неразрушающий контроль; обследование зданий

При детальном обследовании несущих конструкций из любых строительных материалов одна из главных задач — это получение данных для выполнения расчетов. Для железобетонных конструкций наиболее трудным является определение параметров стальной арматуры, так как она всегда скрыта под защитным слоем бетона. Искомые параметры арматуры и возможные методы их контроля схематично представлены на рисунке 1.



Рисунок 1. Параметры армирования и методы их контроля (жирной рамкой выделены наиболее достоверные методы)

В большинстве нормативных документов и технической литературе, описывающей правила обследования конструкций зданий и сооружений, имеются рекомендации по методам контроля параметров арматуры. Известны различные методы неразрушающего контроля, применение некоторых из них регламентируется требованиями ГОСТ. Однако не все методы позволяют достоверно и точно определить искомые параметры. Часть методов устарела, некоторые практически не применимы из-за трудностей, сопровождающих их использование. К сожалению, новый ГОСТ Р 53778-2010 «Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния» относительно решения описываемых задач ссылается на старые документы и не содержит новых положений [1].

Задача №1. Определение расположения арматуры

Наиболее удобным и широко известным методом, используемым для определения расположения арматуры в бетоне, является магнитный метод неразрушающего контроля (НК), регламентируемый ГОСТ 22904-93 «Конструкции железобетонные. Магнитный метод определения толщины защитного слоя бетона и расположения арматуры». Имеется большое разнообразие приборов, реализующих данный метод, начиная от бытовых металлодетектеров стоимостью от 2 тыс. руб и заканчивая сложными автоматизированными комплексами стоимостью более 500 тыс. руб.

Улыбин А.В. Методы контроля параметров армирования железобетонных конструкций

К таким приборам относятся ИПА-МГ4 (Стройприбор), Поиск 2.5 (Интерприбор), ИЗС-10Ц, Profoscope (Proceq), Ferroscan (Hilti) и другие. Несмотря на большой выбор приборов и широкий диапазон цен на них, указанную задачу все они решают примерно с одинаковой эффективностью. Отличие более дорогостоящих средств измерения, как правило, заключается в большей чувствительности и глубине определения арматурных стержней, а также улучшенном интерфейсе и автоматизированной обработке данных. На рядовом объекте (например, стена или перекрытие, армированное сеткой с защитным слоем не более 5...7 см) найти арматуру в толще бетона и нанести ее проекцию на поверхность с погрешностью до 1...2 см можно практически любым из приборов. В то же время, при густом армировании конструкций и расположении арматуры в несколько рядов погрешность измерения существенно возрастет при использовании любого из электромагнитных приборов [2].

Рентгеновский метод, регламентируемый ГОСТ 17625-83 «Конструкции и изделия железобетонные. Радиационный метод определения толщины защитного слоя бетона, размеров и расположения арматуры» и описываемый в технической литературе второй половины прошлого века, на сегодняшний день в отечественной практике широкого применения не нашел. Это связано повышенными эксплуатационными затратами, сопровождающими С его реализацию (дорогостоящее оборудование, повышенные требования по технике безопасности использования и хранения, и др.) при малой эффективности применения на рядовых объектах. Точность исследования параметров сопоставима с магнитным и другими методами, однако необходим двухсторонний доступ к конструкции, а большая погрешность измерения при густом армировании не устраняется. Однако необходимо отметить, что в зарубежных исследованиях метод используется наряду с остальными [3].

Альтернативой магнитному методу НК являются все чаще используемые в последнее время методы ультразвуковой томографии и георадиолокации [4]. Однако, в отличие от магнитного метода, применение данных методов на практике требует не только приобретения существенно более дорогостоящего оборудования (стоимость достигает 1 млн. руб. и выше), но и высокой квалификации и опыта специалистов. При этом результат измерений при густом армировании конструкций также сопровождается высокой погрешностью и ошибками.

При большом разнообразии применяемых методов НК *наиболее достоверным и универсальным методом является определение расположения арматуры путем вскрытия защитного слоя*. В случае густого многослойного расположения арматуры в конструкции, одностороннего доступа, большого защитного слоя только данным способом можно достоверно определить количество и расположение стержней. Очевидно, что недостатками разрушающего метода являются высокая трудоемкость, избирательность контроля и неизбежное нарушение целостности конструкций.

Задачи № 2 и № 3.

Определение диаметра арматуры и величины защитного слоя

Для определения величины защитного слоя могут быть использованы все методы НК, указанные выше. Как было уже сказано, наиболее распространенным является магнитный метод. Измерение защитного слоя основано на градуировочной зависимости, заложенной в большинство приборов заводом – изготовителем. Технология измерения сводится к определению расположения (оси) арматурного стержня, заданию его диаметра и класса и определению величины защитного слоя. При этом погрешность измерения существенно зависит от правильности исходных данных (диаметр и класс), а также от глубины залегания стержня и его диаметра. Чем меньше диаметр и больше защитный слой, тем больше погрешность измерения.

При обследовании конструкций обычно все указанные параметры являются неизвестными. Для получения достоверного результата можно сделать несколько вскрытий, которые позволят определить диаметр или величину защитного слоя, а затем контролировать армирование на других участках, пользуясь полученными исходными данными. Однако такой подход жизнеспособен только в том случае, когда вне зоны вскрытия использовано армирование, совпадающее с выявленным (т.е. вся арматура имеет одинаковый диаметр). Такая ситуация встречается далеко не всегда.

Существует вторая проблема, решить которую сложнее. Если определить диаметр арматурного стержня с определенной погрешностью можно непосредственно на участке вскрытия, то определить класс арматуры без отбора проб в большинстве случаев невозможно. Таким образом, в реальных условиях подобрать правильную градуировочную зависимость нельзя, так как нет данных о классе арматурных стержней. Что касается определения диаметра арматуры, выполнить измерение с высокой точностью не так просто. Если армирование выполнено из арматуры гладкого профиля, для точного измерения диаметра достаточно использовать штангенциркуль. При наличии арматуры периодического профиля точность измерения резко снижается.

Номинальный диаметр арматуры (d_н), имеющей периодический профиль, нельзя определить прямым измерением. Согласно требованиям стандартов на изготовление арматуры, ее номинальный диаметр должен соответствовать диаметру равновеликого сечения гладкого профиля. Определить диаметр можно через объем фрагмента арматуры, зная его массу (m), длину (L) и удельный вес стали по зависимости:

$$d_{H} = 12,74 \sqrt{\frac{m}{L}} \,. \tag{1}$$

Для реализации данного способа обязателен отбор пробы определенной длины, что сопровождается нарушением целостности конструкции: защитного слоя и арматуры. Пренебрежение данным способом приведет к погрешности измерения диаметра периодического профиля ± 1 мм. Приближенное измерение профиля «по ребрам» и «по канавке» не даст точный результат. При этом ориентироваться на фактический диаметр соответствующий сортаменту (6,8,10,12 мм и т.д) нельзя. По требованиям ГОСТ 10884-94 «Сталь арматурная термомеханически упрочненная для железобетонных конструкций. Технические условия» допустимое отклонение фактического диаметра от номинального может иметь достаточно большое значение. Например, для стержней с номинальным диаметром 14 мм допустимое отклонение составляет +1,2 и –1,8 мм, то есть фактический диаметр может варьироваться от 12,2 до 15,2 мм.

Для подтверждения описываемых проблем и оценки возможной погрешности измерений автором с коллегами выполнен ряд экспериментов. Для измерений были использованы приборы неразрушающего контроля, реализующие магнитный метод контроля: ИПА-МГ4, ИПА-МГ4.1 (СКБ «Стройприбор») и Profoscope (Proceq, Швейцария). Исследования выполнены на 45 образцах арматурных стержней длиной 0,5 м, диаметром 6...22 мм, классов А-I, A-III (А-400), А-500С и A-V (Ат-800). В ходе экспериментов задавался один из параметров (диаметр или защитный слой), а второй измерялся методом НК с помощью зависимостей, заложенных в прибор.

При этом предполагалось, что класс арматуры неизвестен, что соответствует условиям реальным применения. В отечественных приборах для всех измерений использовалась градуировочная зависимость «арматура класса A-I». Защитный слой моделировался прокладками ИЗ различных немагнитного материала толщин: 20, 40 и 60 мм, что соответствует vсловиям реальных конструкций (рис. 2). Диаметр стержней, используемый в качестве исходных данных, определен взвешиванием стержней по методике, описанной выше.



Рисунок 2. Экспериментальное измерение параметров армирования

Результаты экспериментов выборочно представлены на рис. 3, 4.

Из представленных графиков видно, что независимо от используемого оборудования при различных фактических значениях защитного слоя и диаметра арматуры практически все измерения сопровождаются ошибкой. Величина погрешности различна, и ее максимальное значение для отечественных приборов составляет от 5 мм (при малой величине защитного слоя) до 7 мм (при большем защитном слое). Погрешность измерения при использовании швейцарского прибора характеризуется существенно меньшими значениями, однако также имеет место.

Можно утверждать, что абсолютная погрешность измерения величины защитного слоя бетона 5...7 мм несущественна. Однако надо иметь в виду, что указанные значения защитного слоя получены при использовании градуировочной зависимости с конкретным диаметром арматуры, соответствующим фактическому значению. При обследовании старых зданий без наличия документации информация о диаметрах стержней отсутствует, и точно определить их можно только вскрытием. При неизвестном диаметре арматуры погрешность определения защитного слоя бетона значительно увеличивается.

Улыбин А.В. Методы контроля параметров армирования железобетонных конструкций



№№ арматурного стержня







Рисунок 4. Погрешность измерения защитного слоя при фактической величине 60 мм

Аналогичные эксперименты выполнены для выявления погрешности определения диаметра арматурных стержней. На тех же образцах арматуры выполнены измерения при задании в качестве исходных данных фактического защитного слоя, моделируемого прокладками. Результаты выполненных исследований приведены на рис. 5, 6.

На графиках представлены отклонения измеренных значений от номинального диаметра в относительном виде. По приведенным данным видно, что погрешность измерений прибором отечественного изготовления достигает 30% и более. При использовании швейцарского прибора большая часть измерений характеризуется высокой точностью (погрешность менее 5%). Однако точность измерений не постоянна. На ряде стержней различных классов и диаметров погрешность достигает 15% и более.

METHODS

Очевидно, что если погрешностью определения защитного слоя 5-10 мм в большинстве случаев можно пренебречь, то погрешность измерения диаметра арматуры, составляющая более 10% от номинального диаметра, недопустима. При этом нужно отметить, что результаты экспериментов получены в условиях, близких к идеальным (защитный слой точно известен, соседние параллельные и перпендикулярные стержни отсутствуют), что при реальном обследовании практически невозможно.



№№ арматурного стержня







Рисунок 6. Погрешность измерения диаметра арматуры прибором Profoscope при различной толщине защитного слоя

Таким образом, можно сделать вывод, что *для точного определения защитного слоя и диаметра арматуры необходимо вскрывать защитный слой*. В случае, если погрешность определения диаметра арматуры ±1 мм принимается допустимой, можно ограничиться измерением во вскрытии и не отбирать образцы.

Задача № 4. Определение класса арматуры

Наиболее важная задача при обследовании конструкций – это определение фактического класса арматуры и, соответственно, ее прочностных параметров. Для решения этой задачи предлагаются различные подходы.

Основным нормативным методом определения прочности арматуры является испытание на растяжение отобранных образцов по ГОСТ 12004-81 «Сталь арматурная. Методы испытаний на растяжение» и СТО АСЧМ 2-93 «Прокат из арматурной стали. Метод испытания на растяжение». Данный метод, несмотря на его достоверность, обладает очевидным недостатком – необходимость повреждения и, следовательно, ослабления конструкции. Для изгибаемых и густоармированных элементов (балки, плиты) отбор образца можно произвести из сечения с наименьшими расчетными усилиями (в зоне минимального момента), вплоть до отсутствия напряжений. У колонн такого сечения нет. Трудоемкость работ по отбору проб высока, а сложность восполнения поврежденного стержня еще выше.

По требованиям, приведенным в литературе [5,6], длина отбираемых образцов (*I*) должна быть не менее

/=8d+200 мм. (2)

По требованиям ГОСТ 12004 длина образцов для стержней диаметром менее 20 мм должна определяться как

где а – длина стержня, необходимая для захвата разрывной машиной.

Для стержней диаметром более 20 мм длина должна составлять

Для стержней большого диаметра можно минимизировать длину отбираемой пробы за счет изготовления на токарном станке из более короткого стержня цилиндрического образца, соответствующего требованиям для испытания по ГОСТ 1497-84* «Металлы. Методы испытания на растяжение». Несмотря на это, во всех случаях длина отбираемой пробы существенна с точки зрения трудоемкости отбора и повреждения конструктивного элемента.

Минимальное количество образцов для испытания в различной литературе указывается поразному. Например, в п. 8.3.8 СП 13-102-2003 «Правила обследования несущих строительных конструкций зданий и сооружений» указано, что число стержней одного диаметра и одного профиля, вырезанное из однотипных конструкций, должно быть не менее 3. По рекомендациям ВСН 57-88 «Положение по техническому обследованию жилых зданий» прочность рабочей арматуры определяется как среднее арифметическое значение данных испытания на разрыв не менее 2 образцов. В учебном пособии [6] рекомендуется для определения прочностных и деформативных характеристик арматуры неизвестного класса испытывать не менее 10 стержней.

Помимо трудоемкости работ по отбору проб и локального ослабления конструкции, для реализации данного метода необходимо дорогостоящее лабораторное оборудование, в том числе разрывная машина.

Во многих нормативных документах, в том числе СНиП 2.03.01-84* «Бетонные и железобетонные конструкции», и технической литературе [5,7,8] можно встретить рекомендации по определению класса по внешним признакам. При реализации данного метода принимается, что арматура класса А-I (А-240) имеет круглое сечение, арматура класса А-II (А-300) – сечение в виде винтовой линии, а арматура класса А-III (А-400) – в виде «елочки» (рис. 7).

Однако данные рекомендации явно устарели. Уже давно используется высокопрочная арматура классов А-IV (А-600)... А-VI (А-1000), изготавливаемая по ГОСТ 5781-82 «Сталь горячекатаная для армирования железобетонных конструкций. Технические условия». Отличить по внешним признакам стержни данных классов между собой, а также от арматуры класса А-III, нельзя.



Рисунок 7. Внешний вид профилей арматуры по ГОСТ 5781: а) класса A-II (A-240); б) A-III (A-400)...A-V (A-1000) A→A |→ A→A ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

Рисунок 8. Внешний вид профилей арматуры класса Ат-400...Ат-1200 по ГОСТ 10884

С выходом в 1993 году СТО АСЧМ 7-93 «Прокат периодического профиля из арматурной стали» и введением в 1996 году ГОСТ 10884-94 «Сталь арматурная термомеханически упрчненная для железобетонных конструкций» арматурные стержни (классы А-400С...А-600С и Ат-400...Ат-1200) стали выпускать с новым «улучшенным» профилем, ребра насечки которого имеют серповидную форму и шаг, больший, чем у аналогичных горячекатаных стрежней по ГОСТ 5781 (рис. 8). Требованиями стандарта в качестве отличительных признаков между разными классами рекомендуется выполнение прокатных меток, либо окраска концов прутов. При выполнении последнего подхода, в ходе обследования конструкций арматуру разного класса не отличить. Помимо этого, согласно п. 4.3 ГОСТ 10884 термомеханически упрочненная арматура может изготавливаться сечением, соответствующим горячекатаной арматуре по ГОСТ 5781.

В соответствии с п. 1.2 ГОСТ 5781 по требованию потребителя сталь классов А-II (А300), A-III (А400), A-IV (А600) и А-V (А800) может быть изготовлена гладкого профиля. Такое же условие имеется для арматуры классов Ат-800 и выше в п. 4.3 ГОСТ 10884. Согласно п. 4.5 СТО АСЧМ 7-93 допускается изготовление стержней периодического профиля с формой насечки, отличной от указанной в данном стандарте. Указанные пункты полностью перечеркивают применение метода контроля по визуальным признакам для вышеуказанной арматуры.

В последние годы активно внедряется арматура прочностью 500 МПа с новым «эффективным» профилем А500СП, изготавливаемая по требованиям ТУ 14-1-5516-2006. Данный профиль повышает сцепление арматуры с бетоном и, кроме того, делает данную арматуру визуально отличимой от других (рис. 9).

Имеется еще один вид арматуры с профилем, нормируемым требованиями ГОСТ Р 52544-2006 «Прокат арматурный свариваемый периодического профиля классов А500С и В500С для армирования железобетонных конструкций». Это профиль холоднодеформированной арматуры класса В500С, имеющий трехсторонние или четырехсторонние сегментные серповидные ребра (рис. 10).











На основе приведенных выше сведений можно сделать вывод, что четко отличить по внешним признакам можно только арматурные стрежни периодического профиля классов А-II, А-500 СП и В-500С. Однако арматура класса А-II на сегодняшний день применяется редко [9]. Улыбин А.В. Методы контроля параметров армирования железобетонных конструкций

Арматура новых профилей еще недостаточно популярна, кроме того, большинство объектов обследования – это старые здания и сооружения, построенные с использованием арматуры старых типов. Иными словами, **определить класс арматуры только по внешним признакам в большинстве случаев нельзя**.

Другим, казалось бы, возможным методом выявления класса арматуры является определение химического состава арматурной стали. На сегодняшний день, с учетом доступности выявления химического состава стали методом спектрального анализа, данный способ мог бы быть жизнеспособным. Размеры образцов, отбираемых для химического анализа, в десятки раз меньше, чем для испытания на растяжение, а нарушение целостности конструкции не столь существенно. Существует портативное оборудование, позволяющее выполнять спектральный анализ непосредственно на объекте.

Однако такой подход мог быть реализован только до конца 80-х – начала 90-х годов, т.е. до момента широкого внедрения термомеханически упрочненной арматуры. По требованиям ГОСТ 5781 различным классам арматуры соответствовали различные марки используемых сталей: от Ст3сп (А-240) до 22Х2Г2АЮ (А-1000). С введением ГОСТ 10884 данная однозначность исчезла. На сегодняшний день сталь одной марки может применяться для изготовления арматурных стержней различных классов, как по разным стандартам, так и в пределах одного. Например, сталь 35ГС используется для изготовления арматуры классов А-III (ГОСТ 5781) А600С, Ат800, Ат800к (ГОСТ 10884), А-IIIв, Ат-VI; сталь 25Г2С для изготовления арматуры классов А400 (ГОСТ 5781), Ат800 (ГОСТ 10884). Таким образом, выявление *химического состава и марки стали не позволяет сделать однозначный вывод о классе арматуры*.

Перспективным методом определения класса арматуры является определение по измерению твердости стали. Исследованию зависимости между прочностью и твердостью сталей посвящено много работ. Основополагающая зависимость для сталей отражена в ГОСТ 22761-77 «Металлы и сплавы. Метод измерения прочности по Бринеллю переносными твердомерами статического действия». На возможность применения данного метода для арматуры железобетонных конструкций при техническом обследовании указывается в пособии [7]. При этом рекомендуется использовать портативные твердомеры. Однако при практическом применении данного метода возникает ряд проблем и вопросов.

На результат измерений и возможность их выполнения влияет целый ряд факторов:

- расположение участка измерения (торцевой срез, боковая поверхность) и периодичность профиля;
- ограничения применяемых методов измерения (статический, динамический, ультразвуковой);
- шероховатость поверхности участка измерения;
- метод подготовки поверхности (обрезка, зачистка, шлифовка, полировка);
- выбор частной градуировочной зависимости между твердостью и прочностью;
- влияние марки стали на применяемую зависимость;
- влияние вида упрочнения арматуры (термомеханическое, холодная деформация, вытяжка) на используемую зависимость;
- прочие факторы.

Исследованию влияния некоторых из указанных факторов на результат измерения твердости стальных образцов посвящены различные работы [10-13].

Определенные положительные результаты получены в ходе экспериментальных исследований, выполненных автором на арматурных стержнях различных классов. Исследования проведены для арматуры классов А-I, А-III (А-400) и А-V (Ат-800) при диаметре стержней от 12 до 22 мм. Измерения производились на торцевой поверхности образцов арматуры длиной 0,5 м. Для выполнения работ применялся прибор МЕТ-УД, реализующий ультразвуковой метод контроля. На каждом стержне производилось по 10 единичных измерений с последующим осреднением значения твердости.

Поперечный (торцевой) срез арматуры изготавливался 2 способами:

- торцовкой с помощью монтажной пилы с абразивным диском и последующей шлифовкой (с термическим влиянием (ТВ);
- 2) торцовкой на токарном станке и последующей шлифовкой (условно без термического влияния (без ТВ).

Прочность арматурных стержней определялась по сертификатам заводов изготовителей. Результаты экспериментальных исследований представлены на рис. 11.

Улыбин А.В. Методы контроля параметров армирования железобетонных конструкций



Рисунок 11. Зависимость между твердостью и временным сопротивлением арматурной стали

Как видно по зависимостям на рис. 11, значения твердости, полученные при разных видах обработки торцов арматуры, существенно отличаются. При этом твердость тонкого поверхностного слоя стали, в котором выполнены исследования (особенность ультразвукового метода), после торцовки с повышенным температурным влиянием явно завышены. Это можно утверждать потому, что твердость стали СтЗ, из которой выполнена арматура A-I (нижняя группа точек на рис.11), при прочности 420-490 МПа (по данным сертификатов) не может составлять 200 МПа по шкале Бринелля. Также по графикам видно, что с увеличением класса арматуры изменение твердости за счет термического влияния уменьшается. При классе арматуры A-800 результаты измерений практически полностью соответствуют зависимости, полученной при измерениях после холодной торцовки.

По результатам исследований, выполненных на образцах, изготовленных без температурного влияния, получено уравнение регрессии:

$$\sigma_B = 3.1 * HB + 143 . \tag{5}$$

Определенный экспериментально коэффициент регрессии близок к аналогичному коэффициенту в зависимостях, указанных в пособиях [5,7]. Коэффициент корреляции по полученной зависимости составил 0,986, что даже при малой выборке эксперимента свидетельствует о наличии тесной корреляционной связи между измеряемым и искомым параметрами.

По результатам проведенных исследований можно сделать вывод, что использование измерений твердости стали для определения класса арматуры весьма достоверно и обосновано. Необходимо отметить, что речь идет не об определении точного значения временного сопротивления стали и предела текучести, а об идентификации класса арматуры по попаданию полученных значений твердости (прочности) в тот или иной диапазон значений, соответствующий определенному классу. Проведенные исследования выполнены на образцах арматуры, что не делает указанный способ неразрушающим. Однако размеры отбираемых проб для реализации метода во много раз меньше, чем требуемые для испытаний на растяжение. Данные условия приемлемы при использовании статического и ультразвукового методов определения твердости.

Перспективным представляется применение неразрушающего метода контроля (например, ультразвукового) для измерения твердости в полевых условиях на боковой поверхности арматуры без ее вырезания из конструкции. Реализация данного способа требует выполнения дополнительных исследований, направленных на выявление возможности создания необходимых условий для проведения измерений и их влияния на погрешность. Также необходимо выполнение исследований с существенно большей выборкой для четкого определения диапазонов твердости, соответствующих классам арматуры, применяемой на сегодняшний день в строительстве. Решению данных задач будут посвящены последующие работы.

Улыбин А.В. Методы контроля параметров армирования железобетонных конструкций

В качестве заключения отметим следующее.

- 1. Несмотря на наличие различных методов контроля расположения арматурных стержней в теле бетона, наиболее достоверным и универсальным методом является определение расположения арматуры путем вскрытия защитного слоя.
- То же самое приходится констатировать для решения задачи по точному определению защитного слоя и диаметра арматуры.
- Для точного измерения диаметра арматуры периодического профиля необходим отбор образца для последующего взвешивания. Однако, учитывая невысокую погрешность при пренебрежении данным методом и высокую сложность отбора образцов, обычно данный метод используют только в случае наличия образцов, отобранных для других целей.
- 4. Среди методов, позволяющих определить класс арматуры, наиболее перспективным представляется метод измерения твердости. При выполнении соответствующих исследований и разработке практических рекомендаций метод можно применять без отбора проб, на поверхности стержней непосредственно на участке вскрытия.

Литература

- 1. Ватин Н. И., Улыбин А. В., Огородник В. М. ГОСТ Р 53778-2010: обследование инженерных сетей и другие особенности нового нормативного документа // Инженерно-строительный журнал. 2011. №1(19). С. 5-7.
- 2. Concrete construction engineering handbook. Chapter 19. Boca Raton, FL: CRC Press, 1997. Pp. 47-51.
- Mariscotti M. A. J., Thieberger P., Frigerio T., Mariscotti F., Ruffolo M. Investigations with reinforced concrete tomography [Электронный ресурс] // 12th International Conference «Structural Faults & Repairs». Edinburgh, 2008. URL: http://www.thasa.com/ANTECEDENTES/Investigations_RCT_2.pdf (Дата обращения: 31.01.2012).
- Yong Hao, Zheng Ee, Kee Ee. Evaluation of Concrete Structures by Advanced Nondestructive Test Methods – Impact Echo Test, Impulse Response Test and Radar Survey [Электронный ресурс] // International Symposium «NDT-CE». Berlin, 2003. URL: http://www.ndt.net/article/ndtce03/papers/v100/v100.htm (Дата обращения: 31.01.2012).
- 5. Ремнев В. В., Морозов А. С., Тонких Г. П. Обследование технического состояния строительных конструкций зданий и сооружений. Учебное пособие для вузов ж.-д. транспорта. М. : Маршрут, 2005. 196 с.
- 6. Козачек В. Г., Нечаев Н. В., Нотенко С. Н. Обследование и испытание зданий и сооружений. М. : Высшая школа, 2004. 447 с.
- Пособие по обследованию строительных конструкций зданий / АО «ЦНИИПРОМЗДАНИЙ». М., 1997. 179 с.
- Гроздов В. Т. Техническое обследование строительных конструкций зданий и сооружений. СПб. : Издательский Дом KN+, 2001. 140 с.
- 9. Ремнев В. В. Жесткий подход // Строительный эксперт. 2010. №21-22 (312). С. 1-2.
- Хомич В. М., Логвинов Д. Н. Экспериментальное исследование взаимосвязи предела текучести и некоторых чисел твердости строительных сталей // Известия вузов. Строительство. 1999. №11. С. 133-137.
- 11. Улыбин А. В., Рогозин П. А. Применение зависимости «прочность-твердость» при обследовании стальных конструкций с помощью портативных твердомеров // Стройметалл. 2011. №4 (23). С. 25-27.
- 12. Галкин Д. С., Патраков А. Н. Определение временного сопротивления стали эксплуатируемых строительных металлоконструкций методами твердометрии при обследовании // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. 2010. №1. С. 85-88.
- 13. Улыбин А. В., Рогозин П. А., Кукушкина Г. А. Оценка прочности стальных конструкций и арматуры по измерению твердости стали // Мир строительства и недвижимости. 2011. №42. С. 22-24.

*Алексей Владимирович Улыбин, Санкт-Петербург, Россия

Тел. раб.: +7(812)535-57-82; эл. почта: ulybin@mail.ru

Вибрационные испытания фрагментов монолитных зданий до разрушения

К.т.н., доцент, заместитель министра А.С. Золотков*,

Министерство регионального развития и строительства Республики Молдова

Ключевые слова: монолитное домостроение; сейсмостойкое строительство; вибромашина; сейсмическое воздействие; вибродинамические испытания зданий; степень повреждения конструкций; динамические характеристики; аналитическая методика; система армирования стен

Монолитное домостроение относится к числу перспективных направлений сейсмостойкого строительства. Поэтому в последние годы во многих странах велись интенсивные исследования в этой области. Важную роль в этих исследованиях играют натурные вибродинамические испытания зданий.

К сожалению, такие испытания не отличаются высокой информативностью, поскольку проводятся они при относительно невысоких уровнях нагрузки. Это обусловливается обычно большой массой зданий и ограниченной мощностью вибромашин. Помимо этого, опытные здания, как правило, предназначаются для эксплуатации после испытаний, и поэтому появление в них значительных повреждений недопустимо. Между тем, наука о сейсмостойкости зданий (в том числе монолитных) нуждается в сведениях об их поведении при высоких уровнях динамического нагружения, способных вызвать в конструкциях развитие пластических деформаций и серьезных повреждений. В связи с этим в Кишиневе были специально возведены два 6-этажных фрагмента монолитного здания, которые впоследствии с помощью мощной вибромашины B-2 были испытаны практически до состояния полного разрушения. Этот эксперимент позволил уточнить расчетные модели монолитных зданий, апробировать ранее разработанную аналитическую методику их расчета с учетом сейсмического воздействия, экспериментально проверить эффективность различных систем армирования стен монолитных зданий, проследить за изменением их динамических характеристик по мере развития в конструкциях пластических деформаций и различных повреждений.

По методологии проведения, достигнутым уровням нагружения и степени повреждения конструкций, а также объему полученной информации эти испытания, несомненно, уникальны. Настоящая статья дает представление лишь о некоторых аспектах этой работы.

Исходные данные эксперимента

При разработке конструкции фрагментов монолитных зданий за основу было принято условие соответствия конструкции основным параметрам монолитного домостроения в Молдове и, вместе с тем, максимального ее упрощения с целью исключения искажающего влияния второстепенных элементов на работу стен и перекрытий. При назначении высоты фрагментов исходили из того, что наименее изученными являются монолитные здания повышенной этажности (18-20 этажей). Однако, возведение и испытание фрагментов подобной высоты с относительно небольшими размерами в плане сопряжено с целым рядом серьезных трудностей.

Поэтому, основываясь на предварительных расчетах, было решено высоту фрагментов ограничить шестью этажами, но при этом создать дополнительное вертикальное напряжение, с тем чтобы напряженное состоянии стен первого этажа было таким же, как у 16-этажного дома.

Важным условием испытаний являлось сведение к минимуму влияния фактора податливости основания фрагментов, поскольку высокая податливость основания приводит к снижению частоты колебаний, уменьшению инерционной нагрузки, а главное, поглощению основанием значительной части энергии вибромашины.

Конструктивное решение опытных фрагментов показано на рис. 1. На основании расчетов фундамент под каждый из них был запроектирован в виде сплошной железобетонной плиты размером 14600х9840х400мм. Друг от друга плиты были удалены на 1000 мм. Помимо шести надземных этажей каждый отсек имел подземный этаж с глухими стенами толщиной 400 мм из тяжелого бетона класса B15.

Стены надземных этажей толщиной 200 мм возводились из керамзитобетона класса В15. При виброиспытаниях горизонтальная нагрузка развивалась вдоль цифровых осей фрагмента.

Стены в этом направлении сплошные, а в направлении буквенных осей – с проемами шириной 3120 мм и высотой 2200 мм.

По условиям эксперимента все сплошные стены имели одинаковое контурное (10Ø18 A-III) и различное полевое армирование.

Стена по оси 1 фрагмента 1 не имела полевого армирования. Стена по оси 2 этого же фрагмента имела крестообразные объемные каркасы (4Ø8 A-III).

Монолитные железобетонные перекрытия выполнялись толщиной 160 мм и армировались сетками.

Для возведения фрагментов использовалась объемно-переставная опалубка. Срок возведения фрагментов – 7 месяцев летнего периода.

Вертикальная пригрузка для каждого фрагмента создавалась с помощью тросо-блочной системы с анкерами в фундаментных плитах и восьми гидравлических домкратов мощностью по 100 тс (см. рис.1, с). На каждой стене устанавливалось по четыре домкрата (в том числе по одному на ее полках).



Рисунок 1. План (а) и фасады (b, c) фрагмента: 1 – проем в перекрытии для лестницы; 2 – анкера тросо-блочной системы; 3 – система вертикального обжатия фрагментов

Золотков А.С. Вибрационные испытания фрагментов монолитных зданий до разрушения

Перед виброиспытаниями дополнительная нагрузка на каждую стену доводилась до 2400 кН, что примерно соответствовало уровню нагружения первого этажа 16-ти этажного дома. Мониторинг показаний манометров гидродомкратов показал, что при вибрационном нагружении фрагмента уровень вертикальной пригрузки изменялся незначительно.

Вибрационное воздействие на фрагмент осуществлялось с помощью вибрамашины В-2 с шестью вибраторами, жестко закрепленной на покрытии. Сменные дебалансы позволяли увеличивать момент (M_r) каждого вибратора от 31 до 390 кг·м. При жестком соединении всех вибраторов максимальный момент достигал 2340 кг·м. [1].

Измерительный комплекс включал в себя аппаратуру для измерения смещений, ускорений, а также деформаций бетона. Основным испытаниям сопутствовало определение физикомеханических характеристик бетона и арматурной стали различными методами.

В таблице 1 приведена характеристика этапов виброиспытаний. Как следует из данных таблицы 1, максимальный суммарный момент вибромашины достигал в этих испытаниях 1182 кг.м. Дальнейшее увеличение вибронагружения фрагментов оказалось невозможным по двум причинам.

Во-первых, оба фрагмента при M_r =1182 кг·м получили тяжелые повреждения, и дальнейшее их нагружение могло вызвать обрушение конструкции.

Во-вторых, при M_r =1182 кг·м. были исчерпаны мощности подводящих сетей электропривода.

	Фр	агмент № 2		Фра	гмент №1	
№№ этапов	Момент машины Mr, kg*m	Примечание	№№ этапов	Момент машины ${M}_r$, kg*m	Примечание	
1	31	Без вертикального пригруза	9	31		
2	31		10	31		
3	62		11	31		
4	186	Повторялся дважды	12	186	Повторялся дважды	
5	684	Появились трещины в стенах	13	684	Появились трещины	
6	684		14	1182	Развитие трещин, разрушение сжатых зон бетона	
7	1182	Развитие трещин, разрушение сжатых зон бетона	15	1182		
8	1182	Повреждение 3-4 степени	16	1182	Повреждение 3-4 степени	

Таблица 1. Характеристика этапов виброиспытаний

Характер повреждений конструкций

Несмотря на то, что характер трещинообразования в стенах с различным полевым армированием отличался (рис. 2), можно выделить общую закономерность. Суть ее заключается в появлении в стене первого этажа косых трещин, образующих трапецию, расширяющуюся книзу. На уровне перекрытия эти трещины переходили в горизонтальную трещину по технологическому шву и далее в наклонные трещины в стене второго этажа. Эти последние трещины образовывали трапецию, сужающуюся книзу. Трещины такой ориентации по мере увеличения вибронагрузки характеризовались наибольшим раскрытием и, в конечном итоге, явились критическими. Помимо описанных, образовывались трещины и другой ориентации.

Как видно из рис. 2d, вертикальные ветви крестообразных каркасов полевого армирования оказались вне сферы интенсивного трещинообразования, поэтому их влияние не ощущалось.

В стене с полевым армированием в виде плоских разреженных каркасов (см. рис. 2с) раскрытие трещины было меньшим, чем в стене с крестообразным армированием и их клиновидность была менее выраженной. Об активном участии полевой арматуры в работе стены свидетельствует разрыв отдельных стержней, который произошел несмотря на то, что они были выполнены из пластичной стали А-I. Сказавшись на характере трещинообразования, такое

полевое армирование не могло существенно повлиять на несущую способность стен в силу своей относительно малой мощности (µ=0,051% горизонтальных стержней и µ=0,07% – вертикальных).

Наибольшая ширина раскрытия трещин была зафиксирована в стене без полевого армирования (см. рис. 2а). Минимальной была степень повреждения стены с диагональным полевым армированием (см. рис. 2b). Это объясняется тем, что ветви диагональных каркасов пересекали траектории наклонных трещин. Однако центральная часть этих каркасов (как и крестообразных) оказалась вне зоны интенсивного трещинообразования. Из этого следует, что при эффективном полевом армировании интенсивность продольных стержней диагональных каркасов должна быть больше по концам и меньшей в средней части.





Рисунок 2. Трещинообразование и разрушение стен с различным полевым армированием фрагментов (вид изнутри фрагментов; цифрами обозначены этапы испытаний)

Контурная арматура оказывает весьма существенное влияние на жесткость, трещиностойкость и несущую способность монолитных стен. Она повышает несущую способность стен при внецентренном сжатии и перекосе. Мощное контурное армирование значительно ограничивает ширину раскрытия горизонтальных трещин в опорных сечениях и увеличивает высоту сжатых зон бетона. Использование контурной арматуры большого сечения приводит к повышению жесткости стен, увеличению сейсмических нагрузок и снижает пластичность деформирования зданий.

Как отмечалось выше, стержни контурной арматуры в уровнях перекрытий сваривались между собой с помощью односторонних накладок-коротышей (см. рис. 2). Эксцентричная передача усилий через эти накладки в промежутке между смежными хомутами (*l*=300 мм) вызвала изгиб стержней арматуры при их работе на сжатие, что привело к выкалыванию защитного слоя бетона, а в дальнейшем – к полному разрушению бетона в зонах контурного армирования.

Очевидно, что неудачная стыковка контурной арматуры привела к преждевременному разрушению стен. На последнем этапе испытаний в стене без полевого армирования произошел разрыв контурных стержней с одной стороны стены.

Вышесказанное еще раз подтверждает то, что важнейшим условием сейсмостойкости железобетонных конструкций является обеспечение устойчивости арматуры при сжатии. Игнорирование этого правила послужило причиной тяжелого повреждения конструкций многих зданий при Спитакском землетрясении в Армении.

Золотков А.С. Вибрационные испытания фрагментов монолитных зданий до разрушения

Следует заметить, что описываемым вибрационным испытаниям отсеков предшествовали статические испытания большого количества фрагментов монолитных стен в условиях сложного нагружения. Результаты этих статических и динамических испытаний хорошо согласуются между собой. Более детально эти исследования отражены в работе [2].

Одной из задач описываемых исследований являлось выявление степени участия полок в работе сплошных стен.

Стендовые лабораторные исследования показали, что наиболее вероятными формами разрушения при сдвиге являются продавливание полки стенкой и отслоение полки от стенки (отрыв) [3].

Во время виброиспытаний фрагментов трещины по контакту полок и стен и признаки продавливания полок не были обнаружены. Причина этого заключается, по-видимому, в довольно интенсивном поперечном армировании как возможных зон продавливания, так и сопряжений стен с полками. Коэффициент редукции полок равен 0,988, т.е. они практически по всей длине вовлекались в работу стен. Горизонтальные трещины также распространялись по всей длине полок (см. рис. 2).

В перекрытиях образовались многочисленные трещины, преимущественно в углах. Многие из трещин начинались с отверстий для пропуска вертикальных тросов обжимной системы из углов лестничных проемов.

Жесткость и динамические параметры фрагментов

О формах колебаний фрагментов на различных этапах нагружения можно судить по данным рис. 3.



Рисунок 3. Формы колебаний фрагментов №1 (-----) и №2 (- – – – – -) на различных этапах испытаний



Рисунок 4. Изменение жесткости фрагментов (2, 4) и общей жесткости (1, 3)

Золотков А.С. Вибрационные испытания фрагментов монолитных зданий до разрушения 18

На основе экспериментальных данных жесткость $C_{si} = 1/(\frac{H^2}{k_{\varphi}} + \frac{1}{k_x})$ основания

фрагментов 1 и 2 в начале испытаний составила: $C_{s1} = 0,154 \cdot 10^6 \, \text{кH/м}; C_{s2} = 0,178 \cdot 10^6 \, \text{кH/м}.$

Жесткости надземных частей (C_{bi}) этих фрагментов были соответственно равны: $C_{b1} = 0.143 \cdot 10^6$ кН/м; $C_{b2} = 0.175 \cdot 10^6$ кН/м.

На рис. 4 показано изменение жесткостных характеристик в ходе испытаний.

В начале испытаний резонансная частота фрагментов 1 и 2 составила 4,67 и 6,0 Гц. При испытании фрагмента 2 (этап №1) без пригрузки его резонансная частота равнялась 4,93 Гц. Из этого следует, что при имевшем место уровне вертикального пригруза ($N = 0,3...0,4N_u$, где N_u – разрушающая нагрузка при сжатии) его влияние на частоту собственных колебаний фрагментов было незначительным [4, 5].

Как видно из рис. 5, с ростом инерционной нагрузки, приводившей к развитию пластических деформаций и повреждений в конструкциях фрагментов, резонансная частота заметно снижалась. На завершающих этапах испытаний она составила для фрагментов 1 и 2 соответственно 53% и 48% их начальных значений. Это также подтверждается исследованиями [6], согласно которым изменение состояния несущих конструкций влечет за собой снижение жесткости здания.

Рост инерционной нагрузки в ходе испытаний иллюстрирует рис. 6.



В результате виброиспытаний оба фрагмента были доведены до разрушения. Как видно из табл. 1, разрушения достигли 4-й степени. На этой стадии испытания были прекращены, а оба фрагмента подверглись усилению с применением полимерных составов.

Характерным для работ по усилению было стремление устранить не все повреждения, полученные стенами, а лишь те из них, которые играли решающую роль в формировании несущей способности фрагментов.

Исходя из этого принципа раздробленный бетон сжатых зон был полностью заменен полимербетоном, разорванная контурная арматура восстановлена с помощью коротышей, магистральные трещины проинъецированы. В местах их прохождения в уровне перекрытия над первым этажом были выполнены наклонные полимерные армированные каналы, цилиндрические армированные шпонки, которые, как показали дальнейшие испытания, восстановили сопротивление сдвигу технологических швов.

Повторные испытания показали, что за счет описанного комплекса мер несущая способность фрагментов была полностью восстановлена.

В ходе проведения ремонтных работ по восстановлению сплошности бетона и несущей способности стен фрагментов проводились контрольные замеры их динамических параметров (частоты и периода собственных колебаний). Определение динамических параметров производилось по микросейсмам, а также при провоцировании вынужденных колебаний фрагментов за счет загружения и сброса горизонтальной нагрузки на уровне перекрытия шестого этажа. По результатам наблюдений были получены данные изменения периода собственных колебаний (*T*) монолитных фрагментов в ходе их восстановления после виброиспытаний (табл. 2).

Золотков А.С. Вибрационные испытания фрагментов монолитных зданий до разрушения

METHODS

Анализ представленных данных показывает, что каждый из этапов восстановительных работ оказывал влияние на динамические параметры фрагментов, а следовательно, и на изменение их общей жесткости. Так, если расчистка и удаление поврежденного бетона на участках сжатых зон приопорных сечений привели к увеличению периода собственных колебаний фрагментов, то при последующих этапах восстановительных работ, включавших в себя восстановление сплошности стен полимерными материалами, замену поврежденной контурной арматуры и локальное добетонирование по полимерной смазке нового бетона, наблюдалось снижение периода собственных колебаний фрагментов, а следовательно, повышение их жесткости.

Таблица 2. Период собственных колебаний (Т) монолитных фрагментов в ходе их восстановления после виброиспытаний

	Этапы восстановительных работ	Фрагмент №1	Фрагмент №2
1.	После первоначальных виброиспытаний	0,213	0,217
2.	После расчистки и удаленияразрушенного бетона	0,224	0,229
3.	Восстановлена поврежденная контурная арматура	0,219	0,224
4.	Восстановлена сплошность стен локальным бетонированием по по полимерной адгезионной смазке	0,216	0,226
5.	Восстановлена сплошность стен и их сопряжений с перекрытиями инъецированием трещин, устройством глубинных каналов и аппликационным армированием стеклотканью	0,207	0,211
6.	После повторных виброиспытаний	0,309	0,396

Таким образом, на основании полученных данных об изменении динамических характеристик фрагментов при восстановлении их сплошности и несущей способности с помощью разработанных полимерных материалов можно констатировать, что проведенные восстановительные мероприятия повысили жесткость фрагментов, что косвенно характеризует и повышение их несущей способности.

Расчетная оценка несущей способности фрагментов

Единая, достаточно обоснованная методика расчета несущей способности стен железобетонных зданий при сейсмическом воздействии отсутствует, поэтому подобная оценка представляет особый интерес.

На сегодняшний день для достижения этой цели имеется целый ряд разработок. Некоторые из них основаны на рассмотрении упрощенных расчетных моделей зданий, другие же – на результатах статических испытаний фрагментов стен в условиях сложного загружения.

Доведение фрагментов до разрушения с инструментальной фиксацией параметров этого состояния дает уникальную возможность проверки методик по расчетному определению несущей способности зданий.

В данном случае проверке подверглось 13 таких методик, указанных нормами бывшего СССР, Республики Молдовы, единым строительным кодом ИВС США, временными рекомендациями по проектированию сейсмостойких зданий (АТС-3, США) и предложенных различными авторами (Г. И. Ашкинадзе, Ю.В.Измайлов, Т.Р. Tassios, E. Barda, O. Ernandes и др.) [7, 8, 9, 10, 11].

Все эти методики без исключения по сравнению с описываемым экспериментом дали завышенные значения несущей способностей фрагментов. Причем в ряде случаев отклонение это достигало 300-500%.

Наилучшее совпадение экспериментальных и расчетных результатов было получено при определении несущей способности фрагментов по методу, разработанному в техническом университете Молдовы. Как видно из таблицы 3, максимальное отклонение теоретических значений разрушающей перерезывающей силы $Q_{u(t)}$ от соответствующих экспериментальных значений $Q_{u(e)}$ в данном случае не превысило 10%, что вполне приемлемо для практики

сейсмостойкого проектирования.

Этот метод расчета основан на совместном решении трех уравнений равновесия, одно из которых охватывает все действующие в расчетном наклонном сечении нормальные силы, другое – перерезывающие силы, третье – изгибающие моменты [12].

Учитываются растягивающие усилия, возникающие в контурной арматуре и в вертикальных, горизонтальных и наклонных стержнях полевой арматуры, а также усилия, возникающие в сжатой зоне бетона и силы зацепления по траекториям трещин.

В заключение следует заметить, что результаты описанных виброиспытаний монолитных фрагментов в совокупности со стендовыми статическими испытаниями монолитных стен были использованы при разработке строительных норм для монолитного домостроения Республики Молдова.

Таблица	З.	Армирование	u	конструирование	монолитных	железобетонных
фрагментов						

Номер		Призменная	Армирование			0	Отклонение
Фраг- мента	Стены	прочность бетона, МПа	Контурное	урное Полевое		£и(t), Кн	${\it Q}_{u(t)}$ от
linerita							${\it Q}_{u(e)}$, %
	1	20,2	10Ø18, A-III 4 Ø 8, A-III	Отсутствует	870	948,1	9
1	1 2 20,2 10 Ø 8, А-ІІІ Диагональные ка 4 Ø 8, А-ІІІ 4 Ø 8, А-ІІІ		Диагональные каркасы 4 Ø 8, A-III	870	955,5	10	
	1	19,2	10 Ø 8, A-III 4 Ø 8, A-III	Крестообразные каркасы 4 Ø 8, А-III	992,5	962,5	3
2	2	19,2	10 Ø 8, A-III 4 Ø 8, A-III	Вертикальные каркасы 2 Ø 8, A-III с шагом 70 см и горизонтальные стержни 2 Ø 6 A-I с шагом 50 см	992,5	994,9	0

Литература

- Zolotcov A., Izmailov Yu. Vibrational tests on sections of monolithic building at high levels of loading // Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, Mexico: 1996. Pp. 514.
- 2. Золотков А. С. Сейсмостойкость монолитных зданий. Кишинев : КартяМолдовей, 2000. 283 с.
- Bubuioc I., Zolotcov A., Izmailov Yu. Experimental substantiation of reinforcement philosophy regarding strengthening of walls of aseismic monolothic buildings // Proceedings of the Eleventh European Conference on Earthquake Engineering. Paris, 1998. Pp. 603.
- Zolotcov A. Assessment of earthquake resistance of buildings by their dynamic characteristics // Proceedings of the Eleventh European Conference on Earthquake Engineering. Paris, France: 1998. Pp. 519.
- 5. Zolotcov A. Determination of buildings condition by their dynamic characteristics // Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, Mexico: 1996. Pp. 508.
- 6. Савин С. Н., Демишин С. В., Ситников И. В. Мониторинг уникальных объектов с использованием динамических параметров по ГОСТ Р 53778-2010 // Инженерно-строительный журнал. 2011. №7(25). С. 33-39.
- Ашкинадзе Г.Н., Скрипник Т.В. Экспериментальное исследование влияния технологических швов на напряженно-деформированное состояние монолитных стен // Монолитное домостроение. М. : ЦНИИЭПжилища, 1982. С. 141-154.
- 8. Tassios T.P. Advances in earthquake-resistant design of concrete structures // Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, Mexico:1996. Pp. 15.
- 9. Mau S. T., Hsu T. T. C. Shear Design and Analysis of Low-Rise Structural Walls // Journal of the American Concrete Institute.1986. Volume 83. No. 2. Pp. 306-315.
- Mochizuki S. Experiment on slip strength of horizontal of precast concrete multi-story shear walls. // Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, Mexico:1996. Pp. 458.
- 11. Paulay T., Park R., Phillips M.H. Horizontal Construction Joints in Cast in Place Reinforced Concrete // Shear in Reinforced Concrete. ACISpecialPublicationsSP 42. 1974. Volume 2. Pp. 599-616.
- 12. Золотков А. С. Метод расчета прочности стен монолитных зданий с учетом сейсмического воздействия // Бетон и железобетон. 1997. №3. С. 30-33.

* Анатолий Семенович Золотков, Кишинев, Республика Молдова Тел. paб.: +373 22 204 568; эл. почта: zolotcov@gmail.com

Моделирование конструкций железнодорожного терминала станции Адлер с учетом системы сейсмоизоляции

Главный конструктор Е.В. Румянцев*, ООО «Проектное управление ШтриХ»; инженер Е.А. Белугина, ОАО «Уралпромпроект»

Ключевые слова: система сейсмоизоляции; резинометаллические опорные части; метод конечных элементов; линейно-спектральная теория; метод прямого интегрирования по времени; синтезированная акселерограмма

В настоящее время вопрос строительства сейсмоустойчивых зданий и сооружений остается довольно актуальным. Отмечается, что одним из наиболее эффективных путей его решения является использование систем сейсмической защиты для сооружений в строительстве [1, 2, 3]. Подтверждением обоснованности использования таких систем является анализ количества человеческих жертв, ставших результатом наиболее разрушительных землетрясений за последние несколько лет. Так, по данным Геологической службы США (USGS), количество жертв землетрясения в Японии 03.11.2011 магнитудой 9.0 баллов составило 28050 человек, в то время как количество жертв землетрясения на Гаити 01.12.2010 магнитудой 7.0 баллов составило 222570 человек. Несмотря на высокую балльность землетрясения, явившуюся причиной большого количества жертв, эффективность использования систем сейсмической защиты в Японии не вызывает сомнения. Одним из видов так называемых пассивных систем сеймической защиты являются сейсмоизолирующие опоры, которые получили широкое применение в мировой практике [4, 5, 6, 7, 8].

Обеспечение сейсмобезопасности сооружения закладывается на этапе проектирования на основе компьютерного анализа процессов сейсмического нагружения конструкций и численного анализа их напряженно-деформированного состояния (НДС) [9, 10].

Целью работы является математическое моделирование конструкций здания методом конечных элементов (МКЭ) с использованием программных комплексов (ПК) с учетом особенностей сейсмического воздействия, а также работы несущих конструкций и системы сейсмоизоляции.

В качестве объекта исследования выбран антисейсмический блок конкорса пригородного железнодорожного терминала станции Адлер. Результатом исследования является сравнительный анализ моделирования конструкций и НДС на статические и сейсмические нагрузки конечно-элементных моделей разработанных применительно к ПК «Лира 9.6 Pro» и ПК MIDAS/CIVIL.

Согласно специальным техническим условиям на проектирование, разработанным ООО «Институт Гипростроймост Санкт-Петербург», исследуемый блок конкорса представляет собой один из антисейсмических блоков здания вокзала. Размеры блока в плане 95,0×62,5 м, высота до верха несущих конструкций кровли 31,5 м. По данным инженерно-геологических изысканий сейсмичность площадки оценивается в 9 баллов.

Конкорс располагается на отметке +10,800 м над железнодорожными путями, перпендикулярно их направлению. Строение соединяет морскую и городскую части вокзала. Несущими конструкциями в межпутевом пространстве являются 26 железобетонных опор, поперечное сечение которых – 1,5×2,0 м, высота – 9,5 м. Перекрытие на отметке +10,800 и +15,750 запроектировано как сталежелезобетонная балочная клетка. Плиты перекрытия выполнены из монолитного железобетона. Несущие конструкции выше отметки +10,800 м (колонны, V-образные опоры кровли и ее несущие конструкции) приняты в стальном исполнении.

Жесткость каркаса обеспечивается включением в его работу стальных связей, а так же включением железобетонных ограждающих конструкций лифтовых шахт в ядро жесткости. Важно отметить, что горизонтальные элементы жесткости от отметки земли до отметки +10,800 м выполнить не представляется возможным из-за действующей сети разветвленных железнодорожных путей. Балочная клетка первого этажа опирается на железобетонные опоры посредством 26 резинометаллических сейсмоизоляторов со свинцовым сердечником.

Авторами данной статьи выполнен ряд расчетов в ПК Лира (расчетная схема (PC)-1,-2,-3) с целью выявления зависимости результатов от особенностей создания расчетной схемы и учета сейсмического воздействия.

Описание расчетных схем

РС-1 выполнена с учетом статического и сейсмического воздействия с применением коэффициентов надежности по нагрузке к различным сочетаниям, рекомендованным СП 20.13330.2011. Нагрузки и воздействия.

Несущие конструкции здания моделировались конечными элементами (КЭ), представленными в соответствующем каталоге программы. Всем КЭ были присвоены свойства соответствующих материалов конструкций. Колонны каркаса, элементы балочных клеток перекрытий и несущие конструкции кровли моделировались как КЭ-10 – «универсальный пространственный стержневой КЭ». Перекрытия моделировалось как КЭ-41, КЭ-42, КЭ-44. Толщина перекрытия принималась в зависимости от заданных конструктивных решений, эксцентриситеты сталебетонного перекрытия моделировались абсолютно жесткими вставками стержней. Объемная (3D) модель конкорса в ПК Лира представлена на рисунке 1.

Для генерации силовых воздействий были созданы 8 групп загружений: постоянное, длительное, ветер слева, ветер справа, снег и сейсмическое воздействие по направлениям X, Y, Z.



Рисунок 1. Объемная (3D) модель расчетной схемы в ПК Лира

Расчет выполнен согласно линейно-спектральной теории, сейсмическое воздействие задавалось на основе рекомендаций, предложенных в СП 14.13330.2011 «Строительство в сейсмических районах», в ПК Лира использовался модуль-35. Линейно-спектральная теория расчета конструкций на сейсмические воздействия является в настоящее время основной как в нашей стране, так и за рубежом.

Она занимает промежуточное место между статическим и динамическим методами оценки сейсмостойкости сооружений [11, 12, 13].

PC-2 аналогична PC-1. Отличительной особенностью является учет сейсмического воздействия С помощью акселерограмм, синтезированных применительно к сейсмогеологическим строительной плошадки **VCЛОВИЯМ** (рисунок 2), в ПК Лира использовался модуль-29 (шаг дискретизации – 0,01 с). Продолжительность акселерограмм - 25 с. шаг оцифровки 0,01 с, пиковые значения ускорений – 4 м/с². В результате расчетов-1 и -2 получены значительные усилия в опорных сечениях железобетонных колонн.



Рисунок 2. Синтезированная акселерограмма по направлению «Х»

Румянцев Е.В., Белугина Е.А. Моделирование конструкций железнодорожного терминала станции Адлер с учетом системы сейсмоизоляции

STRUCTURES

Следует отметить, что для PC-1 и PC-2 введение в расчетную схему нелинейных резинометаллических опорных частей (упругопластические элементы сейсмоизоляции) делает невозможным использование свойств ортогональности колебательных форм, поскольку последнее является следствием линейности динамической системы [9]. На практике это обстоятельство приводит к невозможности использования линейно-спектральной теории и метода разложения по формам собственных колебаний для интегрирования уравнений движения. Таким образом, схемы PC-1 и PC-2 могут быть использованы для анализа НДС конструктивной системы без использования системы сейсмоизоляции.



Рисунок 3. Диаграмма «горизонтальная силаперемещение» резинометаллической опорной части со свинцовым сердечником

в PC-3.1, PC-3.2 согласно проектным данным в качестве системы сейсмоизоляции приняты резинометаллические опорные части со СВИНЦОВЫМ сердечником, поэтому возникает необходимость их моделирования в ПК одним или несколькими КЭ. Сейсмоизоляторы со СВИНЦОВЫМ сердечником обладают высокими демпфирующими день свойствами. На сегодняшний ПК Лира не имеет аналогов КЭ, позволяющих описать гистерезисные петли сейсмоизолятора (рисунок 3) билинейную диаграмму «горизонтальная сила-перемещение». В качестве допущения был использован КЭ255 (двухузловой КЭ упругих связей с учетом предельных усилий).

Данный элемент работает с жесткостью Ке в обоих направлениях до предельных усилий (Nmax), значения которых могут быть различными в зависимости от направления. Недостатком будет являться невозможность учета ниспадающей ветви гистерезисной кривой. Таким образом, авторами предложена попытка линеаризации жесткостных свойств упругопластических элементов.

В численном описании КЭ255 для каждой марки сейсмоизолятора задаются: прочностные – F₂, демпфирующие характеристики сейсмоизоляторов – ξ_e, а так же эффективная сдвиговая жесткость – K_e и вертикальная жесткость – K_v, которые принимаются согласно каталогу фирмы производителя [14].

Кроме того, с помощью КЭ255 смоделированы гидравлические демпферы, устанавливаемые в зонах размещения резинометаллических опорных частей несущей способностью 100 тс (14 демпферов в продольном направлении и 12 – в поперечном). В численном описании задаются эффективные жёсткости линеаризованных демпферов в продольном и поперечном направлении, а также предельные усилия в КЭ.

Расчетно-графическая система ДИНАМИКА-плюс в ПК Лира позволяет провести моделирование поведения нелинейно-деформированной системы от динамического воздействия во времени, то есть реализуется метод прямого интегрирования дифференциальных уравнений движения по времени.

Выполнено два расчета с приложением сейсмического воздействия в продольном PC-3.1 и поперечном направлениях PC-3.2 с учетом демпфирующих характеристик конструкций и сейсмоизоляторов. Возможность учета вертикальной составляющей сейсмической нагрузки при выполнении данных расчетов в ПК Лира отсутствует.

Для PC-4.1, PC-4.2 КЭ-модель здания была разработана генеральным проектировщиком строительных конструкций здания терминала – ЗАО «Институт Гипростроймост Санкт-Петербург» для расчётов на статические и сейсмические нагрузки применительно к ПК MIDAS/CIVIL.

Модель показана на рисунке 4, включает 2367 узлов И 5652 конечных элемента. Колонны, балочные клетки перекрытий и покрытия, V-образные стойки, СВЯЗИ, лифтовые шахты И лестничные клетки схематизированы балочными КЭ. Железобетонные плиты перекрытий, профилированные листы

перекрытия и кровли представлены КЭ пластин.



Рисунок 4. Расчётная схема здания конкорса (общий вид)

В зонах размещения резинометаллических опорных частей устанавливаются гидравлические демпферы несущей способностью 100 тс (14 демпферов в продольном направлении и 12 – в поперечном).

В нелинейных расчетах антисейсмические устройства моделируются нелинейными двухузловыми связями. Расчеты аналогично выполняются с использованием синтезированных акселерограмм. Гидравлический демпфер идеализирован в виде модели Максвелла. В этой модели упругая пружина моделирует сжимаемость жидкости в цилиндре демпфера.

Результаты расчета

Сравнение и анализ результатов расчетов выполнялись по ряду критериев, как и в работе [15]: напряженное состояние наиболее нагруженных железобетонных колонн, сумма расчетной площади продольного армирования поперечного сечения колонны, кинематические характеристики – перемещения расчетных характерных точек здания по направлениям «Х», «Y», «Z».

Анализ результатов выполнялся отдельно для PC-1 и PC-2 и отдельно для PC-3.1, PC-3.2 и PC-4.

Для PC-1 и PC-2 расчеты были выполнены разложением по формам собственных колебаний с учетом сейсмического воздействия заданного по нормам и акселерограммами. Численные значения максимальных перемещений в трех направлениях для каждого расчета приведены в таблице 1.

Направление	Расчет по н	ормам (РС-1)	Расчет по акселе	ерограммам (РС-2)
	Вдоль оси, мм	Против оси, мм	Вдоль оси, мм	Против оси, мм
«X»	71,4	-119,0	130,0	-58,6
«Y»	174,0	-134,0	148,0	-233,0
«Z»	32,1	-140,0	16,4	-158,0

Таблица 1. Максимальные перемещения здания конкорса, мм

Из таблицы видно, что полученные перемещения по результатам расчета по акселерограммам (максимальное расчетное землетрясение) существенно выше, чем при расчете по нормам (проектное землетрясение). Это связано с тем, что нормативный спектральный коэффициент динамичности норм соответствует среднему значению из нескольких акселерограмм. Значения полученных перемещений достигают значительных величин, что не соответствует требованиям норм.

Прочность опорного сечения колонны оценивалась посредством построения эллипсоида предельных усилий в ПК ЭСПРИ 1.0. Положение расчетной точки внутри поверхности эллипсоида указывает на выполнение условия прочности расчетного сечения. Напряженное состояние опорного сечения железобетонной колонны и суммарная площадь армирования ее поперечного сечения представлены в таблице 2.

Таблица 2. Максимальные усилия и площадь поперечного армирования в опорном сечении колонны для PC-1, PC-2

D		Усилия в	Максимальная суммарная площадь			
вид расчета	Ν, τ	М _у , тс∙м	Q _у , т	М _z , тс∙м	Q _z , т	армирования поперечного сечения, см ²
по нормам	-1 175,1	-1 629,6	-190,2	-1 351,2	-245,4	2242,71
по акселерограммам	-1 430,9	-3 695,6	-458,2	-3 018,3	-525,1	2684,78

Полученная площадь арматуры должна быть размещена в поперченном сечении колонны. Учитывая конструктивные требования, разместить расчетное количество арматуры в колонне не представляется возможным.

Эллипсоиды предельных усилий для оценки несущей способности колонны с учетом принятого в проекте армирования изображены на рисунке 5.



Для визуализации результатов PC-2 эллипсоид предельных усилий был построен по максимально возможным усилиям для заданного армирования, которые несколько ниже полученных. Таким образом, положение расчетной точки вне поверхности эллипсоидов предельных усилий (рис. 5а, 5б) свидетельствует о недостаточной несущей способности поперечного сечения колонны и необходимости снижения значения усилий путем применения сейсмоизолирующих систем.

Румянцев Е.В., Белугина Е.А. Моделирование конструкций железнодорожного терминала станции Адлер с учетом системы сейсмоизоляции

Результаты расчета для РС-3.1, РС-3.2 и РС-4.1, РС-4.2

Расчеты выполняются в ПК Лира и MIDAS/CIVIL. Сейсмическое воздействие задается в виде трехкомпонентных акселерограмм с учетом динамики во времени. Анализ результатов проводился совместно для указанных схем. Для этого приводятся таблицы максимальных усилий, возникающих в железобетонных колоннах конкорса (таблица 3).

Таблица 3. Максимальные усилия в опорном сечении колонны для РС-3 и РС-4

Усилия	Нелинейный расчет в ПК MIDAS/CIVIL	Нелинейный расчет в ПК Лира
Ν, т	218,00	500,00
М _у , тс∙м	1 340,00	1 300,00
М _z , тс∙м	1 237,00	1 180,00

Строим эллипсоиды предельных усилий для проверки несущей способности железобетонных колонн конкорса с проектным армированием поперечного сечения (рисунок 6).



Результаты расчетов PC-3 и PC-4 характеризуются высокой степенью совпадения, все расчетные точки лежат внутри области эллипсоида, что указывает на достаточную несущую способность поперечного сечения колонн в обоих направлениях.

Румянцев Е.В., Белугина Е.А. Моделирование конструкций железнодорожного терминала станции Адлер с учетом системы сейсмоизоляции

STRUCTURES

Результаты, отражающие перемещения конкорса, полученные в двух ПК, приведены в таблице 4.

	Перекры [.] +	тие на отметке 10,800	Перекрыт +	гия на отметке 15,750	Кровли	
направление	ПК Лира	ΠK MIDAS/CIVIL	ПК Лира	ПК MIDAS/CIVIL	ПК Лира	ПК MIDAS/CIVIL
продольное	80,0	93,0	110,0	102,0	138,0	133,0
поперечное	118,0	128,0	149,0	135,0	187,0	156,0

Таблица 4. Максимальные перемещения характерных частей здания для РС-3, РС-4 (мм)

Суммарные перемещения всего здания, полученные в ПК MIDAS/CIVIL, изображены на рисунках 7, 8 и находятся в пределах 200 мм (196,0 мм для PC-4.1, 194,0 мм для PC-4.2). Возможность визуального представления перемещений одновременно всех узлов расчетной схемы для нелинейных задач динамики в ПК Лира отсутствует.



Рисунок 7. Суммарные перемещения здания для PC-4.1 (ПК MIDAS/CIVIL)



Рисунок 8. Суммарные перемещения здания для PC-4.2 (ПК MIDAS/CIVIL)

На основе анализа полученных результатов расчетов были построены гистограммы расчетных усилий, наглядно отражающие различие в значениях полученных усилий. Гистограммы строились на основе данных таблиц 2, 3 и отображены на рисунке 9.





Полученные результаты:

- в работе предложены различные варианты моделирования работы каркаса здания на сейсмические воздействия в двух ПК, в том числе с использованием системы сейсмоизоляции;
- 2) получены величины НДС несущих элементов каркаса, построены неправильные эллипсоиды предельных усилий железобетонных поперечных сечений колонн здания;
- показано, что несущая способность колонн при проектном армировании обеспечивается только в случае использования системы сейсмоизоляции;
- определено, что максимальные перемещения системы без использования системы сейсмоизоляции принимают значительные значения, особенно при задании сейсмического воздействия с помощью акселерограмм;
- 5) анализ результатов РС-3 (ПК Лира) и РС-4 (ПК Midas/Civil) показал:
 - хорошее совпадение максимальных изгибающих моментов M_y и M_z в железобетонных колоннах (относительная погрешность -3,0% и +4,6% соответственно);
 - незначительное превышение максимальных перемещений, полученных в ПК Лира (максимальная относительная погрешность +7,8%). Превышение перемещений в ПК Лира может быть связано с занижением степени рассеивания энергии резинометаллических опорных частей при реализации линеаризованного подхода к моделированию сейсмоизоляторов.

Выводы

- 1. Использование системы сейсмоизоляции здания конкорса железнодорожного терминала станции Адлер позволило значительно снизить (до 2,5 раз) усилия в несущих элементах каркаса, размеры их поперечных сечений, величины армирования.
- 2. Расчетные модели нелинейных резинометаллических опорных частей и демпферов могут быть реализованы в ПК Лира с приемлемой точностью. При этом результаты таких расчетов следует использовать при нахождении уровня погрешности таких вычислений, например, путем сравнения с результатами расчета в ПК с более полными возможностями аппроксимации нелинейных сейсмоизоляторов.
- Наиболее широкие возможности в реализации моделей нелинейных систем сейсмоизоляции представлены в ПК MIDAS/CIVIL, в том числе по наглядности результатов расчетов.
- Результаты работы могут быть использованы для более широкого применения систем сейсмоизоляции в строительстве как наиболее эффективного метода повышения сейсмоустойчивости зданий и сооружений.

Авторы выражают глубокую признательность коллективу отдела расчетов мостов ЗАО «Институт Гипростроймост Санкт-Петербург» за предоставленные материалы.

Литература

- Арутюнян А. Р. Современные методы сейсмоизоляции зданий и сооружений // Инженерностроительный журнал. 2010. № 3(13). С. 56-60.
- 2. Кузнецов В. Д., Чэнь С. Скользящий пояс с фторопластом сейсмостойкого здания // Инженерностроительный журнал. 2011. №3(21). С. 53-58.
- 3. Кузнецов В. Д., Лядский В. А. Сейсмоизоляция общественных зданий на основе фторопласта // Инженерно-строительный журнал. 2010. № 3(13). С. 61-64.
- 4. Смирнов В. И. Поведение изолированных зданий при Нортриджском землетрясении в США // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2009. №5. С. 36-41.
- Смирнов В. И. Анализ надежности сейсмоизолированных зданий при разрушительных землетрясениях в Японии // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2009. №5. С. 24-33.
- 6. Петерсен Х., Бойтлер Х., Браун Х., Мангеринг И. Системы сейсмической защиты надземных сооружений и мостов. Издательский дом «Вилей Компании». 929 с.
- 7. Chen W. F., Scawthorn Ch. Earthquake engineering handbook. Hawaii University, 2003. 1450 p.
- 8. Largest and Deadliest Earthquakes by Year 1990 2011 // U.S. Geological Survey. [Электронный pecypc]. Системные требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eqarchives/year/byyear.php (Дата обращения: 27.01.2012)
- Готовский Д. С. Дискретные математические модели в процессах динамического взаимодействия сложных технических сооружений с упругопластическими сейсмоизоляторами. Автореферат на соискание ученой степени. Иркутск, 2011. 23 с.
- 10. Перельмутер А. В., Сливкер В. И. Расчетные модели сооружения и возможности их анализа. Киев : Сталь, 2002. 618 с.
- 11. Уздин А. М. Что скрывается за линейно-спектральной теорией сейсмостойкости // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2009. №2. С. 18-23.
- 12. Егупов В. К., Командрина Т. А. Расчет зданий на сейсмические воздействия. Киев : Будівельник, 1969. 207 с.
- Уздин А. М., Сандович Т. А., Аль-Насер М. С. Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений. СПб. : Изд-во ВНИИГ, 1993. 89 с.
- 14. Айзенберг Я. М., Смирнов В. И., Акбиев Р. Т. Методические Рекомендации по проектированию сейсмоизоляции с применением резинометаллических опор. М. : РАСС, 2008. 46 с.
- Pankaj Pankaj, Ermiao Lin. Material modelling in the seismic response analysis for the design of RC framed structures // Engineering structures: The journal of earthquake, wind and ocean engineering. 2005. Nº7. Pp. 1014-1023.

*Евгений Владимирович Румянцев, г. Златоуст, Россия

Тел. раб. (3513) 62-10-52, эл. почта: jekarum@yandex.ru

Маятниковые сейсмоизолирующие опоры. Конструкция, расчет, эксперимент

Д.т.н., профессор Ю.Л. Рутман*,

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Ключевые слова: сейсмоизоляция; сейсмоопоры; демпфирование; сейсмоиспытания; динамический расчет

Введение

Одной из серьезнейших задач в вопросе защиты от ударно-вибрационных нагрузок является задача создания сейсмоизолирующих систем, состоящих из ряда сейсмоизолирующих опор и защищающих сооружение от воздействия землетрясений. Сейсмоизолирующие системы, идея и применение которых восходит к началу прошлого века, стали интенсивно применяться в строительстве с 1970-80 гг.

В данной статье рассмотрена новая сейсмоизолирующая система, одним из разработчиков которой является автор статьи. Основное внимание далее уделяется методам расчета и испытаний этих систем, т.к. только совместное применение этих средств анализа позволяет установить эффективность конструктивных решений. Следует отметить, что предлагаемые ниже методы расчетного анализа описывают ряд нелинейных свойств сейсмоизолирующих систем, которые не учитывались ранее.

Сейсмоизоляция осуществляется на базе следующих принципов:

 а) собственная частота системы «защищаемый объект – сейсмоизоляция» должна быть существенно ниже основных энергосодержащих частот внешнего воздействия (что приводит к фильтрации высоких частот);

б) демпфирование в сейсмоизолирующих системах должно быть достаточно высоким, чтобы исключить резонансные явления (т.е. исключить значительное увеличение амплитуды колебаний, если произойдет совпадение частот воздействия и системы);

в) в сейсмоизолирующих системах могут быть применены элементы, ограничивающие уровень усилия, передаваемого на защищаемый объект (это пластически деформируемые или фрикционные элементы).

Обычно сейсмоизолирующая система состоит из различным образом скомпонованных сейсмоизолирующих опор. Проблемам создания различных видов сейсмоизолирующих опор и методам их расчета посвящено очень большое количество исследований и публикаций. Наибольший вклад в решение проблемы сейсмоизоляции внесли Д. Келли [1], У. Робинсон [2], Р. Скиннер [3], А. Мартелли [4], М. Хигашино, С.Окомото [5], А.Чопра [6]. Из отечественных ученых следует указать О.А. Савинова [7], Я.М. Айзенберга [8], С.В. Полякова [9], Т.А. Белаш, А.М. Уздина [10], Ю.Д. Черепинского [11], А.В. Курзанова, В.В. Назина.

Существует целый ряд зарубежных фирм, которые на основе вышеуказанных принципов разрабатывают и изготавливают сейсмоизолирующие системы очень разнообразной номенклатуры и высокого качества. В последнее время был разработан и ряд вариантов отечественных сейсмоизолирующих систем [12], [13].

Конструкции сейсмоизолирующих опор

Вышеуказанные сейсмоизолирующие системы [12], [13] состоят из сейсмоизолирующих опор опорного и опорно-маятникового типа. В выполненных разработках различным образом скомпонованы упругие и пластически деформируемые устройства.

Эффективность разработанных вариантов сейсмоизолирующих опор была проанализирована на основе многочисленных расчетов, технологического и экономического анализа, а также характеристик надежности. В результате для изготовления экспериментального образца и проведения испытаний, как наиболее перспективная, была выбрана конструкция опорно-маятниковой сейсмоизолирующей опоры, представленная на рис. 1.



опорная рама, соединенная с фундаментом;
 опорная рама, соединенная со зданием;
 3 – маятниковая тяга;

4 – демпфирующий стержень;
 5 – сферическая гайка;

6 – сферическая шайба

Рисунок 1. Опора маятникового типа с шарнирным узлом в виде сферических гайки и шайбы



Методики исследования динамики сейсмоизолированного сооружения

Ниже рассматриваются методики расчета динамики сейсмоизолированных сооружений. Эти методики позволяют провести анализ эффективности сейсмоизолирующих систем на основе иерархической системы математических моделей.

Первый уровень иерархии – нелинейная динамическая модель с одной степенью свободы [5]. Расчетная схема сооружения, расположенного на маятниковых сейсмоизолирующих опорах (рис. 1), приведена на рис. 2.

Уравнение, описывающее модель на рис. 2, имеет вид:

$$m\frac{l^{2}}{l^{2}-u^{2}}\ddot{u}+ml^{2}\frac{u\cdot\dot{u}^{2}}{\left(l^{2}-u^{2}\right)^{2}}=m(g-\ddot{z}(t))\frac{u}{\sqrt{l^{2}-u^{2}}}-P(u,\dot{u})-\alpha\dot{u}-m\ddot{x}(t), \tag{1}$$

где т – масса защищаемого объекта;

I – длина маятника;

g – ускорение свободного падения;

х, z – координаты, описывающие движение фундамента;

и – координаты, описывающие перемещение защищаемого объекта относительно фундамента;

а – параметр внутреннего конструкционного демпфирования;

 $P(u,\dot{u})$ – билинейная силовая характеристика пластического демпфера (рис. 3). Уравнение (1) учитывает как горизонтальные, так и вертикальные кинематические возмущения.



Рисунок 3. Билинейная силовая характеристика пластического демпфера

Если *u* « *I*, то уравнение (1) приобретает вид:

$$\ddot{\mathbf{u}} + 2\zeta\omega \cdot \dot{\mathbf{u}} + \left(\omega^2 - \frac{\ddot{z}(\mathbf{t})}{\mathbf{l}}\right) \cdot \mathbf{u} + f(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = -\ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}), \qquad (2)$$

где $\omega = \sqrt{\frac{g}{1}}$; $\zeta = \frac{\alpha}{2m\omega}$;

 $f(u,\dot{u}) = \frac{P(u,\dot{u})}{m}$ – приведенное к единичной массе усилие сопротивления пластического

демпфера.

Функция f(u, u) характеризуется следующими тремя параметрами:

$$f_T = \frac{P_T}{m_0}, \ \omega_1 = \sqrt{\frac{c}{m_0}}, \ \omega_2 = \sqrt{\frac{c_{nn}}{m_0}}.$$
 (3)

С помощью указанного типа моделей устанавливаются наиболее неблагоприятные виды нагружения. Дальнейший расчет на наихудшие нагружения проводится по схемам, в которых сооружение, расположенное на сейсмоизолирующей системе, представлено балочной или объемной конечноэлементной моделью. Такой расчет может быть проведен по опции «нелинейный динамический анализ» ПК MicroFe. Эта опция позволяет учесть нелинейность силовых характеристик сейсмоизолирующих опор.

Алгоритм указанного нелинейного динамического расчета основан на обобщении метода нормальных координат на случай систем с локальными нелинейностями [14]. Это обобщение приводит к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$M\ddot{X} + CX = -AR + \Phi, X(0) = X_0, \ \dot{X}(0) = \dot{X}_0; R = G(Y, \dot{Y}, t), \ Y = A^T X.$$
(4)

где *M*, *C* – матрицы обобщенных масс и жесткостей, соответствующих нормальным координатам линеаризованной системы;

А – матрица приведения нелинейных составляющих опорных реакций к собственным формам линеаризованной системы;

R – матрица столбец нелинейных составляющих опорных реакций (разница между реальными и линеаризованными силовыми характеристиками опор);

Ф – приведенное к собственным формам внешнее кинематическое (сейсмическое) воздействие.

Из (4) получаем:

$$M\ddot{X} + CX = -AG\left[A^T X \cdot \left(A^T X\right)_{t}, t\right] + \Phi.$$
(5)

Уравнения (5) являются разрешающими уравнениями динамической задачи, описывающей колебания сооружения, расположенного на сейсмоизолирующей системе.

Обычно сложной задачей является поиск силовой характеристики пластического демпфера. Такая характеристика может быть найдена с помощью универсальных программных комплексов, например, с помощью ПК ANSYS. Однако, проектный анализ диктует необходимость использования более оперативных методик расчета. При использовании в вышеуказанных моделях (1), (5) билинейной силовой характеристики пластического демпфера (рис. 3) нужно опеделить лишь 3 параметра этой характеристики: P_T , *c*, *c*_{nx}.

Это можно сделать достаточно простыми средствами. Упругая жесткость c определяется обычными методами упругого расчета. Жесткость c_{nn} , соответствующая упруго-пластической стадии расчета пластического демпфера, задается приблизительно в диапазоне $0.05 \div 0.02c$. При оценочном расчете такой разброс мало сказывается на результатах расчета. Усилие срабатывания пластического демпфера P_T можно найти, исходя из его жестко-пластической модели, как предельную нагрузку. Для этого можно использовать опцию «предельный анализ» в ПК МісгоFE или аналитические решения [15]. Существуют аналитические зависимости для определения силовых характеристик пластического демпфера, применяемого в Рутман Ю.Л. Маятниковые сейсмоизолирующие опоры. Конструкция, расчет, эксперимент

сейсмоизолирующей опоре, показанной на рис. 1 [16]. Эти зависимости позволяют задавать силовые характеристики в безразмерной форме, что существенно облегчает поиск их оптимальных параметров.

По всем трем моделям (с одной степенью свободы, балочной и объемной) был выполнен ряд расчетов 9-этажного здания, расположенного на маятниковой сейсмоизолирующей системе. Расчеты проводились на действие трех различных возмущений разной частотности. Уровень этих возмущений соответствовал 9-ти бальному землетрясению. Было установлено, что результаты расчетов по балочной и объемной конечно-элементной схеме по уровню перемещений и ускорений отличаются примерно на 10 %. Разница между теми же параметрами в конечноэлементной модели и системе с одной степенью свободы составляет около 20% [17]. Хорошая точность системы с одной степенью свободы объясняется тем, что сейсмоизолированное здание при расчете на сейсмическое воздействие ведет себя как твердое тело, а нелинейность модели полностью сосредоточена в сейсмоизолирующем слое. Поэтому для дальнейшего анализа была выбрана система с одной степенью свободы как наиболее эффективная для выбора проектных решений и поиска рациональных параметров.

Выбор конструктивных параметров сейсмоизолирующих опор по результатам расчетов

С использованием модели с одной степенью свободы (рис. 2) была проведена серия расчетов с варьированием параметров этой модели. Расчеты проводились на действие 100 различных воздействий. В результате анализа этих расчетов были выбраны конструктивные параметры сейсмоизолирующих опор. Выбранные конструктивные параметры создают собственную частоту маятниковой системы f = 0.4 Гц и усилия в пластических демпферах, равные 0.1 веса защищаемого объекта. При этих конструктивных параметрах и указанном уровне внешних воздействий перемещения защищаемого объекта относительно фундамента не превысят 0.3 м, а абсолютные ускорения – $2 M/c^2$. Таким образом, уровень воздействий на защищаемый объект снижается в 2 и более раза. За счет изменения частотного состава трансформированного воздействия системы сейсмоизоляции снижение внутренних усилий в защищаемом объекте оказывается еще более существенным.

Испытания сейсмоизолирующих опор

Существующие средства И методики проведения сейсмоиспытаний описаны [18]. в [5]. Сейсмические испытания макета здания с системой сейсмоизоляции на основе рассмотренных выше маятниковых опор проводились на сейсмоплатформе BCC-300. Сейсмоплатформа в состоянии воспроизводить пространственные сейсмонагружения с уровнем превосходящим 10-ти бальное землетрясение. Для проведения испытаний были изготовлены экспериментальные образцы маятниковых сейсмоизолирующих опор и макет здания. Установка макета здания опоры на показана на рис. 4.



Рисунок 4. Вид сейсмоплатформы с макетом сейсмоизолированного здания и установленной вибромашиной

Схема расстановки датчиков и их нумерации показана на рис. 5. На схеме обозначены A162, A165, A166, A184, A187, A189, A192, A193 – датчики ускорения, P1÷P12 – датчики перемещений, стрелками указано направление измерений.

Рутман Ю.Л. Маятниковые сейсмоизолирующие опоры. Конструкция, расчет, эксперимент



Рисунок 5. Схема нумерации датчиков при проведении опытов с макетом сейсмоизолированного здания на сейсмоплатформе ВСС-300

Основные результаты этих экспериментов указаны ниже: максимальные ускорения приведены в таблице 1, а графики перемещений стенда и макета показаны на рис. 6.

Таблица 1. Экстремальные значения в записях датчиков ускорения и время их достижения в первом зачетном опыте

№ датчика	Максимальное значение, м/с ²	Время максимум, с	Минимальное значение, м/с ²	Время минимум, с
A165	8.34	16.07	-9.25	16.27
A189	8.05	16.07	-10.62	16.27
A192	5.0	16.11	-4.86	16.27
A193	3.96	16.52	-5.57	16.25



Рисунок 6. Относительные горизонтальные смещения основания макета здания

Из рис. 6 следует, что этот процесс имеет вид быстро затухающих под влиянием упругопластических демпферов колебаний, синхронно происходящих по всей высоте макета здания.

Максимальные горизонтальные ускорения сейсмоплатформы составили 9.56 м/с², вертикальные ускорения сейсмоплатформы – 4.6 м/с², горизонтальной скорости и смещения – 0.69 м/с и 0.11 м соответственно. Эти параметры могут рассматриваться как экстремальные для территории РФ.

Величины горизонтальных ускорений и скорости на верхнем строении по сравнению с аналогичными параметрами движения сейсмоплатформы уменьшились примерно в 2 раза.

Рутман Ю.Л. Маятниковые сейсмоизолирующие опоры. Конструкция, расчет, эксперимент
Заключение

1. Выполненный расчетно-экспериментальной анализ показывает работоспособность и эффективность сейсмоизолирующей системы, состоящей из представленных на рисунке 1 маятниковых сейсмоизолирующих опор.

2. Предложенные сейсмоизолирующие системы могут быть применены для защиты от землетрясений:

- гражданских зданий и промышленных объектов;
- нефтедобывающих платформ, ведущих добычу на шельфе;
- культурных и спортивных центров и т.п.

Литература

- 1. Kelly J. M. Earthquake resistant design with rubber. London: Springer-Verl., 1997. 243 p.
- 2. Skiner R. I. An introduction to seismic isolation. New Zeland: John Wiley & Sons, 1993. 353 p.
- Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. An introduction to seismic isolation. New York: Wiley, 2003. 398 p.
- 4. Martelli A., Forny M. Seismic isolation: present application and perspectives // International Workshop On Base Isolated High-rise Buildings. Yerevan, Armenia: 2006. Pp.1-26.
- 5. Masahiko Higashino, Shin Okamoto. Response Control and Seismic Isolation of Buildings. New York: Taylor & Francis, 2006. 484 p.
- 6. Chopra A. K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice-Hall, 2006. 794 p.
- 7. Савинов О. А. Сейсмоизоляция сооружений // Избранные статьи и доклады. Динамические проблемы строительной механики. СПб., 1993. С. 155-178.
- Айзенберг Я. М. Сейсмоизоляция высоких зданий // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. Вып 1. 2004. С. 28-32.
- 9. Поляков С. В., Килимник Л. Ш., Солдатова Л. А. Опыт возведения зданий с сейсмоизолирующим скользящим поясом в фундаменте. М.: Стройиздат, 1984. 31с.
- 10. Уздин А. М., Долгая А. А. Расчет элементов и оптимизация параметров сейсмоизолирующих фундаментов. М. : ВНИИНТПИ, 1997. 76 с.
- 11. Черепинский Ю. Д., Жунусов Т. Ж., Горвиц И. Г. Активная защита зданий и сооружений. Алма-Ата : Каз. НИИНТИ, 1985. 34с.
- 12. Беляев В. С., Гуськов В. Д., Долбенков В. Г., Рутман Ю. Л. Устройства для сейсмоизоляции зданий, промышленных объектов и их оборудования // Вестник ИНЖЭКОНА. 2007. № 6(19). С. 114-121.
- Гуськов В. Д., Рутман Ю. Л., Ходасевич К. Б. Новые виды маятниковых и опорных систем сейсмоизоляции зданий, промышленных объектов и их оборудования // Вестник ИНЖЭКОНА. 2008.
 № 8 (27). С. 61-63.
- 14. Рутман Ю. Л. Обобщение метода главных координат // Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения. Труды пятой международной конференции. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 457-465.
- 15. Рутман Ю. Л., Солнцева Я. С. Определение усилий пластического срабатывания стержневых пластических демпферов // Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов. Труды Двадцать третьей международной конференции. СПб. : НИЦ МОРИНТЕХ, 2009. С. 388-393.
- 16. Ковалева Н. В., Скворцов В. Р., Рутман Ю. Л. Определение параметров силовой диаграммы пластически деформируемых элементов конструкции // Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов. Труды Двадцать второй международной конференции. СПб. : НИЦ МОРИНТЕХ, 2007. С. 220-225.
- 17. Чылбак А. А. Расчет и рациональное проектирование сейсмозащиты для существующих и вновь строящихся зданий. Диссертация на соискание учений степени кандидата технических наук. СПб. : СПбГАСУ, 2009.
- 18. Смирнов В. И. Испытания зданий с системами сейсмоизоляции динамическими нагрузками и реальными землетрясениями // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2009. №4. С. 23-28.

*Юрий Лазаревич Рутман, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(921)954-84-79; эл. почта: rutman@mail.line1.ru

Оценка эффективности параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции

Аспирант Н.В. Ковалева*,

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный морской технический университет; **д.т.н., профессор Ю.Л. Рутман,** ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Ключевые слова: демпфирование; пластические демпферы; силовая характеристика; динамический анализ; сейсмоизоляция

Введение

При проектировании систем сейсмоизоляции одним из ключевых и сложнейших вопросов является выбор оптимальных параметров демпфирования [1], [2], [3], [4]. Часто этот выбор связан со сравнением большого числа параметров демпфирующих элементов. Если демпфирование незначительно, то возможно (при определенном частотном составе внешнего воздействия) появление квазирезонансных процессов, которые приводят к исчезновению сейсмоизоляционного эффекта. Если силы демпфирования велики, это влечет за собой заметное увеличение нагрузок на защищаемый объект, что также приводит к снижению сейсмоизоляционного эффекта.

Часто в качестве демпфирующих элементов используют пластические демпферы, например, пластически деформируемые стержни [5], [6], [7], [8]. В этом случае для подбора параметров демпфирования весьма эффективной была бы методика аналитического расчета силовых характеристик пластических демпферов. Ниже изложена такая методика и показано ее применение для расчета пластических демпферов, выполненных в виде криволинейных стержней круглого сечения. Такие демпферы применены в конструкции маятниковой сейсмоизолирующей опоры – рис. 1.



Рисунок 1. Система сейсмоизоляции маятникового типа

Ковалева Н.В., Рутман Ю.Л. Оценка эффективности параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции

Аналитическое определение силовых характеристик пластического демпфера

Для динамического анализа сейсмоопор, в составе которых имеются пластические демпферы, необходимо определить их нелинейную силовую характеристику.



Рассмотрим пластически деформируемый криволинейный балочный элемент, находящийся в условиях плоского изгиба – рис. 2:

s – текущая длина оси балки;

 $\overline{\chi}(s)$ – вектор изменения кривизны в сечении с координатой s;

Рисунок 2. Криволинейный балочный элемент

 $\overline{r} = x(s)\overline{i} + z(s)\overline{k}$ – радиус-векторы точек на оси балки.

Как показано в [9], силовая характеристика модели, представленной на рис. 2, может быть задана в параметрической форме следующим образом:

$$\overline{U}_B = \int_0^{\chi_A} \overline{r} [\varphi(f(\chi))] \times \overline{\chi} \cdot \frac{f'_{\chi}}{g'_s [\varphi(f(\chi))]} d\chi \,. \tag{1}$$

$$P = \frac{f(\chi_A)}{g(s_A)}.$$
(2)

Параметром является величина χ_A . Для вычисления силовой диаграммы надо задать очертания балки x(s), z(s), направление силы \overline{P} (угол \mathcal{G}) и зависимость момента от изменения кривизны $f(\chi)$. Ряд таких зависимостей дан в [10]. В случае прямолинейной балки все вышеприведенные выкладки можно довести до конца в аналитическом виде, что было сделано в [9]. Ниже в пункте 2.2 и 2.3 приведены окончательные результаты [9].

Прямолинейная балка



Рисунок 3. Нагруженная консоль и ее двоякосимметричное сечение:

x – продольная координата $(0 \le x \le l); z$ – поперечная координата $\left(-\frac{h}{2} \le z \le \frac{h}{2}\right); y$ – боковая координата $\left(-\frac{b(z)}{2} \le z \le \frac{b(z)}{2}\right); l$ – длина консоли; h – высота сечения; b(z) – ширина сечения; P – краевая сила; M(x) – изгибающий момент; $\chi(x)$ – кривизна в деформированном состоянии; $u_z(x)$ – поперечное перемещение; $W \equiv -u_z(0)$ – прогиб под силой

Рисунок 4. Упруго-пластическая диаграмма материала:

E – модуль упругости; σ_T – предел текучести;

$$\varepsilon_T \equiv \frac{\sigma_T}{E}$$
 – деформация

текучести. Диаграмма считается строго нечетной, $\sigma(-\varepsilon) = -\sigma(\varepsilon)$

Ковалева Н.В., Рутман Ю.Л. Оценка эффективности параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции 38



Введем безразмерные параметры:

$$p = \frac{2Pl}{\sigma_T b_0 h^2}, \ w = \frac{Wh}{\varepsilon_T l^2}, \ \frac{\chi z}{\varepsilon_T} = \tau_1, \ \frac{\chi h}{2\varepsilon_T} = \tau, \ \tau \Big|_{x=l} = t,$$

а также интегральную функцию закона состояния с учетом изменения ширины:

$$\Phi(t) \equiv \frac{1}{t^2} \int_0^t f(\tau) \beta\left(\frac{\tau}{t}\right) \tau d\tau.$$

В результате решение задачи определения силовой диаграммы сводится к вычислению параметрических зависимостей p(t), w(t):

$$p(t) = \Phi(t), \ w(t) = t - \frac{1}{\Phi^2(t)} \int_0^t \Phi^2(\tau) d\tau \,.$$
(3)

Параметрические зависимости (3) в любом стандартном вычислительном математическом пакете легко переводятся в явные графические зависимости p(w) или w(p).

Аналитическое определение силовой диаграммы для прямолинейной балки

Соотношения (3) годятся для любого описания диаграммы « $\sigma - \varepsilon$ ». Для билинейной аппроксимации этой диаграммы в случае прямолинейной балки параметрические интегралы (3) дают безразмерные зависимости силы p(t) и прогиба w(t) от некоторого параметра t в алгебраической форме (рис. 5):

$$p(t) = \frac{(3t^2 - 1) + a(2t + 1)(t - 1)^2}{6t^2}, \ a = \frac{H}{E},$$

$$w(t) = \frac{2t\left(4a^2t^6 + 9a(1 - a)t^5 + (20 - 21a + 6a\ln t)(1 - a)t^3 - (1 - a)^2(18t^2 - 2)\right)}{3\left(4a^2t^6 + 12a(1 - a)t^5 + (1 - a)^2(9t^4 - 6t^2 + 1) - 4a(1 - a)t^3\right)}$$
(4)

При *a* = 0 параметрические выражения соответствуют упруго-пластической диаграмме без упрочнения (диаграмме Прандтля).



Рисунок 5. Характеристика материала и консоли для упруго-пластической диаграммы с линейным упрочнением

Аналитическое определение силовой диаграммы в случае криволинейной балки в форме четверти окружности

Далее сделано обобщение аналитических формул (1), (2) для криволинейных стержней, имеющих конфигурацию четверти окружности (рис. 6). Именно такие элементы совместно с прямолинейными конструктивно используются при проектировании пластических демпферов.



Рисунок 6. Нагруженная консоль прямоугольного сечения в форме четверти окружности

u

Для таких элементов перемещения будут происходить по двум направлениям:

 \mathcal{W} – прогиб под силой;

v – продольное перемещение под силой.

Для прямолинейной балки определение силовой диаграммы возможно свести к алгебраическому вычислению параметрических зависимостей силы p(t) и прогиба w(t). В случае непрямолинейной балки сведение уравнений для силы и прогиба к параметрическим зависимостям в общем виде достаточно громоздко и сложно. Поэтому ограничимся переходом для всех уравнений к безразмерному виду и составим выражение для силы в алгебраическом виде, а выражения для прогибов в интегральной форме.

$$p(t) = \frac{at}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3t^2}\right),$$

$$w(t) = \frac{2}{p^2} \int_{1}^{t} \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3\tau^2}\right)\right) \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3\tau^2}\right)\right)^2}} d\tau + w_p,$$

$$w_p \equiv \frac{3p}{\sin^3 \theta_0} \left(\arcsin\left(\frac{\sin \theta_0}{3p}\right) - \frac{1}{2}\sin 2\left(\arcsin\left(\frac{\sin \theta_0}{3p}\right)\right)\right),$$

$$(t) = \frac{2}{p\sin \theta_0} \left[\int_{1}^{t} \frac{\left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right)^2}} d\tau - \int_{1}^{t} \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right) d\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3\tau^2}\right)\right)^2}} d\tau - \int_{1}^{t} \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right) d\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3\tau^2}\right)\right)^2}} d\tau - \int_{1}^{t} \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right) d\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3\tau^2}\right)\right)^2}} d\tau - \int_{1}^{t} \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right) d\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3\tau^2}\right)\right)^2}} d\tau - \int_{1}^{t} \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right) d\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3\tau^2}\right)\right)^2}} d\tau - \int_{1}^{t} \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right) d\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{2} \left(1 - \frac{1}{3\tau^2}\right)\right)^2}} d\tau - \int_{1}^{t} \left(\frac{a\tau}{3} + \frac{1-a}{3\tau^2}\right) d\tau} d\tau$$

При предельном переходе $(\theta_0 \to \pi \Rightarrow \sin \theta_0 \to 0)$ выражения для силы и прогиба (5) дают решение для прямолинейной консольной балки (3), а выражение для продольного перемещения $u(t) \to 0$.

Использование этих зависимостей позволяет варьировать параметры силовой характеристики и вычислять ее для различных значений длины, поперечных сечений и материалов стержней, входящих в состав пластического демпфера.

Применение полученных результатов к исследованию движения сейсмоизолируемого объекта

В модели с одной степенью свободы поведение системы, расположенной на маятниковых опорах, описывается уравнением [11]:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \left(g - \ddot{y}_B(t)\right) \cdot \frac{x}{l} + f\left(x, \dot{x}\right) = -\ddot{y}_\Gamma(t),$$
(6)

где x – горизонтальное смещение защищаемого объекта относительно движущего фундамента; $g = 9.801 \ \text{м/c^2}$ – ускорение свободного падания; $l = 1.5 \ \text{м}$ – длина маятника в опоре;

где $\omega = \sqrt{\frac{g}{1}}$; $\zeta = \frac{\alpha}{2m\omega}$;

а – параметр внутреннего конструкционного демпфирования;

 $\ddot{y}_{\Gamma}(t)$ – горизонтальное ускорение фундамента защищаемого объекта при землетрясении;

 $\ddot{y}_{R}(t)$ – вертикальное ускорение фундамента защищаемого объекта при землетрясении;

 $f(x,\dot{x}) = \frac{P(x,\dot{x})}{M}$ – приведенное к единичной массе усилие сопротивления пластического

демпфера;

М – масса защищаемого объекта;

 $P(x, \dot{x})$ – силовая характеристика «сила – перемещение».

Как правило, эта характеристика аппроксимируется билинейной диаграммой с упругой разгрузкой (рис. 7). Существенной проблемой является определение C_{nn} . Приведенная выше методика определения силовых характеристик полностью описывает поведение кривой «сила-перемещение» как в упругой, так и в упруго-пластической зоне.



Рисунок 7. Нелинейная силовая характеристика пластического демпфера и ее билинейная аппроксимация

Параметры билинейной аппроксимации силовой характеристики пластического демпфера:

$$f_T = \frac{P_T}{m_0}$$
, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m_0}}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{nn}}{m_0}}$, m_0 – грузоподъемность сейсмоизолирующей опоры.

Выбор рациональных значений демпфирования для различных воздействий можно производить по минимаксному критерию: искать минимальные нагрузки на сооружение при наихудшем сейсмическом воздействии. Такой подход был применен для выбора параметров пластического демпфера в сейсмоизолирующей опоре маятникового типа [10]. Был проведен спектральный анализ 100 различных воздействий, соответствующих 9-балльному землетрясению. После чего были выбраны два воздействия, наиболее опасные по амплитудному составу в полосе 0.25 – 0.5 Гц. Их акселлерограммы показаны на рис. 8.



Рисунок 8. Сейсмические воздействия № 1 и 2

Далее при поиске параметров демпфирования этих опор воздействия считались заданными, также заданной считалась длина маятника сейсмоизолирующей опоры. Ограничениями являлись конструктивные соображения: максимальное относительное смещение не должно было превосходить 350 мм. Варьировались различные значения диаметров стержней, входящих в

Ковалева Н.В., Рутман Ю.Л. Оценка эффективности параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции

STRUCTURES

сейсмоизолирующую опору, и их количество при заданной длине стержней и выбранном материале для поиска параметров соответствующих минимизации нагрузок на защищаемом объекте. Для опор маятникового типа было рассмотрено более 30 вариантов силовых характеристик. Наиболее приемлемыми оказались 3 варианта силовых характеристик пластического демпфера, представленные в таблице 1.

№ п/п	Кол-во стержней	Р _Т , кН	С, кН/м	С _{пл} , кН/м	Грузо- подъемность, <i>mc</i>	f_T , M/c^2	ω , $1/c$	∞ ₀ , 1/c
1	38	1000	84·10 ³	1980	1500	0.670	7.8	1.15
2	30	790	66·10 ³	1563	1000	0.790	8.1	1.25
3	24	630	53·10 ³	1250	700	0.905	8.7	1.35

Таблица 1. Параметры силовых характеристик пластического демпфера

Результаты решения уравнения (1) приведены в таблице 2. На рис. 9 представлен пример работы сейсмоизолирующей опоры.

Таблица 2. Параметры движения защищаемого объекта с учетом вертикального ускорения фундамента

	воздейс	твие № 1	воздействия № 2		
№ силовой характеристики	х _{тах} , м	;; x _{max} , м/с²	$x_{ m max}$, м	<i>х</i> _{max} , м/с²	
1	0.17	2.1	0.264	2.84	
2	0.15	2.0	0.195	2.49	
3	0.14	1.9	0.182	2.37	



Рисунок 9. Силовая характеристика сейсмоизолирующей опоры при сейсмическом воздействии

Анализ результатов показал эффективность работы выбранных пластических демпферов. Однако, помимо динамических параметров, представленных в таблице 2, также большое значение имеют параметры, определяющее работоспособность пластических демпферов. Таковыми являются максимальные деформации в стержнях и число циклов их нагружения – рис. 9. Деформации не должны превосходить \mathcal{E}_{B} (деформаций соответствующих σ_{B}). Определив перемещение из динамической задачи для одного цикла, из диаграммы рис. 8 находится размах во время цикла, далее определяется изменение кривизны, что является изменением деформации. Число циклов нагружения и размахи циклов должны быть таковы, чтобы не возникло разрушения от малоцикловой усталости. Методика проверки на малоцикловую усталость применительно к рассматриваемой задаче изложена в [12], [13].

Другие применения полученных результатов

Предлагаемая в п. 2 методика была применена также для выбора параметров упругопластических вставок в галерейных переходах зданий сложной макроструктуры [14]. Методика позволила подобрать параметры упруго-пластических вставок, обеспечивающих необходимое демпфирование в условиях сейсмического воздействия. При этом вставки сохраняют упругую работу зданий сложной макроструктуры при воздействии ветровых и весовых нагрузок.

Заключение

Применение в качестве демпфирующих элементов пластических демпферов значительно повышает эффективность работы сейсмоизолирующих опор. Использование методики, представленной в статье, позволяет определить наиболее рациональное демпфирование для тех сейсмоизолирующих опор, в которых демпфирующими элементами являются пластически деформируемые стержни. Получение силовых характеристик таких элементов возможно в виде безразмерных зависимостей. Следует отметить удобство использования безразмерного графика для определения этих характеристик, так как применение мощных программных комплексов типа ANSYS требует в качестве исходных данных конкретных размеров стержней, и получение характеристики оказывается чрезвычайно трудоемкой задачей. Применение предложенных зависимостей существенно сокращает трудоемкость анализа.

Литература

- 1. Смирнов В. И. Демпфирование как элемент сейсмозащиты сооружений // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2007. № 4. С. 44-47.
- 2. Уздин А. М., Пейчев М. М. К вопросу учета демпфирования в рамках СНиП «Строительство в сейсмических районах» // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. № 3. 2001. С. 37-39.
- 3. Давыдова Г. В. Статистический метод расчета систем сейсмоизоляции зданий и сооружений. Диссертация на соискание учений степени кандидата технических наук. СПб. : СПбГПИС, 2010.
- 4. Арутюнян А. Р. Современные методы сейсмоизоляции зданий и сооружений // Инженерностроительный журнал. 2010. № 3(13). С. 56-60.
- Infanti S., Castelliano M. G., Colato G. P., Chiarotto R. Seismic devices. Steel Hysteretic Dampers. [Электронный ресурс]. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.fipgroup.it/fip_ind_eng/prodotti.html (дата обращения 22.01.12)
- Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. An introduction to seismic isolation. New York: Wiley, 2003. 398 p.
- 7. Masahiko Higashino, Shin Okamoto. Response Control and Seismic Isolation of Buildings. New York: Taylor & Francis, 2006. 484 p.
- 8. Беляев В. С., Гуськов В. Д., Долбенков В. Г., Рутман Ю. Л. Устройства для сеймсоизоляции зданий, промышленных объектов и их оборудования // Вестник ИНЖЭКОНА. 2007. № 6(19). С. 114-121.
- Ковалева Н. В., Скворцов В. Р., Рутман Ю. Л. Определение параметров силовой диаграммы пластически деформируемых элементов конструкции // Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов. Труды Двадцать второй международной конференции. СПб. : Изд-во НИЦ МОРИНТЕХ. 2007. С. 220-225.
- 10. Дикович И. Л. Динамика упруго-пластических балок. Л. : Судпромгиз, 1962. 292 с.
- 11. Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов, выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы // Инженерно-строительный журнал. 2011. №6(24). С. 23-27.
- 12. Симборт С. Э., Рутман Ю. Л. Выбор коэффициента редукции сейсмических нагрузок на основе анализа пластического ресурса конструкции с учетом малоцикловой усталости // Сейсмостойкое строительство и безопасность сооружений. 2011. № 5. С. 23-26.
- 13. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Справочное пособие. Киев : Наукова Думка, 1981. 496 с.
- 14. Голых О. В., Плетнев В. И., Рутман Ю. Л. Здания сложной макроструктуры с нелинейными сдвиговыми связями при экстремальны воздействиях. СПб. : Lap Lambert Academic Publishing, 2011. 101 с.

*Надежда Владимировна Ковалева, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(911)835-55-52; эл. почта: Balloun@yandex.ru

Методика выбора коэффициента редукции сейсмических нагрузок К₁ при заданном уровне коэффициента пластичности µ

Аспирант Э. Симборт*,

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Ключевые слова: сейсмостойкое проектирование; нелинейная модель с одной степенью свободы; коэффициент редукции К₁; коэффициент пластичности μ

Введение

В настоящее время для обеспечения сейсмостойкости зданий и сооружений в мировой практике применяется подход многоуровневого проектирования [1]. Такой подход применяется в нормах Европы (EuroCode 8), а с 2011 года и в нормах Российской Федерации. В соответствии с данным подходом здания и сооружения должны противостоять без потери эксплуатационных свойств сейсмическим нагрузкам, соответствующим уровню ПЗ, а сейсмические нагрузки, соответствующие уровню МРЗ должны восприниматься за счет пластического ресурса конструкций, при этом должно обеспечиваться предотвращение полного обрушения сооружения или его частей. В нормах зарубежных стран работа конструкций за пределами упругости учитывается коэффициентом редукции [2]. В российских же нормах (СНиП II-7-81*. Строительство в сейсмических районах) – путем введения коэффициента К₁. Однако, несмотря на то, что от принятого значения коэффициента К₁ зависит уровень расчетных сейсмических нагрузок, при его назначении не учитывается ряд важных факторов, имеющих прямую связь с его значением, таких как период собственных колебаний системы Т, характер землетрясения и т.д. [3]. Во многих публикациях представлены различного рода обоснования коэффициентов, аналогичных К1. Огромное количество таких работ объясняется важностью и актуальностью изучения данного коэффициента [4, 5]. Подбор коэффициента редукции нагрузок – достаточно сложный и трудоемкий процесс, который состоит в снижении сейсмических нагрузок в зависимости от уровня максимальных (допустимых) остаточных деформаций в строительных конструкциях в результате землетрясений. Максимальные остаточные деформации учитываются посредством коэффициента пластичности µ.

Используя нелинейную модель с одной степенью свободы, автор настоящей работы вывел связь между коэффициентом пластичности и уровнем «пластического срабатывания» системы, характеризуемым коэффициентом редукции К₁. Также была проведена статистическая обработка полученных данных с целью оценочного определения коэффициентов редукции К₁. Уместно отметить, что для простых нагружений такие подходы уже практиковались, и имеется ряд публикаций [6]. Тем не менее, в [6] такие зависимости получены только для простых нагружений. В настоящей работе такие зависимости получены и для нагружений в виде землетрясений.

Методика анализа

Модель с одной степенью свободы. Связь между коэффициентом К₁, коэффициентом пластичности µ и предельной нагрузкой F_т.

Как было указано в работе [3], при назначении коэффициента K_1 , не зависящего от периода собственных колебаний системы, от частотного состава воздействия и т.д., получаемые значения коэффициентов пластичности в ряде случаев превышают допустимые. В связи с этим представляется целесообразным создать методику по подбору коэффициента K_1 , зависящего от вышеупомянутых факторов, и, в то же время, такого, чтобы при принятых его значениях не превышались допустимые значения коэффициента пластичности $\mu_{\rm Tp}$.

В данном исследовании для анализа поведения конструкций в условиях упругопластического деформирования используется нелинейная модель с одной степенью свободы [7]. Адекватность применения данной модели анализируется в работе [8]. Характер разгрузки модели описывается гипотезой кинематического упрочнения Мазинга [9]. Данная модель, представленная на рис. 1, описывается дифференциальным уравнением (1):

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + F(x, \dot{x}) = -m\ddot{y}_{\varphi}(t), \qquad (1)$$

где $\ddot{y}_{g}(t)$ – ускорение основания системы с одной степенью свободы.



Исходя из рис. 1, коэффициент К1 можно трактовать как отношение расчетной сейсмической нагрузки $F_{\text{pacy}} = F_{\text{T}}$ к значению сейсмической нагрузки, определяемому упругого в предположении деформирования конструкций F_{vnp} . Таким образом,

$$K_1 = \frac{F_T}{F_{ynp}} = \frac{x_T}{x_{ynp}},$$
 (2)

где F_T – предельная нагрузка системы с одной степенью свободы, которая может быть найдена исходя из решения задачи предельного равновесия при горизонтальной нагрузке, пропорциональной распределенной массе системы.

В настоящей работе для решения задачи о предельном равновесии жесткопластических конструкций предлагается применить метод псевдожесткостей [10].

Использование численных методов динамического расчета конструкций с учетом упругопластических деформаций материалов представлено также в [11-14].

Коэффициент пластичности представляет собой отношение максимального динамического прогиба к прогибу, соответствующему превращению системы в механизм:

$$\mu = \frac{x_{\max}}{x_{\tau}} \,. \tag{3}$$

Отношение максимальных динамических прогибов упругопластической системы x_{\max} и соответствующей упругой системы x_{\min} :

$$\frac{x_{\max}}{x_{\min}} = \mu K_1. \tag{4}$$

Методика построения зависимостей К₁(Т; µ) с постоянными значениями коэффициентов пластичности. Предельная нагрузка для заданного коэффициента пластичности µ

Методика построения кривых с постоянными значениями коэффициентов пластичности состоит из следующих этапов.

- Выбор значения коэффициента пластичности μ из принятого набора исследуемых значений μ_{пр}: 1,5; 2; 4 и 8.
- 2. Назначение границ изучаемого диапазона периодов. В данной работе принимается диапазон периодов от 0 до 2 с.

Симборт Э. Методика выбора коэффициента редукции сейсмических нагрузок К₁ при заданном уровне коэффициента пластичности µ

Рисунок 12. Билинейная диаграмма с упругой разгрузкой РАСЧЕТЫ

- 3. Определение, исходя из решения дифференциального уравнения (1), линейного динамического отклика системы с одной степенью свободы, с периодом T_i и параметром затухания ξ =0,05, на воздействие землетрясения, заданного в виде акселерограммы.
- 4. Нахождение максимального значения динамического упругого перемещения x_{ynp} и

соответствующей ему упругой силы $F_{\rm ynp}$.

- 5. Задание начального значения коэффициента К₁<1. Интервал изменения коэффициента К₁ был принят от 1 до 0,1 с шагом 0,0001.
- 6. Вычисление по формуле (2) значений $F_{\rm T}$ и $x_{\rm T}$.
- Определение, исходя из решения дифференциального уравнения (1), нелинейного динамического отклика системы с одной степенью свободы с теми же значениями T_i и ξ = 0,05 на воздействие землетрясения, заданного в виде акселерограммы.
- 8. Нахождение максимального значения динамического перемещения x_{\max} и соответствующей ему величины коэффициента пластичности $\mu = x_{\max} / x_{\pi}$.
- 9. Сравнение значений вычисленного μ и принятого μ_{np} коэффициентов пластичности.

Критерием сравнения являлось условие $\mu_{\text{пр}} - \mu < 0.0001$.

- 10. Повторение процедуры для всего диапазона значений Ті.
- 11.Повторение процедуры для всех исследуемых значений $\mu_{\rm mb}$.

Подобная процедура приведена в [15]. В упомянутой работе [15] автором предлагается найти величину K_1 (в [15] вместо K_1 используется обозначение \overline{f}_y) путем применения интерполяционной процедуры, предполагающей линейную зависимость между $\log(K_1)$ и $\log(\mu)$. В [16, 17] процедура, предложенная в [15] наряду с так называемым спектром несущей способности используется для определения максимальных перемещений неупругих систем с одной степенью свободы.

Соотношение A_{max}/V_{max}

Анализ большого количества записей землетрясений показывает, что характеристики движения грунта значительно варьируются от одной записи к другой. Частотный состав воздействия во многом зависит от эпицентрального расстояния (d), сейсмогеологических и грунтовых условий площадки строительства и т.д.

Применение одного параметра A_{max} (пиковое ускорение) для адекватного описания сейсмического воздействия недостаточно. Два землетрясения, имеющие одинаковые пиковые ускорения, могут вызвать совершенно разные динамические отклики в зданиях и сооружениях. Одной из основных причин этого является различный частотный состав воздействия.

Важным фактором, характеризующим движение грунта (частотный состав воздействия), max|a(t)

является соотношение $\frac{\max|a(t)|}{\max|v(t)|}$ [18]. Можно выделить три группы, в зависимости от величины

этого соотношения:

- большие значения А_{max}/V_{max}>1,2 g/(м/с);
- средние значения 0,8<А_{max}/V_{max}<1,2 g/(м/с);
- малые значения А_{max}/V_{max}<0,8 g/(м/с).

Статистически, большие значения соотношения имеют место в районах, расположенных близко к очагу землетрясения (d<25-30 км). Малые же – в районах, далеких от очага землетрясения (d>150 км), где d – эпицентральное расстояние.

С учетом вышеизложенного, ниже приведены результаты анализа нелинейной системы с одной степенью свободы на воздействия двухсот акскелерограмм по данным Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD) и The European Strong Motion Database (ESD) [19, 20]. В зависимости от значения A_{max}/V_{max} все записи землетрясений были разделены на три группы.



На рис. 2 показаны диаграммы коэффициентов редукции К₁ для заданных уровней коэффициентов пластичности в зависимости от периода собственных колебаний системы. Данные диаграммы были получены после статистической обработки и представляют собой среднее значение плюс одно стандартное отклонение.

Как видно из графиков на рис. 2, отношение A_{max}/V_{max} оказывает существенное влияние на величину коэффициента K_1 и на вид диаграмм. На основе анализа диаграмм можно увидеть некоторые закономерности.

Все диаграммы К₁-Т состоят из двух участков. Первый из них имеет гиперболический характер; второй – постоянный. Период T_{rp} , служащий границей между обеими зонами диаграмм, зависит от величины коэффициента пластичности μ , а также от значения параметра A_{max}/V_{max} . При малых значениях μ (1,5; 2), период T_{rp} колеблется от 0,4 с – при A_{max}/V_{max} >1,2, до 0,6 с – при A_{max}/V_{max} <0,8 и 0,8< A_{max}/V_{max} <1,2. С увеличением величины μ и снижением значения A_{max}/V_{max} возрастает период T_{rp} . Таким образом, при μ = 4-8 и A_{max}/V_{max} >1,2 период $T_{rp} \approx$ 0,8с; при μ = 4-8 и A_{max}/V_{max} <0,8 период $T_{rp} \approx$ 1, при μ = 8 и A_{max}/V_{max} <0,8 участок с постоянными значениями коэффициента K₁ полностью вырождается (рис.2.б).

На рис. За, б, в, г представлены сравнения зависимостей K₁ от T, соответствующих заданным значениям соотношения A_{max}/V_{max} g/(м/с) при: μ =1,5; μ =2; μ =4; μ =8 соответственно. Как видно из рис. З большими значениями периодов T_{rp} и коэффициентов K₁ обладают кривые, соответствующие значениям параметра A_{max}/V_{max} <0,8.



Рисунок 14. Сравнение зависимостей «К₁ от Т», соответствующих заданным значениям соотношения А_{max}/V_{max} g/(м/с) при: а) μ=1,5; б) μ=2; в) μ=4; г) μ=8

Предлагаемая зависимость между коэффициентом редукции сейсмических нагрузок К₁ и коэффициентом пластичности µ

С учетом вышеизложенного представляется целесообразным создание единых кривых для определения значений коэффициентов редукции К₁ в зависимости от Т и от заданного уровня коэффициента пластичности μ . Функции К₁-T- μ получены в результате статистической обработки с последующим сглаживанием кривых, построенных после анализа реакции нелинейной модели с одной степенью свободы на воздействия двухсот акселерограмм.

На рис. 4 приведены предлагаемые зависимости К₁-Т-µ. Данные зависимости есть результат вышеуказанной статистической обработки и представляют собой среднее значение плюс одно стандартное отклонение коэффициентов К₁.





Функции К₁-Т- μ описываются формулой (5), связывающей коэффициент К₁ и период собственных колебаний системы в зависимости от выбранного коэффициента пластичности.

$$K_{1} = A + B \left\{ 1 - \left[1 + \exp\left(\frac{\left(T + D \ln\left(2^{\frac{1}{E}} - 1\right) - C\right)}{D}\right) \right]^{-E} \right\}.$$
(5)

В этом выражении коэффициенты A, B, C, D, E зависят от заданного уровня коэффициента пластичности. В таблице 1 приведены значения данных коэффициентов.

1.5	2	4	8
1.0008	1.0000	1.0000	1.0123
-0.2509	-0.3829	-0.5855	-0.7190
0.1150	0.1199	0.1280	0.1183
0.0106	0.0005	0.0005	0.0024
0.0947	0.0029	0.0031	0.0136
	1.5 1.0008 -0.2509 0.1150 0.0106 0.0947	1.521.00081.0000-0.2509-0.38290.11500.11990.01060.00050.09470.0029	1.5241.00081.00001.0000-0.2509-0.3829-0.58550.11500.11990.12800.01060.00050.00050.09470.00290.0031

Таблица 1. Значения коэффициентов А, В, С, D, Е

О критериях равенства максимальных перемещений и равенства энергий

Как уже отмечалось ранее, во многих зарубежных публикациях представлены обоснования коэффициентов, аналогичных К₁. Большинство таких работ опираются на гипотезу профессора Н. Ньюмарка [21], основывающуюся на предположении о равенстве максимальных сейсмических перемещений упругих и упругопластических систем (рис. 5а) в диапазоне периодов T>0,5 с при одном и том же сейсмическом воздействии и при равных начальных собственных частотах. В диапазоне периодов 0,1-0,5 с, предлагается использовать правило равенства энергий упругой и упругопластической систем (рис. 5 б). При T<0,1 с рекомендуется принимать коэффициент редукции равным 1. Таким образом, по Ньюмарку:



Рисунок 16. Зависимость между горизонтальной сейсмической силой *F* и горизонтальным перемещением *u* системы: а) критерий равенства максимальных перемещений; б) критерий равенства энергий

Ниже показаны результаты анализа вышеизложенных критериев. На рис. 6-8 приведены отношения: а) энергии упругопластической системы к энергии упругой системы «Е_{упр-пл}/Е_{упр}» и

б) максимальных сейсмических перемещений упругих и упругопластических систем «х_{упр-пл}/х_{упр}» в зависимости от T и A_{max}/V_{max}.

Как видно из диаграмм (рис.6-8), на величины Е_{упр-пл}/Е_{упр} и х_{упр-пл}/х_{упр} оказывает большое влияние значение коэффициента пластичности µ. Таким образом при малых его значениях, µ=1,5; 2, в периодом диапазоне от 0,2 до 2 с значения таких отношений можно принять равным 1 независимо от параметра А_{max}/V_{max}. В интервале от 0,03 до 0,2 с, Е_{упр-пл}/Е_{упр} ≈ 3, х_{упр-пл}/х_{упр} ≈ 2.



Рисунок 17. Отношения: а) энергии упругопластической системы к энергии упругой системы; б) максимального перемещения упругопластической системы к максимальному перемещению упругой системы при A_{max}/V_{max}>1,2



Рисунок 18. Отношения: а) энергии упругопластической системы к энергии упругой системы; б) максимального перемещения упругопластической системы к максимальному перемещению упругой системы при A_{max}/V_{max}<0,8



Рисунок 19. Отношения: а) энергии упругопластической системы к энергии упругой системы; б) максимального перемещения упругопластической системы к максимальному перемещению упругой системы при 0,8<А_{max}/V_{max}<1,2

С увеличением значения коэффициента пластичности «µ» отношения E_{ynp-nn}/E_{ynp} , x_{ynp-nn}/x_{ynp} очень сильно зависят от параметра A_{max}/V_{max} . При A_{max}/V_{max} >1,2, в интервале от 0,2 до 2с, $E_{ynp-nn}/E_{ynp} \approx 1$. При T<0,2c, E_{ynp-nn}/E_{ynp} растет до 6 (µ=4) и 11 (µ=8). При µ=4 отношение $x_{ynp-nn}/x_{ynp} \approx 1,5$ в интервале от 0,2 до 2с. При T<0,2c, x_{ynp-nn}/x_{ynp} увеличивается до 3,5. При µ=8 отношение $x_{ynp-nn}/x_{ynp} \approx 1,75$ в интервале от 0,6 до 2с. При 0,2<T<0,6c, $x_{ynp-nn}/x_{ynp} \approx 2$. При T<0,2c, x_{ynp-nn}/x_{ynp} увеличивается до 7.

Примерно же такие значения достигают E_{ynp-nn}/E_{ynp} , x_{ynp-nn}/x_{ynp} при 0,8< A_{max}/V_{max} <1,2 и E_{ynp-nn}/E_{ynp} при A_{max}/V_{max} <0,8 (рис.8 и 7а). При A_{max}/V_{max} <0,8 и μ =4 отношение x_{ynp-nn}/x_{ynp} ≈ 1,5 в интервале от 0,8 до 2 с; x_{ynp-nn}/x_{ynp} ≈ 2 в интервале от 0,2 до 0,8 с. При A_{max}/V_{max} <0,8 и μ =8 отношение x_{ynp-nn}/x_{ynp} ≈ 2,5 в интервале от 0,8 до 2 с; x_{ynp-nn}/x_{ynp} ≈ 3 в интервале от 0,2 до 0,8 с.

Анализ диаграмм показывает, что в ряде случаев указанные критерии не оправдываются. Предложения по вычислению К₁ не соответствуют предлагаемым критериям равенства энергий и равенства максимальных перемещений (табл. 2).

A _{max} /V _{max} >1,2	Е _{упр-пл} /Е _{упр}			х _{упр-пл} /х _{упр}		
Τ , c	0-0.2	0.2-0.4	0.4-2	0-0.2	0.2-0.4	0.4-2
1.5	Не соот.	COOT.	COOT.	Не соот.	COOT.	COOT.
2	Не соот.	COOT.	COOT.	Не соот.	COOT.	COOT.
4	Не соот.	COOT.	COOT.	Не соот.	Не соот.	Не соот.
8	Не соот.	COOT.	COOT.	Не соот.	Не соот.	Не соот.
0,8 <a<sub>max/V_{max}<1,2</a<sub>		Е _{упр-пл} /Е _{упр}			х _{упр-пл} /х _{упр}	
Τ , c	0-0.2	0.2-0.4	0.4-2	0-0.2	0.2-0.4	0.4-2
1.5	Не соот.	Не соот.	COOT.	Не соот.	COOT.	COOT.
2	Не соот.	Не соот.	COOT.	Не соот.	COOT.	COOT.
4	Не соот.	Не соот.	COOT.	Не соот.	Не соот.	Не соот.
8	Не соот.	Не соот.	COOT.	Не соот.	Не соот.	Не соот.
A _{max} /V _{max} <0,8	Е _{упр-пл} /Е _{упр}			х _{упр-пл} /х _{упр}		
Τ , c μ	0-0.2	0.2-0.4	0.4-2	0-0.2	0.2-0.4	0.4-2
1.5	Не соот.	COOT.	COOT.	Не соот.	COOT.	COOT.
2	Не соот.	COOT.	COOT.	Не соот.	COOT.	COOT.
4	Не соот.	Не соот.	Не соот.	Не соот.	Не соот.	Не соот.
8	Не соот.	Не соот.	Не соот.	Не соот.	Не соот.	Не соот.

Таблица 2. С	Соответствие	критериев
--------------	--------------	-----------

Заключение

На основе анализа полученных результатов можно сделать вывод о том, что предлагаемая выше формула (5) позволяет выбрать К₁ таким образом, чтобы обеспечились заданные значения коэффициента пластичности μ .

Формулы (6), предложенные проф. Ньюмарком Н., при больших значениях коэффициента μ не обеспечивают выполнения критериев равенства энергий и равенства максимальных перемещений (табл. 2).

Литература

- 1. Fardis M. N. Code developments in earthquake engineering. 12th European Conference on Earthquake. London: Elsevier Science, 2002. Paper reference 845.
- Mazzolani F. M., Piluso V. Theory and Design of Seismic Resistant Steel Frames. London: E & FN Spon Press, 1996. 498 p.
- 3. Рутман Ю. Л., Симборт Э. Анализ коэффициента пластичности с целью рационального выбора коэффициента редукции нагрузок К₁ // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2011. №4. С. 21-25.
- 4. Scarlat A. S. Approximate Methods in Structural Seismic Design. India, Madras: Thompson Press, 1996. 293 p.
- 5. Daza-Duarte L. G. Nuevo enfoque para determinar el factor de modificacion de respuesta // Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil. 2003. Vol 3, № 1. C. 33-48.
- 6. Дикович И. Л. Динамика упруго-пластических балок. Л. : Судпромгиз, 1962. 292 с.
- 7. Рутман Ю. Л., Симборт Э. Выбор коэффициента редукции сейсмических нагрузок на основе анализа пластического ресурса конструкции // Вестник гражданских инженеров. 2011. № (2)27. С. 78-81.
- Симборт Э. Сравнение динамических упругопластических расчетов, выполненных по одностепенной модели и по модели со многими степенями свободы // Инженерно-строительный журнал. 2011. №6(24). С. 23-27.
- 9. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагружениях. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1965. 263 с.
- 10. Рутман Ю. Л. Метод псевдожесткостей для решения задач о предельном равновесии жесткопластических конструкций. СПб.: 1998. 51 с.
- 11. Жарницкий В. И., Голда Ю. Л., Курнавина С. О. Оценка сейсмостойкости здания и повреждений его конструкций на основе динамического расчета с учетом упругопластических деформаций материалов // Сейсмостойкое строительство. 1999. № 4. С. 7–8.
- 12. Мирсаяпов И. Т., Нуриева Д. М. Расчет многоэтажных каркасных зданий на сейсмические воздействия с учетом физически нелинейного поведения // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2003. №1. С. 7–14.
- 13. Болотин В. В., Радин В. П., Чирков В. П. Исследование поведения зданий и сооружений со снижением жесткости при сейсмических воздействиях // Изв. Вузов. 2003. №7. С. 6–10.
- 14. Немчинов Ю. И., Марьенков Н. Г., Бабик К. Н. Применение метода спектра несущей способности при расчетах сооружений на сейсмические воздействия с учетом нелинейного деформирования // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. К.: ДП НДІБК, 2005. Вип. 63. С. 11-19.
- 15. Chopra A. K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice-Hall, 2006. 794 p.
- 16. Chopra A. K., Goel R. K. Capacity-Demand-Diagram Methods Based on Inelastic Design Spectrum // Earthquake Spectra. 1999. Vol. 15. №4. 637-656 p.
- 17. Немчинов Ю. И., Марьенков Н. Г., Хавкин А. К., Бабик К. Н. К Обоснованию нормативной методики проектирования сейсмостойких конструкций заданной категории пластичности с учетом требования Еврокода 8 [Электронный ресурс] // IX Российская национальная конференция по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию (с международным участием). Доклады. 2011. URL: http://www.9rncee.ru (Дата обращения: 03.02.2012).
- 18. Naumoski N., Tso W. K., Heidebrecht A. C. A selection of representative strong motion earthquake records having different A/V ratios. Hamilton: McMaster University, 1988. 60 p.
- 19. Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD). [Электронный ресурс]. URL: http://www.strongmotioncenter.org. (Дата обращения 15.01.2012).
- 20. The European Strong Motion Database (ESD). [Электронный ресурс]. URL: http://www.isesd.hi.is/ESD_Local/frameset.htm. (Дата обращения 17.11.2010).
- 21. Ньюмрак Н., Розенблюэт Э. Основы сейсмостойкого строительства. М.: Стройиздат, 1980. 173 с.

* Энрике Херардо Симборт Себальос, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(906)275-33-17; эл. почта: e-simbort@mail.ru

Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем

Д.т.н., профессор, заведующий кафедрой В.В. Лалин, аспирант В.А. Рыбаков*, магистрант С.А. Морозов, ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Ключевые слова: кручение; депланация; интерполяционные полиномы; деформация сдвига; бимомент; матрица жесткости; коэффициент влияния формы сечения

В прошлом номере журнала (№8(26), 2011) в статье [1] были рассмотрены новые тонкостенные конечные элементы, отличающиеся количеством степеней свободы, зависящим от способа аппроксимации функций деформаций (кручения и депланации): линейной, квадратичной и кубической.

Была рассмотрена проблема сложности расчета стержневых элементов тонкостенных конструкций и неприменимости к их расчету обычных теорий и методик. Это приводит к необходимости моделирования стержня одним из двух способов: либо в виде линейной оболочки и последующего моделирования с помощью метода конечных элементов в программных комплексах SCAD, Lira, SOFiSTiK и т.д. [2,3,4,5,6,7,8 и др.]; либо введением седьмой степени свободы тонкостенного стержня [9,10,11,12,13,14] в аналитических или численных методах.

Отмечалась доминирующая важность **бимомента** среди прочих статических силовых факторов, возникающих при стесненном кручении, и даже среди функций перемещений, ввиду того, что именно бимомент является силовым фактором, вносящим наибольший вклад в формулу для вычисления нормальных напряжений, отвечающих за прочность конструкции (первая группа предельных состояний). Данное обстоятельство подтверждено теоретическими и экспериментальными исследованиями [10,11,13 и др.].

В новом СП 16.13330.2011 «Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*», введенном в действие с 20 мая 2011 г., бимомент B как силовой фактор фигурирует наравне с остальными силовыми факторами M_x , M_y , о чем свидетельствует формула (43) этого нормативного документа для поперечно-изгибаемых элементов сплошного сечения:

$$\frac{M_x}{I_{xn}R_y\gamma_c}y \pm \frac{M_y}{I_{yn}R_y\gamma_c}x \pm \frac{B\omega}{I_\omega R_y\gamma_c} \le 1$$
(1)

и формулы (105) и (106), аналогичные формуле (1), но для элементов, воспринимающих продольную силу с изгибом.

Целью данной работы является реализация алгоритма метода конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем по полусдвиговой и бессдвиговой теориям расчета.

В статье [1] были построены 4 типа конечных элементов (рис. 1 и 2), соответствующие разным теориям стесненного кручения и количеству степеней свободы, зависящему от способа аппроксимации:

- линейная аппроксимация функций кручения и депланации (рис. 1а);
- квадратичная аппроксимация функции кручения и линейная аппроксимация функции депланации (рис. 1б);
- квадратичная аппроксимация функций кручения и депланации (рис. 1в).
- кубическая аппроксимация функции кручения (рис. 2).

Предложенные матрицы жесткости являются универсальными в применении при расчетах методом конечных элементов как тонкостенных стержней открытого профиля (на основе теорий В.З. Власова [11] и В.И. Сливкера [15]), так и закрытого профиля (на основе теорий А.А. Уманского [16] и Пановко-Джанелидзе [15,17]), ввиду схожести соответствующих дифференциальных уравнений кручения и функционалов энергии деформации.



Рисунок 1. Конечные элементы по полусдвиговой теории: с четырьмя, с пятью и с шестью степенями свободы

Рисунок 2. КЭ по бессдвиговой теории

В данной статье мы продолжим реализацию кубической аппроксимации и рассмотрим некоторые тестовые задачи о стесненном кручении тонкостенного стержня, имеющего различные граничные условия на концах с критической точки зрения – сходимости.

Также рассмотрим данные задачи с точки зрения поиска статических силовых факторов при стесненном кручении: бимомента, секториального крутящего момента и момента чистого кручения.

О коэффициенте влияния формы сечения

Напомним, что отличительной особенностью функционала энергии деформации тонкостенного стержня (2) для полусдвиговой теории [15,18] является то, что функции кручения $\theta(x)$ и депланации $\beta(x)$ представляются как независимые функции:

$$E(\theta,\beta) = \frac{1}{2} \int_{0}^{l} (EI_{\omega}(\beta')^{2} + GI_{d}(\theta')^{2} + GI_{d}\frac{(\theta'-\beta)^{2}}{\psi-1})dx.$$
(2)

В функционале вводится третье слагаемое – так называемая «сдвиго-депланационная» часть, зависящая от параметра ψ , определяемого на основе коэффициента влияния формы сечения μ_{aaa} , о которых далее пойдет речь:

$$\psi = 1 + \frac{\mu_{\omega\omega}I_d}{I_r}; \ \mu_{\omega\omega} = \frac{I_r}{I_{\omega}^2} \int_{(l)}^{l} \frac{S_{\omega\omega}^2}{\delta} ds ,$$
(3)

где δ – толщина профиля; *s* – дуговая (полярная) координата (рис. 3(2)); $S(s)_{o\omega}$ – статический секториальный момент:

$$S_{o\omega} = \int_{s(\Gamma)}^{s} \delta \omega ds; \qquad (4)$$

I_г – полярный момент инерции:

$$I_{r} = \int_{(A)} (y^{2} + z^{2}) dA;$$
 (5)

I_@ – секториальный момент инерции:

$$I_{\omega} = \int_{(A)} \omega^2 dA ;$$
 (6)

О – секториальная координата:

$$\omega(s) = \int_{s(\Gamma)}^{s} r ds ;$$
(7)

I_d – момент инерции при свободном кручении.

В формуле (2) и далее Е и G – соответственно модули упругости и сдвига.

Как видно из формул (4)...(7), процесс вычисления коэффициента влияния формы и, соответственно, параметра Ψ , достаточно трудоемкий. Рассмотрим это на примере швеллерового сечения (рис. 3).



Рисунок 3. Параметры швеллера и направление дуговой координаты

На рис. З введено обозначение координаты центра изгиба, вычисляемого по [11]:

$$\alpha_x = \frac{b^2 \delta_1}{2b\delta_1 + \frac{h\delta}{3}} = \frac{b^2}{2b + \frac{h}{3}},\tag{8}$$

где $\delta_1 = \delta_1$ – соответственно толщины полок и стенки.

Секториальный момент инерции вычислим по [11] на основании момента инерции I_y относительно горизонтальной оси:

$$I_{\omega} = \frac{1}{6} (b - 3\alpha_x) \delta_1 b^2 h^2 + \alpha_x^2 I_y; I_y = \frac{h^3 \delta}{12} + \frac{h^2 b \delta_1}{2}.$$
 (9)

Момент инерции при кручении, по приближенной формуле Джанелидзе [17]:

$$I_{d} \approx \frac{2b+h}{3}\delta^{2}.$$
 (10)

Определим секториальную координату по сечению швеллера и функцию статического секториального момента (таблица 1).

Таблица 1.	Секториальные	координаты	и функция	статического	секториального
момента по учас	ткам сечения:				

№ участка	Границы участка	Формула для вычисления $\mathit{ ilde{O}}(s)$	Формула для вычисления $ \mathrm{S}_{o \omega}(s) $
1	$-\frac{h}{s} < s < \frac{h}{s}$	$\omega(s) = -\alpha s$	$S_{o\omega}(s) = \delta(\frac{hs^2}{4} + \frac{hs}{2}(\frac{h}{2} + \alpha_x) +$
I	2^{-3} 2	$\omega(s) = \omega_x s$	$+\frac{\alpha_x h}{2}(\frac{h}{2}+b)+\frac{h^3}{16}-\frac{hb^2}{4})$
2	$\frac{h}{2} \le s \le \frac{h}{2} + b$	$\omega(s) = -\frac{\alpha_x h}{2} + \frac{h}{2}(s - \frac{h}{2})$	$S_{o\omega}(s) = \delta(\frac{bh}{4}(2\alpha_x - b) - \frac{\alpha_x s^2}{4} + \frac{h^3}{16})$
3	$-\frac{h}{2} \le s \le -\frac{h}{2} - b$	$\omega(s) = \frac{\alpha_x h}{2} - \frac{h}{2}(s - \frac{h}{2})$	$S_{o\omega}(s) = \delta(\frac{bh}{4}(2\alpha_x - b) + \frac{hs^2}{4} - \frac{hs}{2}(\frac{h}{2} + \alpha_x) + \frac{\alpha_x h^2}{2} + \frac{\alpha_x h^2}{16})$

Для вычисления квадрата функции секториального статического момента и интеграла (3) введем следующие обозначения постоянных a_i , b_i , c_i (где i - номер участка) и запишем значения интеграла для каждого участка:

$$S_{o\omega}(s) = a_i s^2 + b_i s + c_i .$$
⁽¹¹⁾

Тогда значение интеграла составит на каждом участке:

$$\int_{(l)}^{l} \frac{S_{o\omega}^{2}}{\delta} ds = \int_{(l)}^{l} \frac{(a_{i}s^{2} + b_{i}s + c)^{2}}{\delta} ds = \frac{1}{\delta} \left(\frac{a_{i}^{2}}{5}s^{5} + \frac{a_{i}b_{i}}{2}s^{4} + \frac{(b_{i}^{2} + 2a_{i}c_{i})}{3}s^{3}b_{i}c_{i}s^{2} + c_{i}^{2}s\right)\Big|_{(l)}^{i}.$$
 (12)

Окончательно формула (12) для каждого участка представлена в таблице 2.

Таблица 2. Формулы для интегральной составляющей коэффициента влияния формы сечения

№ уч-ка	Формулы для постоянных	Формулы для вычисления интеграла
1	$a_{1} = \delta \frac{h}{4}; b_{1} = \delta \frac{h}{2} (\frac{h}{2} + \alpha_{x});$ $c_{1} = \delta (\frac{\alpha_{x}h}{2} (\frac{h}{2} + b) + \frac{h^{3}}{16} - \frac{hb^{2}}{4})$	$\int_{-\frac{h}{2}-b}^{\frac{h}{2}} \frac{S_{oo}^{2}}{\delta} ds = \frac{1}{\delta} \left(\frac{a_{1}^{2}}{5} \left(\left(\frac{h}{2} + b \right)^{5} - \left(\frac{h}{2} \right)^{5} \right) + \frac{a_{1}b_{1}}{2} \left(\left(\frac{h}{2} \right)^{4} - \left(\frac{h}{2} + b \right)^{4} \right) + \frac{(b_{1}^{2} + 2a_{1}c_{1})}{3} \left(\left(\frac{h}{2} + b \right)^{3} - \left(\frac{h}{2} \right)^{3} \right) + b_{1}c_{1} \left(\left(\frac{h}{2} \right)^{2} - \left(\frac{h}{2} + b \right)^{2} \right) + c_{1}^{2}b \right)$
2	$a_2 = -\delta \frac{\alpha_x}{4}; b_2 = 0;$ $c_2 = \delta (\frac{bh}{4} (2\alpha_x - b) + \frac{\alpha_x h^2}{8})$	$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{S_{o\omega}^2}{\delta} ds = \frac{1}{\delta} \left(\frac{2a_2^2}{5} \left(\frac{h}{2} \right)^5 + \frac{4a_2c_2}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^3 + c_2^2 h \right)$
3	$a_{3} = \delta \frac{h}{4}; b_{3} = -\delta \frac{h}{2} (\frac{h}{2} + \alpha_{x});$ $c_{3} = \delta (\frac{\alpha_{x}h}{2} (\frac{h}{2} + b) + \frac{h^{3}}{16} - \frac{hb^{2}}{4})$	$\frac{\int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+b} \frac{S_{o\omega}^{2}}{\delta} ds = \frac{1}{\delta} \left(\frac{a_{3}^{2}}{5} \left(\left(\frac{h}{2} + b \right)^{5} - \left(\frac{h}{2} \right)^{5} \right) + \frac{a_{3}b_{3}}{2} \left(\left(\frac{h}{2} + b \right)^{4} - \left(\frac{h}{2} \right)^{4} \right) + \frac{(b_{3}^{2} + 2a_{3}c_{3})}{3} \left(\left(\frac{h}{2} + b \right)^{3} - \left(\frac{h}{2} \right)^{3} \right) + b_{3}c_{3} \left(\left(\frac{h}{2} + b \right)^{2} - \left(\frac{h}{2} \right)^{2} \right) + c_{3}^{2}b \right)$
	Нетрудно доказать, что $\int_{-\frac{h}{2}-b}^{-\frac{h}{2}} \frac{\mathbf{S}_{o}^{2}}{\delta}$	$\frac{\omega}{\delta} d\mathbf{s} = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+b} \frac{\mathbf{S}_{o\omega}^2}{\delta} d\mathbf{s} .$

С учетом суммарного по участкам интеграла (таблица 2) искомый параметр ψ, определяемый по формуле (3), составит:

$$\psi = 1 + \frac{I_d}{I_{\omega}^2} \int_{(I)} \frac{S_{\omega\omega}^2}{\delta} d\mathbf{s} = 1 + \frac{I_d}{I_{\omega}^2} \cdot \left(2 \int_{-\frac{h}{2}-b}^{\frac{h}{2}} \frac{S_{\omega\omega}^2}{\delta} d\mathbf{s} + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{S_{\omega\omega}^2}{\delta} d\mathbf{s}\right).$$
(13)

Как показали численные эксперименты, значение параметра ψ для наиболее часто встречающихся на практике оцинкованных холодногнутых швеллеровых профилей колеблется в пределах от 1,0024 до 1,00086. Таким образом, с учетом малости деформации сдвига γ_{ω} , третье слагаемое подынтегрального выражения функционала (2) представляет собой неопределенность 0

типа $\frac{0}{0}$, поэтому данный параметр требует особой точности при решении практических задач.

Аналитическое решение уравнения полусдвиговой теории

Пример 1. Тонкостенная консольная балка

Рассмотрим тонкостенный стержень (рис. 4), жестко закрепленный с одной стороны и консольно свисающий с другой стороны, загруженный равномерно распределенной нагрузкой *q*, приложенной с эксцентриситетом *e*:

Тогда внешний распределенный крутящий момент m_{χ} составит:

$$m_x = q \cdot e$$





Согласно [15], дифференциальное уравнение кручения записывается в виде:

$$\psi EI_{\omega} \beta^{\prime \prime \prime} - GI_d \beta^{\prime} = m_x. \tag{14}$$

Зададим граничные условия для левого и правого концов:

$$x = 0: \theta = 0, \ \beta = 0$$

 $x = l: B_{\omega} = 0, \ M = 0,$ (15)

где M – крутящий момент в сечении, состоящий из момента чистого кручения H и момента стесненного кручения M_{a} :

$$M = H + M_{\omega} = GI_d \theta' + \frac{GI_d}{\psi - 1} (\theta' - \beta);$$
(16)

*B*_{*w*} – бимомент в сечении, определяемый в полусдвиговой теории [15] как

$$B_{\omega} = -EI_{\omega}\beta^{\prime}.$$
⁽¹⁷⁾

Приравняв бимомент к нулю (17), получим:

$$\beta' = 0. \tag{18}$$

Домножив выражение (16) на $\frac{\psi-1}{GI_d}$ и упростив его, получим:

$$\psi \theta' = \beta \,. \tag{19}$$

Таким образом, граничные условия при *x* = *l* окончательно определятся выражениями (18) и (19).

Введя обозначение $\beta' = \alpha$, перепишем дифференциальное уравнение (14) в классической математической постановке [19]:

$$\alpha^{\prime\prime\prime} - k^2 \alpha = \frac{m_x}{\psi E I_{\omega}},$$
(20)

где введено обозначение характеристического числа $k = \sqrt{\frac{GI_d}{\psi EI_{\omega}}}$, являющегося изгибно-

крутильной характеристикой для полусдвиговой теории.

Данное дифференциальное уравнение является уравнением 2-го порядка, решение которого имеет общий вид [19]:

$$\alpha = Ach(kx) + Bsh(kx) - \frac{m_x}{k^2 \psi E I_{\omega}}.$$
(21)

Проинтегрировав уравнение (21) по x, получим выражение для депланации β :

$$\beta = \frac{A}{k}sh(kx) + \frac{B}{k}ch(kx) - \frac{m_x x}{k^2 \psi EI_{\omega}} + C.$$
(22)

Зададим сформулированные выше граничные условия.

Подставив значение депланации в начале стержня (15) в (22), получим:

$$-\frac{B}{k} = C.$$
 (23)

Подставим граничное условие (18) в (22), получим:

$$A = -\frac{Bsh(kx)}{ch(kx)} + \frac{m_x x}{k^2 \psi E I_\omega ch(kx)}.$$
(24)

Далее, для того, чтобы воспользоваться двумя другими граничными условиями, выразим функции θ и β друг через друга. В [15] приведено выражение:

$$\mathrm{EI}_{\omega}\beta^{\prime\prime} - \frac{r^2 G A}{\mu_{\omega\omega}} (\theta^{\prime} - \beta) = 0, \qquad (25)$$

откуда:

$$\theta' = \beta - \frac{\mathrm{EI}_{\omega}}{r^2 G A} \mu_{\omega\omega} \beta''$$
(26)

По определению (3), $\mu_{\omega\omega} = \frac{(\psi - 1)I_r}{I_d}$, а квадрат радиуса инерции $r^2 = \frac{I_r}{A}$. Тогда (26)

можно переписать в виде:

$$\theta' = \beta - \frac{\psi - 1}{\psi k^2} \beta'' \,. \tag{27}$$

Выразив из граничного условия (19) θ' и подставив его в (27), получим

$$\beta^{\prime\prime} = k^2 \beta \,. \tag{28}$$

Далее 2 раза продифференцируем выражение (22) и получим:

$$\beta^{\prime\prime} = kAsh(kx) + kBch(kx).$$
⁽²⁹⁾

Подставив (22) и (29) в (28), а также положив x = l, получим:

$$C = \frac{m_x l}{k^2 \psi E I_{\omega}}.$$
(30)

$$B = -\frac{m_x l}{k\psi E I_{\omega}}.$$
(31)

Тогда формула (24) перепишется в виде:

$$A = \frac{m_x}{k^2 \psi EI_{\omega} ch(kl)} + \frac{m_x l}{k \psi EI_{\omega} ch(kx)}.$$
(32)

Подставив найденные константы *A* и *B* в выражение (21), а затем – в (17), получим выражение для бимомента в каждом сечении стержня по длине:

$$B_{\omega}(x) = \frac{-m_x}{k^2 \psi \cdot ch(kl)} (ch(kx) - ch(kl) + kl \cdot sh(k(l-x)))$$
(33)

Согласно [12, стр.61] бимомент по теории В.З. Власова для консольного стержня выражается зависимостью:

$$B_{\omega}^{*}(x) = \frac{-m_{x}}{k^{*2} \cdot ch(k^{*}l)} (ch(k^{*}x) - ch(k^{*}l) + k^{*}l \cdot sh(k^{*}(l-x)));$$
(34)

$$k^* = \sqrt{\frac{GI_d}{EI_{\omega}}}$$
(35)

Таким образом, полученное решение по своей форме идентично решению В.З. Власова для «бессдвиговой» теории тонкостенных стержней и отличается от него лишь только наличием в знаменателе параметра Ψ и отличием выражений для изгибно-крутильной характеристики k.

Подставив константы (30),(31) и (32) в (22), получим выражение для депланации:

$$\beta(x) = \frac{m}{EI_{\omega}k^3 \cdot ch(kl)} \Big[k(l-x) \cdot ch(kx) + sh(kx) - kl \cdot ch(k(l-x))\Big], \tag{36}$$

которое также совпадает с выражением по Власову [12, 17] с точностью до аналогии величин k и k^* .

Пример 2. Жестко защемленная с двух сторон тонкостенная балка

Рассмотрим тонкостенный стержень, жестко закрепленный с двух сторон, загруженный равномерно распределенной нагрузкой *q*, приложенной с эксцентриситетом *e* (рис. 5).



Рисунок 5. Стержень, жестко защемленный с двух сторон

Дифференциальным уравнением кручения стержня будет служить уравнение (14), а его решением – выражение (22).

Граничные условия для обоих концов (x = 0 и x = l):

$$\beta = 0. \tag{37}$$

В силу идентичности условий закрепления на левом конце с предыдущей задачей останется в силе выражение (23).

Закрепление на правом конце (выражение для депланации (22)):

$$\frac{A}{k}sh(kl) + \frac{B}{k}ch(kl) - \frac{m_x l}{k^2 \psi E I_{\omega}} + C = 0.$$
(38)

В силу симметрии условий загружения и опирания, центральное сечение не может депланировать в ту или другую сторону. Поэтому это же условие выполнится и при $x = \frac{l}{2}$:

$$\frac{A}{k}sh(\frac{kl}{2}) + \frac{B}{k}ch(\frac{kl}{2}) - \frac{m_{x}l}{2k^{2}\psi EI_{\omega}} + C = 0.$$
(39)

Подставим (23) в (38) и (39) и запишем получившуюся систему уравнений относительно постоянных *A* и *B*, перегруппировав слагаемые:

$$\begin{cases} A \cdot sh(kl) + B \cdot (ch(kl) - 1) = \frac{m_x l}{k\psi E I_{\omega}} \\ A \cdot sh(\frac{kl}{2}) + B \cdot (ch(\frac{kl}{2}) - 1) = \frac{m_x l}{2k\psi E I_{\omega}} \end{cases}$$
(40)

Решая систему (40), получаем:

$$\begin{cases} A = \frac{m_x l}{2k\psi E I_{\omega} \cdot sh(kl)} (1 + ch(kl)) \\ B = -\frac{m_x l}{2k\psi E I_{\omega}} \end{cases}$$
(41)

Подставив найденные константы A и B в выражения (23) и затем (22), получим выражение для функции депланации:

$$\beta(x) = \frac{m_x}{2GI_d} \left(\frac{sh(k(x-l)) + sh(kx)}{sh(kl)} \cdot l + l - 2x \right).$$
(42)

Данное выражение можно преобразовать с учетом свойств гиперболических функций:

$$\beta(x) = \frac{m_x}{GI_d} \left(\frac{sh(k(x - \frac{l}{2}))}{sh(\frac{kl}{2})} + \frac{l}{2} - x \right).$$
(43)

Данное выражение полностью совпадает с выражением, полученным В.З. Власовым [12] с точностью до выражения изгибно-крутильной характеристики *k* (см. формулу (35))

Продифференцировав (43) и домножив на секториальную жесткость (17), получим выражение для бимомента:

$$B_{\omega}(x) = \frac{m_x}{\psi k^2} \left[1 - \frac{kl}{2} \frac{ch(k(x - \frac{l}{2}))}{sh\frac{kl}{2}} \right].$$
 (44)

Проинтегрировав формулу (27) ивзяв в качестве незадействованного граничного условия равенство нулю угла поворота в начале стержня ($\theta(0) = 0$), получимугол закручивания:

$$\theta(x) = \frac{m}{EI_{\omega}k^{3}} \left[\frac{kx(x-l)}{2} - l \frac{sh\frac{kx}{2}sh\frac{k(x-l)}{2}}{sh\frac{kl}{2}} \right].$$
(45)

Численные решения уравнения полусдвиговой теории

Рассмотрим ниже основные типы линейных одномерных задач с использованием конечных элементов, предложенных в [1,20, 21, 22].

В качестве модели исследования возьмем тонкостенный профиль производства ООО «Балтпрофиль» по ТУ 1121-001-1383-0080-2003. Профили стальные оцинкованные для системы каркасного строительства (рис. 6).



Рисунок 6. Тонкостенный профиль ПН 150-1,5

Рисунок 7. Схема приложения нагрузки

Таблица 3. Геометрические характеристики профиля ПН 150-1,5

	Параметр	Значение	Единицы измерения
l _d	Момент инерции при свободном кручении	0,028125	CM ⁴
l _w	Секториальный момент инерции	351,5625	СМ ⁶
l _u	Максимальный момент инерции	126,5625	CM ⁴
α_{x}	Координата центра изгиба по оси Ү	1,6667	СМ

G=0,81*10⁶ кгс/см² и E=2,1*10⁶ кгс/см² – модули сдвига и упругости стали C-255.

В качестве «тестовой» нагрузки приложим равномерно распределенную по длине единичную нагрузку q=1 кгс/м с эксцентриситетом *е*.

Дело в том, что при приложении равномерно распределенной нагрузки и доведении ее до максимального (разрушающего) значения ввиду достаточно большой податливости профиля верхней полки, которая будет существенно деформироваться, профиль потеряет свою первоначальную геометрическую форму. Нагрузка, в большинстве случаев являясь «штамповой», т.е. более жесткой, чем профиль по своей природе, будет уже невплотную прилегать к полке. Для косвенного учета этой геометрической нелинейности приложим нагрузку не равномерно по полке, а по закону треугольника [10]. Тогда результирующий вектор нагрузки пройдет через центр тяжести эпюры нагрузки, лежащей в точке пересечения медиан треугольника, т.е. на расстоянии

 $\frac{v}{2}$ от края стенки.

Как видно из рисунка 7, полный эксцентриситет приложения нагрузки будет складываться из эксцентриситета, обусловленного несовпадением центра тяжести и центра изгиба поперечного сечения α_x , (равного Y_b -координате центра изгиба по оси у) и непосредственного эксцентриситета приложения нагрузки, равного:

$$e = \alpha_x + \frac{b}{3} = 1,682 + \frac{5}{3} = 3,35 \text{ см.}$$
 (46)

Решение задачи в бессдвиговой теории

Рассмотрим стержень, опорные сечения которого закреплены от перемещений как в плоскости этого сечения, так и из плоскости. Это значит, что опорные сечения не только не имеют углов закручивания, но также не могут перемещаться из своей плоскости. Граничные условия в этом случае будут:

$$npu \ x = 0, \quad 1)\theta = 0; \ 2)\theta' = 0; \\ npu \ x = l, \quad 3)\theta = 0; \ 4)\theta' = 0 \ (47)$$

Аналитические решения в такой задаче для функций кручения и депланации, бимомента, секториального крутящего момента и момента чистого кручения согласно [11] составят соответственно:

$$\theta = \frac{qe}{EI_{\omega}k^{*3}} \left[\frac{k^{*}z(x-l)}{2} - l \frac{sh\frac{k^{*}x}{2}sh\frac{k^{*}(x-l)}{2}}{sh\frac{k^{*}l}{2}} \right], \qquad (48)$$

$$\theta' = \frac{qe}{Ek^{*2}I_{\omega}} \left[x - \frac{l}{2} - \frac{lsh(k^{*}(x-\frac{l}{2}))}{2sh\frac{k^{*}l}{2}} \right], \qquad (49)$$

$$B_{\omega} = -\frac{qe}{k^{*2}} \left[1 - \frac{k^{*}l}{2} \frac{ch(k^{*}(x-\frac{l}{2}))}{sh\frac{k^{*}l}{2}} \right]. \qquad (50)$$

Чтобы получить численные решения для обозначенной задачи, зададим граничные условия (47), преобразовав матрицу жесткости системы (2.17).

$$[K^{(i)}][U^{(i)}] = [P^{(i)}] \text{ или } \begin{cases} k_{11}^{(i)}\theta_1 + k_{12}^{(i)}\theta_1' + \dots + k_{1n}^{(i)}\theta_2' = P_1 \\ k_{21}^{(i)}\theta_1 + k_{22}^{(i)}\theta_1' + \dots + k_{2n}^{(i)}\theta_2' = P_2 \\ \dots \\ k_{n1}^{(i)}\theta_1 + k_{n2}^{(i)}\theta_1' + \dots + k_{nn}^{(i)}\theta_2' = P_n \end{cases}$$
(51)

Первые две строчки системы уравнений (51) свидетельствуют о равенстве нулю соответственно угла закручивания и депланации, т.е. могут быть записаны в виде:

$$k_{11}^{(1)}\theta_1 = 0; k_{22}^{(1)}\theta_1' = 0.$$
(52)

Аналогичным образом на другом конце стержня:

_

$$k_{33}^{(n)}\theta_{n+1} = 0; k_{22}^{(1)}\theta_1^{/} = 0.$$
(53)

Однако в силу теоремы Бетти [23], матрица жесткости системы является симметричной матрицей, т.е. $k_{ij} = k_{ji}$. Поэтому для автоматического выполнения условий (52) и (53),а также теоремы Бетти, при разбиении данного стержня на любое количество конечных элементов нужно:

 «обнулить» две первых и две последних строчки и столбца матрицы [К] за исключением элементов главной диагонали, как это показано на примере разбиения на 4КЭ для данной задачи (рис. 8);

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21365
0	0	0	0	0	0	0	0	0	39602813	0
2,5115	0	0	0	0	789778,1	-21365	0	42729	0	0
0	0	0	0	0	19630547	-789778	79205625	0	0	0
2,5115	0	0	789778,1	-21365	0	42729	-789778	-21365	0	0
0	0	0	19630547	-789778	79205625	0	19630547	789778	0	0
2,5115	0	0	0	42729	-789778	-21365	0	0	0	0
0	0	0	79205625	0	19630547	789778	0	0	0	0
0	0	21365	0	0	0	0	0	0	0	0
0	39602813	0	0	0	0	0	0	0	0	0



2) «обнулить» две первых и два последних числа столбца вектора нагрузок [P] (рис. 8, правая часть).

Решая систему уравнений (51) при разных шагах разбиения стержня, получим ряд зависимостей функций перемещения и усилий от координаты по длине балки (рис. 9-11).

Результаты, показанные на графиках, сведены в таблицу 4.



Рисунок 9. График функции кручения по бессдвиговой теории



Рисунок 10. График функции депланации по бессдвиговой теории



Рисунок 11. График распределения бимомента по бессдвиговой теории

	-	-		•		-		
		КЭ Размер КЭ, см	Характерные значения параметров					
№ п/п	Кол-во КЭ		$\theta_{\rm max}$, 10 ⁻⁴	$eta_{ ext{max}}$, 10 ⁻⁶ см ⁻¹	B^{on}_{ω} , кгс*см²	B^{np}_{ω} , кгс*см²		
1	1	300	-	-	-	_		
2	2	150	8,94648	0	-176,13	176,13		
3	4	75	8,94669	8,92095	-222,93	130,36		
4	8	37,5	8,94693	8,92128	-235,70	119,62		
5	16	18,75	8,94695	9,10422	-239,08	116,98		
6	аналитическое решение		8,94695	9,10422	-240,24	116,10		

Таблица 4. Результаты численного эксперимента по бессдвиговой теории

Сходимость данного вида аппроксимации достаточно очевидна; точное решение в пределах допустимой инженерной погрешности достигается уже при разбиении на 8 конечных элементов, однако данный метод не подходит для решения задач о стесненном кручении тонкостенных стержней открытого и комбинированного профилей.

Решение задачи в полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функций кручения и депланации

В данном параграфе рассмотрим универсальный метод, позволяющий решить задачи о стесненном кручении тонкостенных стержней любых типов, основанный на полусдвиговой теории [15], на примере, приведенном в предыдущем разделе.

Решая систему разрешающих уравнений, аналогичную (51) и сформированную на основании матриц жесткости конечных элементов, предложенных в [1], получим графики зависимости функций кручения и депланации, а также бимомента (соответственно рис. 12,13,14).

Граничные условия зададим по формулам, аналогичным (52) и (53), полагая eta вместо heta', и далее – «обнулением» соответствующих строчек.

Результаты вычислений сведены в таблицу 5.

Таблица 5. Результаты численного эксперимента для балки, жестко защемленной по краям при линейной аппроксимации функций перемещений

		Размер КЭ, см	Характерные значения параметров				
№ п/п	Кол-во КЭ		$ heta_{ m max}$,10 ⁻⁴	$eta_{ ext{max}}$,10 ⁻⁶ см ⁻¹	$B^{{\scriptscriptstyle On}}_{\omega}$,кгс*см²	$B^{^{np}}_{\omega}$,кгс*см²	
1	1	300	-	-	-	-	
2	2	150	0,161635	0,00000	0,000	0,000	
3	4	75	0,644649	0,644649	-6,346	6,346	
4	8	37,5	2,04298	2,0078	-34,667	24,671	
5	16	18,75	4,8821	4,88049	-104,171	55,895	
6	32	9,375	7,48119	7,53879	-178,034	88,742	
7	64	4,6875	8,62977	8,7033	-216,569	106,315	
8	аналитическое решение		8,67662	9,17292	-240,35	115,163	

По результатам численного эксперимента, отображенным на графиках (рис. 12-14) и сведенным в таблицу 5, можно сделать следующие общие выводы и замечания.

- 1. При линейной аппроксимации функций перемещения *θ* и *β* наблюдается очень низкая скорость сходимости. Численные решения, удовлетворяющие инженерной точности, достигаются лишь при разбиении на 64 КЭ.
- 2. Сходимость бимомента, как наиболее важного силового фактора, наблюдается также при разбиении на 64 конечных элемента.
- 3. Такие силовые факторы как бимомент и момент чистого кручения являются постоянными величинами в пределах одного конечного элемента. Данное обстоятельство сказывается на том, что значения этих силовых факторов в опорных сечениях без дополнительной интерполяции определить не удается.

4. Секториальный крутящий момент является линейной функцией и потому может быть определен в узловых сечениях. Однако значения на правом и левом узлах двух соседних конечных элементах существенно друг от друга отличаются, вплоть до знака. Представленные на графике узловые значения, взятые как среднее арифметическое, имеют слабую сходимость, даже при разбиении на 64 конечных элемента не удовлетворяющую требованиям инженерной точности.

Из вышесказанного следует, что линейная аппроксимация функций перемещений не рекомендуется для расчетов тонкостенных стержневых элементов.



Рисунок 12. График функции кручения по полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функций перемещений



Рисунок 13. График функции депланации по полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функций перемещений

Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А. Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем



Рисунок 14. График распределения бимомента по полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функций перемещений

Решение задачи в полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функции кручения и квадратичной аппроксимации функции депланации

В данном параграфе рассмотрено решение ранее обозначенной задачи, но при квадратичной аппроксимации функции кручения. При данном типе аппроксимации производная θ' окажется линейной функцией и, таким образом, разность двух линейных величин θ' и β , входящая в третье слагаемое функционала (2), будет вычислена более точно. Данное обстоятельство повысит точность алгоритма и, соответственно, скорость сходимости неизвестных.

На рис. 15-17 представлены графики зависимости функций кручения и депланации, а также бимомента.



Рисунок 15. График функции кручения по полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функций кручения и квадратичной аппроксимации функции депланации



Рисунок 16. График функции депланации по полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функций кручения и квадратичной аппроксимации функции депланации



Рисунок 17. График распределения бимомента по полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функций кручения и квадратичной аппроксимации функции депланации

Таблица 6. Результаты численного эксперимента для балки, жестко защемленной по краям, при линейной и квадратичной аппроксимациях функций перемещений

№ п/п	Кол-во КЭ	Размер КЭ, см	Характерные значения параметров					
			$ heta_{ m max}$,10 ⁻⁴	$eta_{ m max}$,10 ⁻⁶ см ⁻¹	B^{on}_{ω} ,кгс*см 2	$B^{ np}_{ \omega}$,кгс*см $^{f 2}$		
1	1	300	-	-	-	-		
2	2	150	0,16153	0	-	-		
3	4	75	6,9319	9,0360	-133,422	133,422		
4	8	37,5	8,55584	8,9434	-186,512	116,953		
5	16	18,75	8,89579	9,1036	-213,065	116,093		
6	32	9,375	9,05818	9,16211	-226,491	116,018		
7	аналитическое решение		8,9745	9,17292	-240,35	115,163		

По результатам численного эксперимента, отображенным на графиках (рис. 15-17) и сведенным в таблицу 6, можно сделать следующее заключение: при данном типе аппроксимации функций θ и β наблюдается достаточно высокая скорость сходимости. Так, например, численные решения, удовлетворяющие инженерной точности, достигаются уже при разбиении на 8 КЭ.

Однако функция бимомента оказывается ступенчатой. Как показали предварительные исследования, простые виды аппроксимаций (осреднение значений по элементам в узле либо принятие полученных постоянных на элементе значений только в центре соответствующих элементов) являются неэффективными с точки зрения точности.

Далее в статье рассмотрим два варианта решения данной проблемы:

- 1) использование квадратичной аппроксимации функции депланации, приводящей к линейному распределению бимомента в пределах элемента (п. 3.4);
- 2) сопряженная аппроксимация узловых значений с сохранением линейной аппроксимации функции депланации (п. 3.5).

Решение задачи в полусдвиговой теории при квадратичной аппроксимации функций кручения и депланации

На рисунках 18-20 представлены графики зависимости функций кручения и депланации, а также бимомента, для ранее обозначенной задачи, но при способе квадратичной аппроксимации. Конечные элементы, необходимые для решения данной задачи, построены ранее в [1].



Рисунок 18. График функции кручения по полусдвиговой теории при квадратичной аппроксимации функций перемещений



Рисунок 19. График функции депланации по полусдвиговой теории при квадратичной аппроксимации функций перемещений





Таблица 7. Результаты численного эксперимента для балки, жестко защемленной по краям, при квадратичной аппроксимации функций перемещений

№ п/п	Кол-во КЭ	Размер КЭ, см	Характерные значения параметров					
			$ heta_{ m max}$,10 ⁻⁴	${eta}_{ m max}$,10 ⁻⁶ см ⁻¹	B^{on}_{ω} ,кгс*см $^{f 2}$	$B^{\it np}_{\it \omega}$,кгс*см 2		
1	1	300	-	-	-	-		
2	2	150	0,9022	0,0000	-14,59	14,59		
3	4	75	7,4846	9,00447	-123,19	99,51		
4	8	37,5	8,86446	8,92597	-201,67	115,20		
5	16	18,75	9,07076	9,09709	-232,10	116,48		
6	аналит	ическое решение	8,9745	9,17292	-240,35	115,163		

Как видно из таблицы 7, наблюдается достаточно приемлемая скорость аппроксимации, и требуемая сходимость достигается при разбиении на 8 конечных элементов, а сходимость бимоментов по краям – при 16 элементах.

Сопряженная аппроксимация бимомента и момента чистого кручения

Одним из недостатков применения линейных интерполяционных полиномов функции является невозможность получения градиентов как функций х. Градиент и любая связанная с ним величина получаются постоянными внутри элемента. Чтобы иметь более приемлемые значения узловых величин применяются различные методы усреднения. Можно, например, в качестве значения градиента в данном узле принять среднюю по двум соседним с этим узлом элементам величину, что является самым простым и, соответственно, самым приближенным способом.

Узловые значения усилий элемента (бимомент, секториальный крутящий момент и др.) можно также получить с помощью теории сопряженной аппроксимации. [24,25,26]. Этот способ дает значения статических силовых факторов элемента, согласованные с аппроксимирующими полиномами для векторной или скалярной величины.

Представим бимомент как линейную функцию в пределах одного конечного элемента (i):

$$B_{\omega}^{(i)}(x) = \mathcal{G}_{1}^{(i)}B_{2i-1} + \mathcal{G}_{2}^{(i)}B_{2i+1},$$
(54)

где $\Im_1^{(i)}, \Im_2^{(i)}$ – линейные полиномы [1].

Тогда узловые значения бимомента получаются решением системы уравнений:

$$[C] \cdot [B_{\omega}] = [R], \tag{55}$$

где $[B_{\omega}]$ – столбец узловых бимоментов:

$$[B_{\omega}] = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & B_3 & \dots & B_i & \dots & B_{n+1} \end{pmatrix}^T;$$
(56)

[C] – матрица размерностью n x n, определяемая как сумма матриц элементов вида:

$$[C^{(i)}] = \int_{0}^{l} [\mathcal{P}^{(i)}]^{T} \cdot [\mathcal{P}^{(i)}] dx = \begin{pmatrix} \frac{l}{3} & \frac{l}{6} \\ \frac{l}{6} & \frac{l}{3} \end{pmatrix};$$
(57)

[R] – столбец, являющийся суммой поэлементных векторов, определяемых равенством:

$$[R^{(i)}] = \int_{0}^{l} B_{\omega}^{(i)} \cdot [\mathcal{P}^{(i)}]^{T} dx, \qquad (58)$$

где $B_{\omega}^{(i)}$ – бимомент в пределах одного конечного элемента, являющийся постоянной величиной на элементе.

Или, с учетом постоянства исходного бимомента в пределах конечного элемента:

$$[R^{(i)}] = B_{\omega}^{(i)} \left(\frac{l}{2} \\ \frac{l}{2}\right).$$
(59)

Распишем систему уравнений (55):

$$[K] = \begin{pmatrix} C_{11}^{(1)} & C_{12}^{(1)} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ C_{21}^{(1)} & C_{22}^{(1)} + C_{11}^{(2)} & C_{12}^{(1)} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{21}^{(2)} & C_{22}^{(1)} + C_{11}^{(2)} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & C_{22}^{(i-1)} + C_{11}^{(i)} & C_{12}^{(i)} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & C_{12}^{(n)} & C_{22}^{(n)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \dots \\ B_i \\ \dots \\ B_{i} \\ \dots \\ B_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1^{(1)} \\ R_2^{(1)} + R_1^{(2)} \\ R_2^{(2)} + R_1^{(3)} \\ \dots \\ R_2^{(n)} + R_1^{(3)} \\ \dots \\ R_2^{(n)} \end{pmatrix}$$
(60)

и определим узловые неизвестные (56).

Аналогичным образом можно определить столбец узловых значений момента чистого кручения.

Далее рассматривается пример использования сопряженной аппроксимации для значений бимомента, вычисленного по полусдвиговой теории при линейной аппроксимации функции депланации и квадратичной аппроксимации функции кручения. Результаты сведены в таблицу 8 и представлены в виде графика (рис. 21).



Рисунок 21. График распределения бимомента по полусдвиговой теории после сопряженной аппроксимации

			Значения B_{ω} , кгс*см 2 при х, см									
№ Кол- п/п КЭ		⁻ Размер КЭ, см	x = 0		<i>x</i> = 75			x = 150 (центр)			<i>x</i> =225	<i>x</i> =300
			МКЭ	сопряж.	м	кэ	сопряж.	М	кэ	сопряж.		
			B^{cnpaba}_{ω}	B _w	$B_{\omega}^{{}_{c\!{}_{c\!{}}}$ слева	B^{cnpaba}_{ω}	B _w	$B_{\omega}^{cлева}$	B^{cnpaba}_{ω}	B _w		
1	1	300	-	-	-	-	-	-	-	-	ОН	우
2	2	150	0,0000	-	0,0000	0	-	0	0	-	ьиd.	лиd
3	4	75	-88,948	-133,422	-88,948	88,948	0	88,948	88,948	133,422	мет	мет
4	8	37,5	-155,717	-186,515	-20,356	66,373	34,7809	109,3425	109,3425	116,953	МИС	МИХ
5	16	18,75	-194,495	-213,065	7,2018	50,5179	30,908	114,3377	114,3377	116,093		
6	32	9,375	-217,137	226,491	19,4555	41,0854	30,7472	115,5802	115,5802	116,018		
	Аналитич.реш		-24	0,35		30,77			115,163			

Таблица 8. Результаты сопряженной аппроксимации функции бимомента
Сходимость бимомента, полученная методом сопряженной аппроксимации, наблюдается также при разбиении на 8 конечных элементов. Однако бимомент в опорно-концевых сечениях даже при разбиении стержня на 32 конечных элемента не дает требуемой инженерной точности, что свидетельствует о недостаточности разбиения.

Из вышесказанного следует, что линейная аппроксимация функций кручения и квадратичная аппроксимация функции депланации при сопряженной аппроксимации узловых неизвестных может быть использована для расчетов при разбиении минимум на 8 КЭ.

Выводы

- 1. Получены формулы для вычисления коэффициента влияния формы сечения для швеллерового профиля, необходимые для применения полусдвиговой теории стесненного кручения тонкостенных стержней.
- 2. На конкретных примерах (рис.3) показана сходимость предложенных конечных элементов, скорость которой зависит от типа аппроксимации базисных функций.
- Показано, что линейная аппроксимация функций перемещений не может быть рекомендована для расчетов тонкостенных стержневых элементов при разбиении стержня менее чем на 64 КЭ.
- 4. Показано, что линейная аппроксимация функций кручения и квадратичная аппроксимация функции депланации при сопряженной аппроксимации узловых неизвестных может быть использована для расчетов при разбиении минимум на 8 КЭ.
- 5. Метод квадратичной аппроксимации базисных функций предложен как наиболее подходящий для практических расчетов на прочность тонкостенных конструкций, имеющий оптимальное соотношение между скоростью сходимости и простотой реализации.
- Получены аналитические решения для основных силовых факторов и деформаций по полусдвиговой теории для четырех наиболее часто встречающихся в инженерной практике простых расчетных схем, загруженных равномерно распределенной нагрузкой с эксцентриситетом.

Литература

- 1. Лалин В. В., Рыбаков В.А. Конечные элементы для расчета ограждающих конструкций из тонкостенных профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. №8(26). С. 69-80.
- 2. Гордеева А. О., Ватин Н. И. Расчетная конечно-элементная модель холодногнутого перфорированного тонкостенного стержня в программно-вычислительном комплексе SCAD Office // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3(21). С. 36-46.
- 3. Смазнов Д. Н. Конечноэлементное моделирование работы жестких вставок тонкостенных холодноформованных стальных профилей // Научный журнал КубГАУ. 2011. №67(03). С. 1-13.
- Айрумян Э. Л., Белый Г. И. Исследование работы стальной фермы из холодногнутых профилей с учетом их местной и общей устойчивости // Промышленное и гражданское строительство. 2010. №5. С. 41-44.
- 5. Шатов Д. С. Конечноэлементное моделирование перфорированных стоек открытого сечения из холодногнутых профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3(21). С. 32-35.
- 6. Юрченко В. В. Проектирование каркасов зданий из тонкостенных холодногнутых профилей в среде SCAD Office // Инженерно-строительный журнал. 2010. №8(18).С. 38-46.
- 7. Bayan Anwer Ali, Sariffuddin Saad, Mohd Hanim Osman, Yusof Ahmad. Finite Element Analysis of Coldformed Steel Connections // International Journal of Engineering (IJE). 2011. Volume 5, №2. Pp. 55-61.
- Schafer W., Pekoz T. Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses//Journal of Constructional Steel Research. 1998. Vol. 47. Pp. 193-210.
- 9. Ватин Н. И., Рыбаков В. А. Расчет металлоконструкций: седьмая степень свободы // СтройПРОФИль. 2007. № 2(56).С. 60-63.

- 10. Рыбаков В. А. Основы строительной механики легких стальных тонкостенных конструкций: учеб. пособие. СПб. : Изд-во СПбГПУ, 2010. 206 с.
- 11. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни (прочность, устойчивость, колебания). М. : Госстройиздат, 1940. 276 с.
- 12. Кузьмин Н. А., Лукаш П. А., Милейковский И. Е. Расчет конструкций из тонкостенных стержней и оболочек. М. : Госстройиздат, 1960. 264 с.
- 13. Туснин А. Р. Расчет и проектирование конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.т.н. М., 2004. 37 с.
- 14. Sedlacek G., Bild J., Ungermann D. On the buckling of plates Some recent developments in light weight structures// 4th international conference on aluminium weldments. Tokyo: 1988.
- Сливкер В.И. Строительная механика. Вариационные основы. Учебное пособие. М.:Издательство ассоциации строительных вузов, 2005. 736с.
- 16. Уманский А. А. Строительная механика самолета. М.: Оборонгиз, 1961. 569с.
- 17. Джанелидзе Г. Ю., Пановко Я. Г. Статика упругих тонкостенных стержней. М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. 205 с.
- Перельмутер А. В., Сливкер В. И. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы. Т.1: Общие теоремы. Устойчивость отдельных элементов механических систем. М. : СКАД СОФТ, 2010. 681 с.
- 19. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М. : Наука, 1969. 424 с.
- 20. Рыбаков В. А., Лалин В. В.: Разработка алгоритма метода конечных элементов для полусдвиговой теории тонкостенных стержней // ХL Неделя науки СПбГПУ: материалы международной научнопрактической конференции. Ч.1. СПб.: Изд-во Политехн.ун-та, 2011. С. 212-214.
- Рыбаков В.А. Применение метода конечных элементов для полусдвиговой теории тонкостенных стержней // Материалы Пятого Всероссийского форума студентов, аспирантов и молодых ученых. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2011.С. 30-32.
- 22. Морозов С. А., Рыбаков В. А. Применение численных методов для разложения матрицы жесткости систем тонкостенных конечных элементов // ХL Неделя науки СПбГПУ: материалы международной научно-практической конференции. Ч.1. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2011. С.210-212.
- 23. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. Строительная механика. М. : Высшая школа, 1986. 607 с.
- 24. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. М.: Мир, 1976. 464 с.
- Oden J. T., Reddy J. N. Note on an approximate method for computing consistent conjugate stresses in elastic finite elements // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1973. Vol. 6, №1. Pp. 55-61.
- 26. Oden J. T. A general theory of finite elements. I. Topological consideration // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1969. Vol. 1, №2. Pp. 201-205.

*Владимир Александрович Рыбаков, Санкт-Петербург, Россия

Тел. моб.: +7(964)331-29-15, эл. почта: fishermanoff@mail.ru

О расчете упругих рам на устойчивость

К.т.н., доцент Л. М. Каган-Розенцвейг*, ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Ключевые слова: устойчивость рам; бифуркация; метод расчета

Решая без использования расчетных комплексов задачу об устойчивости рамы, находящейся под действием консервативных нагрузок, по традиции предполагают, что приложенная к раме нагрузка вызывает в ее стержнях только растяжение-сжатие [1, 2, 3]. Потерю устойчивости такой рамы называют потерей устойчивости первого рода и выявляют, анализируя возможность бифуркации равновесия.

Если в невозмущенном состоянии стержни испытывают изгиб, говорят о потере устойчивости второго рода, а неустойчивость фиксируют путем деформационного расчета.

Расчетные программные комплексы анализируют произвольно нагруженные системы численно, не различая потерю устойчивости первого и второго рода, судят о неустойчивости по вырождению матрицы расчетного метода.

Хотя задача устойчивости упругого тела, нагруженного произвольными консервативными силами, была сформулирована как задача о бифуркации еще в начале 60-х годов [4], в вопросе о рамах традиционное деление на два типа потери устойчивости, требующее применения разных методов к анализу, сохраняется [5, 6].

Приводимый ниже пример иллюстрирует постановку и решение задачи об устойчивости произвольно нагруженной рамы как задачи о бифуркации ее равновесия. Курсы строительной механики, например, [1–3, 5–7], не содержат примеров расчета на устойчивость подобных рам. Складывается неправильное представление о том, что при нагрузке, вызывающей в элементах рамы изгиб, обязателен трудоемкий деформационный расчет.

Рассматривается упругая плоская рама со стержнями постоянного сечения одинаковой изгибной жесткости EI, нагруженная силой P (рис. 1). На рисунке приведены размеры рамы, номера стержней (в прямоугольниках), номера узлов и местные системы координат. Вычисляется критическое значение силы P. Используются следующие допущения: перемещения малы и вызваны изгибом стержней, продольные силы в стержнях отвечают расчету по недеформированному состоянию.

Решаются две разные задачи устойчивости. Первая задача анализирует раму, нагруженную мертвой нагрузкой. Потеря устойчивости в этой задаче понимается в бифуркационном смысле. Вторая задача анализирует раму со следящей нагрузкой, потеря устойчивости понимается в динамическом смысле.



Рисунок 1. Рама с мертвой нагрузкой



Каган-Розенцвейг Л.М. О расчете упругих рам на устойчивость

Мертвая нагрузка

Равновесие рамы изображено на рис. 1 пунктиром. Выясняются условия, когда при постоянстве нагрузки возможна смежная форма равновесия, показанная точками.

Продольные силы N_i постоянны вдоль каждого из стержней рамы, так что для каждого стержня дифференциальное уравнение изгиба

$$(EIw'')'' + N_iw'' = q$$

может быть записано через изгибающий момент M в сечении стержня [8]:

$$M'' + k_i^2 M = -q, \ k_i = \sqrt{N_i / EI} \ . \tag{1}$$

Здесь q – интенсивность поперечной нагрузки, отсутствует в анализируемой задаче. Положительной считается сжимающая сила N. Для анализируемой рамы $N_1 = N_3 = P$, $N_2 = 0$, $k_1 = k_3 = k$, $k_2 = 0$.

Пусть

$$M = M_p + \Delta M , \qquad (2)$$

а M_p – вычисленный с учетом продольно-поперечного изгиба момент вследствие воздействия нагрузки. Дополнительный момент ΔM возникает при потере устойчивости в отсутствие дополнительных внешних сил и удовлетворяет однородному уравнению

$$\Delta M'' + k_i^2 \Delta M = 0 \tag{3}$$

со следующими однородными граничными условиями. В узле 1

$$\Delta M = 0. \tag{4}$$

Поскольку внешняя сила P является мертвой, в узле 4 отсутствует поперечная сила, то есть

$$\Delta Q = (\Delta M)' = 0. \tag{5}$$

Общее решение уравнения (3) имеет вид:

$$\Delta M = A_i \sin k_i x + B_i \cos k_i x, \quad \Delta Q = k_i (A_i \cos k_i x - B_i \sin k_i x), \quad N_i \neq 0,$$

$$\Delta M = A_i + B_i x, \qquad \Delta Q = B_i, \qquad N_i = 0.$$
(6)

Для стержней рамы решение (6) с учетом граничных условий (4), (5) и условий сопряжения дает (верхний индекс указывает номер стержня)

$$\Delta M^{(1)} = \frac{a}{\sin k l_1} \sin kx, \ \Delta M^{(2)} = a, \ \Delta M^{(3)} = a(\cos kx + tgkl_3 \sin kx)$$

Здесь a – неизвестный пока момент в узле 2. К постоянству момента $\Delta M^{(2)}$ приводит допущение о независимости от деформаций продольных сил в стержнях. Связь постоянных *A*, *B* для третьего стержня дает граничное условие (5): $A_3 = \text{tg}kl_3B_3$.

Эпюра изгибающего момента ΔM показана на рис. 2а, где учтено, что $tgkl_3 \sin kl_3 + \cos kl_3 = 1/\cos kl_3$.

Изгибающий момент *a* в узле вызван разностью *w* горизонтальных перемещений узлов 1 и 2 рамы:

$$a = Pw$$
.

Величина *w* вычисляется с помощью формулы Максвелла-Мора, которая справедлива и для геометрически нелинейных задач:

$$w = \int \frac{\Delta M M_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int \Delta M M_1 dx = \frac{a}{EI} \int \overline{M} M_1 dx$$

Учтено постоянство сечений стержней в анализируемой задаче. \overline{M} – момент ΔM при a = 1 (рис. 2а), момент M_1 отвечает недеформированной схеме, его эпюра приведена на рис. 2б.

Бифуркационный критерий потери устойчивости означает, что в момент потери устойчивости дифференциальное уравнение изгиба (1) с соответствующими граничными условиями имеет неединственное решение, то есть дополнительный изгибающий момент *a* ≠ 0. Каган-Розенцвейг Л.М. О расчете упругих рам на устойчивость

1.6

1.4

Результат – следующее условие потери устойчивости:

$$1 - k^2 \int \Delta \overline{M} M_1 ds = 0$$

Вычисление интеграла Мора, например, перемножением эпюр дает уравнение для критического параметра *k*:

$$1 - \frac{\sin kl_1 - kl_1 \cos kl_1}{\sin kl_1} - kl_1 \operatorname{tg} kl_3 - k^2 l_1 l_2 = 0.$$

Уравнение (7) обладает следующей особенностью: входящие в него величины отвечают недеформированному состоянию рамы. Эта особенность есть следствие отсутствия слежения у нагрузки и допущения о постоянстве продольных сил в стержнях.

На рис. 3 показана зависимость безразмерного критического параметра $\overline{k} = kl$ от относительной длины стержня 2 l_2 / l . Принято $l_1 = l_3$. Вычисления средствами программного комплекса SCAD дают такие же значения критического параметра.

Заметим, что столь же просто анализируется пространственная форма потери устойчивости, сопровождающаяся кручением стержня 2.



Рисунок 4. Рама со следящей нагрузкой



(7)



Рисунок 5. Эпюры изгибающих моментов

Следящая нагрузка

Рама с сосредоточенной в узле 1 массой нагружена следящей силой (рис. 4). Анализируются малые колебания рамы вблизи показанного пунктиром состояния равновесия. В этом состоянии изгибающие моменты в стержнях, найденные с помощью решения (6) и соответствующих граничных условий, таковы:

$$M_p^{(1)} = 0$$
, $M_p^{(2)} = Px$, $M_p^{(3)} = Pl_2[\cos kx - 0.5kl_2 \sin kx]$.

Согласно формуле Максвелла-Мора, угол наклона стержня 1

$$\theta_0 = Pl_2[0.5l_2 \cos kl_3 + (\sin kl_3)/k].$$
(8)

Уравнения малых колебаний имеют вид:

$$\begin{cases} \delta_{11}m\ddot{w}_1 + \delta_{12}m\ddot{w}_2 + w_1 = 0, \\ \delta_{21}m\ddot{w}_1 + \delta_{22}m\ddot{w}_2 + w_2 = 0. \end{cases}$$
(9)

Здесь w_1, w_2 – соответственно горизонтальная и вертикальная составляющие перемещения точки 1, а коэффициенты δ_{ii} вычисляются по формуле Максвелла-Мора:

$$\delta_{ij} = \frac{1}{EI} \int \overline{M}_i M_j dx \,,$$

Каган-Розенцвейг Л.М. О расчете упругих рам на устойчивость

в которой моменты \overline{M}_i , M_j от единичных сил найдены соответственно с учетом и без учета деформации системы.

Характеристические показатели λ являются корнями уравнения:

$$\frac{1+\delta_{11}m\lambda^2}{\delta_{21}m\lambda^2} \frac{\delta_{12}m\lambda^2}{1+\delta_{22}m\lambda^2} = 0.$$
 (10)

Условие динамической неустойчивости:

$$\operatorname{Re} \lambda > 0. \tag{11}$$

Выражения для \overline{M}_1 , \overline{M}_2 имеют вид (6), причем параметры k в этих уравнениях вычисляется по недеформированной схеме. Эпюры моментов \overline{M}_1 , \overline{M}_2 приведены на рис. 5, где $\alpha = \cos kl_3 + (\operatorname{ctg} kl_1 - kl_2) \sin kl_3$, $\beta = \cos kl_3 - 0.5kl_2 \sin kl_3$. Построены эпюры следующим образом.

Момент в верхнем сечении стержня 1 отсутствует, так что в этом стержне момент и поперечная сила имеют вид

$$\overline{M}^{(1)} = a \frac{\sin kx}{\sin kl_1}, \ \overline{Q}^{(1)} = \overline{M}^{(1)'} = ka \frac{\cos kx}{\sin kl_1}$$

где а – значение момента в нижнем сечении.

Для стержня 2 (k = 0) имеем:

$$\overline{M}^{(2)} = a + sx, \ \overline{Q}^{(2)} = s$$

где s – продольная сила в стержне 1 вследствие силы r = 1 (s = 1 или s = 0 для вертикальной и горизонтальной сил r соответственно). Продольная сила в стержне 2 (вследствие малости колебаний учитывается только при построении эпюр) такова:

$$\overline{N}^{(2)} = -\overline{Q}^{(1)}(l_1).$$

Для стержня 3 имеем:

$$\overline{M}^{(3)} = (a + l_2 s) \cos kx + B \sin kx , \ \overline{Q}^{(3)} = k[-(a + l_2 s) \sin kx + B \cos kx].$$

Равновесие узла 3 определяет постоянную В:

$$\overline{Q}^{(3)}(0) = kB = \overline{Q}^{(1)}(l_1) - P\Delta\theta_2,$$

где $\Delta \theta_2$ – взаимный угол поворота торцевых сечений стержня 2.

Равновесие стержня 1 определяет неизвестный пока момент а:

$$\overline{M}_1(l_1) = a = rc - Pl_1 \Delta \theta = rc - Pl_1 \int_0^{l_1} a / \sin k l_1 \sin(kx) \cdot \mathbf{l} dx$$

Здесь $c = \theta_0 l_1$ или $c = l_1$ для вертикальной и горизонтальной сил r. В результате

$$a_{\rm B} = \frac{\theta_0 l_1 \sin k l_1}{\sin k l_1 + k(1 - \cos k l_1)}, \ a_{\rm \Gamma} = \frac{l_1 \sin k l_1}{\sin k l_1 + k(1 - \cos k l_1)}$$

Зависимость критического параметра k = klот отношения l_2 / l дана на рис. 6 (принято $l_1 = l_3$). Она построена путем вычисления корней уравнения (10) и выяснения уровня нагрузки, при котором для одного из корней выполняется условие (11). При всех значениях параметров (кроме $l_2 = 0$) потеря устойчивости имеет вид флаттера, то есть в момент потери устойчивости Im $\lambda \neq 0$. Зависимость \overline{k} от l_2 / l является непрерывной.



Рисунок 6. Зависимость \overline{k} от l_2/l

Вопрос о непрерывности этой зависимости возник в связи с результатом работ [9–12], где показано, что в неконсервативных задачах устойчивости увеличение числа степеней свободы системы может изменять критические силы скачком.

Заключение

Выше предложен способ вычисления критических сил в рамах.

Для рамы, испытывающей действие произвольных консервативных сил, используется бифуркационная постановка задачи устойчивости.

К консервативным рамам бифуркационная постановка задачи применялась ранее [13, 14], однако в учебной литературе не отражена [1–3, 5–7, 15]. Новый способ реализации такой постановки задачи имеет как теоретическое, так и прикладное значение [16–18].

Устойчивость равновесия рамы, нагруженной неконсервативными следящими силами, анализируется динамически. Новым является прием вычисления коэффициентов уравнения малых колебаний.

Примененный способ вычисления критических сил очевидным образом распространяется на случай деформационного расчета рамы.

Литература

- 1. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник. Т. З. М. : Изд-во Машиностроение, 1968. 567 с.
- 2. Киселев В. А. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. М. : Стройиздат, 1980. 616 с.
- 3. Смирнов А. Ф. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. М. : Стройиздат, 1984. 413 с.
- 4. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М. : Физматгиз, 1961. 339 с.
- 5. Саргсян А. Е., Демченко А. Т., Дворянчиков Н. В., Джинчвелашвили Г. А. Строительная механика. М. : Высшая школа, 2000. 416 с.
- 6. Бабанов В. В. Строительная механика. М. : Издательский центр Академия, 2011. 288 с.
- 7. Коробко В. И., Коробко А. В. Строительная механика. Динамика и устойчивость стержневых систем. М. : ACB, 2008. 400 с.
- 8. Ржаницын А. Р. Устойчивость равновесия упругих систем. М. : Гостехиздат, 1955. 475 с.
- 9. Каган-Розенцвейг Л. М. Влияние малых изменений массы системы на результат динамического анализа устойчивости // Промышленное и гражданское строительство. 2007. №11. С. 45–46.
- 10. Каган-Розенцвейг Л. М. О влиянии малой распределенной массы на устойчивость неконсервативного упругого стержня // Промышленное и гражданское строительство. 2011. №8. С. 51–52.
- 11. Каган-Розенцвейг Л. М. Изменение критической силы за счет возмущения массы неконсервативной упругой системы // Вестник гражданских инженеров. 2010. № 3. С. 63–66.
- 12. Каган-Розенцвейг Л. М. Неконсервативный стержень, динамически устойчивый при любом уровне нагрузки // Вестник гражданских инженеров. 2011. № 2. С. 65–67.
- 13. Bazant Z. P., Cedolin L. Stability of structures: elastic, inelastic, fracture, and damage theories. Dover: 2003. 1035 p.
- 14. Yoo C. H., Lee. S. C. Stability of structures. Principles and applications. Elsevier: 2011. 523 p.
- 15. Salem A. H., El Dib F. F., El Aghoury M., Hanna M. T. Elastic stability of planar steel frames with unsymmetrical beam loading // Journal of structural engineering. 2004. Vol. 130, № 11. Pp. 1852–1859.
- 16. Special issue of Journal of Engineering Mechanics: Advances in stability of framed structures. 2005. Vol. 131. № 6.
- 17. Simitses G. J., Hodges D. H. Fundamentals of Structural Stability. Elsevier: 2006. 389 p.
- 18. Simitses G. J., Kounadis A. N. Buckling of imperfect rigid-jointed frames // ASCE journal of the engineering mechanics division. 1976. Vol. 104, № 3. Pp. 569–586.

* Лев Марленович Каган-Розенцвейг, Санкт-Петербург, Россия Тел. раб.: +7(812)575-05-50; эл. почта: Kagan_R@mail.ru

Математические модели деформирования оболочек переменной толщины с учётом различных свойств материалов

К.т.н. В.М. Жгутов,* ООО «Архитектурно-строительная компания «Китеж»

Ключевые слова: оболочки переменной толщины; ребристые оболочки; ортотропия; линейная и нелинейная упругость; вязкоупругость; поперечные сдвиги; полные углы сдвигов; переменная жесткость; сдвиговая и крутильная жесткости ребер; функционалы полной энергии деформации оболочек

Введение

Оболочки как элементы разного рода конструкций широко применяются в различных областях техники и строительства. Тонкостенные элементы современных конструкций, представляющие собой оболочки, предназначены для работы под воздействием механических нагрузок, которые могут быть как статическими, так и динамическими.

Известно, что тонкие оболочки могут допускать прогибы, соизмеримые с их толщиной (даже под воздействием нагрузок, далёких от критических значений). Для придания в нужных местах большей жёсткости профиль тонких оболочек может иметь плавные утолщения. С целью повышения жёсткости тонкостенная часть оболочки может быть подкреплена дискретно расположенными рёбрами. В обоих случаях существенно повышается несущая способность конструкции при незначительном увеличении её массы.

Таким образом, всю конструкцию следует рассматривать как конструкцию переменной толщины. В зависимости от характера изменения толщины будем различать оболочки гладкопеременной и, соответственно, ступенчато-переменной толщины (ребристые оболочки).

Расчёты на прочность, устойчивость и колебания оболочечных конструкций играют важную роль при проектировании современных аппаратов, машин и сооружений. Тем не менее, поведение тонкостенных конструкций переменной толщины при котором проявляются геометрическая нелинейность, поперечные сдвиги, нелинейная упругость (пластичность, или, точнее, упругопластичность), ползучесть (вязкоупругость) и ортотропия материалов, а также переменность профиля исследовано недостаточно. Причины этого заключаются в сложности совместного учёта всех упомянутых факторов и необходимости решения громоздких нелинейных краевых задач.

Физические основы теории упругости изложены в энциклопедическом курсе Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [1]. Прикладные аспекты теории упругости, пластичности и ползучести обстоятельно освещены в трудах Н.И. Безухова [2] и Н.Н. Малинина [3]. Анализ современного состояния теории оболочек, формулировка основополагающих принципов и построение модели упругих оболочек постоянной толщины приводится в весьма содержательной работе П.А. Жилина [4]. Современное состояние теории ребристых оболочек отражено в работах В.В. Карпова [5, 6], а также зарубежных учёных И. Бискова, Дж. Хансена, Б. Чробота, С. Фишера, С. Берта, В. Койтера, Ю. Джиунченга, Р. Лижо, Дж. Маковски, В. Петрашкевича, Х. Стампфа и др. [7-12].

Разработке геометрически нелинейных математических моделей упругих изотропных оболочек (преимущественно пологих) постоянной и переменной толщины посвящены работа В.В. Карпова и др. [5] (в которой использованы результаты исследований В.М. Жгутова [5, с. 8]), а также учебное пособие В.В. Карпова [6]. Однако в этих публикациях практически не рассматриваются оболочки гладко-переменной толщины и не учитывается эффект поперечных сдвигов. Иными словами, рассматриваются модели оболочек постоянной толщины и ребристых, основанные на гипотезе Кирхгофа-Лява.

Надо отметить, что в настоящее время ряд исследователей (Д.О. Астафьев, В.А. Гордон, В.М. Жгутов и др.) склонны считать неверной гипотезу Кирхгофа-Лява (гипотезу прямой нормали) для оболочки, подкреплённой рёбрами (массивными кольцами). Как показано и самим В.В. Карповым [5], поперечные сдвиги могут значительно влиять на напряжённо-деформированное состояние и устойчивость изотропных оболочек при (линейно) упругом их деформировании; с

увеличением же толщины конструкции и жёсткости подкреплений влияние эффекта поперечных сдвигов существенно возрастает. При больших перемещениях влияние поперечных сдвигов резко возрастает.

В ходе вычислительных экспериментов, проведённых В.М. Жгутовым, установлено, что в условиях нелинейной упругости или ползучести материала влияние поперечных сдвигов на напряжённо-деформированной состояние и устойчивость оболочек ещё более усиливается [13].

Геометрическая нелинейность в пособиях [5,6] описывается с помощью квадратичных членов от угловых перемещений в главных нормальных сечениях оболочки, характеризующих одновременно и сдвиги в этих плоскостях, что, очевидно, плохо согласуется с гипотезой Кирхгофа-Лява. По этой причине в задачах динамики при использовании гипотезы Кирхгофа-Лява возникают, как показано в работе В.М. Жгутова [14], некоторые математические некорректности, которые устраняются, исходя из физических соображений. Полученную в этом случае вариационным методом начально-краевую задачу В.М. Жгутов подвергнул корректировке [14]. В работе [14] показано также, что при учёте эффекта поперечных сдвигов математических некорректностей не возникает. Позднее такой же вывод сформулировал и В.В. Карпов с А.Ю. Сальниковым [15].

Кроме того, все результаты в работах [5, 6], относящиеся к ребристым оболочкам, получены с использованием функции *H*, описывающей дискретное расположение рёбер по оболочке, их ширину и высоту, которая в общем случае, как показано В.М. Жгутовым [13, 16], оказывается некорректной и непригодной для вычислений.

В работах В.В. Карпова, Д.А. Барановой, Р.Т. Беркалиева и Т.В. Рябиковой [17 - 19] предпринята попытка создания теории ребристых оболочек «в единой системе координат» (на отсчётной поверхности оболочки), отличной от теории, изложенной в работах [5, 6]. Однако данная теория представляется ошибочной, потому что она основана:

1) на использовании «системы координат», которая в действительности таковой не является (введённые в работах [17 - 19] «координаты» не являются взаимно независимыми и оказываются неголономными);

2) на геометрических соотношениях, которые были некорректно выведены с использованием правила дифференцирования сложной функции (известного из курса математического анализа), не подлежащего применению в случае взаимозависимых переменных.

Проектирование и последующее создание легких, но вместе с тем прочных и надежных конструкций, требует дальнейшего совершенствования механических моделей деформируемых тел, а также разработки новых интегральных методов их расчета.

В связи с этим разработка более совершенных математических моделей деформирования оболочек представляется актуальной и важной задачей.

В настоящей статье для задач статики и динамики предложены единые геометрически нелинейные математические модели деформирования оболочек переменной толщины (как гладко-переменной толщины, так и ребристых), совместно учитывающие поперечные сдвиги, возможную ортотропию, нелинейную упругость и ползучесть материалов.

В случае ребристых оболочек на основе уточнённой функции *H* [13, 15] учитывается также дискретность расположения рёбер, их ширина, высота, сдвиговая и крутильная жёсткости (в условиях возможного проявления указанных различных свойств материалов).

Постановка задачи

Рассматриваем оболочки *общего вида*, подразумевая достаточно широкий класс оболочек наиболее важных частных видов: пологие на прямоугольном плане, вращения (сферические, конические, цилиндрические, торообразные и т.д.) и многие другие оболочки.

Некоторую внутреннюю поверхность оболочки принимаем за отсчётную поверхность $x_3 = 0$. Координатные линии x_1 и x_2 криволинейной ортогональной системы координат $(-a/2 \le x_1 \le a/2)$ и $-b/2 \le x_2 \le b/2$) направляем по линиям кривизны (параллелям и меридианам в случае оболочек вращения), а ось x_3 – по внутренней нормали отсчётной поверхности так, чтобы система координат x_1, x_2, x_3 была правой. (Полагаем, что опредёленная таким образом сеть координатных линий на отсчётной поверхности обеспечивает гладкость и регулярность её параметризации).

Элементы длин дуг координатных линий x_1 , x_2 и оси x_3 определяем по формулам:

$$dl_1 = H_1 \cdot dx_1, \ dl_2 = H_2 \cdot dx_2, \ dl_3 = H_3 \cdot dx_3 = dx_3,$$

где $H_1 = H_1(x_1, x_2)$, $H_2 = H_2(x_1, x_2)$, $H_3 \equiv 1$ – метрические коэффициенты Лямэ. При этом H_1 и H_2 зависят от вида оболочки. Например: $H_1 \equiv H_2 \equiv 1$ для пологих оболочек и пластин; $H_1 = const$ и $H_2 = H_2(x_1)$ в случае оболочек вращения.

Переменную толщину оболочки $\tilde{h} = \tilde{h}(x_1, x_2)$ задаём ограничивающими её гладкими (или ступенчато-гладкими) поверхностями $z_B = z_B(x_1, x_2) \in C^k$ и $z_H = z_H(x_1, x_2) \in C^k$ так, что $\tilde{h} = z_H - z_B$ и $z_B \leq x_3 \leq z_H$. (Принадлежность функции $f(x_1, x_2)$ классу гладкости C^k означает, что функция имеет непрерывные частные производные до порядка $k \geq 1$ включительно; запись $f(x_1, x_2) \in C^0$ требует только непрерывности по совокупности аргументов). Полагаем, что векторы (ковекторы) градиентов $\overline{\nabla z_B}$ и $\overline{\nabla z_H}$ отличны от нуля и коллинеарны $\left(rang \begin{bmatrix} \partial z_B / \partial x_1 & \partial z_B / \partial x_2 \\ \partial z_H / \partial x_1 & \partial z_H / \partial x_2 \end{bmatrix} = 1 \right)$ в любой точке поверхности $x_3 = 0$.

Пусть $K_1 = K_1(x_1, x_2)$ и $K_2 = K_2(x_1, x_2)$ – главные кривизны отсчётной поверхности $x_3 = 0$ оболочки в направлениях x_1 и x_2 соответственно. Для любой точки отсчётной поверхности оболочки (как правило, не являющейся точкой уплощения) хотя бы одно из значений K_1 и K_2 отлично от нуля: $(K_1, K_2) \neq (0,0)$. В случае точки уплощения (редком в теории оболочек) $(K_1, K_2) = (0,0)$. Для пластин $K_1 \equiv K_2 \equiv 0$.

По определению главные радиусы кривизны отсчётной поверхности оболочки равны $R_1 = R_1(x_1, x_2) = \frac{1}{K_1}$ и $R_2 = R_1(x_1, x_2) = \frac{1}{K_2}$. Случаям $K_1 = 0 \lor K_2 = 0$ отвечают «бесконечно большие» значения $R_1 = \infty \lor R_2 = \infty$. Здесь \lor – оператор дизъюнкции предложений (логическое «или»).

Оболочки считаем тонкими, так что для любой точки отсчётной поверхности выполняется условие:

$$\Delta \equiv \max\left\{\frac{\widetilde{h}}{R}; \frac{\widetilde{h}}{l}\right\} < \frac{1}{20},$$

где $R = \min(R_1, R_2)$ – наименьший из главных радиусов кривизны отсчётной поверхности данной оболочки в рассматриваемой точке; $l = \min(l_1, l_2)$ – наименьшая из длин l_1 и l_2 координатных линий x_1 и x_2 , проведённых в данной точке ($l_1 = \int_{-a/2}^{a/2} H_1 \cdot dx_1$ и $l_2 = \int_{-b/2}^{b/2} H_2 \cdot dx_2$).

Как известно, область возможного применения теории тонких оболочек весьма велика. При рассмотрении тонких оболочек всеми величинами, имеющими порядок малости \tilde{h} / R (и выше), пренебрегают.

В случае пластин имеем $\Delta = \frac{\widetilde{h}}{l}$ (в силу очевидного равенства $\frac{\widetilde{h}}{R} = 0$), где l – наименьший из размеров $l_1 = a$ и $l_2 = b$ пластины в плане.

В случае ребристой оболочки за отсчётную поверхность $x_3 = 0$ принимаем срединную поверхность обшивки толщиной h. Рёбра задаем с помощью ступенчато-гладкой функции $H = H(x_1, x_2)$, характеризующей распределение рёбер по оболочке, их конечную ширину и высоту [13, 16]:

$$H(x_1, x_2) \equiv \sum_{j=1}^{M} h_j^{(2)} \overline{\delta}(x_1 - x_1^j) + \sum_{i=1}^{N} h_i^{(1)} \overline{\delta}(x_2 - x_2^i) - \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} h_{ij} \overline{\delta}(x_1 - x_1^j) \overline{\delta}(x_2 - x_2^i),$$
(1)

где $h_i^{(1)}$, $1 \le i \le N$ и $h_j^{(2)}$, $1 \le j \le M$ – высоты рёбер, подкрепляющих оболочку в направлениях координатных линий x_1 и x_2 соответственно;

N и M - количества (числа) рёбер в направлениях x_1 и x_2 соответственно; $h_{ij} \equiv \min(h_i^{(1)}, h_j^{(2)})$ – высота фигуры, получающейся при пересечении i - го ребра в направлении x_1 и j - го ребра в направлении x_2 ;

 $\overline{\delta}(x_1 - x_1^j)$ и $\overline{\delta}(x_2 - x_2^i)$ – единичные столбчатые функции, равные по определению единице в местах присоединения рёбер и нулю – вне таких мест.

При этом полагается, что

• ширина *i*-го ребра в направлении x_1 равна $r_i^{(1)} = d_i - c_i$ (здесь $c_i = x_2^i - \frac{r_i^{(1)}}{2}$ и $d_i = x_2^i + \frac{r_i^{(1)}}{2}$, где x_2^i – ордината осевой линии прикрепления *i* - го ребра);

• ширина j-го ребра в направления x_2 равна $r_j^{(2)} = b_j - a_j$ (здесь $a_j = x_1^j - \frac{r_j^{(2)}}{2}$ и $b_j = x_1^j + \frac{r_j^{(2)}}{2}$, где x_1^j – абцисса осевой линии прикрепления j - го ребра),

поэтому для единичных столбчатых функций можно записать:

$$\overline{\delta}(x_1 - x_1^j) \equiv \begin{cases} 1 & \text{, если } a_j \leq x_1 \leq b_j \text{,} \\ 0 & \text{при любом другом } x_1 \text{;} \end{cases}$$

 $\overline{\delta}(x_2 - x_2^i) \equiv \begin{cases} 1 & \text{, если } c_j \leq x_2 \leq d_j \text{,} \\ 0 & \text{при любом другом } x_2 \text{.} \end{cases}$

Таким образом, толщина ребристой оболочки равна $\widetilde{h}=h+H$, причем $z_{_B}=-h/2$ и $z_{_H}=h/2+H$.

Отметим, что в формуле (1) высоты рёбер могут быть как постоянными $(h_i^{(1)} = const$ и $h_j^{(2)} = const$), так и переменными величинами: $h_i^{(1)} = h_i^{(1)}(x_1, x_2^i)$ и $h_j^{(2)} = h_j^{(2)}(x_1^j, x_2)$, где $x_2^i = const^i$ $(1 \le i \le N)$, $x_1^j = const^j$ $(1 \le j \le M)$; $-a/2 \le x_1 \le a/2$, $-b/2 \le x_2 \le b/2$.

Считаем, что рассматриваемые оболочки закреплены по контуру определённым способом и находятся под действием механической нагрузки (статической или динамической).

Учитываем совместно геометрическую нелинейность, поперечные сдвиги, переменную жёсткость, а также возможные проявления ортотропии, нелинейной упругости или вязкоупругости материалов. В случае ребристых оболочек учитываем, кроме того, дискретное расположение рёбер, их ширину, высоту, сдвиговую и крутильную жёсткости (в условиях возможного проявления указанных различных свойств материалов).

Математические модели деформирования рассматриваемых оболочек

Известно, что математическая модель деформирования оболочки состоит из геометрических соотношений (связь деформаций и перемещений), физических соотношений (связь напряжений и деформаций), функционала полной энергии деформации оболочки, из условия стационарности (минимума) которого следуют уравнения (устойчивого) равновесия или движения.

Геометрические соотношения

Геометрические соотношения в отсчётной поверхности $x_3 = 0$ оболочки получаются с помощью операции абсолютного (ковариантного) дифференцирования векторного поля перемещений и с учетом геометрической нелинейности имеют вид

$$\varepsilon_{11} = \frac{Du_1}{\partial l_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{Du_3}{\partial l_1} \right)^2; \quad \varepsilon_{22} = \frac{Du_2}{\partial l_2} + \frac{1}{2} \left(\frac{Du_3}{\partial l_2} \right)^2; \quad \gamma_{12} = \gamma_{21} = \frac{Du_2}{\partial l_1} + \frac{Du_1}{\partial l_2} + \frac{Du_3}{\partial l_1} \cdot \frac{Du_3}{\partial l_2}, \quad (2)$$

где \mathcal{E}_{11} и \mathcal{E}_{22} – деформации удлинения (сжатия) вдоль координатных линий x_1 и x_2 соответственно;

 $\gamma_{12} = \gamma_{21}$ – деформации сдвига в касательной плоскости (dx_1, dx_2) ;

 $u_1 = u_1(x_1, x_2)$, $u_2 = u_2(x_1, x_2)$ и $u_3 = u_3(x_1, x_2)$ – компоненты вектора перемещений (точек отсчётной поверхности) вдоль координатных линий x_1 , x_2 и оси x_3 соответственно;

 $\frac{D}{\partial l_{lpha}}$, $1 \le lpha \le 3$ – операторы ковариантного дифференцирования (по направлениям l_{lpha})

произвольных полей, в частности: скалярного поля $a = a(x_1, x_2, x_3)$, векторного поля $a_i = a_i(x_1, x_2, x_3)$, $1 \le i \le 3$, поля тензора второго ранга $a_{ik} = a_{ik}(x_1, x_2, x_3)$, $1 \le i, k \le 3$ и т.д.

Операторы ковариантного дифференцирования $\frac{D}{\partial l_{\alpha}}$ действуют по правилам [20, 21]:

$$a \mapsto \frac{Da}{\partial l_{\alpha}} = \frac{1}{H_{\alpha}} \cdot \frac{\partial a}{\partial x_{\alpha}},$$
$$a_{i} \mapsto \frac{Da_{i}}{\partial l_{\alpha}} = \frac{1}{H_{\alpha}} \cdot \frac{\partial a_{i}}{\partial x_{\alpha}} - \sum_{k=1}^{3} a_{k} \Gamma_{ik\alpha}$$

и, соответственно,

$$a_{ik} \mapsto \frac{Da_{ik}}{\partial l_{\alpha}} = \frac{1}{H_{\alpha}} \cdot \frac{\partial a_{ik}}{\partial x_{\alpha}} - \sum_{l=1}^{3} (a_{lk} \Gamma_{il\alpha} + a_{il} \Gamma_{kl\alpha}),$$

где $\Gamma_{ik\alpha} = \Gamma_{ik\alpha}(x_1, x_2, x_3)$ – символы Кристоффеля (1-го рода), $1 \le i, k, \alpha \le 3$.

Как известно, символы Кристоффеля симметричны по крайним индексам при $k \neq i, k \neq \alpha$ ($\Gamma_{ik\alpha} = \Gamma_{\alpha k i}$) и антисимметричны по первым двум индексам ($\Gamma_{ik\alpha} = -\Gamma_{ki\alpha}$), а потому величины $\Gamma_{ik\alpha}$ с разными значениями индексов равны нулю ($\Gamma_{ik\alpha} = 0$ при $i \neq k, i \neq \alpha, k \neq \alpha$). Это значит, что

в ортогональной криволинейной системе координат из 27 величин $\Gamma_{ik\alpha}$ ненулевыми могут быть не более 12: $\Gamma_{ikk} = -\Gamma_{kik}$.

При этом
$$\Gamma_{ikk} = -\Gamma_{kik} = \frac{1}{H_i H_k} \cdot \frac{\partial H_k}{\partial x_i} = \frac{1}{H_i} \cdot \frac{\partial \ln H_k}{\partial x_i}$$
, а те 12 из 27 величин $\Gamma_{ik\alpha}$, которые в

ортогональной криволинейной системе координат могут быть отличными от нуля, имеют вид

$$\Gamma_{122} = -\Gamma_{212} = \frac{1}{H_1 H_2} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial x_1}; \ \Gamma_{133} = -\Gamma_{313} = 0; \ \Gamma_{211} = -\Gamma_{121} = \frac{1}{H_1 H_2} \cdot \frac{\partial H_1}{\partial x_2}; \ \Gamma_{233} = -\Gamma_{323} = 0; \\ \Gamma_{311} = -\Gamma_{131} = \frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial H_1}{\partial x_3} = -K_1; \ \Gamma_{322} = -\Gamma_{232} = \frac{1}{H_2} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial x_2} = -K_2.$$

Таким образом,

$$\left| \begin{array}{c} \frac{Du_1}{\partial l_1} = \frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{1}{H_1 H_2} \cdot \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \cdot u_2 - K_1 \cdot u_3; & \frac{Du_1}{\partial l_2} = \frac{1}{H_2} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{1}{H_1 H_2} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \cdot u_2; \\ \frac{Du_2}{\partial l_1} = \frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{1}{H_1 H_2} \cdot \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \cdot u_1; & \frac{Du_2}{\partial l_2} = \frac{1}{H_2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{1}{H_1 H_2} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \cdot u_1 - K_2 \cdot u_3; \\ \frac{Du_3}{\partial l_1} = \frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + K_1 \cdot u_1; & \frac{Du_3}{\partial l_2} = \frac{1}{H_2} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + K_2 \cdot u_2. \end{array} \right)$$

$$(3)$$

Введём обозначения:

$$\Theta_{1} = \Theta_{1}(x_{1}, x_{2}) \equiv \frac{Du_{3}}{\partial l_{1}} = \frac{1}{H_{1}} \cdot \frac{\partial u_{3}}{\partial x_{1}} + K_{1} \cdot u_{1}; \ \Theta_{2} = \Theta_{2}(x_{1}, x_{2}) \equiv \frac{Du_{3}}{\partial l_{2}} = \frac{1}{H_{2}} \cdot \frac{\partial u_{3}}{\partial x_{2}} + K_{2} \cdot u_{2}.$$
(4)

Тогда с учётом выражений (3) и (4) геометрические соотношения (2) принимают вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{1}{H_{1}} \cdot \frac{\partial u_{1}}{\partial x_{1}} + \frac{1}{H_{1}H_{2}} \cdot \frac{\partial H_{1}}{\partial x_{2}} \cdot u_{2} - K_{1} \cdot u_{3} + \frac{1}{2} \Theta_{1}^{2}; \\ \varepsilon_{22} &= \frac{1}{H_{2}} \cdot \frac{\partial u_{2}}{\partial x_{2}} + \frac{1}{H_{1}H_{2}} \cdot \frac{\partial H_{2}}{\partial x_{1}} \cdot u_{1} - K_{2} \cdot u_{3} + \frac{1}{2} \Theta_{2}^{2}; \\ \gamma_{12} &= \gamma_{21} = \frac{1}{H_{1}} \cdot \frac{\partial u_{2}}{\partial x_{1}} + \frac{1}{H_{1}H_{2}} \cdot \frac{\partial H_{1}}{\partial x_{2}} \cdot u_{1} + \frac{1}{H_{2}} \cdot \frac{\partial u_{1}}{\partial x_{2}} + \frac{1}{H_{1}H_{2}} \cdot \frac{\partial H_{2}}{\partial x_{1}} \cdot u_{2} + \Theta_{1} \cdot \Theta_{2}. \end{aligned}$$
(5)

В ряде случаев можно полагать, что в процессе деформирования

$$\frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial x_1} >> K_1 \cdot u_1; \ \frac{1}{H_2} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial x_2} >> K_2 \cdot u_2,$$

а значит,

$$\Theta_1 \approx \frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial x_1}; \quad \Theta_2 \approx \frac{1}{H_2} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial x_2}.$$

Для пластин $K_1 \equiv K_2 \equiv 0$ и $H_1 \equiv H_2 \equiv 1$ (как было отмечено выше), а потому операторы ковариантного дифференцирования $\frac{D}{\partial l_{\alpha}}$, $1 \le \alpha \le 3$ совпадают с операторами обычного ∂

дифференцирования $\frac{\partial}{\partial x_{\alpha}}$ и геометрические соотношения (2), (5) максимально упрощаются:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2; \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right)^2; \quad \gamma_{12} = \gamma_{21} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial x_2}. \tag{6}$$

В соотношениях (2), (5) и (6) квадратичные члены характеризуют (приближённо) геометрическую нелинейность, которую следует учитывать в случаях, когда поперечные перемещения u_3 (прогибы) соизмеримы с толщиной оболочки \tilde{h} .

Подчеркнём, что тензор деформации при этом должен быть мал [1]; практически в нашем случае это означает требование $u_3 \ll l$ (для любой точки отсчётной поверхности оболочки), т.е. прогибы должны быть малы по сравнению с продольными размерами оболочки.

Примечание. Следует помнить, что использование приближённых квадратичных выражений для деформаций может привести к ошибкам в практических расчётах. Но ошибки эти связаны, как правило, не с приближённостью исходных формул («приближенность» – всегда правило, а не исключение), а с тем, что при составлении уравнений равновесия зачастую «забывают» учитывать члены, обусловленные геометрической нелинейностью (которая квадратичными членами и описывается). В нашем случае, как указано ниже, уравнения равновесия (или движения) могут быть получены из функционала полной энергии деформации оболочки вариационным методом с помощью корректной математической процедуры вывода, что не приведёт к неучёту соответствующих важных членов. Для задач статики уравнения равновесия могут не составляться вообще, поскольку к функционалу полной энергии деформации оболочки могут быть применены «прямые» методы (метод Ритца). В этом случае в полученной системе алгебраических уравнений члены, описывающие геометрическую нелинейность, будут присутствовать.

Разумеется, было бы гораздо лучше осуществлять учёт геометрической нелинейности путём учёта изменения формы деформируемого тела на каждом шаге его нагружения. Но в случае оболочек это привело бы к чрезмерным математическим усложнениям.

Подход к решению геометрически нелинейных задач в теории оболочек, основанный на использовании квадратичных выражений для деформаций применён в работах В.В. Карпова и др. [5, 6]. Такой же подход приведён Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшицем при изложении теории сильного изгиба тонких пластин в курсе [1].

Деформации поперечных сдвигов определяем по формулам:

$$\gamma_{13} = cf(x_3)\Phi_1; \quad \gamma_{23} = cf(x_3)\Phi_2.$$

Здесь $f(x_3)$ – функция, характеризующая распределение напряжений au_{13} и au_{23} в главных

нормальных сечениях оболочки, такая, что $f(z_B) = f(z_H) = 0$, $\frac{1}{\tilde{h}} \int_{z}^{z_H} f(x_3) dx_3 = 1$,

 $\frac{1}{\widetilde{h}} \int_{z_B}^{z_H} f^2(x_3) dx_3 = 1/c$ (с – константа);

 $\Phi_1 = \Psi_1 + \frac{Du_3}{\partial l_1}$ и $\Phi_2 = \Psi_2 + \frac{Du_3}{\partial l_2}$ – полные углы сдвигов, где $\Psi_1 = tg \psi_1$ и $\Psi_2 = tg \psi_2$, причём

 $\psi_1 = \psi_1(x_1, x_2)$ и $\psi_2 = \psi_2(x_1, x_2)$ – углы поворота отрезка нормали к отсчётной поверхности в соответствующих главных нормальных сечениях оболочки [19].

В качестве $f(x_3)$ используем квадратичную зависимость [19] (применимую как для оболочек гладко-переменной, так и ступенчато-переменной толщины):

$$f(x_3) = -\frac{6}{\tilde{h}^2} (x_3 - z_H) (x_3 - z_B) = f_0 + f_1 x_3 + f_2 x_3^2,$$

где
$$f_0 = -\frac{6z_H z_B}{\widetilde{h}^2}; f_1 = \frac{6(z_H + z_B)}{\widetilde{h}^2}$$
 и $f_2 = -\frac{6}{\widetilde{h}^2}$, и тогда $c = 5/6$.

Деформации в слоях $x_3 = const$ вычисляем по формулам [19]:

$$\varepsilon_{11}^{(x3)} = \varepsilon_{11} + x_3 \cdot X_{11}, \quad \varepsilon_{22}^{(x3)} = \varepsilon_{22} + x_3 \cdot X_{22}; \quad \gamma_{12}^{(x3)} = \gamma_{12} + x_3 \cdot 2X_{12}$$

$$\begin{aligned} \text{где } \mathbf{X}_{11} &\equiv \frac{D\Phi_1}{\partial l_1} = \frac{1}{H_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_1} + \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \Phi_2 \ ; \\ \mathbf{X}_{22} &\equiv \frac{D\Phi_2}{\partial l_2} = \frac{1}{H_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_2} + \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \Phi_1 \ ; \\ 2\mathbf{X}_{12} &\equiv \frac{D\Phi_2}{\partial l_1} + \frac{D\Phi_1}{\partial l_2} = \frac{1}{H_1} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_1} + \frac{1}{H_2} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_2} - \frac{1}{H_1 H_2} \left(\frac{\partial H_1}{\partial x_2} \Phi_1 + \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \Phi_2 \right) \end{aligned}$$

поскольку для перемещений в слоях $x_3 = const$, полагаем:

$$u_1^{(x3)} = u_1 + x_3 \cdot \Phi_1, \ u_2^{(x3)} = u_2 + x_3 \cdot \Phi_2 \text{ is } u_3^{(x3)} = u_3$$

Здесь $X_{ik} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{D\Phi_k}{\partial l_i} + \frac{D\Phi_i}{\partial l_k} \right)$, $1 \le i, k \le 2$ – тензор изменения кривизны и кручения (записанный в

явно симметричном виде).

Физические соотношения

Физические соотношения для ортотропных линейно упругих материалов в соответствии с обобщенным законом Гука имеют вид [22 - 24]:

$$\sigma_{11} = G_{11} \left(\varepsilon_{11}^{(x3)} + \mu_2 \varepsilon_{22}^{(x3)} \right), \sigma_{22} = G_{22} \left(\varepsilon_{22}^{(x3)} + \mu_1 \varepsilon_{11}^{(x3)} \right), \tau_{12} = G_{12} \gamma_{12}^{(x3)}; \tau_{13} = G_{13} \gamma_{13}, \tau_{23} = G_{23} \gamma_{23}.$$
(7)

Здесь $G_{11} = E_1/(1 - \mu_1 \mu_2)$, $G_{22} = E_2/(1 - \mu_1 \mu_2)$; G_{12} , G_{13} , G_{23} – модули сдвига, где E_1 , E_2 и μ_1 , μ_2 – продольные модули Юнга и коэффициенты Пуассона ($\mu_1 E_2 = \mu_2 E_1$).

Для изотропных линейно упругих материалов физические соотношения следуют из формул (7), если положить $E_1 = E_2 = E$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ и, следовательно, $G_{11} = G_{22} = E/(1-\mu^2)$, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = G = E/2(1+\mu)$.

В случае нелинейно упругого изотропного материала физические соотношения в соответствии с деформационной теорией пластичности принимаем в виде [23, 24]:

$$\sigma_{11} = \sigma_{11}^{\rm E} - \sigma_{11}^{\rm P}, \ \sigma_{22} = \sigma_{22}^{\rm E} - \sigma_{22}^{\rm P}, \ \tau_{12} = \tau_{12}^{\rm E} - \tau_{12}^{\rm P}; \ \tau_{13} = \tau_{13}^{\rm E} - \tau_{13}^{\rm P}, \ \tau_{23} = \tau_{23}^{\rm E} - \tau_{23}^{\rm P},$$
(8)

где линейно упругие составляющие тензора напряжений (отмечены индексом « E ») определяются по формулам (7) (где $E_1 = E_2 = E$ и $\mu_1 = \mu_2 = \mu$), а нелинейно-упругие составляющие (отмечены индексом P) вычисляются с помощью соотношений:

$$\sigma_{11}^{\mathrm{P}} = \omega(\varepsilon_i)\sigma_{11}^{\mathrm{E}}, \ \sigma_{22}^{\mathrm{P}} = \omega(\varepsilon_i)\sigma_{22}^{\mathrm{E}}; \ \tau_{12}^{\mathrm{P}} = \omega(\varepsilon_i)\tau_{12}^{\mathrm{E}}, \ \tau_{13}^{\mathrm{P}} = \omega(\varepsilon_i)\tau_{13}^{\mathrm{E}}, \ \tau_{23}^{\mathrm{P}} = \omega(\varepsilon_i)\tau_{23}^{\mathrm{E}}$$

Здесь $\omega(\varepsilon_i)$ – функция А.А. Ильюшина; ε_i – интенсивность деформации.

При учёте вязкоупругости (ползучести) материала физические соотношения в соответствии с теорией упруго-ползучего тела (применимой для полимерных материалов, стареющего и нестареющего бетона) имеют вид:

$$\sigma_{11} = \sigma_{11}^{\rm E} - \sigma_{11}^{\rm C}, \ \sigma_{22} = \sigma_{22}^{\rm E} - \sigma_{22}^{\rm C}, \ \tau_{12} = \tau_{12}^{\rm E} - \tau_{12}^{\rm C}; \ \tau_{13} = \tau_{13}^{\rm E} - \tau_{13}^{\rm C}, \ \tau_{23} = \tau_{23}^{\rm E} - \tau_{23}^{\rm C}, \tag{9}$$

где линейно упругие (упруго-мгновенные) составляющие тензора напряжений (отмечены индексом «E») имеют вид соотношений (7), в которых все константы в общем случае являются функциями времени наблюдения t, а вязкоупругие составляющие (отмечены индексом «C») вычисляются по формулам:

$$\sigma_{11}^{\rm C} = R1(t,s)\sigma_{11}^{\rm E}, \ \sigma_{22}^{\rm C} = R1(t,s)\sigma_{22}^{\rm E}; \tau_{12}^{\rm C} = R2(t,s)\tau_{12}^{\rm E}, \ \tau_{13}^{\rm C} = R2(t,s)\tau_{13}^{\rm E}, \ \tau_{23}^{\rm C} = R2(t,s)\tau_{23}^{\rm E}$$

Здесь R1(t,s) и R2(t,s) – функции влияния при растяжении (сжатии) и сдвиге соответственно, где *s* - время, предшествующее моменту наблюдения *t*.

Функционал полной энергии

Функционал полной энергии деформации оболочки на данном отрезке времени $[t_0, t_1]$ для задач динамики имеет вид [25, 26]:

$$W = \int_{t_0}^{t_1} (K - U + A) dt , \qquad (10)$$

где *К* и *U* – кинетическая и потенциальная энергии оболочки; *А* – работа внешних сил.

Подчеркнём, что в задачах динамики подлежащие определению функции перемещений u_1 , u_2 , u_3 и углов Ψ_1 , Ψ_2 являются не только функциями координат x, y (считающихся неподвижными), но и времени $t: u_1 = u_1(x, y, t)$, $u_2 = u_2(x, y, t)$, $u_3 = u_3(x, y, t)$ и $\Psi_1 = \Psi_1(x, y, t)$, $\Psi_2 = \Psi_2(x, y, t)$.

Для задач статики полная энергия деформации оболочки (функционал Лагранжа) может быть записана в виде [25, 26]:

$$W = U - A \,. \tag{11}$$

В соотношениях (10) и (11):

$$K = \frac{\rho}{2} \iiint_{\Omega} \left[\left(H_1 \frac{\partial u_1^{(x3)}}{\partial t} \right)^2 + \left(H_2 \frac{\partial u_2^{(x3)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3^{(x3)}}{\partial t} \right)^2 \right] d\Omega; \qquad (12)$$

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \left(\sigma_{11} \varepsilon_{11}^{(x3)} + \sigma_{22} \varepsilon_{22}^{(x3)} + \tau_{12} \gamma_{12}^{(x3)} + \tau_{13} \gamma_{13}^{(x3)} + \tau_{23} \gamma_{23}^{(x3)} \right) d\Omega;$$
(13)

$$A = \iint_{S} (P_1 u_1 + P_2 u_2 + P_3 u_3) dS \,. \tag{14}$$

Здесь ρ – плотность материала оболочки ($\rho \approx const$) ;

 $\Omega = [-a/2, a/2] \times [-b/2, b/2] \times [z_B, z_H]$ – компакт (замкнутое связное множество) в пространстве (x, y, z);

$$S = [-a/2, a/2] \times [-b/2, b/2]$$
 – компакт на плоскости (x, y) ;

 $d\Omega = dl_1 dl_2 dx_3 = H_1 H_2 dx_1 dx_2 dx_3$ и $dS = dl_1 dl_2 = H_1 H_2 dx_1 dx_2$ – элементы объёма и отсчётной поверхности оболочки соответственно;

 P_1 , P_2 и P_3 – компоненты внешней механической нагрузки в направлениях x_1, x_2 и x_3 соответственно, действующей на единицу площади поверхности оболочки (в задачах статики $P_1 = P_1(x, y), P_2 = P_2(x, y)$ и $P_3 = P_3(x, y)$; в задачах динамики $P_1 = P_1(x, y, t), P_2 = P_2(x, y, t)$ и $P_3 = P_3(x, y, t)$).

Проинтегрируем по переменной x₃ выражения (12) и (13) в функционалах (10) и (11).

В результате будем иметь соответственно:

$$K = \frac{\rho}{2} \iint_{S} \left\{ A_{0} \left[\left(H_{1} \frac{\partial u_{1}}{\partial t} \right)^{2} + \left(H_{2} \frac{\partial u_{2}}{\partial t} \right)^{2} + \left(\frac{\partial u_{3}}{\partial t} \right)^{2} \right] + 2A_{1} \left[H_{1}^{2} \frac{\partial u_{1}}{\partial t} \frac{\partial \Phi_{1}}{\partial t} + H_{2}^{2} \frac{\partial u_{2}}{\partial t} \frac{\partial \Phi_{2}}{\partial t} \right] + A_{2} \left[\left(H_{1} \frac{\partial \Phi_{1}}{\partial t} \right)^{2} + \left(H_{2} \frac{\partial \Phi_{2}}{\partial t} \right)^{2} \right] \right\} dS$$

$$(16)$$

И

$$U = \frac{1}{2} \iint_{S} \left[N_{11} \varepsilon_{11} + N_{22} \varepsilon_{22} + N_{12} \gamma_{12} + M_{11} X_{11} + 2M_{12} X_{12} + M_{22} X_{22} + Q_{13} \Phi_1 + Q_{23} \Phi_2 \right] dS , \qquad (17)$$

где
$$A_0 = \int_{Z_B}^{Z_H} dx_3 = \tilde{h}$$
, $A_1 = \int_{Z_B}^{Z_H} x_3 dx_3 = \tilde{h} \cdot \frac{z_H + z_B}{2}$ и $A_2 = \int_{Z_B}^{Z_H} x_3^2 dx_3 = \tilde{h} \cdot \frac{z_H^2 + z_H z_B + z_B^2}{3}$ – погонные

площадь, статический момент и момент инерции данного главного нормального сечения оболочки; $N_{11} = \int_{Z_B}^{Z_H} \sigma_{11} dx_3$ и $N_{22} = \int_{Z_B}^{Z_H} \sigma_{11} dx_3$ – погонные усилия растяжения (сжатия) в направлениях x_1 и x_2 ; $N_{12} = \int_{Z_B}^{Z_H} \tau_{12} dx_3$ – погонное сдвиговое усилие в касательной плоскости (dx_1, dx_2) ; $M_{11} = \int_{Z_B}^{Z_H} \sigma_{11} x_3 dx_3$ и $M_{22} = \int_{Z_B}^{Z_H} \sigma_{22} x_3 dx_3$ – погонные изгибающие моменты в направлениях x_1 и x_2 ; $M_{12} = \int_{Z_B}^{Z_H} \tau_{12} x_3 dx_3$ – погонный крутящий момент в касательной плоскости (dx_1, dx_2) ; $Q_{13} = \int_{Z_B}^{Z_H} \tau_{13} dx_3$ и $Q_{23} = \int_{Z_B}^{Z_H} \tau_{23} dx_3$ – погонные поперечные (перерезывающие) усилия в главных

нормальных сечениях оболочки соответственно.

Заметим, что в случае симметричной по толщине оболочки
$$(z_B = -z_H)$$
 величины $A_{m-1} = \int_{z_B}^{z_H} z^{m-1} dz = 0$, если $m-1$ нечётно (сравнимо с 1 по модулю 2: $m-1 \equiv 1 \pmod{2}$), $1 \le m \le 3$

и соотношения для внутренних силовых факторов существенно упрощаются. Поэтому целесообразно (если при этом не нарушается условие гладкости отсчётной поверхности, как, например, в случае ребристых оболочек) ввести новую отсчётную поверхность $z_0 = z_0(x, y)$ так, чтобы $A_{m-1} = 0$, если $m-1 \equiv 1 \pmod{2}$. Положение поверхности z_0 можно определить из условия

$$z_0 = (z_H + z_B)/2$$
 [22] и тогда $A_{m-1} = \int_{Z_B^*}^{Z_H^*} (z^*)^{m-1} dz^* = 0$, где $m-1 \equiv 1 \pmod{2}$, $z^* = z - z_0$, $z^*_H = z_H - z_0$, $z^*_B = z_B - z_0$.

Компоненты тензора напряжений σ_{11} , σ_{22} , τ_{12} , τ_{13} и τ_{23} в выражениях для внутренних силовых факторов, действующих в оболочке (усилий N_{11} , N_{22} , N_{12} , Q_{13} , Q_{23} и моментов M_{11} , M_{22} , M_{12}) вычисляем по формулам (7), (8) или (9) в зависимости от проявленных свойств материала (ортотропия, упругость, нелинейная упругость, вязкоупругость).

Уравнения движения или **равновесия** оболочки могут быть получены, исходя из фундаментальных принципов наименьшего действия (в форме Гамильтона-Остроградского) или *минимума потенциальной энергии* (в форме Лагранжа) [25, 26], в соответствии с которыми:

$$\delta W = \delta \int_{t_0}^{t_1} (K - U + A) dt = 0$$
⁽¹⁸⁾

или, соответственно,

$$\delta W = \delta (U - A) = 0 \,,$$

где δ – символ вариации.

Таким образом, построены единые математические модели деформирования оболочек переменной толщины с учётом различных свойств материалов (для задач статики и динамики).

Применение этих моделей позволяет совместно учитывать геометрическую нелинейность, поперечные сдвиги, возможную ортотропию, нелинейную упругость и ползучесть материалов. В случае ребристых оболочек учитывается также дискретность расположения рёбер, их ширина, высота, сдвиговая и крутильная жёсткости (в условиях возможного проявления указанных различных свойств материалов).

Начальные и граничные условия (отвечающие способу закрепления оболочки по контуру) предполагаются заданными.

В задачах статики для поиска минимума функционала (11), записанного с учётом выражений (15)–(17), может быть эффективно применён метод Ритца при разложении искомых функций перемещений u_1 , u_2 , u_3 и углов Ψ_1 и Ψ_2 в ряды.

В задачах динамики для решения системы уравнений движения оболочки, эквивалентной вариационному уравнению (18), целесообразно последовательно применить методы Власова-Канторовича и Рунге-Кутта.

Если априори считать функции перемещений u_1 , u_2 , u_3 компонентами потенциального вектора (что, очевидно, почти всегда выполняется, поскольку возможные локальные повороты, нарушающие симметрию деформаций сдвига, не искажают картину деформированного и напряжённого состояния оболочки), то в этом случае мы имеем, что

$$\frac{Du_1}{\partial l_2} = \frac{Du_2}{\partial l_1}, \ \Psi_1 = \frac{Du_1}{\partial x_3} = \frac{Du_3}{\partial l_1}, \ \Psi_2 = \frac{Du_2}{\partial x_3} = \frac{Du_3}{\partial l_2},$$

а, значит, полные углы сдвигов:

$$\Phi_1 = 2\frac{Du_3}{\partial l_1}, \quad \Phi_2 = 2\frac{Du_3}{\partial l_2}$$

и, кроме того,

$$X_{11} = 2 \frac{Du_3}{\partial l_1}$$
, $X_{22} = 2 \frac{Du_3}{\partial l_2}$, $2X_{12} = 2 \frac{D^2 u_3}{\partial l_1 \partial l_2}$.

Таким образом, полученные математические модели существенно упрощаются.

Литература

- 1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. VII. Теория упругости. М. : Физматлит, 2007. 264 с.
- 2. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1968. 512 с.
- 3. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 399 с.
- Жилин П. А. Прикладная механика. Основы теории оболочек. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2006. 167 с.
- 5. Карпов В. В., Игнатьев О. В., Сальников А. Ю. Нелинейные математические модели деформирования оболочек переменной толщины и алгоритмы их исследования. М.: АСВ; СПб.: СПбГАСУ, 2002. 420 с.
- 6. Карпов В. В. Математическое моделирование, алгоритмы исследования модели, вычислительный эксперимент в теории оболочек. СПб.: СПбГАСУ, 2006. 330 с.
- 7. Byskov E., Hansen J. C. Postbuckling and imperfection sensitivity analysis of axially stiffened cylindrical shells with mode interaction // Journal of structural mechanics. 1980. № 2. Pp. 205–224.
- 8. Chrobot B. Mathematical models of ribbed shells // Studia Geotechnica et Mechanica. 1982. Vol. IV, №3-4. Pp. 55–68.
- 9. Fisher C. A., Berit C. W. Dynamic buckling of an axially compressed cylindrical shells with discrete rings and stringers // Trans. ASME. Ser. E. 1973. Vol. 40, № 3. Pp. 736–740.
- 10. Koiter W. T. General theory of mode interaction in stiffened plate and shell structures // WTHD Rep. 1976. № 590.
- 11. Wu Jiuncheng, Pan Lizhou. Nonlinear theory of multilayer sandwich shells and its application // Applied Math and Mechanics. 1997. Vol. 18, № 1. Pp. 19 -27.
- 12. Makowski J., Pietraszkiewicz W., Stumpf H. On the general form of jump conditions for thin irregular shells // Archives of Mechanics. 1998. Vol. 50, № 3. Pp. 483-495.
- Жгутов В. М. Ответ профессору Карпову, Владимиру Васильевичу (о научном приоритете в методе конструктивной анизотропии для ребристых оболочек и на функционал, описывающий ползучесть их материала) // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 3. С. 75 – 80.
- 14. Жгутов В. М. Нелинейные свободные колебания пологих оболочек ступенчато-переменной толщины: дисс. канд. техн. наук. СПб. , 2004. 177 с.
- 15. Карпов В. В., Сальников А. Ю. Вариационный метод вывода нелинейных уравнений движения пологих ребристых оболочек // Вестник гражданских инженеров. 2008. № 4. С. 121–124.
- 16. Жгутов В. М. Метод конструктивной анизотропии для ортотропных и изотропных ребристых оболочек // Инженерно-строительный журнал. 2009. № 8. С. 40 46.
- 17. Карпов В. В., Баранова Д. А., Беркалиев Р. Т. Программный комплекс исследования устойчивости оболочек. СПб. : СПбГАСУ, 2009. 102 с.
- 18. Карпов В. В. Уравнения равновесия для оболочки вращения для единой системы координат // Вестник гражданских инженеров. 2010. С. 173–179.
- 19. Карпов В. В., Рябикова Т. В. Оболочки вращения в единой системе координат // Вестник гражданских инженеров. 2010. № 2. С. 44–47.
- 20. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М. : Наука, 1965. 428 с.
- 21. Акивис М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление. М. : Наука, Физматлит, 1969. 352 с.
- 22. Жгутов В. М. Геометрически нелинейные математические модели термоупругости оболочек переменной толщины // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2011. № 4. С. 46 56.
- 23. Жгутов В. М. Исследование прочности и устойчивости ребристых оболочек с помощью вычислительного эксперимента // Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте: Сборник докладов VII Международной конференции по проблемам прочности материалов и сооружений на транспорте 23-24 апреля 2008 года. СПб. : Петербургский государственный университет путей сообщения, 2008. С. 110 131.
- 24. Жгутов В. М. Математические модели и алгоритмы исследования устойчивости пологих ребристых оболочек при учёте различных свойств материала // Изв. Орловского гос. техн. ун-та. 2007. № 4. С. 20 23.
- 25. Компанеец А. С. Теоретическая физика. М. : Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1957. 564 с.
- 26. Жилин П. А. Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики. СПб. : Изд-во СПбГТУ. 339 с.

*Владимир Михайлович Жгутов, Санкт-Петербург, Россия Тел. раб.: +7(812)378-20-83; эл. почта: abc_kitezh@mail.ru

О сплошном спектре колебаний балочных элементов конструкции при высокочастотных воздействиях

Аспирант Г.В. Денисов*;

д.т.н., профессор, заведующий кафедрой В.В. Лалин, ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Ключевые слова: высокочастотные колебания; сплошной спектр; дискретный спектр; стержень; граничная частота

С колебаниями или колебательными движениями мы встречаемся повсеместно в природе и технике. В соответствии с [1÷3] можно использовать частотные диапазоны, в пределах которых реализуются различные типы колебаний, для классификации динамик (рис. 1).

динамика абсолютно твердого тела	динамика деформируемого твердого тела	высокочастотная динамика	термодинамика
0			ω

Рисунок 1. Схема динамик в зависимости от оперируемых частот

Исторически, первой была динамика абсолютно твердого тела (И. Ньютон, Л. Эйлер), рассматривающая, по сути, нулевые собственные частоты. Динамика деформируемого твердого тела появилась позже (М. Дюамель). Они оперирует областью механических частот, характерных для рассматриваемого тела. Термодинамика также является видом динамики и оперирует с частотами тепловых движений, значительно превышающими частоты механических колебаний.

В работах [1÷3] автор показывает существование высокочастотной динамики, являющейся высокочастотным случаем классической динамики деформируемого твердого тела и низкочастотным – термодинамики. Характерным отличием от классической динамики является оперирование сплошным спектром собственных частот. Показано, что существует некая граничная частота, свыше которой конструкция проявляет свойства системы со сплошным спектром. Но теоретический характер работ [1÷3] и последующих [4÷6] с преобладающим математическим изложением и малым количеством примеров делает их практически недоступными для широкого круга инженеров. Цель настоящей статьи – частично восполнить имеющийся пробел, показав на элементарных примерах наличие обозначенной выше частоты с последующей реализацией сплошного спектра, а также возможности использования этого факта при выполнении инженерных расчетов.

В качестве примера будем рассматривать колебания прямолинейных однородных конечных стержней.

Согласно классическому подходу [7], перемещения точек стержней определяются путем наложения перемещений, соответствующих формам собственных колебаний, и колебаний, вызванных возмущающей силой. При этом стержень, как и любое упругое тело, имеет бесконечное множество степеней свободы, так как за возможное перемещение можно принять любое малое перемещение, удовлетворяющее условиям непрерывности, т.е. не вызывающее разрывов в теле. Поэтому любое упругое тело имеет бесконечно большое число форм собственных колебаний. Таким образом, в случае произвольной нестационарной силы для точного определения перемещений теоретически требуется учет всех форм собственных колебаний, что является возможным только для очень ограниченного круга задач.

Рассмотрим с физической точки зрения возможность существования бесконечного спектра собственных колебаний стержней. На рис. 2 приведены две изгибные формы собственных колебаний шарнирно опертого стержня, характеризуемые длинами волн λ1 и λ2. На рис. 3 схематично показаны участки стержня с одинаковой направленностью колебательного движения

(в данном случае вверх или вниз). Из приведенных иллюстраций видно, что по мере уменьшения длины волны, а, соответственно, увеличения частоты колебаний, происходит вырождение участка стержня равной направленности движения в точку. Таким образом, высшие формы представляют собой колебательные движения бесконечно большого количества участков стержня пренебрежительно малой длины, что является математической абстракцией. Так, многие исследователи [7÷10] показывают для большинства конструкций значительный вклад первых форм колебаний с пренебрежительно малой долей последующих.



Рисунок 2. Изгибные формы колебаний шарнирно опертого стержня



Рисунок 3. Участки стержня одинаковой направленности колебательного движения в зависимости от длины волны

Далее проанализируем амплитуды колебаний высших форм. Для этого будем рассматривать вынужденные колебания консольного стержня, представляющего элементарную строительную конструкцию, под действием сосредоточенной гармонической нагрузки.

Амплитуда n-й формы вынужденных продольных колебаний однородного прямолинейного стержня с учетом упруго-вязкого трения имеет вид [11]:

 $A_{n} = \frac{h_{n}}{\rho F p_{n}^{2} \sqrt{(1 - \frac{\omega^{2}}{p_{n}^{2}})^{2} + (\frac{k\omega}{E})^{2}}},$ (1)

где n – номер формы; h – некая вспомогательная функция, определяемая конкретным законом изменения амплитуд нагрузки в соответствии с формами собственных колебаний; ρ – плотность материала стержня; F – площадь поперечного сечения стрежня; p – значения собственных частот; ω – значение частоты вынуждающей силы; k – коэффициент вязкости; E – модуль упругости материала стержня. Вывод уравнения движения, а также выражения (1), приведены в [11].

Из выражения (1) легко получить выражение амплитуды для частного случая резонансных колебаний при совпадении частоты вынуждающей силы с собственными значениями (ω=p):

$$A_n^* = \frac{h_n E}{\rho F p_n^2 k \omega} \,. \tag{2}$$

В выражении (2) для наглядности разделено обозначения частот ω и р, хотя ω=р.

Сравнивая (1) и (2), отбрасывая общие множители, пренебрегая изменением величины h и возведя в квадрат обе части, получаем:

$$A_n \le A_n^* <=> \left(\frac{k\omega}{E}\right)^2 \le \left(1 - \frac{\omega^2}{p_n^2}\right)^2 + \left(\frac{k\omega}{E}\right)^2.$$
(3)

Далее представим выражения для ω в следующем виде:

$$\omega = p_n \pm \Delta p \,. \tag{4}$$

В выражении (4) второе слагаемое описывает точность совпадения частоты вынуждающей силы с какой-либо собственной частотой. При этом значения Др для нерезонансного случая должны удовлетворять условию:

$$0 < \Delta p < (p_{i+1} - p_i).$$
(5)

Отметим, что для стержней значение Др не может превышать некой постоянной величины, независимой от номера собственной формы, так как разность соседних собственных частот постоянна. Это следует из теоретического решения [11, 12].

Преобразуем выражение (3). Используя (4) для первого слагаемого в правой части, после элементарных математических преобразований, получим:

$$A_n \le A_n^* <=> \left(\frac{k\omega}{E}\right)^2 \le \left(1 - \left(1 \pm \frac{\Delta p}{p_n}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{k\omega}{E}\right)^2.$$
(6)

Проанализируем данное выражение. Отметим, что первое слагаемое в правой части характеризует отклик стержня на динамическую нагрузку в зависимости от близости вынуждающих и собственных частот. По мере увеличения частоты ω при соответствующих высоких значениях p_n указанное слагаемое в правой части будет стремиться к нулю. Таким образом, значения нерезонансных амплитуд будут стремиться к значениям амплитуд, соответствующих резонансным колебаниям. Это приводит к фактическому исчезновению резонанса как такового при высших формах колебаний и выравниванию графика амплитудно-частотной характеристики с утратой резонансных всплесков.

Следует отметить, что, так как резонансные амплитуды не одинаковы для всех точек стержня и имеют меньшие значения в областях наиболее удаленных от мест приложения нагрузок (или от их максимальных значений), в этих зонах следует ожидать утрату резонансов при более низких частотах, чем в наиболее загруженных областях.

На основании вышесказанного можно заключить, что существует некая граничная частота вынуждающей силы, которая еще может привести к резонансным явлениям. Дальнейшее увеличение частоты приводит только к равномерному уменьшению амплитуды вынужденных колебаний ввиду того, что дискретный спектр собственных частот становится сплошным, и для него теперь характерно слабое изменение амплитуд в достаточно широком диапазоне частот без выраженных максимумов.

Таким образом, высокочастотные колебания стержня в основном будут определяться статическими характеристиками (деформационными характеристиками материала, длиной, и т.п.) и внешними нагрузками. Динамические характеристики, такие как собственные частоты и моды, по сути, теряют свой физический смысл и не оказывают существенного влияния на колебательное движение, так как не приводят к резонансу.

С другой стороны, для собственных колебаний можно заключить, что следующие после граничной частоты формы колебаний уже не вносят существенного вклада (при использовании какой-либо другой частоты, близкой по порядку к собственной, вклад будет равносилен) и имеют пренебрежительно малые амплитуды.

Следует отметить, что выражения (1) и (2), как показано в [11], в качественном отношении справедливы для крутильных и изгибных колебаний. Это дает право распространить сделанные выше выводы и на указанные типы колебаний.

Напомним, что сделанные выводы не справедливы для произвольной нагрузки, для которой требуется учет конкретного характера нагрузки, описываемой функцией h, что не является предметом данной работы.

Для подтверждения сделанных выше выводов выполним численные эксперименты в программном комплексе ANSYS подобно исследованиям [13] и с учетом результатов работы [14]. В качестве первого примера будем рассматривать вынужденные продольные колебания стального стержня под действием гармонической нагрузки (рис. 4). При этом частоту вынуждающей силы ω будем равномерно увеличивать для определения амплитудночастотной характеристики стержня.



Рисунок 4. Пример 1. Расчетная схема

Примем следующие характеристики для стержня. Сечение – прямоугольное с размерами 0,1 х 0,1 м; длина 6,00 м; плотность материала 7850 кг/м³, модуль Юнга 2,1е11 Па.

При заданных параметрах первые пять собственных частот таковы: 215,51, 646,48, 1077,30, 1508,00 и 1938,50 Гц. Полученные значения хорошо согласуются с теоретическим решением [12]. Для построения графика амплитудно-частотной характеристики введем гармоническую внешнюю нагрузку с амплитудой 100 кН, приложенную к свободному концу стержня, в диапазоне частот ω 0 \div 4700 Гц. Будем проводить анализ для характерных точек стержня при коэффициенте затухания (демпфирования) по материалу 0,1 [15]. Указанный способ учета внутренних сил сопротивления принят для большей наглядности моделирования, в отличие от широко применяемой модели Рэлея [16].

На рис. 5 приведены графики амплитудно-частотной характеристики в диапазоне вынуждающих частот ω 0 ÷ 1000 Гц для точек, равномерно расположенных по длине стержня. Полученные значения хорошо согласуются с теоретическими решениями [11, 12], при этом четко просматриваются резонансные отклики первых собственных частот.





Рисунок 5. Графики амплитудно-частотной характеристики точек стержня для диапазона частот 0 ÷ 1000 Гц



Принимая во внимание большую разницу между величинами амплитуд колебаний отдельных точек стержня, дальнейший анализ будем проводить по отдельности для точек, расположенных в непосредственной близости от заделки и от свободного края.

На рис. 6 приведены графики амплитудно-частотной характеристики для точек, расположенных в окрестности заделки.

Анализируя рис. 6, отметим, что по мере увеличения частоты вынуждающей силы происходит выравнивание графика амплитудно-частотной характеристики с утратой резонансных всплесков, что подтверждает выводы, сделанные выше. Так видно, что величина граничной частоты меньше 2500 Гц, что соответствует 6-й форме собственных колебаний с частотой 2368,50 Гц.

На рис. 7 приведены графики амплитудно-частотной характеристики для точек, расположенных в окрестности свободного края.

Сделанные выше заключения подтверждаются также и рис. 7. Следует отметить, что характерная частота для указанного участка стержня превышает величину 2500 Гц, полученную ранее (рис. 6), и составляет 3227,40 Гц, что соответствует 8-й форме собственных колебаний.



Рисунок 7. Графики амплитудно-частотной характеристики точек стержня, расположенных в окрестности свободного края, для диапазона частот 700 ÷ 4700 Гц



Рисунок 8. Пример 2. Расчетная

схема

В качестве второго примера рассмотрим изгибные колебания того же стержня (рис. 8).

Первые пять собственных частот составят 122,61,) 367,80, 613,10, 858,30 и 1103,50 Гц. Для выполнения анализа будем использовать алгоритм, аналогичный примеру 1. Рассмотрим колебания стержня при амплитуде вынуждающей силы 10 кН в диапазоне частот 0 ÷ 2700 Гц.

На рис. 9 приведены графики амплитудно-частотной характеристики в диапазоне вынуждающих частот ω 0 ÷ 800 Гц для точек, равномерно расположенных по длине стержня. Полученные значения хорошо согласуются с теоретическими решениями [11, 12], при этом так же четко просматриваются резонансные отклики первых собственных частот.

На рис. 10, 11 приведены графики амплитудно-частотной характеристики для точек, расположенных в окрестности заделки и в окрестности свободного края, для диапазона частот 700 ÷ 2700 Гц.



Рисунок 9. Графики амплитудно-частотной характеристики точек стержня для диапазона частот 0 ÷ 800 Гц



Рисунок 10. Графики амплитудно-частотной характеристики точек стержня, расположенных в окрестности заделки, для диапазона частот 700 ÷ 2700 Гц





Анализируя рис. 9 ÷ 11, можно заключить, что граничная частота для участка стержня, примыкающего к заделке, составляет 1348,80 Гц (рис. 10), что соответствует 6-й форме собственных колебаний, для свободного края – 1839,30 Гц (рис. 11), что соответствует 8-й форме.

Проанализируем часть спектра собственных частот, лежащую за граничной частотой.

Для наглядности представим амплитудно-частотную характеристику для точки стержня первого примера (рис. 4) в диапазоне частот 2000 ÷ 10000 Гц на рис. 12, а также преобразуем соотношение (2), выделив в нем величины, не зависящие от частоты вынуждающей силы ω :

$$A_n^* = \left(\frac{h_n E}{\rho F p_n^2 k}\right) \frac{1}{\omega}.$$
(7)

Из соотношения (7) и графика на рис. 12 видно, что амплитуда вынужденных колебаний обратно пропорциональна частоте вынуждающей силы ω . Таким образом, амплитудно-частотная характеристика данного стержня после граничной частоты представляет собой гиперболическую зависимость от частоты вынуждающей силы.



Рисунок 12. График амплитудно-частотной характеристики точки стержня примера 1, расположенной в окрестности свободного края, для диапазона частот 2000 ÷ 10000 Гц

Выводы

1. С помощью математических преобразований и численных экспериментов было показано существование у простых стержневых конструкций смешанного спектра частот, образованного дискретной и сплошной частью. При этом существует некая граничная частота, разделяющая указанные части спектра. Полученные результаты подтверждают выводы работ [1÷3].

2. Указанная граничная частота определяет верхнюю границу частоты внешнего воздействия, для которого необходимо проводить динамический расчет конструкции.

3. Было показано, что амплитуда колебаний конструкции с частотой, превышающей граничную, не зависит от динамических характеристик, а в большей степени определяется статическими характеристиками стержня и действующей нагрузкой.

Литература:

- Беляев А. К. Высокочастотная динамика сложных инженерных конструкций : дис. ... доктора физ.мат. наук. СПб., 2001. 232 с.
- Belyaev A. K. Combining continuous and discrete energy approaches to high frequency dynamics of structures // Selected topics in structronics and mechatronic systems. World Scientific Publishers, 2003. pp. 221-267.
- 3. Belyaev A. K. High frequency dynamics of engineering structures // Advanced Dynamics and Control of Structures and Machines. Springer Wien New York, 2004. Pp. 77-96.
- 4. Зверяев Е. М., Докина Д. Л. Сравнительный анализ моделей низкочастотных и высокочастотных колебаний балочных элементов авиационных конструкций // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2007. № 123. С. 41-47.
- 5. Индейцев Д. А., Кузнецов Н. Г., Мотыгин О. В., Мочалова Ю. А. Локализация линейных волн. СПб. : Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2007. 342 с.
- 6. Акуленко Л.Д. Высокочастотные собственные колебания механических систем // Прикладная математика и механика. 2000. № 5. Том 64. С. 817-832.
- 7. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М. : Наука, 1967. 444 с.
- Лалин В. В. Уравнения нелинейной динамики моментной упругой среды // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2007. Т. 1. №49. С. 97-105.
- 9. Абдикаримов Р.А., Эшматов Х., Бобаназаров Ш.П., Ходжаев Д.А., Эшматов Б.Х. Математическое моделирование и расчет гидротехнических сооружений типа плотины-пластины с учетом сейсмической нагрузки и гидродинамического давления воды // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 3. С. 59-70.
- 10. Козинец Г.Л. Определение динамических характеристик сооружений, контактирующих с водой, на примере арочной бетонной плотины Саяно-Шушенской ГЭС // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 5. С. 43-48
- 11. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М. : Физматгиз, 1960. 193 с.
- 12. Бабаков И. М. Теория колебаний. М. : Дрофа, 2004. 591 с.
- 13. Mitra A., Sahoo P., Saha K.N. Large amplitude forced vibration analysis of cross-beam system through energy method // International journal of engineering, science and technology. 2010. Vol. 2, № 4. Pp. 113-133.
- 14. Ming-Hung Hsu. Vibration analysis of non-union beams resting on elastic foundations using the spline collocation method // Tamkang journal of science and engineering. 2009. Vol. 12, № 2. Pp. 113-122.
- 15. Коренев Б. Г., Рабинович И. М. Справочник по динамике сооружений. М. : Стройиздат, 1972. 511 с.
- 16. Тяпин А. Г. Обобщение модели демпфирования Рэлея для динамических расчетов: вопросы практического применения // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2009. № 6. С. 15 – 17.

* Григорий Валентинович Денисов, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(921)385-56-12; эл. почта: охохох@mail.ru

Усиление нагруженных стержневых конструкций с учетом влияния ремонтных и монтажных сил

Д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой М.Н. Серазутдинов; К.т.н., доцент М.Н. Убайдуллоев*, ФГБОУ ВПО Казанский национальный исследовательский технологический университет

Ключевые слова: усиление; ремонтные напряжения; монтажные напряжения; вариационный метод

Здания и сооружения в процессе эксплуатации подвергаются разнообразным внешним воздействиям, что приводит к постепенному снижению их несущей способности. Вследствие этого возникает необходимость ремонта и усиления поврежденных элементов конструкций. Реконструкция и техническое перевооружение промышленных предприятий приводит в большинстве случаев к увеличению эксплуатационных нагрузок, что также вызывает потребность в увеличении несущей способности сооружений.

В настоящее время существуют теоретические разработки и практические методы по определению несущей способности усиливаемых статически определимых конструкций [1, 2].

Методика определения эффективности усиления эксплуатируемых статически неопределимых конструкций с учетом пластических деформаций рассмотрена в работах [3, 4]. В отмеченных публикациях особенности прочности и деформирования конструкций, усиливаемых в напряжённом состоянии, изучались в основном для элементов, имеющих простейшие формы поперечного сечения.

Способы расчета усиливаемых сжатых железобетонных конструкций описаны в [5]. В этой работе основное внимание уделено проблеме устойчивости элементов.

Вопросы реконструкции и ремонта старинных стальных балочных конструкций и дальнейшее их использование в качестве несущих конструкций междуэтажных перекрытий изложены в [6].

Вариационному методу расчета напряженно-деформированного состояния усиливаемых нагруженных конструкций посвящены работы [7, 8]. В статье [7] рассмотрен расчет усиливаемой рамной конструкции способом увеличения сечения. Метод расчета усиленной стержневой конструкции в случае, когда при усилении проводятся монтажные работы, вызывающие возникновение дополнительных монтажных напряжений, изложен в [8]. Приведен расчет напряженно-деформированного состояния усиливаемой статически определимой балки при возникновении только упругих деформаций.

Публикации [9, 10] посвящены методу усиления конструкций предварительным напряжением. В статье [9] изложена методика конечно-элементного моделирования и расчета усиления конструкции предварительно напряженными канатами. Установлено, что использование предварительного напряжения позволяет не только усилить конструкцию, но и ликвидировать уже имеющиеся прогибы и трещины.

Различные вопросы усиления и деформирования нагруженных стальных конструкций рассмотрены в [11, 12, 13]. Результаты конечно-элементного анализа нагруженной стальной балки, усиливаемой способом наращивания сечения, изложены в [11]. Методы усиления конструкции эксплуатируемых стальных железнодорожных мостов приведено в [12], где даны результаты расчетов 3D модели конструкции усиливаемого моста методом конечных элементов.

Влияние монтажных напряжений на напряженно деформированное состояние усиливаемых нагруженных конструкций рассмотрено в монографии [13]. Как отмечается в [13], изложенные в нем методики по расчету усиленных под нагрузкой стержневых систем можно рассматривать лишь как первое приближение, нуждающееся в дополнительной проверке с помощью численных методов расчета.

В коммерческих компьютерных программах, используемых в настоящее время для расчетов, не учитываются некоторые особенности, возникающие при моделировании напряженнодеформированного состояния конструкций, усиленных при действии на них нагрузки.

Указанные факторы определяют необходимость применения специальных разработок по методам расчета усиленных конструкций.

В данной статье излагается метод расчета усиливаемых нагруженных статически неопределимых конструкций. В отличие от ранее опубликованных работ авторов [7, 8], здесь рассматривается вариационный метод расчета стержневых систем, усиливаемых как способами увеличения сечения элементов, так и изменением конструктивной и расчетной схемы конструкций путем установки дополнительных элементов (устройством оттяжек и контрфорсов, постановкой подкосов, связевых элементов). Исследуются вопросы влияния монтажных напряжений и последовательности выполнения этапов усиления на степень повышения несущей способности усиливаемых стержневых систем. Предполагается, что деформации являются упругими.

Особенности усиленных под нагрузкой элементов рассмотрим на примере усиления сжатоизогнутого стержня, находящегося под воздействием изгибающего момента M^p и продольной силы N^p и имеющего начальный прогиб f(x) (рис. 1, а). В сечении основного элемента 1 действуют ремонтные напряжения σ_x^p (рис. 2,а). При усилении элемента способом увеличения сечений к деформированному стержневому элементу 1 присоединяется прямолинейный усиливающий стержень 2. Для обеспечения прилегания стержни 1 и 2 прижимаются друг к другу с помощью специальных стяжных устройств (струбцины, хомуты, различные стяжки). От действия монтажных сил F_j^M , возникающих при прижатии стержней, элементы усиления изгибаются (рис. 1,б), зазор f(x) между ними устраняется. При этом от воздействия сил F_j^M , в конструкции возникают дополнительные (монтажные) напряжения σ_x^M (рис. 2,в). При нагружении конструкции дополнительные напряжения $\Delta \sigma_x$ (рис. 2,г). В случае возникновения только упругих деформаций значения σ_x^P , σ_x^M и $\Delta \sigma_x$ складываются, т.е. $\sigma_x^Y = \sigma_x^P + \sigma_x^M + \Delta \sigma_x$ (рис. 2, д).



Рисунок 1. Расчетная схема к определению монтажных сил



Рисунок 2. Напряжения в поперечных сечениях стержней

Таким образом, для оценки напряженно деформированного состояния конструкции необходимо учесть наличие в некоторой области ремонтных напряжений, присоединение дополнительных элементов и возникновение монтажных напряжений. Последовательность расчетов по определению напряженно-деформированного состояния усиливаемой конструкции следующая:

1) расчет напряженно-деформированного состояния исходной упругой стержневой системы при действии ремонтных нагрузок;

2) определение сил, возникающих при монтаже элементов усиления, с учетом наличия

ремонтных нагрузок, ремонтных напряжений и деформаций;

3) вычисление значения монтажных напряжений с учетом действия ремонтных нагрузок и монтажных сил;

4) введение в расчетную схему конструкции дополнительных стержневых элементов, моделирующие соединение прижатых друг к другу стержней на болтах;

5) введение дополнительных конструктивных элементов путем изменения расчетной схемы конструкции (при необходимости);

6) определение напряженно-деформированного состояния конструкции после усиления при действии эксплуатационных нагрузок с учетом ремонтных и монтажных напряжений, присоединения дополнительных элементов.

Для решения задачи использовался вариационный метод. Этот метод позволяет учитывать такие особенности, как изменение размеров поперечного сечения стержня и последующее дополнительное нагружение конструкции, наложение напряжений, обусловленные различными факторами.

Принимались основные допущения и соотношения теории стержней с учетом сдвигов [14]. Перемещения стержневой системы в период усиления при действии ремонтных нагрузок находятся из условия:

$$\delta U - \delta W = 0, \tag{1}$$

где δU – вариация потенциальной энергии деформации стержневой системы; δW – вариация работы внешних сил.

При решении задачи вводится глобальная ортогональная система координат $0\widetilde{x}\,\widetilde{y}\,\widetilde{z}$, вектор перемещения точек продольной оси стержня $\overline{u} = \{\widetilde{u}_1, \widetilde{u}_2, \widetilde{u}_3\}^{\mathrm{T}}$ и вектор углов поворота поперечных сечений $\overline{\varphi} = \{\widetilde{\varphi}_1, \widetilde{\varphi}_2, \widetilde{\varphi}_3\}^{\mathrm{T}}$. Компоненты этих векторов определены в системе координат $0\widetilde{x}\,\widetilde{y}\,\widetilde{z}$.

Для определения напряженно-деформированного состояния исходной упругой стержневой системы в случае действия ремонтных нагрузок полагается:

$$\delta U = \int_{l_c} \iint_{A^p} \left(\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_y \delta \gamma_{xy} + \tau_z \delta \gamma_{xz} \right) dA \, dl$$

$$\delta W = \int_{l_q} \left(\widetilde{q}_1^p \ \delta \widetilde{u}_1 + \widetilde{q}_2^p \ \delta \widetilde{u}_2 + \widetilde{q}_3^p \delta \widetilde{u}_3 \right) dl + \sum_n \left(\widetilde{F}_{1n}^p \ \delta \widetilde{u}_1(x_n) + \widetilde{F}_{2n}^p \ \delta \widetilde{u}_2(x_i) + \widetilde{F}_{3n}^p \ \delta \widetilde{u}_3(x_n) \right) + \sum_k \left(\widetilde{M}_{1k}^p \ \widetilde{\varphi}_{1k}(x_k) + \widetilde{M}_{2k}^p \ \widetilde{\varphi}_{2k}(x_k) + \widetilde{M}_{3k}^p \ \widetilde{\varphi}_{3k}(x_k) \right),$$
(2)

где l_C , A^p – длина и площадь поперечных сечений стержней усиливаемой системы; \tilde{q}_1^p , \tilde{q}_2^p , \tilde{q}_3^p , \tilde{F}_{1n}^p , \tilde{F}_{2n}^p , \tilde{F}_{3n}^p , \tilde{M}_{1k}^p , \tilde{M}_{2k}^p , \tilde{M}_{3k}^p – распределенные нагрузки, сосредоточенные силы и моменты, действующие во время ремонта.

Перемещения $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$, углы поворота $\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2, \tilde{\varphi}_3$ и деформации вычисляются в локальной ортогональной системе координат 0xyz с осью 0x, направленной по касательной к продольной оси стержня [15].

Полагаем, что в поперечных сечениях стержней возникают деформации:

$$\varepsilon_{x} = \frac{du_{1}}{dx} - y \frac{d\varphi_{3}}{dx} + z \frac{d\varphi_{2}}{dx}, \quad \gamma_{xy} = f_{1}(y, z) \left[\frac{du_{2}}{dx} - \varphi_{3} \right] - f_{2}(y, z) \frac{d\varphi_{1}}{dx},$$
$$\gamma_{xz} = f_{1}^{*}(y, z) \left[\frac{du_{2}}{dx} + \varphi_{2} \right] + f_{2}^{*}(y, z) \frac{d\varphi_{1}}{dx},$$

где $f_1(y,z)$, $f_2(y,z)$, $f_1^*(y,z)$, $f_2^*(y,z)$ – некоторые функции, конкретный вид которых зависит от вида деформации, формы поперечного сечения стержня, положения начала системы координат Oxyz.

Отметим, что функции $f_1(y,z)$, $f_1^*(y,z)$ должны описывать распределение деформаций и напряжений в сечении стержня при изгибе, а $f_2(y,z)$, $f_2^*(y,z)$ – при кручении.

Например, для стержня с поперечным сечением в виде круга радиуса *R* для центральных осей *Охуг* при косом изгибе с кручением:

$$f_1(y,z) = \frac{4}{3} \Big[1 - (y/R)^2 \Big]; \quad f_1^*(y,z) = \frac{4}{3} \Big[1 - (z/R)^2 \Big]; \quad f_2(y,z) = z; \quad f_2^*(y,z) = y.$$

Для стержня с поперечным сечением в виде прямоугольника со сторонами h и b $(-0.5h \le z \le 0.5h, -0.5b \le y \le 0.5b)$ при косом изгибе:

$$f_1(y,z) = 6[0,25 - (y/b)^2]; \quad f_1^*(y,z) = 6[0,25 - (z/h)^2]; \quad f_2(y,z) = f_2^*(y,z) = 0.$$

Стержневая система разбивается на N участков, на каждом из которых компоненты векторов \tilde{u} и $\tilde{\varphi}$ представляются в следующем виде:

$$\widetilde{u}_{k} = \widetilde{u}_{k}^{i} = \sum_{m=1}^{M} C_{km}^{i} f_{m}(t), \quad \widetilde{\varphi}_{k} = \widetilde{\varphi}_{k}^{i} = \sum_{m=1}^{M} D_{km}^{i} f_{m}(t).$$
(3)

Здесь $f_1(t) = 1 - t$, $f_2(t) = t$, $f_m(t) = (1 - t)t^{m-2}$, $m = \overline{3,M}$; C_{km}^i , D_{km}^i – неизвестные постоянные; $t = x/l_i$ ($0 \le t \le 1$); x – длина продольной оси стержня, отсчитываемая от начала участка до рассматриваемой точки; l_i – длина участка стержня; k = 1, 2, 3; $i = \overline{1, N}$.

Перемещения и углы поворота в локальной и глобальной системах координат связаны соотношениями:

$$u_{j} = \sum_{k=1}^{3} n_{jk} \widetilde{u}_{k} , \quad \varphi_{j} = \sum_{k=1}^{3} n_{jk} \widetilde{\varphi}_{k} , \quad j = 1, 2, 3 ,$$
(4)

где *n_{jk}* – направляющие косинусы локальной системы координат.

Для определения коэффициентов C_{km}^{i} и D_{km}^{i} в (3) удовлетворяются кинематические граничные условия, а также условия стыковки перемещений *и* и углов поворота φ на границах участков стержней. Затем, после подстановки выражений (2) в условие (1) и интегрирования получим систему алгебраических уравнений:

$$[K]{C} = {F}.$$
(5)

Здесь [K] – матрица жесткости стержневой конструкции; $\{C\}$ – вектор неизвестных постоянных; $\{F\}$ – вектор внешних нагрузок.

Решая систему уравнений (5), находим неизвестные коэффициенты C_{km}^{i} , D_{km}^{i} .

С использованием выражений (2) и (3) определяются перемещения стержней. Затем подсчитываются деформации ε_x , γ_{xy} , γ_{xz} и напряжения σ_x^p , τ_{xy}^p , τ_{xz}^p , возникающие в конструкции при ремонте.

При вычислении монтажных сил полагаем, что усиливаемый стержень искривлен, поэтому между усиливаемым и усиливающим элементами имеется зазор f(x). Для устранения этого зазора к стержням прикладываются N_F пар сосредоточенных сил F_j^{M} ($j = 1, 2, ..., N_F$), действующих перпендикулярно к линии *AB* в точках с координатами x_j (рис. 1, а).

Обозначим через f_i – расстояния между точками в паре с номером i $(i=1,2,...N_T)$, Δw_{ij}^1 – изменение расстояния между точками в паре с номером i при действии единичных сил $F_j^M = 1$ $(j = 1,2,...N_F)$. В случае действия всей системы сил F_j^M , изменения расстояния между стержнями в выбранных точках:

$$w_i = \sum_{j=1}^{N_F} \Delta w_{ij}^1 F_j^M , \ i = \overline{1, N_T}.$$
 (6)

Нужно найти такие значения F_j^{M} , чтобы выполнялось условие:

$$v_i = f_i, \quad i = \overline{1, N_T} . \tag{7}$$

Таким образом, сближающие стержни монтажные силы считаются сосредоточенными силами $F_j^M = 1$ ($j = 1, 2, ..., N_F$). Условие сближения стержней имеет вид (7). Перемещения точек в направлении перпендикулярном к линии *AB* (рис. 1,а), определяются по формуле (6). Величины F_j^M должны быть такие, чтобы выполнялись условия (7).

Для нахождения F_j^{M} после подстановки выражения w_i в виде (6) в равенство (7) записывается следующая система алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=1}^{N_F} \Delta w_{ij}^1 F_j^{\mathbf{M}} = f_i , \quad i = \overline{1, N_T} .$$
(8)

В результате действия сил F_j^{M} указанные стержни сблизятся, и в деформируемой конструкции возникнут дополнительные (монтажные) напряжения, связанные с монтажом усиливаемых элементов.

Изменение расстояний между точками Δw_{ij}^1 в паре с номером *i* при действии единичных сил $\widetilde{F}_j^M = 1$ ($j = 1, 2, ..., N_F$) определяется из условия (1) по методике, изложенной в [8]. Затем, решая систему алгебраических уравнений (8), находятся величины монтажных сил \widetilde{F}_j^M .

На следующем этапе вычисляются монтажные напряжения σ_x^{M} , τ_{xy}^{M} , τ_{xz}^{M} . При этом учитывается действие ремонтных нагрузок и монтажных сил, а также наличие ремонтных напряжений σ_x^{p} , τ_{xy}^{p} , τ_{xz}^{p} . Расчеты проводятся вариационным методом на основе уравнения (1), при записи которого используются следующие выражения:

$$\begin{split} \delta U &= \int_{l_c} \iint_{A^{p}} \left(\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_y \delta \gamma_{xy} + \tau_z \delta \gamma_{xz} \right) dA \, dl + \int_{l^{\text{VM}}} \iint_{A^{\text{VM}}} \left(\sigma_x \delta \varepsilon_x + \tau_y \delta \gamma_{xy} + \tau_z \delta \gamma_{xz} \right) dA \, dl + \\ &+ \iint_{l_c A^{p}} \left(\sigma_x^{p} \delta \varepsilon_x + \tau_{xy}^{p} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{p} \delta \gamma_{xz} \right) dA \, dl \,, \\ \delta W &= \int_{l_q} \left(\widetilde{q}_1^{p} \delta \widetilde{u}_1 + \widetilde{q}_2^{p} \delta \widetilde{u}_2 + \widetilde{q}_3^{p} \delta \widetilde{u}_3 \right) dl + \sum_n \left(\widetilde{F}_{1n}^{p} \delta \widetilde{u}_1(x_n) + \widetilde{F}_{2n}^{p} \delta \widetilde{u}_2(x_i) + \widetilde{F}_{3n}^{p} \delta \widetilde{u}_3(x_n) \right) + \\ &+ \sum_k \left(\widetilde{M}_{1k}^{p} \widetilde{\varphi}_{1k}(x_k) + \widetilde{M}_{2k}^{p} \widetilde{\varphi}_{2k}(x_k) + \widetilde{M}_{3k}^{p} \widetilde{\varphi}_{3k}(x_k) \right) + \sum_j^{N_F} \left(\widetilde{F}_j^{M} \delta \widetilde{u}_1(x_j) + \widetilde{F}_j^{M} \delta \widetilde{u}_2(x_j) + \widetilde{F}_j^{M} \delta \widetilde{u}_3(x_j) \right). \end{split}$$

На последнем этапе стяжные устройства убираются. Рассчитывается действие на конструкцию эксплуатационных нагрузок. Следовательно, для проведения расчетов в расчетной схеме нужно убрать монтажные силы \tilde{F}_{j}^{M} и ввести дополнительные стержневые элементы, моделирующие соединение прижатых друг к другу стержней болтами. Также, при необходимости, для увеличения жесткости стержневой системы вводятся новые стержневые элементы, т.е. изменяется расчетная схема конструкции.

Напряженно-деформированное состояние конструкции после усиления определяется с учетом действия эксплуатационных нагрузок, наличия ремонтных σ_x^p , τ_{xy}^p , τ_{xz}^p и монтажных σ_x^M , τ_{xy}^M , τ_{xz}^M напряжений. Также следует учитывать, что вводятся дополнительные элементы, моделирующие соединение прижатых друг к другу стержней болтами и новые стержни, которые изменяют расчетную схему усиливаемой конструкции.

Выражения δU в этом случае записывается с учетом напряжений, действующих в период усиления:

$$\delta U = \int_{l_{c}} \left[\iint_{A^{p}} (\sigma_{x} \delta \varepsilon_{x} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \\ + \iint_{A^{p}} ((\sigma_{x}^{p} + \sigma_{x}^{M}) \delta \varepsilon_{x} + (\tau_{xy}^{p} + \tau_{xy}^{M}) \delta \gamma_{xy} + (\tau_{xz}^{p} + \tau_{xz}^{M}) \delta \gamma_{xz}) dA \right] dl + \\ + \int_{l^{VGM}} \left[\iint_{A^{VGM}} (\sigma_{x} \delta \varepsilon_{x} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dA + \iint_{A^{VGM}} (\sigma_{x}^{M} \delta \varepsilon_{x} + \tau_{xy}^{M} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{M} \delta \gamma_{xz}) dA \right] dl + \\ + \iint_{l^{b} A^{b}} (\sigma_{x} \delta \varepsilon_{x} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dl + \iint_{l^{VGA}} \left[\iint_{A^{VGA}} (\sigma_{x} \delta \varepsilon_{x} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA + \\ + \iint_{A^{VGA}} (\sigma_{x}^{M} \delta \varepsilon_{x} + \tau_{xy}^{M} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{M} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{M} \delta \gamma_{xy}) dA dl + \\ \int_{l^{VGA}} (\sigma_{x}^{M} \delta \varepsilon_{x} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{M} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{M} \delta \gamma_{xy}) dA + \\ + \iint_{A^{VGA}} (\sigma_{x}^{M} \delta \varepsilon_{x} + \tau_{xy}^{M} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{M} \delta \gamma_{xy}) dA \right] dl .$$

В выражениях (9) *l*_Б и *A*^Б – соответственно длина и площадь поперечных сечений стержневых элементов, моделирующих соединение прижатых друг к другу стержней болтами, *l*^{усд} и *A*^{усд} – соответственно длина и площадь дополнительно введенных стержней.

Вариация работы внешних сил имеет следующий вид:

$$\begin{split} \delta W &= \int_{l_q} (\widetilde{q}_1^{y} \ \delta \widetilde{u}_1 + \ \widetilde{q}_2^{y} \ \delta \widetilde{u}_2 + \ \widetilde{q}_3^{y} \delta \widetilde{u}_3) \ dl + \sum_i (\widetilde{F}_{1i}^{y} \ \delta \widetilde{u}_1(x_i) + \widetilde{F}_{2i}^{y} \ \delta \widetilde{u}_2(x_i) + \widetilde{F}_{3i}^{y} \ \delta \widetilde{u}_3(x_i)) + \\ &+ \sum_k (\widetilde{M}_{1k}^{y} \ \widetilde{\varphi}_{1k}(x_k) + \widetilde{M}_{2k}^{y} \ \widetilde{\varphi}_{2k}(x_k) + \widetilde{M}_{3k}^{y} \ \widetilde{\varphi}_{3k}(x_k)). \end{split}$$

Интенсивности внешних распределенных нагрузок \tilde{q}_{1}^{y} , \tilde{q}_{2}^{y} , \tilde{q}_{3}^{y} , проекции сосредоточенных сил \tilde{F}_{1i}^{y} , \tilde{F}_{2i}^{y} , \tilde{F}_{3i}^{y} , внешние сосредоточенные моменты \tilde{M}_{1k}^{y} , \tilde{M}_{2k}^{y} , \tilde{M}_{3k}^{y} относительно осей координат вычисляются по формулам:

$$\begin{split} \widetilde{q}_{1}^{y} &= \widetilde{q}_{1}^{p} + \Delta \widetilde{q}_{1} , \quad \widetilde{q}_{2}^{y} = \widetilde{q}_{2}^{p} + \Delta \widetilde{q}_{2} , \quad \widetilde{q}_{3}^{y} = \widetilde{q}_{3}^{p} + \Delta \widetilde{q}_{3} ; \\ \widetilde{F}_{1i}^{y} &= \widetilde{F}_{1i}^{p} + \Delta \widetilde{F}_{1i} , \quad \widetilde{F}_{2i}^{y} = \widetilde{F}_{2i}^{p} + \Delta \widetilde{F}_{2i} , \quad \widetilde{F}_{3i}^{y} = \widetilde{F}_{3i}^{p} + \Delta \widetilde{F}_{3i} ; \\ \widetilde{M}_{1k}^{y} &= \widetilde{M}_{1k}^{p} + \Delta \widetilde{M}_{1k} , \quad \widetilde{M}_{2k}^{y} = \widetilde{M}_{2k}^{p} + \Delta \widetilde{M}_{2k} , \quad \widetilde{M}_{3k}^{y} = \widetilde{M}_{3k}^{p} + \Delta \widetilde{M}_{3k} , \end{split}$$

где $\Delta \tilde{q}_1$, $\Delta \tilde{q}_2$, $\Delta \tilde{q}_3$, $\Delta \tilde{F}_{1i}$, $\Delta \tilde{F}_{2i}$, $\Delta \tilde{F}_{3i}$, $\Delta \tilde{M}_{1k}$, $\Delta \tilde{M}_{2k}$, $\Delta \tilde{M}_{3k}$ – дополнительные нагрузки, связанные с эксплуатацией усиленной конструкции.

Для вычисления интегралов, которые содержаться в уравнении (9), используется численное интегрирование с использованием формулы Гаусса. Интегрирование проводится по длине стержней и по площади их поперечных сечений.

На основе изложенной методики составлена компьютерная программа, которая позволяет моделировать работу усиливаемой конструкции и определять его напряженно-деформированное состояние на различных этапах с учетом деформаций и напряжений, действующих во время усиления. Достоверность и высокая точность расчетов этой программы установлена на основе сравнения полученных результатов с данными решения тестовых примеров и задач, решения которых получены другими методами.

Рассмотрен пример усиления рамной конструкции, приведенной на рис. За, способом увеличения стойки 2 рамы и введением дополнительных стержневых элементов 6 (изменением расчетной схемы конструкции). Сечение основных элементов рамы (стержни 1, 2, 3, 4), усиливающего элемента 5 и дополнительных усиливающих стержней 6 – двутавр № 33. Изучался вопрос о влиянии последовательности выполнения этапов усиления статически неопределимой конструкции на эффективность усиления. Показателем эффективности усиления эксплуатируемых сооружений, как известно [1], является величина θ , равная отношению несущей способности

усиленного сооружения *S^y* к той несущей способности *S*, которой оно обладало до усиления:





Рисунок 3. Расчетная схема рамы: а) до усиления; б) после усиления

Рассматривались два варианта последовательности выполнения усиления. В первом случае под действием ремонтных нагрузок F^p вначале выполняется усиление стойки 2 способом увеличения сечения. В этом случае сечение наращиваемой стойки увеличивается в два раза. Усиливающий элемент задаётся в виде отдельного стержня 5. Основной стержень второй стойки 2 и усиливающий элемент 5 присоединяют монтажными элементами 7 (рис. 36). Затем вводятся дополнительные усиливающие стержни 6. При этом в основных элементах рамы (стержни 1, 2, 3, 4) действуют напряжения $\sigma^p + \sigma^M$. В элементе усиления 5 возникают только монтажные напряжения σ^M , а усиливающие дополнительные стержни 6 свободны от напряжений и будут участвовать в восприятии напряжений только от действия добавочных эксплуатационных нагрузок ΔF .

Во втором варианте сначала к основным элементам рамной конструкции, находящимся в напряженном состоянии, подсоединяют дополнительные стержни 6, а затем выполняют мероприятия по усилению стойки 2 способом увеличения сечения.

В последнем варианте дополнительные усиливающие стержни 6, в отличие от первого варианта, будут участвовать как в восприятии напряжений от монтажных сил σ^{M} , так и в восприятии напряжений от добавочных нагрузок ΔF . Усиление рамной конструкции осуществлялось при разных уровнях относительных ремонтных напряжений $v = \sigma^{p} / R$, где R – расчетное сопротивление материала. По результатам расчетов получены графики зависимости показателя эффективности усиления θ от уровня ремонтных напряжений v (рис. 4). На рис. 4 график 1 соответствует случаю усиления по первому варианту, а график 2 получен при усилении рамы по второму варианту. Из сравнения этих графиков видно, что в первом варианте эффективность усиления выше. Поэтому при выборе вариантов последовательности выполнения усиления приоритет необходимо отдавать первому варианту.



График 3 на рис. 4 получен для случая усиления рамы, когда в расчетах не учитывается влияние монтажных напряжений. Как видно из сравнения графиков 1 и 3, учет монтажных напряжений повышает эффективность усиления рамной конструкции. Это объясняется тем, что в рассмотренном примере учет монтажных сил позволяет учесть и разгрузку конструкции, которую они вызвали.

Выводы

1. Представленный вариационный метод расчета стержневой системы при усилении конструкции позволяет учитывать изменение размеров поперечного сечения стержней конструкции, наличие монтажных напряжений, наложение напряжений.

2. При проектировании усиления каждого конкретного эксплуатируемого сооружения следует рассматривать разные варианты последовательности этапов усиления.

3. Расчеты по определению напряженно-деформированного состояния усиливаемых нагруженных конструкций необходимо производить с учетом монтажных сил, возникающих при присоединении элементов усиления к основным элементам конструкции.

Литература

- 1. Будин А. Я., Чекренева М. В. Усиление портовых сооружений. М.: Транспорт, 1983. 178 с
- 2. Убайдуллоев М. Н., Серазутдинов М. Н. Оценка эффективности усиления нагруженных конструкций с учетом пластических деформаций // Изв. вузов. Строительство. 2009. № 1. С. 106-111.
- Убайдуллоев М.Н. Влияние пластических деформаций на несущую способность усиливаемых статически неопределимых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. М. : РУДН, 2008. № 4. С. 28-33.
- 4. Убайдуллоев М. Н. Несущая способность усиливаемых конструкций, находящихся в сложном напряженном состоянии // Научный вестник Воронеж. гос. арх.-строит. ун-та. Строительство и архитектура. 2010. № 4. С. 106-111.
- 5. Бондаренко С. В., Санжаровский Р. С. Усиление железобетонных конструкций при реконструкций зданий. М. : Стройиздат, 1990. 352 с.
- 6. Ведяков И. И. Выявление резервов несущей способности стальных строительных конструкций на основе совершенствования методов их расчета и рационального применения современных материалов: Дис. на соиск. учен. степ. д.т.н.: Спец. 05.23.01. М., 2000. 370 с.
- 7. Серазутдинов М. Н., Абрагим Х. А. Несущая способность стержневых элементов конструкций, усиливаемых в напряженном состоянии // Вестник Казанского технол. ун-та. 2010. № 9. С. 512-518.
- 8. Серазутдинов М. Н., Убайдуллоев М. Н., Абрагим Х. А. Влияние монтажных сил на несущую способность усиливаемых стержневых систем // Вестник Казанского технол. ун-та. 2011. № 10. С. 116-124.
- 9. Кишиневская Е. В., Ватин Н. И., Кузнецов В. Д. Усиление строительных конструкций с использованием постнапряженного железобетона // Инженерно-строительный журнал. 2009. № 3. С. 29-32.
- 10. Duarte M. V. Faria, Valter J. G. Lucio, A. Pinho Ramos. Strengthening of flat slabs with post-tensioning using anchorages by bonding // Engineering Structures. Volume 33, Issue 6. 2011. Pp. 2025–2043.
- 11. Yi Liu, Liam Gannon. Finite element study of steel beams reinforced while under load // Engineering Structures. Volume 31, Issue 11. 2009. Pp. 2630–2647.
- 12. Joakim Wallin, John Heander, Raid Karoum. Strengthening of a steel railway bridge and its impact on the dynamic response to passing trains // Engineering Structures. Volume 33, Issue 2. 2011. Pp. 635–646.
- 13. Ребров И. С. Усиление стержневых металлических конструкций. Л. : Стройиздат, 1988. 288 с.
- 14. Тимошенко С. П., Гере Дж. Механика материалов. М. : Мир, 1976. 672 с.
- 15. Серазутдинов М. Н., Хайруллин Ф. С. Метод расчета криволинейных стержней // Строительство и архитектура. 1991. № 5. С. 104-108.

*Маджид Насриевич Убайдуллоев, г. Казань, Россия Тел. моб.: +7(927)420-23-07; эл. почта: madgidpwn@rambler.ru

Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам

Старший преподаватель Н.В. Брайла*, ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Ключевые слова: техническое обследование; трещина; коэффициент интенсивности напряжений; физический износ; коэффициент трещиноватости; эксплуатационное качество

При проведении технического обследования здания (согласно BCH 53-86(p), BCH 57-88(p), FOCT P 53778-2010, СП 13-102-2003) особое внимание уделяется такому дефекту как трещины.

С точки зрения использования результатов обследования в целях определения стоимости объекта недвижимости трещины – это, в первую очередь, дефекты, снижающие потребительскую привлекательность сооружения и, соответственно, негативно влияющие на стоимость продажи объекта.

Совсем в ином аспекте рассматриваются трещины при проведении технического обследования для определения действительного технического состояния объекта с целью принятия управленческих решений по улучшению или сохранению эксплуатационных качеств здания. В этом случае, трещина – это показатель наличия проблемы.

Для того чтобы остановить и/ или устранить образование и развитие трещин, необходимо знать причину и механизм их возникновения, то есть источник напряжений. Немаловажными являются знания параметров трещин как поверочных значений определения критических состояний материалов или конструкций.

В данной статье приведено краткое описание механизма и закономерностей образования и развития трещин. Целью работы является определение математического ожидания параметров трещин в зависимости от физического износа конструктивного элемента (в данном случае кирпичной стены), что позволит посредством инструмента измерения трещиноватости получить новую характеристику эксплуатационного качества здания и оценить степень его ускоренного разрушения.

Изучение конструкционных материалов с трещиной или системой трещин стало предметом исследований и научных трудов многих ученых (Дж.Р. Ирвин [1], А.В. Забегаев [2] и др.), основные идеи которых изложены, в том числе, и в [3-7].

Основоположником механики разрушений признан А. Гриффитс. Теория, в основе которой лежит закон сохранения энергии, гласит: потенциальная энергия, накопленная телом в процессе упругого деформирования, при разрушении полностью превращается в энергию образующихся новых поверхностей [5].

Процесс разрушения включает две стадии:

- докритическую появление и медленное вязкое подрастание, а затем рост концентрации зародышевых микротрещин;
- посткритическую разрушение образца при достижении критической концентрации микротрещин К_{кр}, характерной для каждого материала. При этом в вершине магистральной трещины, появляющейся и растущей через поглощение мелких, концентрация зародышевых трещин всегда равна К_{кр}., материал в этих местах находится в более напряженном состоянии, чем в других частях трещины.

Определено, что критическая концентрация зародышевых трещин также связана с их размером *L* зависимостью, названной концентрационным критерием разрушения [7]:

$$K_{\kappa p.}^{-1/3} = e \cdot L , \qquad (1)$$

где е – основание натурального логарифма.

Брайла Н.В. Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам

Тогда при $\sigma < \sigma_{_{\kappa p}}$, где $\sigma_{_{\kappa p}}$ определяется формулой (2), трещина не растет, в обратном случае трещина развивается непрерывно (неустойчивое развитие трещин).

$$\sigma_{\kappa p} = \sqrt{2E\gamma / \pi L} , \qquad (2)$$

где *E* – модуль упругости материала; γ – свободная поверхностная энергия.

Последующее развитие энергетическая концепция Гриффитса получила в силовом подходе определения условий развития трещин Ирвина, основанном на анализе поля напряжений у вершины трещины.

На основе собственных исследований и работ других ученых Ирвин пришел к выводу о том, что страгивание и рост трещины в деформируемом образце происходит при следующем условии:

$$K = K_c , (3)$$

где *К* – это коэффициент интенсивности напряжений, определяемый для каждого материала и зависящий от конфигурации трещины и напряжения.

Согласно теоретическим основам определены три вида смещения трещины – это нормальный отрыв или разрыв, продольный и поперечный сдвиги. Соответствующие коэффициенты интенсивности напряжений, *K*₁, *K*₂ и *K*₃ по разным материалам определяются посредством обработки экспериментальных данных.

Однако исследования последних десятилетий показали, что теория Гриффитса-Ирвина не выполняется в ряде случаев, что доказано в работах В.Г. Вазьи, С.А. Назарова и других ученых и в краткой, но достаточной для понимания форме, разъяснено в статье петербургского учёного Н.Ф. Морозова [6]. В этой же работе показаны наиболее значимые из последних разработок и теорий по преодолению выявленной проблемы.

Причин появления трещин в кирпичной кладке достаточно много, наиболее распространенными из них являются: неравномерная осадка фундаментов, превышение нагрузками расчетных величин, недостаточная прочность кирпича, плохое заполнение швов, протечки санитарно-технических систем, пробивка борозд или отверстий и т.д.

Например, в [8] определено, что пробитая горизонтально бороздка глубиной в 6 см при толщине стены в 64 см снижает ее прочность на 17%, а при толщине в 51 см – уже на 21%.

Механизм образования и разрастания трещин в кладке описан во многих источниках литературы [5, 7, 9, 10 и др.].

Проявление в стене первых волосяных трещин по высоте до трех рядов кладки, что соответствует первой стадии трещинообразования, в зависимости от раствора может проявиться [11]:

- в случае кладки на цементном растворе при Fcrc= (0,8-0,6)Fu;
- в случае кладки на сложном растворе при Fcrc= (0,7-0,5)Fu;
- в случае кладки на известковом растворе при Fcrc = (0,6-0,4)Fu,

где Fu – разрушающее усилие; Fcrc – усилие, при котором появляются трещины.

По другим данным [5], трещины появляются при следующих нагрузках:

- для слабых растворов (менее 1 МПа) при нагрузках 40-60% от разрушающей;
- для растворов средней прочности (1-2,5 МПа) при нагрузках 50-70% от разрушающей;
- для прочих растворов при нагрузках 70-90% от разрушающей.
ANALYSIS

На второй стадии трещинообразования появляются вертикальные трещины, пересекающие уже несколько рядов кладки и не только по раствору, но и по кирпичам. Наличие трещин второй стадии свидетельствует о достижении напряжения 70-90% от разрушающего. Именно на этой стадии следует определить причину возникновения дефекта и провести необходимые мероприятия, в том числе, усиление стены.

На третьей стадии происходит исчерпание прочности кладки, появляются разрывные трещины, расслоение и выпучивание кладки, вывалы кирпича и т.д.

Другая причина разрушения стены – это проникновение влаги в кирпич с последующим её замораживанием и образованием трещин. Этот процесс происходит всё интенсивнее со старением здания.

В работах [12-14] рассмотрены математические модели плотности распределения трещин, длины и глубины их проникновения.

На основе экспертных данных [9], определенных путем статистических исследований, в работе [13] полуэмпирическим путем получены зависимости математических ожиданий параметров

$$M(L) = 1,3U, \tag{4}$$

где M(L) (см) – длина трещины;

U (%) – износ рассматриваемого модуля здания, помноженный на 100.

$$M(P) = 0.57\sqrt{U}$$
, (5)

где M(P) (шт.) – плотность расположения вертикальных трещин на 1м ширины здания.

$$M(G) = 0.25 * 10^{-3} U^{1.65}, \tag{6}$$

где M(G) – математическое ожидание доли глубины повреждения от толщины стены (на примере стены в 38 см).

На основе зависимостей (4)-(6), были проведены расчеты ожидаемых параметров трещин для физического износа от 0 до 80% с интервалом в 5% (таблица 1).

Таблица 1.	Расчет	параметров	трещин	при	условии	сохранения	нагрузок	u
продолжении их р	развития							

Физический износ, %	Мат. ожидание длины трещины, см	Мат. ожидание плотности расположения вертикальных трещин на 1 м ширины здания, шт.	Мат. ожидание доли глубины повреждения от толщины стены, см	Глубина повреждения, см
	M (L)	М (Р)	M (G)	G
0	0	0	0	0
5	6,5	1,27	0,004	0,15
10	13	1,80	0,011	0,42
15	19,5	2,21	0,022	0,84
20	26,0	2,55	0,035	1,33
25	32,5	2,85	0,051	1,94
30	39	3,12	0,068	2,58
35	45,5	3,37	0,088	3,34
40	52	3,60	0,110	4,18
45	58,5	3,82	0,134	5,09
50	65	4,03	0,159	6,04
55	71,5	4,23	0,186	7,07
60	78	4,42	0,215	8,17
65	84,5	4,60	0,245	9,31
70	91	4,77	0,277	10,53
75	97,5	4,94	0,310	11,78
80	104	5,10	0,345	13,11

Брайла Н.В. Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам

Физический	Мат. ожидани	е совокупной площади трещин на 1 кв. м стены,	Мат. ожидание совокупного объёма трещин на 1 кв. м	
износ, %	кв. см % от площади фрагмента стены		стены, куб. см	
	M (S)	<i>К_{М(S)}</i>	M(V)	
0	0	0%	0	
5	0,83	~0%	0,13	
10	2,34	~0%	0,98	
15	8,61	0,09%	7,20	
20	13,26	0,1%	17,63	
25	23,16	0,2%	44,88	
30	36,53	0,4%	94,39	
35	46,03	0,5%	153,92	
40	74,98	0,7%	313,43	
45	89,47	0,9%	455,60	
50	104,79	1,0%	633,16	
55	120,90	1,2%	854,51	
60	172,19	1,7%	1406,82	
65	194,16	1,9%	1807,62	
70	260,39	2,6%	2740,82	
75	336,91	3,4%	3968,75	
80	424,17	4,2%	5560,91	

Таблица 1. Продолжение

Недостающим параметром является ширина раскрытия трещин. В ВСН 53-86 (р) определено, что при физическом износе до 10% ширина раскрытия может достигать 1 мм, при физическом износе до 20% – 2 мм, при износе 21-30% – более 2 мм. При больших величинах износа ширина раскрытия трещин не определена.

По принципу развития трещины могут быть динамичными или стабильными, что устанавливается с помощью специальных маяков. График изменения совокупной площади трещин, соответственно, может быть как стремящимся вверх, так и относительно угасающим.

Рассмотрим вариант, когда трещины объекта имеют однозначную динамику к увеличению.

Очевидно, что при анализе изменения параметров *M*(*S*) и *M*(*V*) при величине физического износа от 0% до 80% формула для значений, близких к 0% будет давать большую погрешность для значений близких к 80%.

Таким образом, целесообразно определить формулу математического ожидания площади (таблица 2) и объема (таблица 3) трещин для разных промежутков по разным формулам, при этом основной критерий деления на промежутки – уменьшение величины погрешности расчетных значений по введенной формуле от расчетных по таблице 1 до 5% (в абсолютном выражении).

Таблица 2.	Определение	математической зависимости	M(S)
гаолица 2.	Определение	математической зависимости і	IVI (2

Диапазон физического износа, %	Мат. ожидание совокупной площади трещин на 1 кв. м стены, кв. см	Номер формулы	
U	M (S)		
0 – 10	0,09 <i>U</i> ^{1,4}	7	
11 – 35	5,48*10 ⁻² * <i>U</i> ^{1,92 -} 2,5	8	
36 – 60	0,02 <i>U</i> ^{2,2}	9	
61- 80	$2,3*10^{-4}U^{3,3}-5,0$	10	
Общий вид	a* <i>U</i> ^{2,4}	11	

Брайла Н.В. Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам

Диапазон физического износа, %	Мат. ожидание совокупного объёма трещин на 1 кв. м стены, куб. см	Номер формулы
U	M(V)	
0 – 10	0,002 <i>U</i> ^{2,65}	12
11 – 35	7,3*10 ⁻⁴ * <i>U</i> ^{3,45} -1,15	13
36 – 60	1,6*10 ⁻⁴ * <i>U</i> ^{3,9}	14
61- 80	1,7*10 ⁻⁶ * <i>U</i> ⁵	15
Общий вид	a* <i>U</i> ^{4,05}	16

Таблица 3. Определение математической зависимости M(V)



Рисунок 1. Мат. ожидание совокупной площади трещин на 1 кв. м стены, кв. см

Рисунок 2. Мат. ожидание совокупного объема трешин на 1 кв. м стены. куб. см

100

Эти характеристики включают в себя только магистральные (крупные) трещины, которые «питают» влажностью и прочими вредоносными факторами (температура, грибок и т.д.) более мелкие внутренние трещины. Из гидравлики известно, что пропускная способность щелей имеет степенную зависимость от величины щели, поэтому мелкие трещины до момента их укрупнения оказывают незначительное воздействие на процесс проникновения влажности.

По характеру нарастания площади и объёма трещин (рисунки 1, 2) можно сделать вывод о лавинообразном процессе разрушения при высоких процентах износа, который невозможно или нецелесообразно устранять. Это присуще российскому климату в целом, и Санкт-Петербургу в частности, для которого характерно чередование морозов и оттепелей, а также повышенная влажность воздуха.

В таблице 1 приведен показатель – процент площади трещин от общей площади стены или ее фрагмента – коэффициент трещиноватости стен К_{М(S)}. Наряду с площадью и объемом трещин это критерий, который может свидетельствовать не просто о техническом состоянии объекта, но и о его эксплуатационном качестве в целом.

Отметим, что увеличение трешиноватости стен ведет не просто к их разрушению, но и к переувлажнению, проникновению влаги в тело материала конструкции вплоть до внутренней поверхности, что влечет за собой еще ряд серьезнейших проблем.

Известно, что во вновь возведенном здании первоначальный уровень строительной влаги не превышает 6-9% для железобетонных конструкций и 8-12% – для армокаменных и каменных. но в ходе эксплуатации влажность может увеличиваться в разы. Так, например, при проведении технических обследований зданий было выявлено, что подъем грунтовой влаги по стенам может достигать пяти метров.

Брайла Н.В. Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам

С развитием износа ограждающих конструкций жилых зданий происходит нарушение внутренней среды помещений, что вызывает у людей ощущение дискомфорта. Практически во всех домах старой постройки (эксплуатируемых более 30 лет) наблюдается отклонение параметров микроклимата от проектных значений, даже в случаях, когда работы по устранению отказов и проведению ремонтов в этих домах проводятся своевременно [15].

В соответствии с нормативами, 30-летнему сроку эксплуатации здания соответствует степень износа около 25%. Следовательно, пороговое значение коэффициента трещиноватости при нарушении внутренней среды помещений составляет 0,2%, а его возрастание показывает степень ухудшения условий проживания и характеризует необходимость значительных затрат на устранение вредного влияния трещин.

Влажность и определенная температура создают благоприятную обстановку для развития разного рода грибков и плесени, которые влекут за собой угрозу ускорения процессов разрушения зданий и напрямую воздействуют на здоровье человека [16, 17, 18].

Так, например, в США после обнаружения в воздухе спор токсичного грибка, распространявшихся из фундамента, были закрыты историческая библиотека в Стейтен Айленд, Нью-Йорк, банк в Манитобе и несколько школ в Сиэттле. А в Швеции существует норматив количества колонеобразующих микроклеток плесневого гриба в комнатном воздухе, равный 174 единицам. Проведенные российскими учеными-микробиологами исследования показали превышение этого показателя в нашей стране относительно шведского в 3-6 раз.

Таким образом, установлено, что трещины как абсорбент влаги концентрируют в себе угрозу не только разрушения конструкции, но и разрастания и проникновения в помещения колоний плесневых грибов и других микроорганизмов.

Принимая во внимание разработки [10], представим техническое состояние объекта в виде круговой диаграммы, где каждый конструктивный элемент – это сектор круга, угол которого равен удельному весу элемента, а радиус – величина физического износа (рисунок 3).



Рисунок 3. Круговая диаграмма технического состояния конструктивных элементов и затрат на устранение физического износа

Диаграмма технического состояния положена в основу программно-расчётного модуля сбора и обработки исходной информации для календарного планирования ремонтных работ и позволяет получить наиболее полное представление о техническом состоянии объекта недвижимости, его отдельно взятых конструктивных элементов и величине ориентировочных затрат на устранение физического износа. На основании диаграммы можно произвести планирование ремонтных работ поэлементно либо в целом по зданию, а также через коэффициент трещиноватости стен определить возможные угрозы с точки зрения не только потери прочности конструкцией, но и экологичности всего объекта.

Брайла Н.В. Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам

ANALYSIS

Таким образом, получены зависимости математических ожиданий параметров трещины как одного из важнейших разрушающих дефектов конструктивных элементов. Эти зависимости вставлены в систему графических моделей технического состояния здания с отображением коэффициента трещиноватости как универсального показателя качества объекта, а также внедрены в методический комплекс оценки технического состояния объектов недвижимости с учетом визуализации дефектов.

Литература

- 1. Irwin G. Analysis of Stresses and Strains near the End of a Crack Traversing a Plate // Journal Of Applied Mechanics. 1957. № 3. Pp. 361 364.
- 2. Забегаев А. В. К построению общей модели деформирования бетона // Бетон и железобетон. 1994. № 6. С. 23-26.
- Lourenco P. B. Experimental and numerical issues in the modeling of the mechanical behavior of masonry. [Электронный ресурс]. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://gfosweb.gfos.hr/portal/images/stories/studij/sveucilisni-diplomski/zidane-konstrukcije-ii/experimentaland-numerical-issues.pdf. (Дата обращения: 13.02.2012).
- 4. Астафьев В. И., Радаев Ю. Н., Степанова Л. В. Нелинейная механика разрушения. Самара: Самарский университет, 2001. 562 с.
- 5. Леденев В. В., Скрылев В. И. Предупреждение аварий: учебное пособие. М. : АСВ, 2002. 240 с.
- 6. Морозов Н. Ф. Математические вопросы механики разрушений // Соросовский образовательный журнал. 1996. № 8. С. 117-122.
- 7. Ушаков И. И., Бондарев Б. А. Основы диагностики строительных конструкций: учеб. пособие. Ростов н/Д : Феникс, 2008. 204 с.
- 8. Вейц Р. И. Предупреждение аварий при строительстве зданий. Л.: Стройиздат, Ленинград. отделение, 1984. 144 с.
- Мальганов А. И., Плевков В. С., Полищук А. И. Восстановление и усиление строительных конструкций аварийных и реконструируемых зданий: Атлас схем и чертежей. Томск: Томский межотраслевой ЦНТИ, 1990. 316 с.
- 10. Рогонский В. А., Костриц А. И Эксплуатационная надежность зданий и сооружений. СПб. : Стройиздат СПб, 2004. 172 с.
- 11. Леонович С. Вопросы технологии усиления строительных конструкций // Строительство и недвижимость. Электронный журнал. №№ 23, 24. 2004. [Электронный ресурс]. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL:http://www.nestor.minsk.by/sn/2004/30/sn43015.html. (Дата обращения: 13.02.2012).
- 12. Симанкина Т. Л., Ширко Н. В. Возможности использования визуализации дефектов при технической экспертизе объектов недвижимости. Сб. докладов XL недели науки СПбГПУ. Часть 1. 2011. С. 109-110.
- 13. Симанкина Т. Л., Ширко Н. В. Оценка физического износа зданий с применением визуального моделирования дефектов // Известия вузов. Строительство. 2011. №7(633). С. 91-97.
- 14. Симанкина Т. Л., Ширко Н. В. Создание графических образов физического износа объектов и связанных с ним затрат // Вестник гражданских инженеров. 2011. № 4 (29). С. 30-37.
- 15. Воробьёва Ю. А. Влияние процесса старения ограждающих конструкций и инженерных систем жилых зданий на микроклимат помещений. Дисс. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. Воронеж: ВГАСУ, 2006. 181с.
- 16. Fitzpatrick K. Unhealthy Places: The Ecology of Risk in the Urban Landscape. New York: Routledge. 2000. 274 p.
- 17. Daisey J. M., Angell W. J., Apte M. G. Indoor air quality, ventilation and health symptoms in schools: an analysis of existing information. [Электронный ресурс]. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.standby.lbl.gov/ied/pdf/LBNL-48287.pdf. (Дата обращения: 13.02.2012).
- 18. Старцев С. А. Проблемы обследования строительных конструкций, имеющих признаки биоповреждения // Инженерно-строительный журнал. 2010. №7(17). С. 41-46.

*Наталья Васильевна Брайла, Санкт-Петербург, Россия

Тел. раб.: +7(812)305-05-08; эл. почта: nashi-n-v@mail.ru

Брайла Н.В. Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам

Inspection methods of reinforcement parameters of concrete structures

A.V. Ulybin

Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia +7(812)535-57-82; e-mail: ulybin@mail.ru

Key words

class of reinforcement; reinforcement parameters; reinforced concrete structure; non-destructive testing; an inspection of structures

Abstract

One of the main objectives during the detailed examination of the supporting structures made from any construction materials is receiving data to perform calculations. For reinforced concrete structures the most difficult task is to determine the parameters of steel reinforcement, as it is always under a protective layer of concrete.

The paper deals with the main problem of reinforcement parameters determination of concrete structures in the inspection. The basic well-known tracks of a solution to this problem are analyzed. The most reliable and accurate methods of reinforcement parameters determination are revealed.

The magnitude of error of the magnetic inspection method in the determination of the diameter of reinforcement and the coverage is experimentally detected. The availability data of applying the method of hardness measuring for the reinforcement class determination is adduced.

References

- 1. Vatin N. I., Ulybin A. V., Ogorodnik V. M. Magazine of civil engineering. 2011. No. 1(19). Pp. 5-7.
- 2. Concrete construction engineering handbook. Chapter 19. Boca Raton, FL: CRC Press, 1997. Pp. 47-51.
- Mariscotti M. A. J., Thieberger P., Frigerio T., Mariscotti F., Ruffolo M. Investigations with reinforced concrete tomography. *Structural Faults & Repairs. 12th International Conference*. Edinburgh: 2008. [Electronic document]. System requirements: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.thasa.com/ANTECEDENTES/Investigations_RCT_2.pdf
- 4. Yong Hao, Zheng Ee, Kee Ee. Evaluation of Concrete Structures by Advanced Nondestructive Test Methods -Impact Echo Test, Impulse Response Test and Radar Survey. NDT-CE. International Symposium. Berlin: 2003. [Electronic document]. System requirements: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.ndt.net/article/ndtce03/papers/v100/v100.htm
- Remnev V. V., Morozov A. S., Tonkikh G. P. *Obsledovaniye tekhnicheskogo sostoyaniya stroitelnykh konstruktsiy zdaniy i sooruzheniy*. Uchebnoye posobiye dlya vuzov zh.-d. transporta [Inspection of technical condition of building structures and buildings. A manual for Railroad transport universities]. Moscow: Marshrut, 2005. 196 p.
- 6. Kozachek V. G., Nechayev N. V., Notenko S. N. *Obsledovaniye i ispytaniye zdaniy i sooruzheniy* [Inspection and testing of buildings and structures]. Moscow: Vysshaya shkola, 2004. 447 p.
- 7. *Posobiye po obsledovaniyu stroitelnykh konstruktsiy zdaniy* [Manual for inspection of building structures]. Moscow: AO "TsNIIPROMZDANIY", 1997. 179 p.
- 8. Grozdov V. T. *Tekhnicheskoye obsledovaniye stroitelnykh konstruktsiy zdaniy i sooruzheniy* [Technical inspection of buildings and constructions]. Saint-Petersburg: Izdatelskiy Dom KN+, 2001. 140 p.
- 9. Remnev V. V. Stroitelnyy ekspert [Building expert]. 2010. No. 21-22 (312). Pp. 1-2
- 10. Khomich V. M., Logvinov D. N. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo* [Proceedings of the universities. Building]. 1999. No. 11. Pp. 133-137.
- 11. Ulybin A. V., Rogozin P. A. Stroymetall. 2011. No. 4 (23). Pp. 25-27.
- 12. Galkin D. S., Patrakov A. N. Vestnik PNIPU. Stroitelstvo i arkhitektura [Bulletin of PNIPU. Building and architecture]. 2010. No. 1. Pp. 85-88.
- 13. Ulybin A. V., Rogozin P. A., Kukushkina G. A. *Mir stroitelstva i nedvizhimosti* [World of construction and real estate]. No. 42. Pp. 22-24.

Full text of this article in Russian: pp. 4-13

Vibration tests on fragments of monolithic building until destruction

A.S. Zolotcov

Ministry of Regional Development and Construction, Republic of Moldova +373 211902; e-mail: zolotcov@hotmail.com

Key words

monolithic housing construction; earthquake engineering; vibration machine; seismic effects; vibrodynamic buildings testing; the degree of structures damage; dynamic characteristics; an analytical technique; the walls reinforcing system

Abstract

The full-scale vibration testing of buildings plays an important role in the development of monolithic construction. This article describes the methodology and results of tests carried out in Chisinau.

For full-scale tests two six-floor fragments of monolithic constructions in industrial solid tile formwork on foundation plates 9840x14600x400 mm in size were built. The purpose of the tests was to determine the influence of structural systems on technological joints, the specifics of the contour and field reinforcement, as well as the development of analytical method for calculating strength of monolithic walls of buildings taking into account the seismic effect.

Both pieces were destroyed. The destruction reached the 4-th level. At this stage, the tests were stopped and the both fragments had been consolidated using polymeric compositions.

This experiment allowed to specify the calculation models of the monolithic constructions and to test earlier developed analytical methodology, to calculate the seismic impact, to validate experimentally the effectiveness of the various systems of reinforced solid walls, to monitor changes in their dynamic characteristics in the process of plastic deformations and damages in constructions development.

The results of the described vibration test of the monolithic parts in conjunction with stand static tests of monolithic walls were used in the formulation of construction standards for cast-in-place construction of the Republic of Moldova.

References

- Zolotcov A., Izmailov. Vibrational tests on sections of monolithic building at high levels of loading. Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, Mexico: 1996. P. 514.
- 2. Zolotkov A. S. *Seysmostoykost monolitnykh zdaniy* [Seismic stability of monolithic buildings]. Kishinev: KartyaMoldovey, 2000. 283 p.
- 3. Bubuioc I., Zolotcov A., Izmailov. Experemental substantiation of reinforcement philosophy regarding strengthening of walls of aseismic monolothic buildings. *Proceedings of the Eleventh European Conference on Earthquake Engineering*. Paris, France: 1998. P. 603.
- Zolotcov A. Assessment of earthquake resistance of buildings by their dynamic characteristics. *Proceedings of the Eleventh European Conference on Earthquake Engineering*. Paris, France: 1998. P. 519.
- 5. Zolotcov A. Determination of buildings condition by their dynamic characteristics. *Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*. Acapulco, Mexico: 1996. P. 508.
- 6. Savin S. N., Demishin S. V., Sitnikov I. V. Magazine of civil engineering. 2011. №7(25). Pp. 33-39. (rus)
- 7. Ashkinadze G. N., Skripnik T. V. *Monolitnoye domostroyeniye. Sbornik* [Monolithic building. Collection of works]. Moscow: TsNIIEPzhilishcha, 1982. Pp. 141-154.
- 8. Tassios T. P. Advances in earthquake-resistant design of concrete structures. *Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*. Acapulco, Mexico: 1996. P. 15.
- 9. Mau S. T., Hsu T. T. C. Shear Design and Analysis of Low-Rise Structural Walls. *Journal of the American Concrete Institute*. 1986. Volume 83. No. 2. Pp. 306-315.

- 10. Mochizuki S. Experiment on slip strength of horizontal of precast concrete multi-story shear walls. *Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*. Acapulco, Mexico: 1996. P. 458.
- 11. Paulay T., Park R., Phillips M. H. Horizontal Construction Joints in Cast in Place Reinforced Concrete. *Shear in Reinforced Concrete. ACI Special Publications SP* 42. 1974. Volume 2. Pp. 599-616.

12. Zolotkov A. S. Beton i zhelezobeton [Concrete and reinforced concrete]. 1997. No. 3. Pp. 30-33. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 14-21

Station Adler railway terminal structures modelling taking into account seismic base isolation

Rumyantsev Ye.V. Proektnoe upravlenie ShtriKH, LLC, Zlatoust, Russia *Belugina Ye.A.* Uralpromproekt, OJSC, Zlatoust, Russia +7(3513)62-10-52, e-mail: jekarum@yandex.ru

Key words

seismic base isolation; lead rubber bearings; finite element method; linear spectral theory; the method of direct time integration; synthesized acceleration

Abstract

The article discusses methods of building frame constructions modeling by finite element method, taking into account seismic isolation systems. It presents data of the calculation in the two software systems.

The calculation results are compared by analyzing of the individual elements stress-strain state. Recommendations about the calculation schemes and software systems selection are given on the base of results analyzing.

The achieved results allow us to evaluate the effectiveness of seismic base isolation and can be used for wide application of such systems in building area.

References

- 1. Arutyunyan A. R. Magazine of Civil Engineering. 2010. No. 3(13). Pp. 56-60. (rus)
- 2. Kuznetsov V. D., Chen S. Magazine of Civil Engineering. 2011. No. 3(21). Pp. 53-58. (rus)
- 3. Kuznetsov V. D., Lyadskiy V. A. The magazine of civil engineering. 2010. No. 3(13). Pp. 61-64. (rus)
- Smirnov V. I. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Safety of buildings]. 2009. No. 5. Pp. 36-41. (rus)
- Smirnov V. I. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Safety of buildings]. 2009. No. 5. Pp. 24-33 (rus)
- Petersen Kh., Boytler Kh., Braun Kh., Mangering I. Sistemy seysmicheskoy zashchity nadzemnykh sooruzheniy i mostov [Systems for seismic protection of buildings and bridges]. Izdatelskiy dom «Viley Kompanii». 929 p.
- 7. Chen W. F., Scawthorn, Ch. Earthquake engineering handbook. Hawaii University, 2003. 1450 p.
- 8. Largest and Deadliest Earthquakes by Year 1990 2011.*U.S. Geological Survey*. [Electronic document]. System requirements: Adobe Acrobat Reader. URL: http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eqarchives/year/byyear.php (Date of request: 27.01.2012)
- Gotovskiy D. S. Diskretnyye matematicheskiye modeli v protsessakh dinamicheskogo vzaimodeystviya slozhnykh tekhnicheskikh sooruzheniy s uprugoplasticheskimi seysmoizolyatorami. Avtoreferat na soiskaniye uchenoy stepeni [Discrete mathematical models of processes in the dynamic interaction of complex engineering structures with elastoplastic seismic insulator. Abstract of a thesis]. Irkutsk: 2011. 23 p. (rus)
- 10. Perelmuter A. V., Slivker V. I. *Raschetnyye modeli sooruzheniya i vozmozhnosti ikh analiza* [The calculated structures model and the possibility of their analysis]. Kiyev: Stal, 2002. 618 p. (rus)
- 11. Uzdin A. M. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Safety of buildings]. 2009. No. 2. Pp. 18-23. (rus)
- 12. Egupov V. K., Komandrina T. A. *Raschet zdaniy na seysmicheskiye vozdeystviya* [Calculation of seismic effects on buildings]. Kiyev: Budivelnik, 1969. 207 p.(rus).
- Uzdin A. M. Osnovy teorii seysmostoykosti i seysmostoykogo stroitelstva zdaniy i sooruzheniy [Fundamentals of the theory of seismic and earthquake-proof construction of buildings]. Saint-Petersburg: 1993. 89 p. (rus)

Rumyantsev Ye.V., Belugina E.A. Station Adler railway terminal structures modelling taking into account seismic base isolation

- 14. Ayzenberg Ya. M., Smirnov V. I., Akbiyev R. T. *Metodicheskiye Rekomendatsii po proyektirovaniyu seysmoizolyatsii s primeneniyem rezinometallicheskikh opor* [Methodical Recommendations for the design of seismic isolation using rubber-mathalic supports]. Moscow: RASS, 2008. 46 p. (rus)
- Pankaj Pankaj, Ermiao Lin. Material modelling in the seismic response analysis for the design of RC framed structures. *Engineering structures*: The journal of earthquake, wind and ocean engineering. 2005. No. 7. Pp. 1014-1023.

Full text of this article in Russian: pp. 22-30

Pendulum seismic isolation bearings. Design, analysis, experiment

Yu.L. Rutman

Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia +7(921)954-84-79; e-mail: rutman@mail.line1.ru

Key words

Seismic isolation; seismic isolation bearing; seismic devices; damping; seismic tests; dynamic analysis

Abstract

In the present research a pendular type of seismoisolation system for protection construction from earthquake is considered. Seismic isolation is carried out on the basis of the following principles:

- the natural frequency of the "protected object seismic isolation" should be significantly lower than the main energy contained frequency (which leads to high frequencies filtering);
- damping in seismic isolation systems should be high enough to avoid resonance effects;
- in seismic isolation systems can be applied elements that limit the level of force that is passed to the protected object (a plastically deformable or friction elements).

A design of devices (component of seismoisolation systems) is shown in the article. The methods of seismoisolation systems analysis are described and the results are presented. The main results of dynamic tests of those devices are shown.

References

- 1. Kelly J. M. Earthquake resistant design with rubber. London: Springer-Verl., 1997. 243 p.
- 2. Skiner R. I. An introduction to seismic isolation. New Zeland: John Wiley & Sons, 1993. 353 p.
- 3. Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. *An introduction to seismic isolation*. New York: Wiley, 2003. 398 p.
- 4. Martelli A., Forny M. Seismic isolation: present application and perspectives. *International Workshop On Base Isolated High-rise Buildings*. Yerevan, Armenia: 2006. Pp.1-26.
- 5. Masahiko Higashino, Shin Okamoto. *Response Control and Seismic Isolation of Buildings*. New York: Taylor & Francis, 2006. 484 p.
- 6. Chopra A. K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice-Hall, 2006. 794 p.
- 7. Savinov O. A. *Izbrannyye stati i doklady "Dinamicheskiye problemy stroitelnoy mekhaniki"* [Dynamic problems in structural mechanics. Selected articles and reports]. Saint-Petersburg: 1993. Pp. 155-178. (rus)
- 8. Ayzenberg Ya. M. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security of constructions]. Volume 1. 2004. Pp. 28-32. (rus)
- 9. Polyakov S. V., Kilimnik L. Sh., Soldatova L. A. *Opyt vozvedeniya zdaniy s seysmoizoliruyushchim skolzyashchim poyasom v fundamente* [Experience in the construction of buildings with seismic isolation sliding zone in the basement]. Moscow: Stroyizdat, 1984. 31 p. (rus)
- Uzdin A. M., Dolgaya A. A. Raschet elementov i optimizatsiya parametrov seysmoizoliruyushchikh fundamentov [Calculation of the elements and optimization of seismic isolation foundation parameters]. Moscow: VNIINTPI, 1997. 76 p. (rus)
- 11. Cherepinskiy Yu. D., Zhunusov T. Zh., Gorvits I. G. *Aktivnaya zashchita zdaniy i sooruzheniy* [Active protection of buildings and structures]. Alma-Ata: Kaz. NIINTI, 1985. 34 p. (rus)
- 12. Belyayev V. S., Guskov V. D., Dolbenkov V. G., Rutman Yu. L. Vestnik INZhEKONA [Bulletin of INZhEKON]. 2007. No. 6(19). Pp. 114-121. (rus)
- 13. Guskov V. D., Rutman Yu. L., Khodasevich K. B. *Vestnik INZhEKONA* [Bulletin of INZhEKON]. 2008. No. 8 (27). Pp. 61-63. (rus)

- 14. Rutman Yu. L. Sbornik "Trudy pyatoy mezhdunarodnoy konferentsii". Nauchno-tekhnicheskiye problemy prognozirovaniya nadezhnosti i dolgovechnosti konstruktsiy i metody ikh resheniya [Proceedings of fifth international conference. Scientific and technical problems of forecasting the reliability and durability of structures and methods for their solution]. Saint-Petersburg: SPbGPU, 2003. Pp. 457-465. (rus)
- 15. Rutman Yu. L., Solntseva Ya. S. Sbornik "Trudy Dvadtsat tretyey mezhdunarodnoy konferentsii". Matematicheskoye modelirovaniye v mekhanike sploshnykh sred. Metody granichnykh i konechnykh elementov [Proceedings of twenty third international conference. Mathematical modeling in continuum mechanics. Methods of boundary and finite elements]. Saint-Petersburg: NITs MORINTEKh, 2009. Pp. 388-393. (rus)
- 16. Kovaleva N. V., Skvortsov V. R., Rutman Yu. L. Sbornik "Trudy Dvadtsat vtoroy mezhdunarodnoy konferentsii". Matematicheskoye modelirovaniye v mekhanike sploshnykh sred. Metody granichnykh i konechnykh elementov [Proceedings of twenty second international conference. Mathematical modeling in continuum mechanics. Methods of boundary and finite elements]. Saint-Petersburg: NITs MORINTEKh, 2007. Pp. 220-225. (rus)
- 17. Chylbak A. A. Raschet i ratsionalnoye proyektirovaniye seysmozashchity dlya sushchestvuyushchikh i vnov stroyashchikhsya zdaniy. Dissertatsiya na soiskaniye ucheniy stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Calculation of seismic design for existing and newly constructed buildings. Thesis for the degree of candidate of technical sciences]. Saint-Petersburg: SPbGASU, 2009. (rus)
- 18. Smirnov V. I. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security constructions]. 2009. No. 4. Pp. 23-28. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 31-36

Estimation of efficiency of damping parameters in seismic insulation systems

N.V. Kovaleva State Marine Technical Univercity of Saint-Petersburg, Saint-Petersburg, Russia Yu.L. Rutman Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia +7(911)835-55-52; e-mail: Balloun@yandex.ru

Key words

damping; plastic dampers; force characteristic; dynamic analysis; seismic insulation

Abstract

In the design of seismic isolation systems, one of the key and most difficult issues is the damping optimal parameters choice. If the damping is negligible, it is possible (at a certain frequency of external influence) that quasi-resonant processes, which lead to the disappearance of seismic insulation effect, will emerge. If the damping forces are large, it entails a significant load increase on the protected object, which also reduces the effect of seismic insulation.

Development technique of plastic dampers analytic dependence «force-displacement» executed as linear or nonlinear quarter circle cores is presented in the research. These dependences are applied to choose rational parameters of pendular type of seismic insulation system damping.

References

- 1. Smirnov V. I. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security of constructions]. 2007. No. 4. Pp. 44-47. (rus)
- 2. Uzdin A. M., Peychev M. M. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security of constructions]. No. 3. 2001. Pp. 37-39. (rus)
- Davydova G. V. Statisticheskiy metod rascheta sistem seysmoizolyatsii zdaniy i sooruzheniy. Dissertatsiya na soiskaniye ucheniy stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Statistical method for calculating seismic isolation systems of buildings. Thesis for the candidate of technical sciences degree]. Saint-Petersburg: SPbGPIS, 2010. (rus)
- 4. Arutyunyan A. R. Magazine of civil engineering. 2010. No. 3(13). Pp. 56-60. (rus)
- Infanti S., Castelliano M. G., Colato G. P., Chiarotto R. Seismic devices. Steel Hysteretic Dampers. [Electronic resource]. System requirements: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.fipgroup.it/fip_ind_eng/prodotti.html (date of request: 22.01.12)
- 6. Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. *An introduction to seismic isolation*. New York: Wiley, 2003. 398 p.
- 7. Masahiko Higashino, Shin Okamoto. *Response Control and Seismic Isolation of Buildings*. New York: Taylor & Francis, 2006. 484 p.
- Belyayev V. S., Guskov V. D., Dolbenkov V. G., Rutman Yu. L. Vestnik INZhEKONA [Bulletin of INZhEKON]. 2007. No. 6(19). Pp. 114-121. (rus)
- Kovaleva N. V., Skvortsov V. R., Rutman Yu. L. Sbornik "Trudy Dvadtsat vtoroy mezhdunarodnoy konferentsii". Matematicheskoye modelirovaniye v mekhanike sploshnykh sred. Metody granichnykh i konechnykh elementov [Proceedings of twenty second international conference. Mathematical modeling in continuum mechanics. Methods of boundary and finite elements]. Saint-Petersburg: NITs MORINTEKh. 2007. Pp. 220-225. (rus)
- 10. Dikovich I. L. Dinamika uprugo-plasticheskikh balok. Leningrad: Sudpromgiz, 1962. 292 p. (rus)
- 11. Simbort E. Magazine of civil engineering. 2011. No. 6(24). Pp. 23-27. (rus)
- 12. Simbort S. E., Rutman Yu. L. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security of constructions]. 2011. No. 5. Pp. 23-26. (rus)
- Pisarenko G. S., Mozharovskiy N. S. Uravneniya i krayevyye zadachi teorii plastichnosti i polzuchesti. Spravochnoye posobiye[Equations and boundary problems of the plasticity and creep theory. Handbook]. Kiyev: Izd-vo Naukova Dumka, 1981. 496 p. (rus)
- Golykh O. V., Pletnev V. I., Rutman Yu. L. Zdaniya slozhnoy makrostruktury s nelineynymi sdvigovymi svyazyami pri ekstremalny vozdeystviyakh [Building with complex macrostructure with nonlinear shear connections under extreme conditions]. Saint-Petersburg: Lap Lambert Academic Publishing, 2011. 101 p. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 37-43

Kovaleva N.V., Rutman Yu.L. Estimation of efficiency of damping parameters in seismic insulation systems

Selection procedure of seismic-load reduction factor K_1 at a given level of ductility factor μ

E. Simbort

Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia +7(906)275-33-17; e-mail: e-simbort@mail.ru

Key words

seismic-resistant design; nonlinear single degree of freedom model; reduction factor $K_1;$ ductility factor

Abstract

At the present time for providing earthquake resistance of buildings and structures, the multilevel design approach is applied. According to this approach seismic loads corresponding to the level of the maximum design earthquake must be perceived by building through the plastic resource of structures, and at the same time the complete collapse of buildings or parts of it must be prevented. In the standards of foreign countries the work of the construction outside the elasticity limit is taken into account by the reduction factor. The load reduction factor selection consists in reducing the seismic loads, depending on the maximum (allowed) level of residual deformations in structures due to earthquakes. The maximum residual deformations are taken into account by ductility factor μ .

In the present research a nonlinear system with single degree of freedom is used for analyzing the behavior of structures under elastoplastic deformation. The author obtained the relationship between plasticity factor and yield strength of structure characterized by the reduction factor K_1 . The statistical analysis of data was also carried out in order to estimate the values of the reduction factor K_1 . Such approaches have already been practiced, but such relations were obtained only for simple loadings. In this paper, these dependences were obtained for more complicated, earthquake loadings.

References

- 1. Fardis M. N. Code developments in earthquake engineering. *12th European Conference on Earthquake*. London: Elsevier Science, 2002. Paper reference 845.
- 2. Mazzolani F. M., Piluso V. *Theory and Design of Seismic Resistant Steel Frames*. London: E & FN Spon Press, 1996. 498 p.
- 3. Rutman Yu. L., Simbort E. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security of constructions]. 2011. No.4. Pp. 21-25.
- 4. Scarlat A. S. *Approximate Methods in Structural Seismic Design*. India, Madras: Thompson Press, 1996. 293 p.
- 5. Daza-Duarte L. G. Nuevo enfoque para determinar el factor de modificacion de respuesta. *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil.* 2003. Vol 3, No. 1. Pp. 33-48.
- 6. Dikovich I. L. *Dinamika uprugo-plasticheskikh balok* [Dynamics of elastic-plastic beams]. Leningrad: Sudpromgiz, 1962. 292 p. (rus)
- 7. Rutman Yu. L., Simbort E. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov* [Bulletin of civil engineers]. 2011. No. (2)27. Pp. 78-81. (rus)
- 8. Simbort E. Magazine of civil engineering. 2011. No. 6(24). Pp. 23-27. (rus)
- 9. Moskvitin V. V. *Plastichnost pri peremennykh nagruzheniyakh* [Plasticity at variable loadings]. Moscow: Izd-vo Mosk. Un-ta, 1965. 263 p. (rus)
- Rutman Yu. L. Metod psevdozhestkostey dlya resheniya zadach o predelnom ravnovesii zhestkoplasticheskikh konstruktsiy [Pseudotaut method for solving the rigid structures limiting equilibrium problems]. Saint-Petersburg: 1998. 51 p. (rus)
- 11. Zharnitskiy V. I., Golda Yu. L., Kurnavina S. O. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security of constructions] 1999. No. 4. Pp. 7–8. (rus)
- 12. Mirsayapov I. T., Nuriyeva D. M. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security of constructions]. 2003. No. 1. Pp. 7–14. (rus)

- 13. Bolotin V. V., Radin V. P., Chirkov V. P. *Izvestiya Vuzov* [Proceedings of universities]. 2003. No. 7. Pp. 6-10. (rus)
- 14. Nemchinov Yu. I., Maryenkov N. G., Babik K. N. Budivelni konstruktsii: zb. nauk. prats. Kiev: DP NDIBK, 2005. Vip. 63. Pp. 11-19. (rus)
- 15. Chopra A. K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice-Hall, 2006. 794 p.
- Chopra A. K., Goel R. K. Capacity-Demand-Diagram Methods Based on Inelastic Design Spectrum. Earthquake Spectra. 1999. Vol. 15. No. 4. Pp. 637-656.
- 17. Nemchinov Yu. I., Maryenkov N. G., Khavkin A. K., Babik K. N. Doklady IX Rossiyskaya natsionalnaya konferentsiya po seysmostoykomu stroitelstvu i seysmicheskomu rayonirovaniyu (s mezhdunarodnym uchastiyem) [Reports of the IX Russian National Conference on earthquake engineering and seismic zoning (with international participation)]. 2011. [Electronic recourse]. URL: http://www.9rncee.ru (rus)
- 18. Naumoski N., Tso W. K., Heidebrecht A. C. A selection of representative strong motion earthquake records having different A/V ratios. Hamilton: McMaster University, 1988. 60 p.
- 19. Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD). [Electronic recourse]. URL: http://www.strongmotioncenter.org. (Date of request: 15.01.2011).
- 20. *The European Strong Motion Database* (ESD). [Electronic recourse]. URL: http://www.isesd.hi.is/ESD_Local/frameset.htm. (Date of request: 17.11.2010).
- 21. Nyumrak N., Rozenblyuet E. *Osnovy seysmostoykogo stroitelstva* [Fundamentals of Earthquake Engineering]. Moscow: Stroyizdat, 1980. 173 p.

Full text of this article in Russian: pp. 44-52

The Finite Elements Research for Calculation of Thin-Walled Bar Systems

V.V. Lalin Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia V.A. Rybakov Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia S.A. Morozov Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia +7 (964) 331-29-25; e-mail: fishermanoff@mail.ru

Key words

torsion; warping; interpolation polynomials; shear deformation; bimoment; stiffness matrix; factor of cross-section influence

Abstract

This article is written to continue the article of recent issue of the journal (Lalin V.V., Rybakov V.A. The finite elements for design of building walling made of thin-walled beams) considered the creating of 4 types of finite elements – depending on a way of function approximation of deformations (torsion and warping):

1. Linear approximation of torsional functions with a 2-central finite element having 4 transitions;

2. Square-law approximation of torsional functions and linear approximation of warping function with a 3-central finite element having 5 transitions;

3. Square-law approximation of functions of torsional and warping functions with a 3-central finite element having 6 transitions

4. Cubical approximation of functions of torsional with a 2-central finite element having 4 transitions

In the article we continue realization of finite elements method algorithms and we consider some test examples about the torsion of the thin-walled beam having various boundary conditions on the ends. Also the given problems are considered from the point of view of search of static power factors at the constrained torsion: a bimoment, a sectorial torsion moment and the moment of free torsion.

Formulas for cross-sectional form for channel influence factor calculation, which are necessary for application of the semisheared theory of thin-walled beams, are received. Analytical decisions for the basic power factors and deformations under the semisheared theory for simple schemes most often meeting in engineering practice loaded by in regular intervals distributed loading with excenterisity are received. Convergence of the offered finite elementswhich speed depends on the type of basic functions approximation is shown on concrete examples.

Recommendations and conclusions concerning application of various finite elements are formulated.

References

- 1. Lalin V. V., Rybakov V. A. Magazine of Civil Engineering. 2011. No. 8(26). Pp. 69-80. (rus)
- 2. Gordeeva A. O., Vatin N. I. Magazine of Civil Engineering. 2011. No. 3(21). Pp. 36-46. (rus)
- Smaznov D. N. Nauchnyy zhurnal KubGAU [Scientific Magazine of KubGAU]. 2011. No.67(03). Pp. 1-13. (rus)
- 4. Airumyan E. L., Belyi G. I. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo* [Industrial and civil engineering]. 2010. No. 5. Pp. 41-44. (rus)
- 5. Shatov D. S. Magazine of Civil Engineering. 2011. No. 3(21). Pp. 32-35. (rus)
- 6. Yurchenko V. V. Magazine of Civil Engineering. 2010. No. 8(18). Pp. 38-46. (rus)
- 7. Bayan Anwer Ali, Sariffuddin Saad, Mohd Hanim Osman, Yusof Ahmad. Finite Element Analysis of Coldformed Steel Connections. *International Journal of Engineering* (IJE). 2011. Volume 5, No. 2. Pp. 55-61.

Lalin V.V., Rybakov V.A., Morozov S.A. The Finite Elements Research for Calculation of Thin-Walled Bar Systems

- Schafer W., Pekoz T. Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. *Journal of Constructional Steel Research*. 1998. Vol. 47. Pp. 193-210.
- 9. Vatin N. I., Rybakov V. A. StroyPROFIL. 2007. No. 2(56). Pp. 60-63. (rus)
- 10. Rybakov V. A. Osnovy stroitelnoy mekhaniki legkikh stalnykh tonkostennykh konstruktsiy [The fundamentals of light steel thin-walled structural mechanics]. Saint-Petersburg: SPbGPU, 2010. 207 p. (rus)
- 11. Vlasov V. Z. *Tonkostennye uprugiye sterzhny (prochnost, ustoichivost, kolebaniya)* [Thin-walled elastic beams (strength, stability, rippling)]. Moscow:1940. (rus)
- 12. Kuzmin N. A., Lukash P. A., Mileikovsky I. E. *Raschet konstruktsyi iz tonkostennykh sterzhey i obolochek* [The design of thin-walled bar and membranous constructions]. Gosstroyizdat, 1960. (rus)
- 13. Tusnin A. R. *Chislennyy raschet konstruktsiy iz tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilya* [Numerical calculation of structures made of open-section thin-walled bars]. Moscow: ASV, 2009. 143 p. (rus)
- 14. Sedlacek G., Bild J., Ungermann D.On the buckling of plates Some recent developments in light weight structures.4th international conference on aluminium weldments. Tokyo: 1988.
- 15. Slivker V. I. Stroitelnaya mekhanika [Structural mechanics]. Moscow: ASV, 2005. 736 p. (rus)
- 16. Umanskiy A. A. *Stroitelnaya mekhanika samoleta* [The aircraft Structural Mechanics]. Moscow: Oborongiz,1961. 569 p. (rus)
- 17. Dzhanelidze G. Yu., Panovko Ya. G. Statika uprugikh tonkostennykh sterzhney [Statics of elastic thinwalled].Moscow: 1948. 208 p. (rus)
- Perelmuter A. V., Slivker V. I. Ustoychivost ravnovesiya konstruktsiy i rodstvennyye problemy. T.1: Obshchiye teoremy. Ustoychivost otdelnykh elementov mekhanicheskikh sistem [The stability of constructions and related problems. Vol1: The general theorems. Stability of separate elements of mechanical systems]. Moscow: SKAD SOFT, 2010. (rus)
- 19. Elsgolts L. E. *Differentsialnyye uravneniya i variatsionnoye ischisleniye* [Differential equations and calculus of variations].Moscow: Nauka, 1969. (rus)
- Rybakov V. A, Lalin V. V. XL Nedelya nauki SPbGPU: materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Ch.1[XL Science Week SPbSPU: Proceedings of the International Scientific Conference. Part 1]. Saint-Petersburg: Izd-vo Politekhnicheskogo un-ta, 2011. Pp. 212-214 (rus)
- 21. Rybakov V. A. Materialy Pyatogo Vserossiyskogo foruma studentov, aspirantov i molodykh uchenykh [Proceedings of the Fifth All-Russian forum of students and young scientists]. Saint-Petersburg : Izd-vo Politekhnicheskogo un-ta, 2011. Pp. 30-32. (rus)
- Morozov S. A., Rybakov V. A. XL Nedelya nauki SPbGPU: materialy mezhdunarodnoy nauchnoprakticheskoy konferentsii. Ch.1[XL Science Week SPbSPU: Proceedings of an international scientific conference. Part 1].Saint-Petersburg : Izd-vo Politekhnicheskogo un-ta, 2011. Pp. 210-212. (rus)
- 23. Darkov A. V., Shaposhnikov N. N. *Stroitelnaya mekhanika* [Structural mechanics]. Moscow: 1986. 607 p. (rus)
- 24. Oden J. *Konechnyye elementy v nelineynoy mekhanike sploshnykh sred* [Finite elements in nonlinear continuum mechanics]. Moscow : Mir, 1976. (rus)
- 25. Oden J. T., Reddy J. N. Note on an approximate method for computing consistent conjugate stresses in elastic finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*.1973. Vol. 6, №1. Pp. 55-61.
- 26. Oden J. T. A general theory of finite elements. I. Topological consideration. International Journal for Numerical Methods in Engineering.1973. Vol. 6, №1. Pp. 201-205.

Full text of this article in Russian: pp. 53-73

About stability analysis of elastic frames

L.M. Kagan-Rosenzweig

Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia +7(812)575-05-50; e-mail: Kagan_R@mail.ru

Key words

stabilityof frames; bifurcation; method of analysis

Abstract

This article illustrates a simple method of stability analysis for elastic frames loaded with dead and follow forces. In its undisturbed state, frame elements might undergo not compression only but bending and torsion as well. It is shown that for simple frames there is no necessity of program complexes using.

For conservative systems the problem is formulated as a problem of equilibrium bifurcation. For non-conservative systems, dynamical approach is applied. The suggested method is used for calculation of coefficients in equations of motion.

References

- 1. *Prochnost, ustojchivist, kolebaniya. Spravochnik* [Strength, stability, vibrations. Handbook]. Vol. 3. Moscow: Mashinostroenie, 1968. 567 p. (rus)
- 2. Kiselev V. A. *Stroitelnaya mechanika. Dinamika i ustojchivost sooruzhenij* [Structural Mechanics. Dynamics and stability of structures]. Moscow: Strojizdat, 1980. 616 p. (rus)
- 3. Smirnov A. F. Stroitelnaya mechanika. Dinamika i ustojchivost sooruzhenij [Structural Mechanics. Dynamics and stability of structures]. Moscow: Strojizdat, 1984. 413 p. (rus)
- 4. Bolotin V. V. *Nekonservativnie zadachi teorii uprugoj ustojchivosti* [Nonconservative problems of the elastic stability theory]. Moscow: Fizmatgiz, 1961. 339 p. (rus)
- 5. Sargsyn A. E., Demchenko A. T., Dvoryanchikov N. V., Dzhinchvelashvili G. A. *Stroitelnaya mechanika* [Structural Mechanics]. Moscow: Visshaya Shkola, 2000. 416 p. (rus)
- 6. Babanov V. V. Stroitelnaya mechanika [Structural Mechanics]. Moscow: Izdatelskij zentr Akademiya, 2011. 288 p. (rus)
- Korobko V. I., Korobko A. V. Stroitelnaya mechanika. Dinamika i ustojchivost sterzhnevih system [Structural Mechanics. Dynamics and stability of the beam systems]. Moscow: Izdatelstvo ACV, 2008. 400p. (rus)
- Rzhaniczin A. P. Ustojchivost ravnovesiya uprugih system [Stability of elastic systems equilibrium]. Moscow: Gostehizdat, 1955. 475 p. (rus)
- 9. Kagan-Rozenzwejg L. M. *Promishlennoe i grazhdanskoe stroitelstvo* [Industrial and civil engineering]. 2007. No. 11. Pp. 45–46. (rus)
- 10. Kagan-Rozenzwejg L. M. *Promishlennoe i grazhdanskoe stroitelstvo* [Industrial and civil engineering]. 2011. No. 8. Pp. 51–52. (rus)
- 11. Kagan-Rozenzwejg L. M. Vestnik grazhdanskich inzhenerov [Bulletin of civil engineers]. 2010. No. 3. Pp. 63–66. (rus)
- 12. Kagan-Rozenzwejg L. M. Vestnik grazhdanskich inzhenerov [Bulletin of civil engineers]. 2011. No. 2. Pp. 65–67. (rus)
- 13. Bazant Z. P., Cedolin L. Stability of structures: elastic, inelastic, fracture, and damage theories. Dover: 2003. 1035 p.
- 14. Yoo C. H., Lee. S. C. Stability of structures. Principles and applications. Elsevier: 2011. p. 523.
- Salem A. H., El Dib F. F., El Aghoury M., Hanna M. T. Elastic stability of planar steel frames with unsymmetrical beam loading. *Journal of structural engineering, ASCE*. 2004. Vol. 130, No. 11. Pp. 1852– 1859.
- 16. Advances in stability of framed structures. Special issue. *Journal of Engineering Mechanics*. 2005. Vol. 131. No. 6.
- 17. Simitses G. J., Hodges D. H. Fundamentals of Structural Stability. Elsevier: 2006. 389 p.
- Simitses G. J., Kounadis A. N. Buckling of imperfect rigid-jointed frames. ASCE journal of the engineering mechanics division. 1976. Vol. 104, No. 3. Pp. 569–586.

Full text of this article in Russian: pp. 74-78

Mathematical deformation models of variable thickness shells with calculation of different materials` behaviour

V.M. Zhgoutov

"Architectural and Engineering Company Kitezh" LTd. +7(812)378-20-83; e-mail:abc_kitezh@mail.ru

Key words

variable thickness shells; linear and nonlinear elasticity; viscoelasticity, transversal movements; full shear angles; variable rigidity; shear and torsion rib rigidity; full deformation energy functional of shells

Abstract

Shells as elements of various structures are widely used in different fields of engineering and construction. Thin-walled elements of modern structures that represent shells designed to work under the influence of mechanical stress, which can be either static or dynamic. Calculations of strength, stability and vibrations of shell structures have an important role in the design of modern devices, machines and constructions.

Profile of shell can have smooth thickening to increase rigidity in some areas. There is also a variant of a thin-walled part of the shell strengthening by discretely spaced ribs. In both cases, carrying force of structures significantly increases with a slight increase of its mass.

In this article geometrically nonlinear mathematical deformation models of shells with variable thickness, in particular ribbed shells, (for static and dynamic problems) are proposed. Different material properties are taken into account (orthotropism, linear and nonlinear elasticity, viscoelasticity and creeping), as well as transversal movements, variable rigidity of ribbed shells besides its finite widths and height of ribs, shear and torsion rigidity.

References

- 1. Landau L. D., Lifshits Ye. M. *Teoreticheskaya fizika. T. VII. Teoriya uprugosti* [Theoretical Physics. Vol. VII. Theory of elasticity]. Moscow: FIZMATLIT, 2007. 264 p. (rus)
- 2. Bezukhov N. I. Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti [Fundamentals of the theory of elasticity, plasticity and creep]. Moscow: Vysshaya shkola, 1968. 512 p. (rus)
- 3. Malinin N. N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1975. 399 p. (rus)
- 4. Zhilin P. A. *Prikladnaya mekhanika. Osnovy teorii obolochek* [Applied Mechanics. Fundamentals of the theory of shells]. Saint-Petersburg: Izd-vo Politekhn. un-ta, 2006. 167 p. (rus)
- Karpov V. V., Ignatyev O. V., Salnikov A. Yu. Nelineynyye matematicheskiye modeli deformirovaniya obolochek peremennoy tolshchiny i algoritmy ikh issledovaniya [Non-linear mathematical models of variable thickness shells deformation and algorithms for their studies]. Moscow: ASV; Saint-Petersburg: SPbGASU, 2002. 420 p. (rus)
- 6. Karpov V. V. *Matematicheskoye modelirovaniye, algoritmy issledovaniya modeli, vychislitelnyy eksperiment v teorii obolochek* [Mathematical modeling, algorithms, research models, computer experiment in the theory of shells]. Saint-Petersburg: SPbGASU, 2006. 330 p. (rus)
- 7. Byskov E., Hansen J. C. Postbuckling and imperfection sensitivity analysis of axially stiffened cylindrical shells with mode interaction. *Journal of structural mechanics*. 1980. No. 2. Pp. 205–224. (rus)
- Chrobot B. Mathematical models of ribbed shells. *Studia Geotechnica et Mechanica*. 1982. Vol. IV, No. 3– 4. Pp. 55–68.
- 9. Fisher C. A., Berit C. W. Dynamic buckling of an axially compressed cylindrical shells with discrete rings and stringers. *Trans. ASME. Ser. E.* 1973. Vol. 40, No. 3. Pp. 736–740.
- 10. Koiter W. T. General theory of mode interaction in stiffened plate and shell structures. *WTHD Rep.* 1976. No. 590.
- 11. Wu Jiuncheng, Pan Lizhou. Nonlinear theory of multilayer sandwich shells and its application. *Applied Math and Mechanics*. 1997. Vol. 18, No. 1. Pp. 19 -27.

Zhgoutov V.M. Mathematical deformation models of variable thickness shells with calculation of different materials' behaviour

- 12. Makowski J., Pietraszkiewicz W., Stumpf H. On the general form of jump conditions for thin irregular shells. *Archives of Mechanics*. 1998. Vol. 50, No. 3. Pp. 483-495.
- 13. Zhgutov V. M. Magazine of civil engineering. 2011. No. 3. Pp. 75 80. (rus)
- 14. Zhgutov V. M. Nelineynyye svobodnyye kolebaniya pologikh obolochek stupenchato-peremennoy tolshchiny: diss. kand. tekhn. nauk [Nonlinear free vibrations of shallow stepwise-variable thickness shells: diss. Candidate. Technical. Science]. Saint-Petersburg: 2004. 177 p. (rus)
- 15. Zhgutov V. M. Magazine of civil engineering. 2009. No. 8. Pp. 40 46. (rus)
- Karpov V. V., Baranova D. A., Berkaliyev R. T. *Programmnyy kompleks issledovaniya ustoychivosti obolochek* [The program complex for studying stability of shells]. Saint-Petersburg: SPbGASU, 2009. 102 p. (rus)
- 17. Kochin N. Ye. Vektornoye ischisleniye i nachala tenzornogo ischisleniya [Vector Calculus and the beginning of the tensor calculus]. Moscow: Nauka, 1965. 428 p. (rus)
- 18. Akivis M. A., Goldberg V. V. *Tenzornoye ischisleniye* [Tensor calculus]. Moscow: Nauka, Fizmatlit, 1969. 352 p. (rus)
- Zhgutov V. M. Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta [Scientific and technical statements of the St. Petersburg State Polytechnical University]. 2011. No. 4. Pp. 46 - 56. (rus)
- 20. Zhgutov V. M. Problemy prochnosti materialov i sooruzheniy na transporte: Sbornik dokladov VII Mezhdunarodnoy konferentsii po problemam prochnosti materialov i sooruzheniy na transporte 23-24 aprelya 2008 goda [Problems of materials and structures strength for transport: Proceedings of the VII International Conference on the strength of materials and structures for transport on 23-24 April 2008]. Saint-Petersburg: Peterburgskiy gosudarstvennyy universitet putey soobshcheniya, 2008. Pp. 110 - 131. (rus)
- 21. Zhgutov V. M. *Izvestiya Orlovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of the Oryol State Technical University]. 2007. No. 4. Pp. 20 23. (rus)
- 22. Kompaneyets A. S. *Teoreticheskaya fizika* [Theoretical physics]. Moscow: Gos. izd-vo tekhn. teor. lit-ry, 1957. 564 p. (rus)
- 23. Zhilin P. A. *Teoreticheskaya mekhanika. Fundamentalnyye zakony mekhaniki* [Theoretical Mechanics. The fundamental laws of mechanics]. Saint-Petersburg: Izd-vo SPbGTU. 339 p. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 79-90

About the continuous spectrum of vibrations of beam construction elements under high-frequency effects

G.V. Denisov Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia V.V. Lalin Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia +7(921)385-56-12; e-mail: oxoxox@mail.ru

Key words

high-frequency vibrations; continuous spectrum; discrete spectrum; rod; boundary frequency

Abstract

In this paper the high-frequency vibrations of beam structural elements on the example of cantilever rod are analyzed. The purpose of this article is to show the existence of the boundary frequency, above which the structure behaves as a system with a continuous spectrum, on elementary examples and to demonstrate the possibility of using this fact during engineering calculations performing.

With the help of mathematical transformations and numerical experiments the existence of simple beam structures mixed spectrum, formed by the discrete and continuous parts, is shown. It is also shown that there is a boundary frequency that separates the portions of the spectrum and determines the upper frequency limit of the external effects, for which it is necessary to conduct dynamic account of structures. In this case the amplitude of the vibrations with a frequency exceeding the boundary one does not depend on the dynamic characteristics of the rod, but it is mostly determined by the static characteristics of the rod and the load.

References

- 1. Belyaev A. K. Vysokochastotnaya dinamika slozhnykh inzhenernykh konstruktsiy. Dissertatsiya na soiskanie uchenoy stepeni doktora fiziko-matematicheskikh nayk [High-frequency dynamics of complex engineering structures]. Saint-Petersburg, 2001. 232 p. (rus)
- Belyaev A. K. Combining continuous and discrete energy approaches to high frequency dynamics of structures. *Selected topics in structronics and mechatronic systems*. World Scientific Publishers, 2003. Pp. 221-267.
- 3. Belyaev A. K. High frequency dynamics of engineering structures. *Advanced Dynamics and Control of Structures and Machines*. Springer Wien New York, 2004. Pp. 77-96.
- Zveryaev Y. M., Dokina D. L. Nauchnyy vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta grazhdanskoy aviatsii [Scientific Bulletin of the Moscow State Technical University of Civil Aviation]. 2007. No. 123. Pp. 41-47. (rus)
- 5. Indeytsev D. A., Kuznetsov N. G., Motygin O. B., Mochalova Y. A. *Lokalizatsiya lineynykh voln* [Localization of linear waves]. Saint-Petersburg: Saint-Petersburg State University, 2007. 342 p. (rus)
- 6. Akulenko L.D. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics]. 2000. No. 5. Vol. 64. Pp. 817-832. (rus)
- 7. Timoshenko S. P. *Kolebaniya v inzhenernom dele* [Vibration problems in engineering]. Moscow: Nauka, 1967. 444 p. (rus)
- Lalin V. V. Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta [Scientific and technical statements of the St. Petersburg State Polytechnical University]. 2007. Vol. 1. No. 49. Pp. 97-105. (rus)
- 9. Abdikarimov R. A., Eshmatov H., Bobanazarov S. P., Hodzhaev D. A., Eshmatov B. H. *Magazine of Civil engineering.* 2011. No. 3. Pp. 59-70. (rus)
- 10. Kozinetc G.L. Magazine of Civil engineering. 2011. No. 5. Pp. 43-48. (rus)
- 11. Panovko Y. G. *Vnutrennee treniye pri kolebaniyakh uprugikh sistem* [Internal friction in the oscillations of elastic systems]. Moscow: Fizmatgiz, 1960. 193 p. (rus)
- 12. Babakov I. M. Teoriya kolebaniy [Theory of vibrations]. Moscow: Drofa, 2004. 591 p. (rus)

Denisov G.V., Lalin V.V.About the continuous spectrum of vibrations of beam construction elements under high-frequency effects

- Mitra A., Sahoo P., Saha K. N. Large amplitude forced vibration analysis of cross-beam system through energy method. *International journa of engineering, science and technology*. 2010. Vol. 2, No. 4. Pp. 113-133.
- 14. Ming-Hung Hsu. Vibration analysis of non-union beams resting on elastic foundations using the spline collocation method. *Tamkang journal of science and engineering*. 2009. Vol. 12, No. 2. Pp. 113-122.
- 15. Korenev B. G., Rabinovich I. M. *Spravochnik po dinamike sooruzheniy* [Handbook of structural dynamics]. Moscow: Stroyizdat, 1972. 511 p. (rus)
- 16. Tyapin A. G. Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy [Earthquake engineering. Security structures]. 2009. No. 6. Pp. 15-17. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 91-97

Strengthening of the beam structures taking into account repair and mounting forcesinfluence

M.N. Serazutdinov Kazan national research technological university, Kazan, Russia *M.N. Ubaydulloyev* Kazan national research technological university, Kazan, Russia +7(927)420-23-07; e-mail: madgidpwn@rambler.ru

Key words

strengthening; repair stress; mounting stress; variational method

Abstract

In the article the variation method of calculation of the loaded statically indeterminable structures strengthened by increasing the section of elements and the constructive and design model of structures modifying by installation of additional elements is presented.

The procedure of the stress-strain state of the strengthened loaded structures determining, taking into account the repair and mounting stresses and also attached additional elements is presented.

Computer program, which is based on the described methodology and allows to simulate the strengthened structure and to determine its stress-strain state at various stages of considering the deformation and stress during the current action of strengthening is composed. Reliability and high accuracy of calculations made by this program are established by comparing them with the data of test examples and solution problems, which were obtained by other methods.

References

- 1. Budin A. Ya., Chekreneva M. V. *Usileniye portovykh sooruzheniy* [Strengthening of port structures]. Moscow: Transport, 1983. 178 p. (rus)
- 2. Ubaydulloyev M. N., Serazutdinov M. N. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo* [News of higher educational institutions. Construction]. 2009. No. 1. Pp. 106-111. (rus)
- 3. Ubaydulloyev M. N. *Stroitelnaya mekhanika inzhenernykh konstruktsiy i sooruzheniy* [Structural mechanics of engineering constructions and buildings]. 2008. No. 4. Pp. 28-33. (rus)
- 4. Ubaydulloyev M. N. Nauchnyy vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitelnogo universiteta. Stroitelstvo i arkhitektura[Scientific Bulletin of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture]. 2010. No. 4. Pp. 106-111. (rus)
- Bondarenko S. V., Sanzharovskiy R. S. Usileniye zhelezobetonnykh konstruktsiy pri rekonstruktsiy zdaniy [Strengthening of reinforced concrete structures during the buildings reconstruction]. Moscow: Stroyizdat, 1990. 352 p. (rus)
- 6. Vedyakov I. I. Vyyavleniye rezervov nesushchey sposobnosti stalnykh stroitelnykh konstruktsiy na osnove sovershenstvovaniya metodov ikh rascheta i ratsionalnogo primeneniya sovremennykh materialov: Dissertatsiya na soiskaniye uchenoy stepeni d.t.n[Identifying reserves of bearing capacity of steel building structures on the basis of improving their methods of calculating and rational use of modern materials: Thesis for the degree]. Moscow: 2000. 370 p. (rus)
- 7. Serazutdinov M. N., Abragim Kh. A. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta* [Bulletin of the Kazan Technological University]. 2010. No. 9. Pp. 512-518. (rus)
- 8. Serazutdinov M. N., Ubaydulloyev M. N. Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta [Bulletin of the Kazan Technological University]. 2011. No. 10. Pp. 116-124. (rus)
- 9. Kishinevskaya Ye. V., Vatin N. I., Kuznetsov V. D. Magazine of civil engineering. 2009. No. 3. Pp. 29-32. (rus)
- 10. Duarte M. V. Faria, Valter J. G. Lucio, A. Pinho Ramos. Strengthening of flat slabs with post-tensioning using anchorages by bonding. *Engineering Structures*. 2011. Volume 33, Issue 6. Pp. 2025 2043.
- 11. Yi Liu, Liam Gannon. Finite element study of steel beams reinforced while under load. *Engineering Structures*. 2009. Volume 31, Issue 11. Pp. 2630 2647.

Serazutdinov M.N., Ubaydulloyev M.N. Strengthening of the beam structures taking into account repair and mounting forces influence

- 12. Joakim Wallin, John heander, Raid Karoum. Strengthening of a steel railway bridge and its impact on the dynamic response to passing trains. *Engineering Structures*. 2011. Volume 33, Issue 2. Pp. 635–646.
- 13. Rebrov I. S. *Usileniye sterzhnevykh metallicheskikh konstruktsiy*. [Strengthening of beam metal structures]. Leningrad: Stroyizdat, 1988. 288 p. (rus)
- 14. Timoshenko S. P., Gere DZh. *Mekhanika materialov* [Mechanics of materials]. Moscow: Mir, 1976. 672 p. (rus)
- 15. Serazutdinov M. N., Khayrullin F. S. *Stroitelstvo i arkhitektura* [Building and architecture]. 1991. No. 5. Pp. 104-108. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 98-105

Analysis of mathematical expectations of the cracks parameters from the degree of element deterioration based on historical data processing about similar objects

N.V. Brayla

Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia +7(812)305-05-08; e-mail: nashi-n-v@mail.ru

Key words

technical survey; crack; the stress intensity factor; physical deterioration; degree of fracturing factor; operational quality

Abstract

Technical survey of the real estate object may be carried out for its cost evaluating or for the defining necessity of repair. During the inspection special attention is paid to cracks that are important destructive defects of structural elements. The article includes a short description of the cracks formation and material destruction processes with specifying the main theories and formulas of the fracture mechanics. The mathematical expectations of the crack parameters were deducted. These dependencies are inserted into a system of building technical condition graphic models and embedded in a methodical complex of object technical condition evaluation taking into account visualization of defects.

Such parameters of building quality as operational reliability and environmental safety are assessed by degree of fracturing factor. This factor displays not only the relative area of cracks in the walls but also the operational quality of the building in the following way: the fracturing factor indicates the degree of constructions resistance to such harmful micro-organisms like mold and fungi, which provoke damage to structures, impair indoor climate of rooms and cause building occupants diseases. The technical condition and estimated cost of structures physical deterioration removal are represented by the buildings structural elements circle chart.

References

- 1. Irwin G. Analysis of Stresses and Strains near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal Of Applied Mechanics*. 1957. No. 3. Pp. 361 364.
- 2. Zabegaev A. V. Beton i zhelezobeton[Concrete and reinforced concrete]. 1994. No. 6. Pp. 23-26. (rus)
- Lourenco P. B. Experimental and numerical issues in the modeling of the mechanical behavior of masonry. [Electronic resource]. System requirements: AdobeAcrobatReader. URL: http://gfosweb.gfos.hr/portal/images/stories/studij/sveucilisni-diplomski/zidane-konstrukcije-ii/experimentaland-numerical-issues.pdf. Date of request: 13.02.2012.
- 4. Astafyev V. I., Radaev Yu. N., Stepanova L. V. *Nelineynaya mekhanika razrusheniya* [Non-linear fracture mechanics]. Samara: Samara University, 2001. 562 p. (rus)
- 5. Ledenev V. V., Skrylev V. I. *Preduprezhdeniye avariy: uchebnoye posobiye* [Damage control: textbook]. Moscow: ASV, 2002. 240 p. (rus)
- 6. Morozov N. F. *Sorosovskiy obrazovatelnyy zhurnal* [Sorovsky educational magazine]. 1996. No. 8. Pp. 117-122. (rus)
- 7. Ushakov I. I., Bondarev B. A. *Osnovy diagnostiki stroitelnykh konstruktsiy: uchebnoye posobiye* [Fundamentals of diagnostic constructions: textbook]. Rostov-on-Don: Feniks, 2008. 204 p. (rus)
- 8. Veyts R. I. *Preduprezhdeniye avariy pri stroitelstve zdaniy* [Preventing of accidents during the construction of buildings]. Leningrad: Stroyizdat, 1984. 144 p. (rus)
- Malganov A. I., Plevkov V. S., Polischuk A. I. Vosstanovleniye i usileniye stroitelnykh konstruktsiy avariynykh i rekonstruiruyemykh zdaniy: Atlas skhem i chertezhey [Restoration and strengthening of building structures of emergency and renovated buildings: Atlas of diagrams and drawings]. Tomsk: Tomskiy mezhotraslevoy TsNTI, 1990. 316 p. (rus)
- 10. Rogonskij V. A., Kostritc A. I. *Ekspluatatsionnaya nadezhnost zdaniy i sooruzheniy* [Operational reliability of buildings and constructions]. Saint-Petersburg: Stroyizdat SPb, 2004. 172 p. (rus)

Brayla N.V. Analysis of mathematical expectations of the cracks parameters from the degree of element deterioration based on historical data processing about similar objects

- 11. Leonovich S. *Stroitelstvo i nedvizhimost* [Construction and real estate]. 2004. No. 23, 24. [Electronic journal]. URL: http://www.nestor.minsk.by/sn/2004/30/sn43015.html. Date of request: 13.02.2012. (rus)
- 12. Simankina T. L., Shirko N. V. *Sbornik dokladov XL nedeli nauki SPbGPU* [Collection of reports of XL Science Week in St.Petersburg State Polytechnical University]. 2011. Pp. 109-110. (rus)
- Simankina T. L., Shirko N. V. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo* [Proceedings of the universities. building]. 2011. No. 9 (633). Pp. 91-97. (rus)
- 14. Simankina T. L., Shirko N. V. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov [Bulletin of Civil Engineers]. 2011. No. 3 (28). Pp. 30-37. (rus)
- 15. Vorobyeva Yu. A. Vliyaniye protsessa stareniya ograzhdayushchikh konstruktsiy i inzhenernykh sistem zhilykh zdaniy na mikroklimat pomeshcheniy [Building envelope and engineering systems of the residential buildings aging process impact on the premises microclimate]. The dissertation for the candidate of technical sciences scientific degree competition. Voronezh: VSUACE, 2006. 181 p. (rus)
- 16. Fitzpatrick K. Unhealthy Places: The Ecology of Risk in the Urban Landscape. New York: Routledge, 2000. 274 p.
- Daisey J. M., Angell W. J., Apte M. G. Indoor air quality, ventilation and health symptoms in schools: an analysis of existing information. [Electronic resource]. System requirements: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.standby.lbl.gov/ied/pdf/LBNL-48287.pdf. Date of request: 13.02.2012.
- 18. Startsev S. A. Magazine of civil engineering. 2010. No. 7 (17). Pp. 41-46. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 106-112