

Новая зависимость для определения коэффициента гидравлического сопротивления в переходной зоне сопротивления (от ламинарного режима к турбулентному)

*К.т.н., доцент А.М. Калякин;
ассистент Е.В. Чеснокова**

ФГБОУ ВПО Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.

Ключевые слова: коэффициент гидравлического трения; переходная зона; потери давления; число Рейнольдса; сопряжение кривых

В процессе решения некоторых гидравлических задач возникает необходимость определения потерь напора и давления (формулы 1, 2).

$$h = \lambda \frac{l V^2}{d 2g}, \quad (1)$$

$$\Delta p = \lambda \frac{l V^2}{d 2} \rho. \quad (2)$$

Обычно для этого достаточно найти значение коэффициента гидравлического сопротивления λ . В (1) и (2) приняты следующие обозначения: l – длина трубопровода; d – его диаметр; V – средняя скорость потока; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Особые трудности всегда вызывало определение коэффициента гидравлического трения в переходной зоне сопротивления. Это обусловлено сложными физическими процессами, связанными с неустойчивостью ламинарного режима.

Исследование коэффициента гидравлического сопротивления в этой области проводилось двумя путями: методом подбора эмпирических зависимостей [1, 2, 3, 4], а также рассмотрением физики перемежаемости режимов [5, 6]. Известны также работы по определению нижнего критического числа Рейнольдса, которое по мнению авторов зависит от шероховатости [7, 8, 9, 10, 11].

Все полученные зависимости для коэффициента гидравлического трения излишне громоздки и неудобны для практического применения. Поэтому нами была поставлена задача получить простую как по виду, так и по способу получения формулу для коэффициента гидравлического трения в переходной зоне сопротивления.

Полученная в работе зависимость вполне отвечает требованиям к точности расчетов, выполняемых в настоящее время [12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20].

Рассмотрим приближенное выражение коэффициента сопротивления λ в виде отрезка сходящегося ряда. Учítываем, что в переходной зоне (перед зоной гладкостенного сопротивления на графике $\lambda - Re$) коэффициент λ зависит только от числа Re , то есть представляет собой непрерывную функцию от одного аргумента. Тогда искомая зависимость примет вид:

$$\lambda = \varphi(Re). \quad (3)$$

До переходной зоны (слева от нее на графике $\lambda - Re$) формула для λ в круглых трубах имеет вид:

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad (4)$$

а после переходной зоны (при больших числах Re) коэффициент λ выражается известной формулой:

Калякин А.М., Чеснокова Е.В. Новая зависимость для определения коэффициента гидравлического сопротивления в переходной зоне сопротивления (от ламинарного режима к турбулентному)

$$\lambda = \frac{0.316}{\text{Re}^{0.25}}. \quad (5)$$

Вполне очевидно, что не существует четких границ (т.е. значений чисел Re) между ламинарной зоной сопротивления и переходной зоной; также нет ярко выраженной границы между переходной зоной и зоной гладкостенного сопротивления. Тем не менее, условно примем, что зона ламинарного сопротивления заканчивается при $\text{Re} = \text{Re}_1$, а зона гладкостенного сопротивления начинается при $\text{Re} = \text{Re}_2$. Таким образом, задача состоит в нахождении вида функции $\varphi(\text{Re})$ при

$$\text{Re}_1 \leq \text{Re} \leq \text{Re}_2. \quad (6)$$

Отрезок ряда по причинам, указанным ниже, выбирается состоящим из четырех слагаемых, причем используем так называемые базисные функции $f(\text{Re})$. Вид отрезка ряда может быть выбран несколькими способами, например:

$$\varphi(\text{Re}) = a_1 + a_2 f(\text{Re}) + a_3 f^2(\text{Re}) + a_4 f^3(\text{Re}), \quad (7)$$

$$\varphi(\text{Re}) = a_1 f(\text{Re}) + a_2 f^2(\text{Re}) + a_3 f^3(\text{Re}) + a_4 f^4(\text{Re}). \quad (8)$$

Базисные функции, как было определено в процессе исследования, можно задавать многими способами, в частности:

$$f(\text{Re}) = [\ln(\text{Re})]^{-n}, \quad (9)$$

$$f(\text{Re}) = \text{Re}^{-n}. \quad (10)$$

Их выбор принципиального значения не имеет. Желательно, однако, чтобы

$$\lim_{\text{Re} \rightarrow \infty} f(\text{Re}) = 0. \quad (11)$$

Если базисные функции выбраны и выбран также вид отрезка ряда, то для окончательного определения $\lambda = \varphi(\text{Re})$ остается найти числовые значения коэффициентов a_1 , a_2 , a_3 и a_4 . Методика их определения изложена ниже.

Число Re_1 является граничным: слева от него на графике $\lambda - \text{Re}$ находится зона ламинарного сопротивления, а справа – переходная зона, и, в силу непрерывности λ как функции числа Re , только в одной точке при $\text{Re} = \text{Re}_1$ значения искомой функции $\lambda = \varphi(\text{Re})$ и $\lambda = 64/\text{Re}$ совпадут. Аналитически это выражается так:

$$\varphi(\text{Re})|_{\text{Re}=\text{Re}_1} = \frac{64}{\text{Re}_1}. \quad (12)$$

Также, при $\text{Re} = \text{Re}_2$ (слева переходная зона, а справа зона гладкостенного сопротивления):

$$\varphi(\text{Re})|_{\text{Re}=\text{Re}_2} = \frac{0.316}{\text{Re}_2^{0.25}}. \quad (13)$$

Например, в развернутом виде последнее равенство для ряда типа (7) будет таким (в качестве базисной функции выбрана $f(\text{Re}) = \text{Re}^{-2}$):

$$a_1 + a_2 \frac{1}{\text{Re}_2^2} + a_3 \frac{1}{\text{Re}_2^4} + a_4 \frac{1}{\text{Re}_2^6} = \frac{0.316}{(\text{Re}_2)^{0.25}}. \quad (14)$$

Далее, естественно допустить, что в геометрическом представлении при значениях $Re = Re_1$ и $Re = Re_2$ сопряжение кривых для λ на графике $\lambda - Re$ происходит плавно. Аналитически это означает, что производные от зависимостей для λ при $Re = Re_1$ и при $Re = Re_2$ равны между собой. Например, при $Re = Re_1$ равны производные функций $\lambda = \varphi(Re)$ и $\lambda = 64/Re$, т.е.:

$$\left[\frac{d}{d Re} \varphi(Re) \right]_{Re=Re_1} = \left[\frac{d}{d Re} \left(\frac{64}{Re} \right) \right]_{Re=Re_1}, \quad (15)$$

а при $Re = Re_2$ равны производные функций $\lambda = \varphi(Re)$ и $\lambda = 0.316/Re^{0.25}$, т.е.:

$$\left[\frac{d}{d Re} \varphi(Re) \right]_{Re=Re_2} = \left[\frac{d}{d Re} \left(\frac{0.316}{Re^{0.25}} \right) \right]_{Re=Re_2}. \quad (16)$$

Выполнение условий (12), (13), (15) и (16) дает возможность получения четырех независимых линейных алгебраических уравнения, в результате решения которых могут быть определены коэффициенты a_1 , a_2 , a_3 и a_4 .

Задача об определении $\lambda = \varphi(Re)$ будет полностью решена, когда найденные в результате решения системы уравнений (12), (13), (15) и (16) коэффициенты будут подставлены в зависимость для $\lambda = \varphi(Re)$.

С целью проверки предлагаемого способа в лаборатории гидравлики СГТУ была выполнена экспериментальная установка по определению потерь в переходной зоне сопротивления (в круглых трубах). Описание установки, методика опытов и опытные данные приведены в [21, 22].

Авторами рекомендуются для практического применения следующие зависимости для λ [23]:

$$\lambda = \varphi(Re) = -53.27 + 130.57 \left(\frac{10}{\ln Re} \right) - 106.46 \left(\frac{10}{\ln Re} \right)^2 + 28.89 \left(\frac{10}{\ln Re} \right)^3, \quad (17)$$

$$\lambda = \varphi(Re) = 101.81 - 135.01 Re^{0.1} + 59.65 Re^{0.2} - 8.78 Re^{0.3}, \quad (18)$$

$$\lambda = \varphi(Re) = 3.35 - 5.31 \left(\frac{10}{\ln Re} \right) + 2.12 \left(\frac{10}{\ln Re} \right)^2. \quad (19)$$

Соответствующие графики приведены на рисунке 1. При сравнении (17), (18) и (19) с опытными данными оказалось, что зависимость (17) наиболее точная, а зависимость (19) наиболее простая, но уступает в точности зависимостям (17) и (18).

При применении данного метода необходимо, исходя из условий работы трубопровода или из каких-либо других данных, определить значения чисел Re_1 и Re_2 .

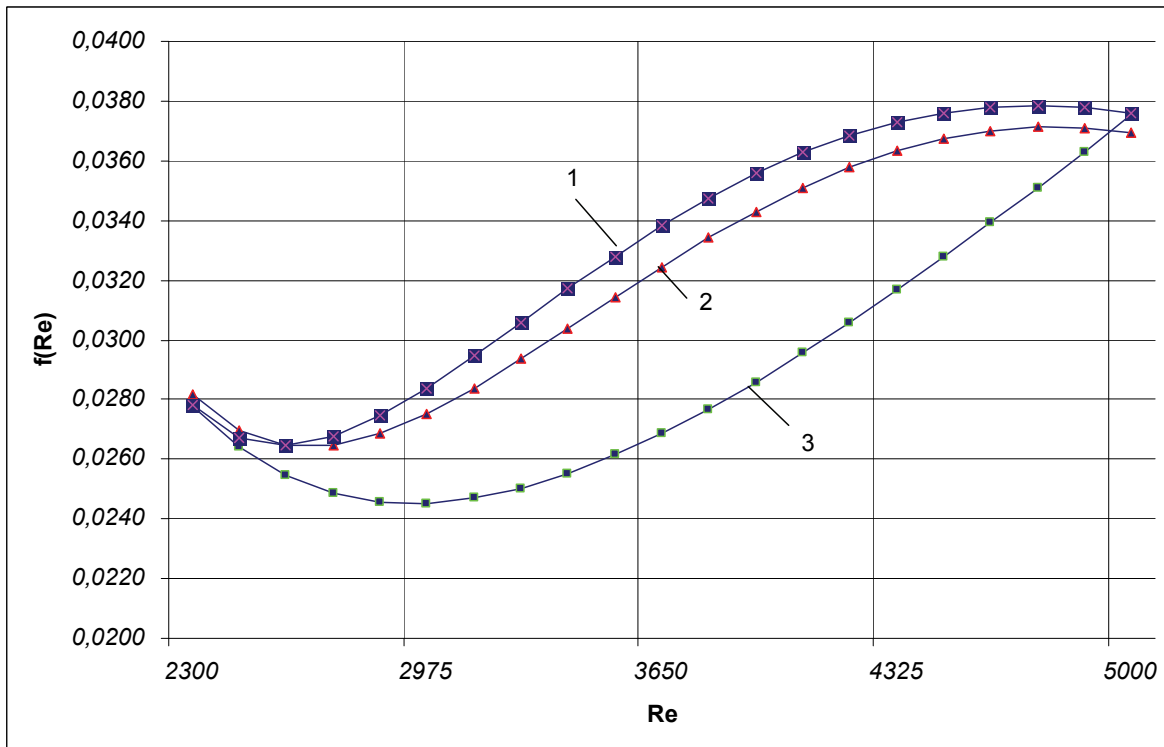


Рисунок 1. Графики зависимостей λ от числа Re:

$$1 - \varphi(\text{Re}) = -53.27 + 130.57 \left(\frac{10}{\ln \text{Re}} \right) - 106.46 \left(\frac{10}{\ln \text{Re}} \right)^2 + 28.89 \left(\frac{10}{\ln \text{Re}} \right)^3$$

$$2 - \varphi(\text{Re}) = 101.81 - 135.01 \text{Re}^{0.1} + 59.65 \text{Re}^{0.2} - 8.78 \text{Re}^{0.3}$$

$$3 - \varphi(\text{Re}) = 3.35 - 5.31 \left(\frac{10}{\ln \text{Re}} \right) + 2.12 \left(\frac{10}{\ln \text{Re}} \right)^2$$

Выводы

Реализация предложенного способа расчета может быть выполнена как путем использования элементарной вычислительной аппаратуры, так и при помощи компьютерной программы. Нижнее и верхнее числа Рейнольдса задаются самим исследователем с учетом условий работы трубопровода. Способ получил экспериментальное подтверждение.

Полученные результаты могут быть применены при проектировании строительных машин и механизмов средней мощности, работающих при повышенных вибрациях. Зависимости для коэффициента гидравлического трения применяются для расчета трубопроводов для жидких строительных смесей.

Литература

1. Прегер Е. А., Самойленко Л. А. Исследование коэффициента гидравлического сопротивления трубопроводов при переходном режиме движения жидкостей и газов. Исследования по водоснабжению и канализации // Труды ЛИСИ, вып. 50. Л.: 1966. С. 27-39.
2. Рихтер Г. Гидравлика трубопроводов. М.-Л.: ОНТИ, 1936. 230 с.
3. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1975. 559 с.
4. Розовский И. Л., Залуцкий И. В. О балансе энергии в равномерном турбулентном потоке // Гидравлика и гидротехника. Респ. межвед. н.-техн. сб. 1969. № 8. С. 16-23.

Калякин А.М., Чеснокова Е.В. Новая зависимость для определения коэффициента гидравлического сопротивления в переходной зоне сопротивления (от ламинарного режима к турбулентному)

5. Самойленко Л. А. О явлении перемежаемости режимов движения жидкости // Сборник санитарной техники. Доклады ко 2 научной конференции молодых ученых-строителей. Л.: ЛИСИ, 1967. С. 93-105.
6. Слиссский П. М. Гидравлические расчеты высоконапорных гидротехнических сооружений // Труды Московского энергетического института. Механика твердого тела и жидкости: темат. сб. М.: Наука, 1977. С. 35-37.
7. Альтшуль А. Д., Лудов В. А., Масловский А. К. Критическое число Рейнольдса в трубах и открытых потоках // Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений: межвуз. науч. сб. Саратов: СПИ, 1990. С. 57-62.
8. Курганов А. М., Федоров Н. Ф. Гидравлические расчеты систем водоснабжения и водоотведения. Л.: Стройиздат, 1986. 440 с.
9. Самойленко Л. А. Исследование гидравлических сопротивлений в трубопроводах в зоне перехода ламинарного движения в турбулентному. Автореф. дис. канд. техн. наук. Л.: ЛИСИ, 1968. 22 с.
10. Варфоломеева А. Н. Исследование гидравлических сопротивлений труб систем водяного охлаждения. Дис. канд. техн. наук. М.: МИСИ, 1979, 237 с.
11. Айвазян О. М. О критерии устойчивости ламинарного движения // Гидротехническое строительство. 1985. № 2. С. 21-26.
12. Анискин В. М., Адаменко К. В., Маслов А. А. Экспериментальное определение коэффициентов гидравлического сопротивления прямолинейного и криволинейного микроканалов // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Физика. 2010. Т. 5, № 3. С. 63-70.
13. Китайцева Е. Х., Яворовский Ю. В., Геневаев А. А. Оценка погрешности определения коэффициента гидравлического сопротивления // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2009. № 4. С. 30-32.
14. Краев В. М. Влияние гидродинамической нестационарности на гидравлическое сопротивление в трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2003. № 4. С. 73-75.
15. Van De Velde F., De Baets P., Degrieck J. The friction force during stick-slip with velocity reversal // Wear. 1998. Vol. 216. № 2. Pp. 138-149.
16. Singh S., Singh T. N., Chauhan L. J. A rapid method of measuring shoot hydraulic resistance of rice: implications for efficient water use // Current Science. 2009. Vol. 96 № 4. Pp. 464-466.
17. Smith M. W., Cox N. J., Bracken L. J. Applying flow resistance equations to overland flows // Progress in Physical Geography. 2007. Vol. 31. № 4. Pp. 363-387.
18. Minhas H., Lock G. S. H. Laminar-turbulent transition in a bayonet tube // International Journal of Heat and Fluid Flow. 1996. Vol. 17. № 2. Pp. 102-107.
19. Гиргидов А. Д. О лобовом сопротивлении движению цилиндра // Инженерно-строительный журнал. 2011. №1 (19). С. 9-11.
20. Гиргидов А. Д. Изменение диссипации энергии при переходе от ламинарного режима к турбулентному // Инженерно-строительный журнал. 2011. №5(23). С. 49-52.
21. Калякин А. М., Шевченко Д. Ф., Малюков С. А., Береда Н. Н. Результаты опытов по определению коэффициента гидравлического трения в переходной зоне (от ламинарного режима к турбулентному) // Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений: межвуз. науч. сб. Саратов: СГТУ, 2009. С. 57-61.
22. Никонова В. Т., Сауткина Т. Н. Определение коэффициента гидравлического трения при переходе от ламинарного режима движения жидкости к турбулентному // Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений: межвуз. науч. сб. Саратов: СГТУ, 2009. С. 61-65.
23. Калякин А. М., Чеснокова Е. В., Кожаева Е. И. Новый подход к определению коэффициента гидравлического трения в переходной зоне // Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений: межвуз. науч. сб. Саратов: СГТУ, 2010. С. 80-84.

** Елена Вадимовна Чеснокова, г. Саратов, Россия*

Тел. раб.: +7 (8452) 99-89-14; эл. почта: adamas.elena@gmail.com

doi: 10.5862/MCE.28.8

New relationship for determining the coefficient of hydraulic resistance in the transition zone of resistance (from laminar to turbulent flow)

A. M. Kalyakin

Saratov State Technical University of Yuri Gagarin, Saratov, Russia

E. V. Chesnokova

Saratov State Technical University of Yuri Gagarin, Saratov, Russia

+7 (8452) 99-89-14; e-mail: adamas.elena@gmail.com

Key words

coefficient of hydraulic friction; transition zone; the pressure drop; Reynolds number; coupling curves

Abstract

To determine the pressure loss of liquids in pipelines during the transition from laminar to turbulent motion several dependencies for the coefficient of hydraulic friction λ are found. They are the dependencies of the ratio λ from the Re number of and can be obtained in the form of a segment of a series from three or four terms.

The implementation of the process can be performed either by using elementary computational devices, and using the computer program. Upper and lower Reynolds numbers are set arbitrarily, taking into account the working conditions of the pipeline.

Method was experimentally confirmed. The results could be applied in the design of construction machinery and equipment of average power operating at high frequency vibrations. Dependences for the coefficient of hydraulic friction are applied for the calculations of pipelines for liquid mixes.

References

1. Praeger E. A., Samoilenko L. A. *Trudy LISI* [Proceedings of the LISI]. Is. 50. Leningrad: 1966. Pp. 27-39. (rus)
2. Richter G. *Gidravlika truboprovodov* [Hydraulics of pipelines]. Moscow-Leningrad: ONTI, 1936. 230 p. (rus)
3. Idelchik I. E. *Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniyam* [Handbook of hydraulic resistance]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1975. 559 p. (rus)
4. Rozovsky I. L., Zalutsky I. V. *Gidravlika i gidrotehnika* [Hydraulics and hydraulic engineering]. Republican Interdepartmental Scientific-Technical Collection. 1969.No. 8.Pp. 16-23. (rus)
5. Samoilenko L. A. *Sbornik sanitarnoy tekhniki* [Collection of Sanitary Engineering]. Reports of the 2nd scientific conference of young scientists and builders. Leningrad: LISI, 1967. Pp. 93-105. (rus)
6. Slisky P. *Trudy Moskovskogo energeticheskogo instituta. Mekhanika tverdogo tela i zhidkosti: temat. sb.* [Proceedings of the Moscow Power Engineering Institute. Mechanics of Solids and liquids: thematic collection] Moscow: Nauka, 1977. Pp. 35-37. (rus)
7. AltshulA. D., Ludov V. A., Maslovsky A. K. *Sovershenstvovaniye metodov gidravlicheskih raschetov vodopropusknykh i ochistnykh sooruzheniy: mezhvuz. nauch. sb.* [Improvement of methods of hydraulic calculations of culverts and water treatment facilities: Intercollege. researcher. Collection]. Saratov:SPI, 1990. Pp. 57-62. (rus)
8. Kurganov A. M., Fedorov N. F. *Gidravlicheskiye raschety sistem vodosnabzheniya i vodootvedeniya* [Hydraulic calculations of water and wastewater systems]. Leningrad: Stroiizdat, 1986. 440 p. (rus)
9. Samoilenko L. A. *Issledovaniye gidravlicheskih soprotivleniy v truboprovodakh v zone perekhoda laminarnogo dvizheniya v turbulentnomu* [Study of hydraulic resistance in pipes in the area of transition from laminar to turbulent motion]. Abstract of Candidate Technical Science thesis. Leningrad: LISI, 1968. 22 p. (rus)

Kalyakin A.M., Chesnokova E.V. New relationship for determining the coefficient of hydraulic resistance in the transition zone of resistance (from laminar to turbulent flow)

10. Varfolomeev A. N. *Issledovaniye gidravlicheskiy soprotivleniy trub sistem vodyanogo okhlazhdeniya* [Investigation of hydraulic resistance of water cooling systems pipes]. Abstract of Candidate Technical Science thesis. Moscow: IISS, 1979. 237 p. (rus)
11. Aivazian O. M. *Gidrotekhnicheskoye stroitelstvo* [Hydraulic Engineering]. 1985. No. 2. Pp. 21-26. (rus)
12. Aniskin V. M., Adamenko K. V., Maslov A. A. *Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika* [Bulletin of the Novosibirsk State University. Series: Physics]. 2010. Vol. 5.No. 3. Pp. 63-70. (rus)
13. Kitaytseva E. H., Jaworowski Y. V., Genevarev A. A. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta* [Bulletin of Ivanovo State Power University]. 2009. No. 4. Pp. 30-32. (rus)
14. Kraev V. M. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika* [Proceedings of higher educational institutions. Aircraft]. 2003. No. 4. Pp. 73-75. (rus)
15. Van De Velde F., De Baets P., Degrieck J. The friction force during stick-slip with velocity reversal. *Wear*. 1998. Vol. 216. No. 2. Pp. 138-149.
16. Singh S., Singh T. N., Chauhan L. J. A rapid method of measuring shoot hydraulic resistance of rice: implications for efficient water use. *Current Science*. 2009. Vol. 96 No. 4. Pp. 464-466.
17. Smith M. W., Cox N. J., Bracken L. J. Applying flow resistance equations to overland flows. *Progress in Physical Geography*. 2007. Vol. 31. No. 4. Pp. 363-387.
18. Minhas H., Lock G. S. H. Laminar-turbulent transition in a bayonet tube. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 1996. Vol. 17. No. 2. Pp. 102-107.
19. Girgidov A. D. *Magazine of civil engineering*. 2011. No. 1 (19). Pp.9-11. (rus)
20. Girgidov A. D. *Magazine of civil engineering*. 2011. No. 5 (23). Pp.49-52. (rus)
21. Kalyakin A. M., Shevchenko D. F., Malyukov S. A., Bereda N. N. *Sovershenstvovaniye metodov gidravlicheskiy raschetov vodopropusknykh i ochistnykh sooruzheniy: mezhvuz. nauch. Sb.* [Improvement of methods of hydraulic calculations of culverts and water treatment facilities: intercollege scientific collection]. Saratov: SGTU, 2009. Pp. 57-61. (rus)
22. Nikonova V. T., Sautkina T.N. *Sovershenstvovaniye metodov gidravlicheskiy raschetov vodopropusknykh i ochistnykh sooruzheniy: mezhvuz. nauch. Sb.* [Improvement of methods of hydraulic calculations of culverts and water treatment facilities: intercollege scientific collection]. Saratov: SGTU, 2009. Pp. 61-65. (rus)
23. Kalyakin A. M., Chesnokova E. V., Kozhaeva E. I. *Sovershenstvovaniye metodov gidravlicheskiy raschetov vodopropusknykh i ochistnykh sooruzheniy: mezhvuz. nauch. Sb.* [Improvement of methods of hydraulic calculations of culverts and water treatment facilities: intercollege scientific collection]. Saratov: SGTU, 2010. Pp. 80-84. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 51-55.