Повышение надежности инженерных систем методом формализации поиска отказов

*К.т.н., докторант Д. Р. Абсалямов**
ФВГОУ ВПО Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского

Ключевые слова: процедура обучения; отказ; контролируемый показатель; обучающая выборка; рекуррентное соотношение; ортонормированный базис

Целью разработки математического обеспечения расходной части энергетического баланса в системах теплоснабжения, вентиляции и кондиционирования воздуха (СТВ и КВ) зданий и сооружений является создание и эксплуатация технических систем, обеспечивающих рациональное использование топливно-энергетических ресурсов (ТЭР) [1, 2, 3, 4, 5]. Рациональное использование ТЭР, обеспечивающее достижение максимальной при существующем уровне развития техники и технологий эффективности, невозможно без своевременного выявления отказов по показателям эффективности использования ТЭР системами теплоснабжения, вентиляции и кондиционирования воздуха зданий и сооружений. К показателям эффективности использования ТЭР [1, 4, 5, 6, 7] относятся: показатель энергетической эффективности, коэффициент полезного использования энергии, коэффициент полезного действия, полная энергоемкость продукции, энергоемкость производства продукции, показатель экономичности энергопотребления изделия, потеря энергии.

В дальнейшем формальное описание отказа по показателям эффективности использования ТЭР как составной части математической модели энергетического баланса называется его изображением. Изначально приведенное множество контролируемых показателей в СТВ и КВ, как правило, является избыточным. Необходимо определить минимальное множество таких показателей, что позволит снизить размерность математической модели, при этом повышая ее достоверность, а следовательно, и надежность СТВ и КВ. Это обусловлено снижением количества измерений в системах, каждое из которых сопровождается методическими и метрологическими погрешностями, а также уменьшением времени на принятие решений по устранению выявленных отказов.

В настоящей статье рассматривается метод формального описания отказов по показателям эффективности использования ТЭР в системах теплоснабжения, вентиляции и кондиционирования воздуха зданий и сооружений, в котором, в отличие от известных методов, совмещены процедуры построения изображений отказов и выбора минимального множества контролируемых показателей эффективности использования ТЭР.

В работе [8] предложен подход к преобразованию траекторий выходных процессов системы на основе теории пространств измеримых функций и интеграла Лебега. В результате преобразования траекторий формируется вектор $\mathbf{Y}_{<n'>}$ числовых характеристик, которые и принимаются в качестве показателей эффективности использования топливно-энергетических ресурсов в СТВ и КВ. Этот вектор называется наблюдаемым состоянием топливо- и энергопотребляющей системы (в дальнейшем – «системы»).

Теоретико-множественная формулировка задачи построения изображений показателей эффективности использования топливно-энергетических ресурсов в СТВиКВ

На множестве векторов $\mathbf{Y}_{<n'>}$ может быть задана структура n'–мерного евклидова пространства Y. В данном пространстве выделяются подмножества Y^i ($i=\overline{1,m}$) наблюдаемых состояний системы, каждое из которых соответствует недопустимым значениям (отказу) по i–му показателю эффективности использования топливно-энергетических ресурсов в СТВ и КВ. Подмножества Y^i с топологической точки зрения представляют собой области в пространстве Y.

В общем случае области Y^i частично пересекаются между собой. Иначе, элементы $\mathbf{Y}_{<n'>}$ находятся между собой в отношении толерантности $\Omega \subset Y \times Y$, которое обладает следующими свойствами [9]: рефлексивности: $\forall\, \mathbf{Y} \in Y$, $(\mathbf{Y}, \mathbf{Y}) \in \Omega$; симметричности: $\forall\, \mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 \in Y$: $(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2) \in \Omega \Rightarrow$

($\mathbf{Y}_2$, $\mathbf{Y}_1$)$\in\Omega$; антитранзитивности: $\exists\mathbf{Y}_1$, $\mathbf{Y}_2$, $\mathbf{Y}_3\in Y$: ($\mathbf{Y}_1$, $\mathbf{Y}_2$)$\in\Omega$,($\mathbf{Y}_2$, $\mathbf{Y}_3$)$\in\Omega$ $\Rightarrow$($\mathbf{Y}_1$, $\mathbf{Y}_3$)$\notin\Omega$[1]. Из приведенных свойств следует, что области Y^i ($i=\overline{1,m}$) могут рассматриваться как классы толерантности, а фактор-пространство Y/Ω = {Y^i| $i=\overline{1,m}$} является покрытием пространства Y.

Процесс отнесения текущего состояния системы к той или иной области Y^iв покрытии Y/Ω характеризуется значительной степенью неопределенности из-за наличия пересечений областей и может давать ошибочные результаты. Поэтому очевидно, что при разработке математической модели распознавания отказов эффективности использования ТЭР системы каждую область Y^i необходимо заменить одним элементом – изображением i–го отказа:

$$E_{\mathrm{i}}=(\mathrm{e}_{\mathrm{i}1},\mathrm{e}_{\mathrm{i}2},...,\mathrm{e}_{\mathrm{i}n'})^{\mathrm{T}}, i=\overline{1,m}, \tag{1}$$

которое интегрально описывает свойства всей области.

Известно, что на евклидовых пространствах реализуется принцип сжимающих отображений [9, 10]. В соответствии с данным принципом всегда может быть найдена та или иная вычислительная схема, позволяющая выразить целую область изображением вида (1). Такие вычислительные схемы имеют единую математическую основу и реализуются в рамках процедур обучения.

Теоретические основы обучающей процедуры

Пусть задан перечень всех отказов эффективности использования топливно-энергетических ресурсов в СТВ и КВ[2]:

$$Q=\{q_i \mid i=\overline{1,m}\}; \tag{2}$$

определён состав контролируемых показателей:

$$\mathbf{Y}=(y_1, y_2,\ldots,y_{n'})^{\mathrm{T}}; \tag{3}$$

сформирована ограниченная по объёму обучающая выборка реализаций наблюдаемых состояний (образов), соответствие которых каждому отказу известно:

$$\left\{Y^1_{<n'>k} \mid k=\overline{1,N^1}\right\}\subset Y^1, \left\{Y^2_{<n'>k} \mid k=\overline{1,N^2}\right\}\subset Y^2,..., \left\{Y^m_{<n'>k} \mid k=\overline{1,N^m}\right\}\subset Y^m, \tag{4}$$

где N^i – мощность множества обучающих образов, содержащихся в области Y^i.

На основе исходных данных (2)–(4) требуется построить изображения (1), которые оптимальным образом (в смысле достоверности распознавания) описывают признаки соответствующих отказов q_i($i=\overline{1,m}$).

Обучающая выборка (4), как правило, является неоднородной и ограниченной по объёму. Следовательно, для обучения необходимо использоватьметоды непараметрической статистики [11], которые позволяют обрабатывать неоднородную статистическую информацию малого объёма. Один из них – метод стохастической аппроксимации, который базируется на операциях итеративного градиентного поиска. В соответствии с данным методом для каждого подмножества Y^i ищется аппроксимация разделяющей функции h_i в n'-мерном евклидовом пространстве Y, котораяявляется неизвестной. Поэтому следует выбрать аппроксимирующую функцию $h(\mathbf{E}_i,\mathbf{Y}_{<n'>})$, с помощью которой ищется оптимальное приближение к разделяющей функции.

В алгоритмическом аспекте процедура обучения значительно упрощается, если применить разложение аппроксимирующей функции по ортонормированному базису $G(\mathbf{Y})=(g_1(\mathbf{Y}), g_2(\mathbf{Y}),\ldots,g_{n'}(\mathbf{Y}))^{\mathrm{T}}$ в соответствии с выражением:

$$\mathrm{h}(E_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}},Y_{<n'>})=E_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\,\mathrm{G}(Y)=\sum_{j=1}^{n'}\mathrm{e}_{\mathrm{ij}}\mathrm{g}_{\mathrm{j}}(Y), \tag{5}$$

[1] Выражение ($\mathbf{Y}_i$, $\mathbf{Y}_j$)$\in\Omega$ означает, что наблюдаемые состояния $\mathbf{Y}_i$и $\mathbf{Y}_j$находятся между собой в отношении толерантности Ω, а ($\mathbf{Y}_i$, $\mathbf{Y}_j$)$\notin\Omega$ указывает, что данные состояния в отношении Ω не находятся.

[2] Особенности процедур обучения при моделировании контроля правильности функционирования системы рассматриваются в работе [12].

а в качестве меры отклонения аппроксимирующей функции от аппроксимируемой выбрать квадратичную меру:

$$\mathrm{H}(E_{\mathrm{i}}, Y) = (\mathrm{h}_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\,\mathrm{G}(Y))^2\,. \tag{6}$$

Далее базис *G*(**Y**) называется *G*-преобразованием вектора **Y**.

В работе [12] показано, что при выполнении условий (5) и (6) обучающая процедура представляется в виде рекуррентного соотношения:

$$E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}) = E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}-1) - \mathrm{a}_{\mathrm{k}}[E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}-1) - \mathrm{G}(Y(\mathrm{k}))], \tag{7}$$

где a_k, (k=1,2,…) – элемент последовательности положительных чисел, удовлетворяющий условиям:

$$\lim_{\mathrm{k}\to\infty}\mathrm{a}_{\mathrm{k}} = 0,\quad \sum_{\mathrm{k}=1}^{\infty}\mathrm{a}_{\mathrm{k}} = \infty,\quad \sum_{\mathrm{k}=1}^{\infty}\mathrm{a}_{\mathrm{k}}^2 < \infty\,.$$

Наиболее простым примером такой последовательности является гармонический ряд:

$$\{1/\mathrm{k}\} = \{1,\, 1/2,\, 1/3,\, \ldots\}. \tag{8}$$

С учётом (8) рекуррентное соотношение (7) принимает вид:

$$E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}) = E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}-1) - \frac{1}{\mathrm{k}}[E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}-1) - \mathrm{G}(Y(\mathrm{k}))], \tag{9}$$

а для каждой координаты e_{ij} вектора $\mathbf{E}_i$ соотношение представляется как:

$$\mathrm{e}_{\mathrm{ij}}(\mathrm{k}) = \mathrm{e}_{\mathrm{ij}}(\mathrm{k}-1) - \frac{1}{\mathrm{k}}[\mathrm{e}_{\mathrm{ij}}(\mathrm{k}-1) - \mathrm{g}_{\mathrm{j}}(Y(\mathrm{k}))]. \tag{10}$$

По мере увеличения числа шагов изображение $\mathbf{E}_i$ стремится к своему оптимальному значению E_{i}^* с вероятностью единица:

$$\mathrm{P}\,[\lim_{\mathrm{k}\to\infty}(E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}) - E_{\mathrm{i}}^*) = 0] = 1\,.$$

Каждый из векторов E_{i}^* может трактоваться и как точка в n'-мерном евклидовом пространстве *Y*, и как набор весовых коэффициентов уравнения гиперплоскости, отделяющей данное подмножество Y^i от других подмножеств в пространстве *Y*. Очевидно, что каждая координата e_{ij} $(\mathrm{i} = \overline{1, \mathrm{m}};\ \mathrm{j} = \overline{1, \mathrm{n}'})$ показывает степень сходства наблюдаемых состояний по *j*-му контролируемому признаку.

При реализации процесса обучения на основе рекуррентного соотношения (9) фактически решается градиентное уравнение:

$$\mathrm{grad}\,\mathrm{H}(E_{\mathrm{i}}, Y) = \mathrm{grad}\,(\mathrm{h}_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\,\mathrm{G}(Y))^2 = 0\,, \tag{11}$$

где $\mathrm{grad}\,\mathrm{H}(E_{\mathrm{i}}, Y) = \left(\dfrac{\partial\,\mathrm{H}(E_{\mathrm{i}}, Y)}{\partial\,\mathrm{e}_{\mathrm{ij}}}\right),\quad \mathrm{j} = \overline{1, \mathrm{n}'}\,;\ \dfrac{\partial\,\mathrm{H}(E_{\mathrm{i}}, Y)}{\partial\,\mathrm{e}_{\mathrm{ij}}}$ – частная производная.

Уравнение (11) решается методом последовательных приближений. На каждом шаге используются данные из обучающей выборки (4). Корень уравнениям даёт оптимальное значение вектора $E_i = E_i^*$.

Группировка обучающих образов и ранжирование групп

Важно определить, каков должен быть порядок использования обучающих образов из выборки (4). Опыт разработки математического обеспечения поиска отказов по показателям эффективности использования топливно-энергетических ресурсов в СТВ и КВ показывает, что указанный фактор в значительной степени определяет скорость сходимости процесса обучения к оптимальному вектору E_{i}^{*}. В связи с этим предлагается способ группировки обучающих образов и ранжирования полученных групп с целью определения очерёдности их использования в процессе обучения.

Пусть *Y*^{i} – подмножество обучающих образов, соответствие которых *i*-му отказу эффективности использования ТЭР системы известно. В данном подмножестве выделяется группа $\mathrm{Y}_{1}^{\mathrm{i}}$, которая включает наибольшее количество неразличимых между собой элементов. Один из этих элементов $Y_{<\mathrm{n}'>1}^{\mathrm{i}} \in \mathrm{Y}_{1}^{\mathrm{i}}$ после *G*-преобразования принимается в качестве вектора начального приближения: $\mathrm{G}(Y_{1}^{\mathrm{i}}(0)) = E_{\mathrm{i}}(0)$. Элементы считаются неразличимыми, если их одноимённые координаты отличаются друг от друга на величины, сопоставимые с погрешностями регистрации соответствующих траекторий в контрольных точках системы. Во вторую группу $\mathrm{Y}_{2}^{\mathrm{i}}$ входит не больше неразличимых элементов, чем в первую, и не меньше, чем в остальные. В третьей группе $\mathrm{Y}_{3}^{\mathrm{i}}$ количество неразличимых между собой элементов не больше, чем во второй, и не меньше, чем в остальных. Аналогичным образом формируются все остальные группы.

Если через *J* обозначить индексное множество обучающих образов ($|\,\mathrm{J}\,| = \mathrm{N}^{\mathrm{i}}$, где $|\,\mathrm{J}\,|$ – мощность множества *J*), соответствующих*i*-му отказу, то результаты их группировки и ранжирования полученных групп можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Y}_{1}^{\mathrm{i}} = (Y_{\mathrm{k}}^{\mathrm{i}})_{\mathrm{k}\in \mathrm{J}_{1}},\ \mathrm{J}_{1} \subseteq \mathrm{J}, && |\,\mathrm{J}_{1}\,| = \mathrm{N}_{1}^{\mathrm{i}},\ \mathrm{N}_{1}^{\mathrm{i}} \le \mathrm{N}^{\mathrm{i}};\\
&\mathrm{Y}_{2}^{\mathrm{i}} = (Y_{\mathrm{k}}^{\mathrm{i}})_{\mathrm{k}\in \mathrm{J}_{2}},\ \mathrm{J}_{2} \subseteq \mathrm{J}\setminus \mathrm{J}_{1}, && |\,\mathrm{J}_{2}\,| = \mathrm{N}_{2}^{\mathrm{i}},\ \mathrm{N}_{2}^{\mathrm{i}} \le \mathrm{N}_{1}^{\mathrm{i}};\\
&\mathrm{Y}_{3}^{\mathrm{i}} = (Y_{\mathrm{k}}^{\mathrm{i}})_{\mathrm{k}\in \mathrm{J}_{3}},\ \mathrm{J}_{3} \subseteq \mathrm{J}\setminus \mathrm{J}_{1} \cup \mathrm{J}_{2}, && |\,\mathrm{J}_{3}\,| = \mathrm{N}_{3}^{\mathrm{i}},\ \mathrm{N}_{3}^{\mathrm{i}} \le \mathrm{N}_{2}^{\mathrm{i}}; \qquad (12)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\mathrm{Y}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} = (Y_{\mathrm{k}}^{\mathrm{i}})_{\mathrm{k}\in \mathrm{J}_{\mathrm{p}}},\ \mathrm{J}_{\mathrm{p}} \subseteq \mathrm{J}\setminus \bigcup_{\mathrm{l}=1}^{\mathrm{p}-1} \mathrm{J}_{\mathrm{l}}, && |\,\mathrm{J}_{\mathrm{p}}\,| = \mathrm{N}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}},\ \mathrm{N}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} \le \mathrm{N}_{\mathrm{p}-1}^{\mathrm{i}}.
\end{aligned}$$

Порядок использования групп в ходе обучения совпадает с их номером (рангом), а последовательность применения обучающих образов в рамках одной и той же группы произвольна. Указанные действия выполняются для каждого подмножества *Y*^{i} ($i = \overline{1, m}$) из обучающей выборки (4).

Изложенный способ группировки и ранжирования означает задание на множествах *Y*^{i} ($i = \overline{1, m}$) отношений эквивалентности Σ$_{i}$, которые обеспечивают объединение в рамках одной группы неразличимых (эквивалентных) между собой элементов, а затем ранжирование групп по убыванию количества содержащихся в них образов. В результате из обучающей выборки по каждому отказу формируется упорядоченное фактор-множество $\mathrm{Y}^{\mathrm{i}}/\Sigma_{\mathrm{i}} = \{\mathrm{Y}_{1}^{\mathrm{i}}, \mathrm{Y}_{2}^{\mathrm{i}}, \ldots, \mathrm{Y}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}}\}$, $i = \overline{1, m}$, элементы которого удовлетворяют соотношениям (12).

Обучение с группировкой и ранжированием обеспечивает максимальное влияние на формирование изображений тех образов, которые наиболее характерны для соответствующих отказов системы. Данное утверждение объясняется тем, что коэффициент 1/*k* в соотношениях (9) и (10) на предыдущем шаге обучения больше, чем на последующем. Поэтому каждый предыдущий образ более значим, чем последующий.

Модификация обучающей процедуры в случае неопределенности диапазонов значений показателей эффективности использования ТЭР в СТВ и КВ при отказах системы

Если топливо- и энергопотребляющие СТВ и КВ находятся в стадии разработки или эксплуатируются в единичных экземплярах и непродолжительное время, то объем и качество априорной информации о СТВ и КВ могут оказаться недостаточными даже для приближенной оценкидиапазонов значений контролируемых показателей при различных отказах. В этом случае наиболее конструктивным является подход, основанный на информации о фактах выхода значений контролируемых показателей за допустимые интервалы [13]

$$\Delta_j = [y_{0j}^{\text{н}}; y_{0j}^{\text{в}}],\ j = \overline{1, n'}, \qquad (13)$$

соответствующие удовлетворительному (работоспособному) состоянию системы ($y_{0j}^{\text{н}}$, $y_{0j}^{\text{в}}$ – соответственно нижнее и верхнее допустимые значения j–го контролируемого показателя). При реализации предлагаемого подхода целесообразно использовать бинарные значения контролируемых показателей, определяемые выражением:

$$s_j = \begin{cases} 1, \text{если } y_j \in \Delta_j, \\ -1, \text{если } y_j \notin \Delta_j. \end{cases} \qquad (14)$$

В качестве базисных функций $g_j(\mathbf{Y})$, которые используются в рекуррентных соотношениях (9) и (10), могут быть приняты функции:

$$g_j(\mathbf{Y}) = s_j\delta_{rj}, r, j = \overline{1, n'}, \qquad (15)$$

где $\delta_{rj} = \begin{cases} 1, \text{если } r = j, \\ 0, \text{если } r \neq j. \end{cases}$ – символ Кронекера.

Анализ в соответствии со схемой, изложенной в работе [14], показывает, что функции $\{g_j(\mathbf{Y}) |\ j = \overline{1, n'}\}$ вида (15) образуют полную систему ортонормированных функций. Из выражений (14) и (15) следует, что r-я базисная функция при $r = j$определяется как$g_j(\mathbf{Y}) = s_j$. Тогда ортонормированный базис представляет собой вектор значений контролируемых показателей в бинарной форме: $G(\mathbf{Y}) = (s_1, s_2,\ldots,s_{n'})^{\text{т}} = \mathbf{S}$. Произвольное наблюдаемое состояние $\mathbf{Y}^i$, соответствующее i-му отказу, преобразуется аналогично: $G(\mathbf{Y}^i) = (s_{i1}, s_{i2},\ldots,s_{in'})^{\text{т}} = \mathbf{S}^i$. Аппроксимирующая функция (5) записывается в форме:

$$\mathrm{h}(E_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}, Y) = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{n}'} \mathrm{e}_{\mathrm{ij}} \mathrm{s}_{\mathrm{j}}.$$

Рекуррентное соотношение (9) принимает вид:

$$E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}) = E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}-1) - \frac{1}{\mathrm{k}}[E_{\mathrm{i}}(\mathrm{k}-1) - S^{\mathrm{i}}(\mathrm{k}))]. \qquad (16)$$

Изображения, полученные в соответствии с выражением (16), представляются как векторы нормализованных показателей:

$$\mathbf{E}_i = (e_{i1}, e_{i2},\ldots, e_{ij},\ldots,e_{in'})^{\text{т}}, e_{ij} \in [-1,1], i = \overline{1, m}. \qquad (17)$$

Положительное значение показателя e_{ij}указывает на то, что в обучающей выборке преобладают отказы, при которых значения j-го контролируемого показателя не выходят из допустимого интервала (13) и наоборот в случае отрицательного значения.

Выбор минимального множества контролируемых показателей

В общем случае размерность вектора $\mathbf{Y}_{<n'>}$наблюдаемого состояния системы является избыточной. Это означает, что существует такой вектор контролируемых показателей $\mathbf{Y}_{<n>}$меньшей размерности ($n<n'$), на котором все отказы являются наблюдаемыми.

Далее рассматривается процедура формирования минимального множества контролируемых показателей, связанная со сжатием изображений (1) или (17) отказов системы. Предлагаемая процедура позволяет выявлять и исключатьмалоинформативные контролируемые показатели.

Известно [15], что минимальная различимость двух векторов одинаковой размерности обеспечивается при условии их линейной независимости. Причем степень различимости увеличивается при возрастании меры обладания ими свойством ортогональности. Следовательно, для обеспечения наблюдаемости отказов требуется выполнение двух условий.

1. Матрица $\mathbf{E}$транспонированных векторов изображений $\mathbf{E}_i$($i=\overline{1,m}$) не должна содержать одинаковых или пропорциональных строк:$\mathbf{E}_i \neq a_1\mathbf{E}_k$, $\forall\, a_1 \in \{R\backslash 0\}$, $\mathrm{i,k}=\overline{1,\mathrm{m}}$,$i\neq k$, где R – множество вещественных чисел. Данное условие указывает на линейную независимость строк матрицы $\mathbf{E}$.

2. Значение скалярного произведения векторов $\mathbf{E}_i$и $\mathbf{E}_k$должно стремиться к нулю:($\mathbf{E}_i$,$\mathbf{E}_k$) → 0, $\mathrm{i,k}=\overline{1,\mathrm{m}}$,$i\neq k$.Чем ближе к нулю значение скалярного произведения, тем больше мера обладания векторами $\mathbf{E}_i$ и $\mathbf{E}_k$свойством ортогональности.

В зависимости от требований к достоверности контроля технического состояния необходимо задаваться некоторым пороговым значением a_2, чтобы выполнялось условие:

$$(\mathbf{E}_i,\ \mathbf{E}_k) < a_2,\ \mathrm{i,k}=\overline{1,\mathrm{m}},\ i\neq k,\ a_2\in R^{+}, \tag{18}$$

где R^{+} – множество положительных вещественных чисел.

С целью вывода правила для задания a_2и определения минимального состава контролируемых признаков следует рассмотреть механизм получения ортогональных систем векторов при условии, что имеются исходные линейно независимые, но не ортогональные системы. К ним относится и система векторов $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, …,$\mathbf{E}_m$. Наиболее эффективным способом решения подобных задач является процедура ортогонализации Грама–Шмидта [15]. Она позволяет путем линейного преобразования системы $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$,…,$\mathbf{E}_m$получить ортогональную систему $E_1^{\perp}$, $E_2^{\perp},\ldots,E_{\mathrm{m}}^{\perp}$,еслиобщеечисло векторов mменьшеих размерности n':$m<n'$. С помощью указанной процедуры связь между исходными и преобразованными векторами задается следующими выражениями:

$$E_1^{\perp}=\mathrm{a}_{11}E_1,\ E_2^{\perp}=E_2-\mathrm{a}_{21}E_1^{\perp},\ E_3^{\perp}=E_3-\mathrm{a}_{31}E_1^{\perp}-\mathrm{a}_{32}E_2^{\perp},\ldots,$$
$$E_{\mathrm{m}}^{\perp}=E_{\mathrm{m}}-\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{m}-1}\mathrm{a}_{\mathrm{mk}}E_{\mathrm{k}}^{\perp}, \tag{19}$$

где a_{11} =1;

$$\mathrm{a}_{\mathrm{ik}}=\frac{(E_{\mathrm{i}},E_{\mathrm{k}}^{\perp})}{(E_{\mathrm{k}}^{\perp},E_{\mathrm{k}}^{\perp})},\ \mathrm{i}=\overline{2,\mathrm{m}},\ \mathrm{k}=\overline{1,\mathrm{m}-1}. \tag{20}$$

Из выражений (19) очевидно, что всякий вектор $E_{\mathrm{i}}^{\perp}$ ортогональной системы представляет собой некоторую линейную комбинацию векторов $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$,…,$\mathbf{E}_m$ и, следовательно, является ненулевым. В противном случае оказались бы линейно зависимыми векторы $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$,…, $\mathbf{E}_m$, что не соответствует начальному условию.

Векторы $E_{\mathrm{i}}^{\perp}$ ($i=\overline{1,m}$) образуют матрицу $E^{\perp}$, которая связана с исходной матрицей **E** соотношением $E^{\perp}$=**AE**. Оператор преобразования **A** является левой треугольной матрицей, диагональные элементы которой равны единице, а внедиагональные определяются по формулам (20), т.е.

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \ldots\ldots\ldots\ldots 0 \\ -\mathrm{a}_{21} & 1 & 0 \ldots\ldots\ldots\ldots 0 \\ -\mathrm{a}_{31} & -\mathrm{a}_{32} & 1 \ldots\ldots\ldots\ldots 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ -\mathrm{a}_{\mathrm{m}1} & -\mathrm{a}_{\mathrm{m}2} & -\mathrm{a}_{\mathrm{m}3} \ldots\ldots\ldots\ldots 1 \end{bmatrix}. \tag{21}$$

Матрица $\overline{E}^{\perp}$, составленная из скалярных произведений вида $(E_{\mathrm{i}}^{\perp},E_{\mathrm{k}}^{\perp})$, $\mathrm{i},\mathrm{k}=\overline{1,\mathrm{m}}$, называется матрицей Грама. Определитель этой матрицы (определитель Грама) имеет вид:

$$\det\overline{E}^{\perp}=\begin{vmatrix} (E_1^{\perp},E_1^{\perp}) & (E_1^{\perp},E_2^{\perp})\ldots\ldots\ldots(E_1^{\perp},E_{\mathrm{m}}^{\perp}) \\ (E_2^{\perp},E_1^{\perp}) & (E_2^{\perp},E_2^{\perp})\ldots\ldots\ldots(E_2^{\perp},E_{\mathrm{m}}^{\perp}) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \\ (E_{\mathrm{m}}^{\perp},E_1^{\perp}) & (E_{\mathrm{m}}^{\perp},E_2^{\perp})\ldots\ldots\ldots(E_{\mathrm{m}}^{\perp},E_{\mathrm{m}}^{\perp}) \end{vmatrix}. \tag{22}$$

Все внедиагональные элементы определителя (22) равны нулю:

$$(E_{\mathrm{i}}^{\perp},E_{\mathrm{k}}^{\perp})=0,\ \mathrm{i},\mathrm{k}=\overline{1,\mathrm{m}},\ i\neq k, \tag{23}$$

поскольку векторы $E_{\mathrm{i}}^{\perp}$ и $E_{\mathrm{k}}^{\perp}$ ортогональны. Для диагональных элементов справедливо неравенство:

$$(E_{\mathrm{i}}^{\perp},E_{\mathrm{i}}^{\perp})>0,\ \mathrm{i}=\overline{1,\mathrm{m}}, \tag{24}$$

так как в матрице $\overline{E}^{\perp}$ нет нулевых строк. По этой причине $\det\overline{E}^{\perp}>0$, следовательно, ранг матрицы $\overline{E}^{\perp}$ равен m:

$$\mathrm{rang}\overline{E}^{\perp}=\mathrm{m}. \tag{25}$$

В работе [16] показано, что если матрица Грама системы векторов $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$,…,$\mathbf{E}_m$ имеет ненулевые ведущие миноры и в каждой i-й строке данной матрицы диагональный элемент имеет наибольшее значение среди всех других элементов данной строки, то справедливы следующие утверждения.

1. Существует n таких координат ($m\leq n<n'$), что сформированные из них векторы $\mathbf{E}_i=(e_{i1}, e_{i2},\ldots,e_{in})^{\mathrm{T}}$, $\mathrm{i}=\overline{1,\mathrm{m}}$ будут попарно ортогональны.

2. Для обеспечения ортогональности не требуется линейного преобразования исходной системы векторов $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$,…,$\mathbf{E}_m$, так как матрица преобразования вырождается в единичную матрицу. Если в качестве линейного преобразования применяется процедура Грама–Шмидта, то в единичную обращается матрица (21).

Следовательно, для обеспечения наблюдаемости всех отказов системы на множестве из n контролируемых показателей необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

1) $M_в\neq 0$, где $M_в$ – ведущие миноры матрицы Грама;

2) $(\mathbf{E}_i, \mathbf{E}_i) > (\mathbf{E}_i, \mathbf{E}_k)$, $\mathrm{i},\mathrm{k}=\overline{1,\mathrm{m}}$, $i\neq k$.

Первое условие выполняется всегда, так как справедливо равенство (25). Второе условие также выполняется в силу справедливости (23), (24) и (25). Кроме того, данное условие можно использовать при задании порогового значения a_2 в неравенстве (18): a_2=min{($\mathbf{E}_i$, $\mathbf{E}_i$)}, $i=\overline{1,m}$.

Таким образом, из исходного множества контролируемых признаков может быть выбрано n ($m \le n < n'$) таких, которые обеспечивают наблюдаемость всех отказов системы. Практически должен быть реализован случай, когда $n = m$, поскольку именно в этом случае достигается минимально возможное множество контролируемых показателей.

Метод формирования изображений отказов и выбора минимального множества контролируемых показателей

Из вышеизложенного материала следует, что указанный метод представляет собой последовательность следующих шагов.

Шаг 1. Синтез на основе исходных данных (2)–(4) и рекуррентных соотношений (9) или (16) изображений (1) или (17) соответственно для всех рассматриваемых отказов системы (реализация процедуры обучения).

Шаг 2. Формирование матрицы **E** транспонированных векторов изображений.

Шаг 3. Вычисление попарных скалярных произведений столбцов матрицы **E**:

$$(E_{j_p}, E_{j_q}),\ p=\overline{1,n'-1},\ q=\overline{2,n'},\ p<q, \tag{26}$$

где

$$E_{j_p} = (e_{1j_p}, e_{2j_p}, ..., e_{ij_p}, ..., e_{mj_p}),\ E_{j_q} = (e_{1j_q}, e_{2j_q}, ..., e_{ij_q}, ..., e_{mj_q}). \tag{27}$$

Из выражения (27) следует, что каждый столбец E_{j_p} матрицы **E** включает j_p-ю координату всех изображений $\mathbf{E}_{<n>i}$($i=\overline{1,m}$).

Количество полученных скалярных произведений определяется из комбинаторной формулы $C^2_{n'} = n'!/(2!(n'-2)!) = 0{,}5\,n'(n'-1)$, где $C^2_{n'}$ – число сочетаний из n' по 2.

Шаг 4. Ранжирование скалярных произведений (26) по неубыванию:

$$(E_{j_1}, E_{j_2})_1 \le (E_{j_1}, E_{j_3})_2 \le ... \le (E_{j_p}, E_{j_q})_c,\ c = C^2_{n'}. \tag{28}$$

Шаг 5. Выбор из последовательности (28) скалярных произведений, начиная с первого ее элемента и далее подряд столбцов, входящих в состав произведений. Номера столбцов повторяться не должны.

Как только количество выбранных столбцов становится равным m, процесс заканчивается. Данные столбцы в наибольшей степени приближаются к попарно ортогональным. Их номера указывают и номера контролируемых признаков, которые войдут в минимальное множество.

Полученные строки, т.е. сжатые изображения видов наблюдаемого состояния

$$\mathbf{E}_i = (e_{i1}, e_{i2}, \ldots, e_{in})^{\text{т}},\ i=\overline{1,m},\ n = m, \tag{29}$$

также будут в наибольшей степени приближаться к попарно ортогональным, поскольку они включают элементы выбранных столбцов.

Шаг 6. Проверка неравенств (18), включение изображений (29) в состав модели распознавания отказов, если неравенства выполняются.

Шаг 7. Изменение первоначально сформированного множества контролируемых показателей при невыполнении условий (18).

Если данные условияне выполняются, то ни первоначально сформированное множество контролируемых показателей, ни какое-либо из его подмножеств не обеспечивает наблюдаемость отказов системы, а следовательно, и требуемую достоверность их распознавания.

Шаг 8. Повторение процедуры обучения (шаг 1) и сжатие полученных изображений (шаги 2-7) в случае изменения первоначально сформированного множества контролируемых показателей.

Заключение

Адекватное математическое описание отказов по показателям эффективности использования ТЭР в системах теплоснабжения, вентиляции и кондиционирования воздуха зданий и сооружений наряду с использованием минимального множества информативных контролируемых показателей является одним из ключевых условий повышения достоверности принятия решений о функциональной пригодности СТВ и КВ, а также повышения надежности ее работы.

Литература

1. ГОСТ Р 51387-99. Энергосбережение. Нормативно-методическое обеспечение. Основные положения / Госстандарт России. М.: 1999. 20 с.
2. Якубсон В. М. Тепловое расточительство // Инженерно-строительный журнал. 2008. №1. С. 2.
3. Слепченок В. С., Петраков Г. П. Повышение энергоэффективности теплоизоляции трубопроводов тепловых сетей северных и северо-восточных регионов России // Инженерно-строительный журнал. 2011. №4(22). С. 26–32.
4. DIN EN 253-2009. District heating pipes – Preinsulated bonded pipe systems for directly buried hot water networks. Pipe assembly of steel service pipe, polyurethane thermal insulation and outer casing of polyethylene.
5. DIN EN 448-2009. District heating pipes – Preinsulated bonded pipe systems for directly buried hot water networks. Fitting assemblies of steel service pipes, polyurethane thermal insulation and outer casing of polyethylene.
6. Appleyard D. The Big Question: What Can We Hope for in the Next 12 Months? // Renewable Energy World. 2012. №2. Pp. 13-14.
7. Bayar T. Associate Editor. Better Renewables Risk Management Solutions Emerge // Renewable Energy World. 2012. №3. Pp. 22-24.
8. Сеньченков В. И. Математическое обеспечение контроля технического состояния мехатронных комплексов // Авиакосмическое приборостроение. 2005. № 10. С. 27–32.
9. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2009. 92 с.
10. Треногин В. А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980. 210 с.
11. Тарасенко Ф. П. Непараметрическая статистика. Томск: Изд-во Томского университета, 1976. 184 с.
12. Сеньченков В. И. Процедура обучения при разработке моделей контроля технического состояния сложных систем // Известия Вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 1. С. 3–8.
13. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М.: Наука, 1968. 126 с.
14. Суетин П. К. Классические ортогональные полиномы. М.: Наука, 1979. 152 с.
15. Ильин В. А., Поздняк Э. Г. Линейная алгебра. М.: Наука, 1984. 212 с.
16. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 142 с.

**Дамир Расимович Абсалямов, Санкт-Петербург, Россия*

Тел. моб.: +7(911)244-33-13; эл. почта: damir73@yandex.ru

doi: 10.5862/MCE.28.6

Improving the engineering systems reliability by formalizing the failure search

D. R. Absalyamov
Military and space akademy named after A. F. Mojaiskiy, Saint-Petersburg, Russia
+7(911)244-33-13;e-mail: damir73@yandex.ru

Key words

learning procedure; denial; a controlled rate; training set; the recurrence relation; an orthonormal basis

Abstract

In the article a method of the failures search formalizing by efficiency indicators of energy resources in heating, ventilation and air conditioning of buildings and structures is proposed. The main feature of this method is the combination of the educational process and the procedure of selecting a minimal set of controlled parameters.

In the framework of the method a way of training patterns grouping and groups ranking in order to accelerate the convergence of the learning process, as well as the modification of training procedures at low volume and lack of a priori information about the system is considered. The solution of the problem of choosing a minimal set of controlled parameters is based on the properties of orthogonal vector systems.

References

1. *GOST R 51387-99. Energosberezheniye*. Normativno-metodicheskoye obespecheniye. Osnovnyye polozheniya [State Standard of Russian Federation. Energy saving. Normative and methodological support. The main provisions]. Gosstandart Rossii. Moscow: 1999. 20 p. (rus)
2. Yakubson V. M. *Magazine of civil engineering*. 2008. No. 1. Pp. 2. (rus)
3. Slepchenok V. S., Petrakov G. P. *Magazine of civil engineering*. 2011. No. 4(22). Pp. 26–32. (rus)
4. *DIN EN 253-2009. District heating pipes*. Preinsulated bonded pipe systems for directly buried hot water networks. Pipe assembly of steel service pipe, polyurethane thermal insulation and outer casing of polyethylene.
5. *DIN EN 448-2009. District heating pipes*. Preinsulated bonded pipe systems for directly buried hot water networks. Fitting assemblies of steel service pipes, polyurethane thermal insulation and outer casing of polyethylene.
6. Appleyard D. The Big Question: What Can We Hope for in the Next 12 Months? *Renewable Energy World*. 2012. No. 2. Pp. 13-14.
7. Bayar T. Associate Editor. Better Renewables Risk Management Solutions Emerge. *Renewable Energy World*. 2012. No. 3. Pp. 22-24.
8. Senchenkov V. I. *Aviakosmicheskoye priborostroyeniye* [Aerospace instrumentation]. 2005. No. 10. Pp. 27–32. (rus)
9. Kolmogorov A. N., Fomin S. V. *Elementy teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza* [Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis]. Moscow: Fizmatlit, 2009. 92 p. (rus)
10. Trenogin V. A. *Funktsionalnyy analiz* [Functional Analysis]. Moscow: Nauka, 1980. 210 p. (rus)
11. Tarasenko F. P. *Neparametricheskaya statistika* [Nonparametric statistics]. Tomsk: Izd-vo Tomskogo universiteta, 1976. 184 p. (rus)
12. Senchenkov V. I. *Izvestiya Vuzov. Priborostroyeniye* [Proceedings of the universities. Instrumentation]. 2010. Vol. 53, No. 1. Pp. 3–8. (rus)
13. Tsypkin Ya. Z. *Adaptatsiya i obucheniye v avtomaticheskikh sistemakh* [Adaptation and Learning in Automatic Systems]. Moscow: Nauka, 1968. 126 p. (rus)
14. Suyetin P. K. *Klassicheskiye ortogonalnyye polinomy* [Classical orthogonal polynomials]. Moscow: Nauka, 1979. 152 p. (rus)
15. Ilin V. A., Pozdnyak E. G. *Lineynaya algebra* [Linear algebra]. Moscow: Nauka, 1984. 212 p. (rus)
16. Moiseyev N. N. *Matematicheskiye zadachi sistemnogo analiza* [Mathematical problems of system analysis]. Moscow: Nauka, 1981. 142 p. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 39-47.