

Количественная оценка величины переноса консервативной примеси фильтрационным потоком через стену

*Аспирант Д.В. Петросова**

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Ключевые слова: фильтрация; фильтрационный перенос; консервативная примесь

Фильтрация воздуха значительно влияет на температурный и влажностный режим строительных конструкций, вот почему этому вопросу уделяется большое внимание в научной литературе.

В основе современной теории фильтрации лежат результаты (задачи, методы, решения), полученные впервые школой Н.Н. Павловского в Ленинградском Политехническом (Индустриальном) институте, в том числе по изучению переноса консервативной примеси в фильтрационных потоках (А.Н. Патрашев) [1, 2].

Экстремальные задачи для фильтрационных потоков рассмотрены М.Р. Петриченко [3].

Исследованиями воздухопроницаемости строительных конструкций и материалов в лабораторных и натуральных условиях занимались В.П. Титов [4], Ф.В. Ушков [5], Р.Е. Брилинг [6], В.С. Беляев [7], Е.В. Веселовацкая [8], В.Н. Богословский [9] и др. За рубежом аналогичные работы в это же время выполняли E. Raisch [10] и другие исследователи.

Количественные оценки влияния фильтрации на теплозащитные свойства ограждений давали В.Г. Гагарин, В.В. Козлов, А.В. Садчиков [11, 12, 13] и др. В работе М.Р. Петриченко, М.В. Петроченко [14] рассмотрена гидравлика свободноконвективных течений в ограждающих конструкциях с воздушным зазором. С.С. Солощенко [15] исследовал влияние вентилируемого зазора на теплофизические характеристики систем наружного утепления фасадов зданий с применением тонкослойной штукатурки, но влияние воздухопроницаемости на конструкции не исследованы.

За рубежом исследования воздухопроницаемости оболочки зданий выполнены Iain S. Walker, David J. Wilson, Max H. Sherman [16], Silberstein A, Hens H. [17], Mei H. T. [18] и др.

При использовании воздухопроницаемых ограждающих конструкций тепловой поток выносится, в том числе за счет фильтрации воздуха. Уравнение переноса теплоты имеет вид:

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\kappa \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x},$$

где $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ – коэффициент температуропроводности, м²/с,

и уравнение переноса теплоты с предельными условия $T(0) - T_H = T(1) - T_c = 0$ можно записать так:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{\kappa \delta}{a} I \frac{dT}{dx}.$$

Вводятся числа подобия для фильтрационного потока: $\frac{\kappa \delta}{a} = \frac{\kappa \delta \nu}{\nu a} = \text{Re} \cdot \sigma = \text{Pe}$,

$\frac{\kappa \delta}{a} I = \text{Pe} \cdot I = \beta$. Здесь Re – фильтрационное число Рейнольдса, σ – число Прандтля, $\text{Pe} = \sigma \text{Re}$

– фильтрационное число Пекле, β – число подобия.

Решение линейной задачи

Уравнение переноса теплоты принимает вид: $\frac{d^2 T}{dx^2} = \beta \frac{dT}{dx}$. Температура фильтрационного

потока определяется так: $T(x) = C_2 e^{\beta x} + \frac{C_1}{\beta} (e^{\beta x} - 1)$.

Возможны следующие ситуации.

1. Если $\beta \rightarrow 0$ (коэффициент фильтрации стремится к 0), то распределение температуры становится линейным, как в твердом теле: $T(x) = C_2 + C_1 x$.

2. Если $\beta > 0$, то $T' = C_1 e^{\beta x}$, $T = \frac{C_1}{\beta} (e^{\beta x} - 1) + C_2$, $C_2 = T_H$,

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования.

Отсюда концентрация температуры равна: $\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} = 1 - \frac{(e^{\beta x} - 1)}{e^{\beta} - 1} \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} 1 - x$.

3. Если $k = \text{varia} \rightarrow \beta = \beta(x)$, то исходное уравнение переноса теплоты принимает вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta(x) \frac{\partial T}{\partial x} = 0.$$

Его первый интеграл $T' = C_1 \exp(B(x)) \rightarrow B(x) = \int_0^x \beta(x) dx$, локальная температура

определяется так: $T = T_H + C_1 \int_0^x e^{B(t)} dt$. Концентрация температуры равна

$$\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} = 1 - \frac{\int_0^x e^{B(t)} dt}{\int_0^1 e^{B(t)} dt}.$$

Пусть $\beta = \beta_0 x$: коэффициент фильтрации изменяется от 0 до max поперек стенки. Тогда концентрация температуры равна:

$$\theta = 1 - \frac{\int_0^x \exp\left(\frac{\beta_0 t^2}{2}\right) dt}{\int_0^1 \exp\left(\frac{\beta_0 t^2}{2}\right) dt}.$$

Тепловой поток, переносимый фильтрующимся воздухом через ограждающую конструкцию, можно определить следующим образом.

$$1. \text{ Если } \beta > 0, \text{ то } \dot{q} = \lambda \frac{T_H - T_c}{\delta} \beta e^{\beta \bar{x}},$$

где λ – теплопроводность воздуха, Вт/(м°C); $\bar{x} = \frac{x}{\delta}$, $0 < \bar{x} < 1$;

0 – внутренняя поверхность конструкции; 1 – наружная поверхность конструкции.

$$\dot{q}(0) = \lambda \frac{T_H - T_c}{\delta} \beta, \quad \dot{q}(1) = \frac{T_H - T_c}{\delta} \frac{kc_p \Delta P}{g} e^{\frac{kc_p \Delta P}{\lambda g}}.$$

Этот случай приводит к аномальному увеличению плотности теплового потока на наружной поверхности за счет слишком быстрого (экспоненциального) падения температуры в порах. Максимальная фильтрация на наружной поверхности, а минимальная – на внутренней.

$$2. \text{ Если } k = \text{var ia}, \text{ то } \dot{q} = \lambda(T_H - T_c) \frac{e^{\frac{\beta_0 x}{2}}}{\int_0^1 e^{\frac{\beta_0 t^2}{2}} dt}.$$

$$3. \text{ Если } \beta = \beta_o (1 - \bar{x})^m, \text{ то } \theta = \frac{T_H - T}{T_H - T_C} = \frac{\int_0^{\bar{x}} e^{B(t)} dt}{\int_0^1 e^{B(t)} dt},$$

где $B = \frac{1 - (1 - x)^{m+1}}{m + 1} \beta_o$; t- переменная интегрирования.

Тогда тепловой поток определяется так: $\dot{q}(x) = \lambda \frac{T_H - T_c}{\delta} \frac{\exp(B(x))}{\int_0^1 e^{B(t)} dt}$. Тепловой поток на

внутренней и наружной поверхностях соответственно определяется так:

$$\dot{q}(0) = \lambda \frac{T_H - T_c}{\delta} \frac{1}{\int_0^1 e^{B(t)} dt}, \quad \dot{q}(1) = \lambda \frac{T_H - T_c}{\delta} \frac{\exp(B(1))}{\int_0^1 e^{B(t)} dt}.$$

Поскольку $B(1) = \frac{\beta_o}{m + 1} > 0$, то $\dot{q}(1) > \dot{q}(0)$.

Коэффициент β определен исходя из того, что коэффициент фильтрации постоянный, но для слоистой стенки это не так. Таким образом, β должна меняться вдоль стенки. Положим, что максимальный коэффициент фильтрации будет внутри, а минимальный снаружи. Положим, что $\beta = \beta_o (1 - \bar{x})^m$; m – показатель степени, для определения которого используем массив экспериментальных данных [19].

Петросова Д.В. Количественная оценка величины переноса консервативной примеси фильтрационным потоком через стену

$$\text{Пусть } \xi \in (0, 1), \text{ тогда: } \int_0^1 e^{B(t)} dt = e^{B(1)} \int_{\xi}^1 e^{B(t)} dt = (1 - \xi)e^{B(1)} = \frac{1}{2} e^{\frac{\beta_0}{m+1}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (1 + e^{\frac{\beta_0}{m+1}}).$$

Таким образом, определяем тепловой поток:

$$1) \text{ на внутренней поверхности: } q(0) = \frac{\lambda \Delta T}{\beta_0} = \frac{2\lambda \Delta T}{0,5 \cdot \delta (1 + e^{\frac{\beta_0}{m+1}})} = \frac{2\lambda \Delta T}{\delta (1 + e^{\frac{\beta_0}{m+1}})}$$

$$2) \text{ на наружной поверхности: } q(1) = q(0) \cdot e^{B(1)} = q(0) \cdot e^{\frac{\beta_0}{m+1}}.$$

Пример расчета концентрации температуры и теплового потока

Выполним количественную оценку величины переноса консервативной примеси (теплоты) фильтрационным потоком, проходящим через легкую ограждающую конструкцию [19]. Температура наружного воздуха от -7°C до -13°C . Температура воздуха внутри помещения 24°C .

1) тепловой поток на внутренней поверхности:

$$q(0) = \frac{2 \cdot 0,025(24 - (-7))}{3,35} = 0,175 \text{ Вт/м}^2;$$

$$0,3(1 + e^{\frac{\beta_0}{m+1}})$$

2) тепловой поток на наружной поверхности:

$$q(1) = 0,175 \cdot e^{\frac{\beta_0}{m+1}} = 4,99 \text{ Вт/м}^2.$$

$\beta_0 = 3,35$ (экспериментальные данные [20]).

Расчет приводится в таблице 1.

Таблица 1. Значения параметров теплового потока на наружной и внутренней поверхности при разности давления $\Delta P = 50$ Па

№ п/п	m	$\Delta T = 31 \text{ }^{\circ}\text{C}$		$\Delta T = 33 \text{ }^{\circ}\text{C}$		$\Delta T = 35 \text{ }^{\circ}\text{C}$		$\Delta T = 37 \text{ }^{\circ}\text{C}$	
		$q(0), \text{ Вт/м}^2$	$q(1), \text{ Вт/м}^2$	$q(0), \text{ Вт/м}^2$	$q(1), \text{ Вт/м}^2$	$q(0), \text{ Вт/м}^2$	$q(1), \text{ Вт/м}^2$	$q(0), \text{ Вт/м}^2$	$q(1), \text{ Вт/м}^2$
1	0	0,18	4,99	0,19	5,31	0,20	5,64	0,21	5,96
2	0,5	0,5	4,67	0,53	4,97	0,56	5,27	0,60	5,57
3	5	1,88	3,29	2,00	3,50	2,12	3,71	2,24	3,92
4	10	2,19	2,97	2,33	3,17	2,48	3,36	2,62	3,55
5	50	2,50	2,67	2,66	2,84	2,82	3,01	2,98	3,18
6	550	2,58	2,59	2,74	2,76	2,91	2,93	3,07	3,09

Как видно, при значениях $m > 5$ значения плотностей тепловых потоков совпадают с экспериментально полученными значениями. При дальнейшем увеличении m изменение теплового потока незначительно.

Ниже приводятся результаты расчетов концентрации температуры и теплового потока по схеме, описанной в [21].

$$q_0 = \left(\int_0^1 \frac{dt}{1 - s_0 q_0 F(t)} \right)^{-1} = \frac{1}{\int_0^1 \frac{dt}{1 - s_0 q_0 F(t)}} = \frac{1}{\int_0^1 \frac{dt}{1 - s_0 q_0 t}} = \frac{s_0 q_0}{\ln \frac{1}{1 - s_0 q_0}},$$

где $s_0 = \frac{\sigma k_0 R (T_h - T_c)}{g \nu}$ – число подобия, фильтрационный аналог числа Рэлея;

где R – индивидуальная газовая постоянная воздуха ($R=287$ Дж/(кг*К)= 287 м²/(с²*К)); индексы h, c относятся к горячей и холодной поверхностям стены; k_0 – коэффициент фильтрации; σ – число Прандтля; ν – средняя скорость, м/с.

Отсюда получаем:

$$s_0 = \ln \frac{1}{1 - s_0 q_0} = s_0 q_0 + \frac{(s_0 q_0)^2}{2} + \frac{(s_0 q_0)^3}{3};$$

$$s_0 = s_0 q_0 \rightarrow q_0 = 1;$$

$$s_0 = s_0 q_0 + \frac{(s_0 q_0)^2}{2} \rightarrow q_0 = 1;$$

$$q_0(1) = \frac{q_0}{1 - s_0 q_0 F(1)} \rightarrow q_0(1) = 1.$$

Таким образом, $q(1) \cong q(0)$, $q(1) - q(0) \xrightarrow{m>5} 0$.

Пример расчета теплового потока по схеме, описанной в [21]

Тепловой поток равен: $q(1) \cong q(0) = q_0 \cdot \frac{\lambda \cdot \Delta T}{\delta} = 1 \cdot \frac{0,025 \cdot 31}{0,3} = 2,58$ Вт/м².

Расчет приводится в таблице 2.

Таблица 2. Значения параметров концентрации теплового потока на наружной и внутренней поверхности при разности давления $\Delta P = 50$ Па

№ п/п	$\Delta T = 31$ °C		$\Delta T = 33$ °C		$\Delta T = 35$ °C		$\Delta T = 37$ °C	
	$q(0)$, Вт/м ²	$q(1)$, Вт/м ²	$q(0)$, Вт/м ²	$q(1)$, Вт/м ²	$q(0)$, Вт/м ²	$q(1)$, Вт/м ²	$q(0)$, Вт/м ²	$q(1)$, Вт/м ²
1	2,58	2,58	2,75	2,75	2,92	2,92	3,08	3,08

Как видно, схемы не противоречат друг другу.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

1. Фильтрационный перенос консервативной примеси через ограждающую конструкцию соизмерим с переносом теплоты за счет «чистой» теплопроводности.
2. Распределение вдоль оси x консервативной примеси (температуры) в твердом теле ограждающей конструкции при фильтрационном переносе нелинейно и становится линейным только при очень малых δ или очень низких значениях коэффициента фильтрации, т.е. в условиях доминирования теплопроводности и почти полного отсутствия фильтрационного переноса.

Литература

1. Павловский Н. Н. Собрание сочинений в 2-х т. М.: Изд-во АН СССР, 1956. Т. 2. Движение грунтовых вод. 771 с.
2. Патрашев А. Н. Напорное движение грунтового потока, насыщенного мелкими песчаными и глинистыми частицами // Изв. НИИГ. 1935. Т. 15. С. 58-98. Т. 16. С. 76-103.
3. Петриченко М. Р., Бухарцев В. Н. Экстремальные задачи для фильтрационных потоков. Saarbrücken, Palmarium academic publ. 2012. 84 p.
4. Титов В. П. Теплотехнический расчет наружных стен с учетом инфильтрации воздуха // Извест. вузов. Строительство и архитектура. 1962. №3. С. 137-147.
5. Ушков Ф. В. Влияние воздухопроницаемости на теплозащиту стен // Строительная промышленность. 1951. №8. С. 16-19.
6. Брилинг Р. Е. Воздухопроницаемость ограждающих конструкций и материалов. М.: Стройиздат, 1948. 90 с.
7. Беляев В. С. Теплопередача в наружных стенах при продольной фильтрации воздуха // Теплотехнические свойства и микроклимат жилых зданий: Сб. науч. тр./ ЦНИИЭП жилища. М. 1982. С. 18-22.
8. Веселовацкая Е. В. Особенности теплопередачи через воздухопроницаемую теплоизоляцию трехслойных ограждающих конструкций. Дис. канд. техн. наук. М. 1985. 223 с.
9. Богословский В. Н. Тепловой режим здания. М.: Стройиздат, 1979. 248 с.
10. Raisch E. Die Luftdurchlässigkeit von baustoffen // Gesundheits-Ingenieur. 1928. №30. Pp. 481-489.
11. Гагарин В. Г., Козлов В. В., Садчиков А. В. Учет продольной фильтрации воздуха при оценке теплозащиты стены с вентилируемым фасадом // Промышленное и гражданское строительство. 2005. №6. С. 42-45.
12. Гагарин В. Г., Козлов В. В., Садчиков А. В., Мехнецов И. А. Продольная фильтрация воздуха в современных ограждающих конструкциях // АВОК. 2005. №8. С. 60-70.
13. Садчиков А. В. Влияние продольной фильтрации воздуха в утеплителе на теплозащитные свойства стен с навесными вентилируемыми фасадами // Дисс. канд. техн. наук. М., 2007. 248 с.
14. Петриченко М. Р., Петровиченко М. В. Гидравлика свободноконвективных течений в ограждающих конструкциях с воздушным зазором // Инженерно-строительный журнал. 2011. №8 (26). С. 51-56.
15. Солощенко С. С. Влияние вентилируемого зазора на теплофизические характеристики систем наружного утепления фасадов зданий с применением тонкослойной штукатурки // Инженерно-строительный журнал. 2011. №2 (20). С. 39-41.
16. Iain S. Walker, David J. Wilson, Max H. Sherman. A comparison of the power law to quadratic formulations for air infiltration calculations Original Research Article Energy and Buildings. Vol. 27. Issue 3. June 1998. Pp. 293-299.
17. Silberstein A, Hens H. Effects of air and moisture flows on the thermal performance of insulations in ventilated roofs and walls // Journal of Thermal Insulation and Building Envelopes. Vol. 19. April 1996. Pp. 367-385.
18. Mei H. T. Ventilated wall and window test passive-solar concept // Technical Report/ Lamar Univ. Beaumont, TX (USA). Dept. of Mechanical Engineering. 1982 Feb 01. Pp. 44.
19. Кузьменко Д. В., Ватин Н. И. Ограждающая конструкция «нулевой толщины» – термопанель // Инженерно-строительный журнал. 2008. №1. С. 13-21.
20. Петросова Д. В. Фильтрация воздуха через ограждающие конструкции // Инженерно-строительный журнал. 2012. №2 (28). С. 24-31.
21. Петросова Д. В. Фильтрационный перенос воздухом консервативной примеси (температуры и теплоты) сквозь стену // Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. 2012. №4. В печати.

**Дарья Владимировна Петросова, Санкт-Петербург, Россия
Тел. моб.: +7(905)211-44-17; эл. почта: d_kuzmenko@list.ru*

© Петросова Д.В., 2012

doi: 10.5862/MCE.32.5

Quantitative assessment of the conservative addition transfer by filtration flow through the wall

D.V. Petrosova,*Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia*

+7(905)211-44-17; e-mail: d_kuzmenko@list.ru

Key words

filtration; filtering transfer; conservative addition

Abstract

Effect of air filtration on the temperature and humidity conditions of building structures is significant. This explains the great attention which is paid to the question of air filtering through the building envelope.

In the air permeable building envelopes heat flow is carried out including by air filtration. Filtering transfer of conservative addition is comparable with heat transfer by thermal conduction.

A method for calculating the heat flow by filtering heat transfer was proposed. Calculation examples for lightweight building envelope were given.

References

1. Pavlovskiy N. N. *Sobranie sochineniy v dnuh tomakh. Tom 2. Dvizhenie gruntovykh vod* [Works in two volumes. Vol. 2. Movement of ground water]. Moscow: Publishing house AN USSR, 1956. Vol. 2. 771 p. (rus)
2. Patrashev A. N. *Izvestiya NIIG* [Bulletin NIIG]. 1935. Vol. 15. Pp. 58-98. Vol. 16. Pp. 76-103. (rus)
3. Petrichenko M. R., Bukhartsev V. N. Extremal problems for seepage. Saarbrücken. Palmarium academic publ. 2012. 84 p.
4. Titov V. P. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo i arkhitektura* [Bulletin of Universities. Building and architecture]. 1962. No. 3. Pp. 137-147. (rus)
5. Ushkov R. E. *Stroitel'naya promyshlennost* [Construction industry]. 1951. No. 8. Pp. 16-19. (rus)
6. Briling R. E. *Vozdukhopronitsaemost ograzhdayushchikh konstruktsiy i materialov* [Breathable walling materials]. Moscow: Stroyizdat, 1938. 90 p. (rus)
7. Belyaev V. S. *Teplotekhnicheskie svoystva i mikroklimat zhilykh zdaniy. Sbornik nauchnykh trudov. TSNIIEP zhilishcha* [Thermal properties and the microclimate of residential buildings: Proceedings. CNIIEP]. Moscow, 1982. Pp. 18-22. (rus)
8. Veselovatskaya E. V. *Osobennosti teploperedachi cherez bozdukhopronitsaemuyu teploizolyatsiyu trekhsloynnykh ograzhdayushchikh konstruktsiy* [Features of heat transfer through the breathable insulation sandwich walling]. Dissertation of the candidate of technical sciences. Moscow, 1985. 223 p. (rus)
9. Bogoslovskiy V. N. *Teplovoy rezhim zdaniya* [Thermal regime of the building]. Moscow: Stroyizdat, 1979. 248 p. (rus)
10. Raisch E. Die Luftdurchlässigkeit von baustoffen. *Gesundheits-Ingenieur*. 1928. No. 30.
11. Gagarin V. G., Kozlov V. V., Sadchikov A. V. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitelstvo* [Industrial and Civil Construction]. 2005. No. 6. Pp. 42-45. (rus)
12. Gagarin V. G., Kozlov V. V., Sadchikov A. V., Mekhnetsov I. A. *Prodol'naya filtratsiya vozdukh v sovremennykh ograzhdayushchikh konstruktsiyakh* [Longitudinal air filtration in modern Walling]. AVOK. 2005. No. 8. Pp. 60-70. (rus)
13. Sadchikov A. V. *Vliyaniye prodolnoy filtratsii vozdukh v uteplitele na teplozashchitnye svoystva sten s navesnymi ventiliruemymi fasadami* [The influence of the longitudinal air filtration in the insulation properties of the thermal protection of walls with ventilated facades]. Dissertation of the candidate of technical sciences. Moscow, 2007. 248 p. (rus)
14. Petrichenko M. R., Petrochenko M. V. *Magazine of Civil Engineering*. 2011. No. 8 (26). Pp. 51-56. (rus)

15. Soloshchenko S. S. *Magazine of Civil Engineering*. 2011. No. 2 (20). Pp. 39-41. (rus)
16. Iain S. Walker, David J. Wilson, Max H. Sherman. A comparison of the power law to quadratic formulations for air infiltration calculations. *Original Research Article Energy and Buildings*. June 1998. Vol. 27. Issue 3. Pp. 293-299.
17. Silberstein A., Hens H. Effects of air and moisture flows on the thermal performance of insulations in ventilated roofs and walls. *Journal of Thermal Insulation and Building Envelopes*. April 1996. Vol. 19. Pp. 367-385.
18. Mei H. T. Ventilated wall and window test passive-solar concept. Technical Report. Lamar University. Beaumont, TX (USA). *Department of Mechanical Engineering*. 1982. Pp. 44.
19. Kuzmenko D. V., Vatin N. I. *Magazine of Civil Engineering*. 2008. No. 1. Pp. 13-21. (rus)
20. Petrosova D. V. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 2 (28). Pp. 24-31. (rus)
21. Petrosova D. V. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU* [Technical sheets of SPSPU]. 2012. No. 4. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 36-41