

## Расчет надежности оснований фундаментов по деформациям на стадии эксплуатации

*Д.т.н., профессор В.С. Уткин;  
инженер Е.А. Шепелина\**

*ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный технический университет»*

**Ключевые слова:** надежность; основания фундаментов; стадия эксплуатации; прочность грунта; давление на грунт; ограниченная информация; контролируемые параметры

Безопасность эксплуатации зданий и сооружений зависит от надежности их несущих элементов, от структурной схемы и зависимости (независимости) работы элементов схемы. Важнейшим несущим элементом здания, ответственным за безопасность, является основание фундамента, отказ которого приводит к непоправимым разрушениям всего здания или сооружения.

С 01.09.2011 вступил в силу стандарт ГОСТ Р 54257-2010 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения и требования». Стандартом устанавливаются требования к обеспечению надежности строительных конструкций. В качестве методов расчета надежности строительных конструкций и оснований на стадии эксплуатации стандартом рекомендованы известные вероятностно-статистические методы [1, 2, 3]. Однако эти методы, как отмечено в стандарте, применимы только при наличии полной статистической информации о контролируемых параметрах расчетных моделей. На практике в стадии эксплуатации индивидуального здания такая информация о математических моделях предельных состояний чаще всего недостаточно полная, и, следовательно, вероятностно-статистические методы для расчетов надежности грунтовых оснований в соответствии с указаниями стандарта в этом случае неприменимы. Особенно это относится к основаниям фундаментов индивидуальных зданий и сооружений, для которых сбор статистических данных представляет особую сложность и ограниченность по объему.

### *Обзор литературы*

В работе [1] рассматриваются методы выявления исходной информации о показателях свойств грунтов, описанные в различных литературных источниках [4, 5 и др.] и сводящиеся к предположению о нормальном (гауссовском) распределении физико-механических свойств грунтов. Такой подход к описанию изменчивости свойств грунтов оснований вряд ли можно одобрить, учитывая важность функционального назначения оснований фундаментов ответственных сооружений и многоэтажных зданий. В работе [1] приводится анализ методов статистической обработки результатов испытания грунтов по ГОСТ 20522-75, согласно которому число опытных определений того или иного показателя узнают исходя из доверительной вероятности, коэффициента вариации и функции распределения Стьюдента. Имеются и другие методы, общими недостатками которых являются необоснованность назначения (выбора) уровня доверительной вероятности и отсутствие научно обоснованного учета особенностей работы системы «основание – фундамент – надземная часть конструкции».

Чтобы оценить количественно объем информации о контролируемых параметрах, приведем утверждение И.Н. Бронштейна и К.А. Семендяева из работы [6]: «Не существует общего критерия, который позволял бы решать, когда выборка может считаться большой <...> В то время как распределение одной функции выборки уже при  $n=30$  можно с очень хорошим приближением заменить асимптотическим распределением, для другой функции выборки подобное приближение и при  $n=100$  все еще невозможно». То есть речь идет не о единичных числах испытаний для использования вероятностных методов, а о десятках и сотнях чисел.

При малой статистической информации о случайных величинах в последнее время появились новые методы их описания. Так, в работе [7] Ю.П. Пытьев рассматривает методы описания случайных величин на основе теории возможностей, получившей развитие в работе [8], а также на основе теории нечетких множеств [9, 10]. Для описания случайных величин в задачах расчета надежности несущих элементов в строительстве и машиностроении широко используются распределения, полученные на основе неравенства Чебышева [11, 12], а также теория возможностей [8]. Эти методы получили развитие в оценке надежности по различным критериям работоспособности несущих строительных конструкций и деталей машин [13, 14].

### Постановка задачи

Известно, что в процессе эксплуатации зданий и сооружений давление на грунт основания фундамента изменяется, как правило, в большую сторону [15]. Это вызвано увеличением эксплуатационной нагрузки (мебель, оборудование и т. п.), установкой нового оборудования общего назначения, устройством навесных потолков и новых полов, устройством мансард, надстройками этажей и т. д. Расчет надежности оснований в соответствии с требованиями СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений» проводят по критериям деформаций и несущей способности. Для этого измеряют давление фундамента на грунт основания и деформации фундамента (осадку, сдвиг и т. д.), определяют физико-механические характеристики грунта под фундаментом.

Определение давления фундамента на грунт основания на стадии эксплуатации методом сбора нагрузок, применяемым на стадии проектирования, трудоемко, неточно и поэтому не используется на практике. Кроме того, таким методом трудно осуществлять мониторинг давления в процессе эксплуатации зданий и сооружений.

Для расчета надежности основания фундамента (как одного из элементов здания или сооружения, ответственных за безопасность всей конструкции) по любому критерию работоспособности после нескольких лет эксплуатации необходимо иметь статистическую информацию о нагрузке на грунт основания, о значениях деформаций и о физико-механических свойствах грунта основания.

В статье для расчетов надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений при ограниченной статистической информации о базовых (контролируемых) параметрах в расчетных моделях впервые предлагается использовать известные методы [14, 15] из смежных отраслей, которые содержат новые подходы применительно к оценке надежности несущих элементов зданий и сооружений, в том числе оснований.

Грунтовые основания фундаментов согласно СП 22.13330.2011 рассчитываются по деформациям, зависящим от внешней нагрузки, с использованием математической модели вида

$$p \leq R = \frac{\gamma_{c1}\gamma_{c2}}{k} \left[ M_{\gamma} k_z b \gamma_{II} + M_q d_1 \gamma'_{II} + (M_q - 1) d_b \gamma'_{II} + M_c c_{II} \right], \quad (1)$$

по условию  $S \leq S_u$  для деформаций, не связанных с внешней нагрузкой, и по несущей способности  $F \leq F_u$ . Значения всех параметров в расчетных моделях описаны в своде правил. При обсуждении расчетов надежности основания фундамента в дальнейшем в статье все контролируемые параметры в математических моделях будем считать случайными величинами и отмечать их сверху над буквами волнистыми линиями. Отметим, что расчет надежности по критерию (1) практически сводится к расчету надежности основания по критерию прочности грунта основания.

Найти какой-то один экспериментальный способ определения давления  $p$  на грунт основания для (1) в расчетах надежности для всех зданий и сооружений невозможно из-за их конструктивного разнообразия и технологического различия. В работах авторов [16, 17] для зданий с оконными проемами было предложено на стадии проектирования принимать наименьшее значение нагрузки на грунт основания, принятое в проекте, а наибольшее значение давления определять по несущей способности (прочности) одного или нескольких простенков первого этажа с учетом давления от оборудования на этом этаже. Данный вариант определения давления на грунт основания эффективен по трудоемкости и времени, но охватывает ограниченный объем зданий и рекомендован больше для стадии проектирования, когда информация о возможных нагрузках и воздействиях на длительном сроке эксплуатации зданий крайне ограниченная.

Шепелина Е.А., Уткин В.С. Расчет надежности оснований фундаментов по деформациям на стадии эксплуатации

В последнее время появился ряд измерительных приборов [18, 19], предназначенных для измерения давления, в том числе давления на грунт основания от подошвы фундамента в месте их контакта. Для этого возле фундамента отрывают шурфы размерами  $1,5 \times 1,5 \text{ м}^2$  в плане и ниже подошвы фундамента не более 0,5 м и внедряют под фундамента извлекаемый датчик давления грунта, например, ДДГЛ [18]. Описание датчика ДДГЛ, его возможностей, принципа работы и характеристик можно найти в работе [18]. Аналогичный по принципу действия другой извлекаемый датчик давления описан в работе [19]. Число результатов измерения давления на грунт от фундамента зданий и сооружений с использованием извлекаемых датчиков давления, как правило, мало из-за вынужденного нарушения целостности грунта вблизи и под подошвой фундамента для устройства шурфов и ввода под фундамента датчика давления. Это замечание о неполноте статистической информации касается и измерения физико-механических характеристик грунта под подошвой фундамента.

Прочность грунта основания  $R$  под подошвой фундамента в процессе эксплуатации зданий и сооружений изменяется, и ее реальное значение приходится определять в лабораторных условиях в соответствии с приказом №624 Министерства Регионального Развития Российской Федерации от 30.12.2009 «Об утверждении Перечня видов работ по инженерным изысканиям...», п. 6 «Обследование состояния грунтов основания зданий и сооружений», а также с учетом требований СП II-105-97. Для определения физико-механических характеристик грунта согласно ГОСТ 304160-96 из-под фундамента вырезаются образцы грунта. При этом число образцов грунта ограничено, и объем получаемой информации по результатам испытаний грунта не позволяет описывать его как случайную величину распределениями, принятыми в классической математической статистике [3]. В связи с этим случайную величину – прочность грунта  $R$  – приходится, как отмечалось выше, описывать интервальными методами [20, 21, 22]. То же самое относится и к случайной величине – давлению фундамента на грунт основания.

### Описание исследования

Для расчета надежности любого несущего элемента любым аналитическим методом необходимо иметь математическую модель, например, ту или иную модель предельного состояния из свода правил с учетом изменчивости контролируемых параметров  $\tilde{p} \leq \tilde{R}$ ,  $\tilde{S} \leq S_{np}$  и  $\tilde{F} \leq \tilde{F}_u$  или в обобщенном виде

$$X \leq Y, \quad (2)$$

где  $X$  – обобщенная нагрузка (давление  $\tilde{p}$  на грунт основания, деформация  $\tilde{S}$  или нагрузка  $\tilde{F}$ );  $Y$  – обобщенная прочность (прочность  $\tilde{R}$  грунта основания,  $S_{np}$  – предельная осадка, предельное сопротивление  $\tilde{F}_u$ );  $X$  и  $Y$  – случайные величины или в общем случае случайные функции.

Надежность грунтового основания фундамента по критерию (2) будет определяться вероятностью реализации события  $X \leq Y$ . Вероятность отказа определяется вероятностью реализации события  $X > Y$ . Как отмечалось ранее, выбор методов расчета этих вероятностей будет определяться объемом и точностью статистической информации о случайных величинах  $X$  и  $Y$ . Рассмотрим некоторые методы расчета надежности или отказа грунтового основания по критерию (2) в зависимости от объема статистической информации о  $X$  и  $Y$ .

1. Информация о  $X$  и  $Y$  ограничена малым числом измерений контролируемых параметров  $X$  и  $Y$  (4–8 по каждому). В этом случае для расчета надежности основания по критерию (2) можно использовать вероятностный метод, построенный на основе теории возможностей [8], который получил развитие для расчетов надежности строительной продукции в работах авторов [13, 14].

В качестве статистической характеристики для описания  $X$  и  $Y$  используются функции распределения возможностей вида:

$$\pi_x(x) = \exp\left\{-\left[(x - a_x)/b_x\right]^2\right\}, \quad (3)$$

где  $a_x = 0,5(X_{\min} + X_{\max})$ ,  $b_x = 0,5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln \alpha}$ ,  $X_{\min}$  и  $X_{\max}$  – наименьшее и наибольшее значения измеряемой величины  $X$ , например, давления  $\tilde{p}$ ;  $\alpha$  – уровень значимости (среза) [23].

На рис. 1 представлен график функции (3).

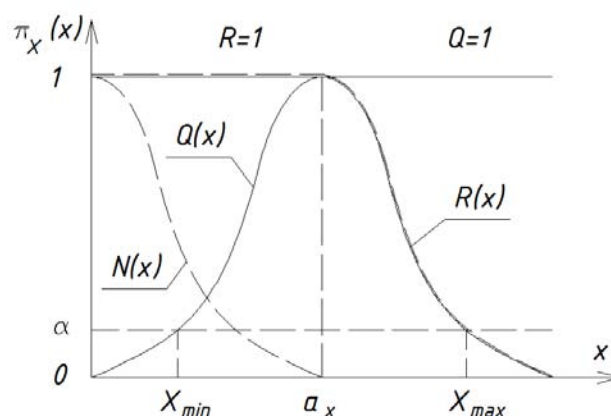


Рисунок 1. Функция распределения возможностей

Значением  $\alpha \in \{0,1\}$  задаются в зависимости от ответственности конструкции, числа измерений, точности измерений и т. д. [23]. Чем меньше число измерений, тем больше принимают значение  $\alpha$ , увеличивая осторожность в оценке нагрузки и прочности грунта в запас надежности. Фактически на рис. 2 представлены три функции. Одна из них  $R(x)$  называется согласно работе [8] возможностью реализации события  $X = x$ . Вторая функция  $Q(x)$  служит для описания противоположного события (как в теории вероятности, где различают вероятность  $P(X \leq x)$ , и вероятность  $Q(X > x)$  при этом  $P + Q = 1$ ). В теории возможностей  $R(x) + Q(x) > 1$  (рис. 1). Далее дополнительно вводится функция  $N(x) = 1 - Q(x)$ , которая называется необходимостью события  $X = x$ . Таким образом, случайное событие характеризуется двумя функциями  $R(x)$  и  $N(x)$ , образуя интервальное его описание вида  $[N, R]$ . Аналогично описывается и вторая случайная величина в (2) –  $Y$ . В работе [8], в отличие от теории вероятностей,  $X$  и  $Y$  называются нечеткими переменными.

На рис. 2 показаны уже обе функции распределения возможностей нечетких переменных  $\pi_X(x)$  и  $\pi_Y(y)$  для установления значения возможности реализации события  $X > Y$ , т. е. отказа  $Q$  и, соответственно, необходимости безотказной работы  $N = 1 - Q$ . На рис. 2 принято обозначение  $y = x$  как величин одной физической природы в данной задаче.

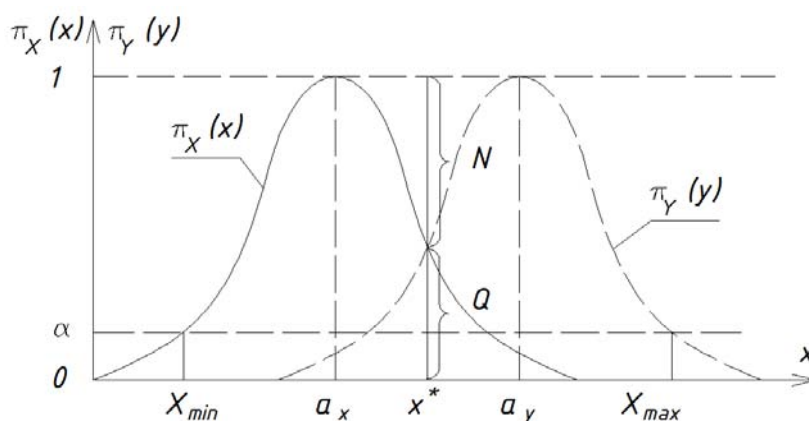


Рисунок 2. Функция распределения возможностей  $\pi_X(x)$ ,  $\pi_Y(y)$

Для реализации события  $X \leq Y$  необходимо выполнение условия того, что «среднее» значение  $a_x$  нагрузки  $X$  должно быть меньше «среднего» значения  $a_y$  прочности  $Y$ . Возможность отказа  $Q$ , показанная на рис. 2 в виде ординаты с абсциссой  $x^*$ , находится из функции  $\pi_X(x)$  или  $\pi_Y(y)$  при значениях  $x = x^*$  или  $y = x^*$ . Значение  $x^*$  (абсцисса точки пересечения функций Шепелина Е.А., Уткин В.С. Расчет надежности оснований фундаментов по деформациям на стадии эксплуатации

$\pi_X(x)$  и  $\pi_Y(y)$ ) находят из решения уравнения  $\left| e^{-\left(\frac{x-a_x}{b_x}\right)^2} \right| = \left| e^{-\left(\frac{x-a_y}{b_y}\right)^2} \right|$  или  $\left| \frac{x-a_x}{b_x} \right| = \left| \frac{x-a_y}{b_y} \right|$  при

выполнении условия  $a_x < x^* < a_y$ , как показано на рис. 2. Недостатком этого метода является необходимость задаваться значением  $\alpha$  и сравнительно широким интервалом характеристики случайной (нечеткой) величины, что приводит к малой информативности оценки этой величины.

Рассмотрим пример. Пусть по результатам измерения давления  $\tilde{p} = X$  на грунт под подошвой фундамента прибором ДДГЛ, а также испытаниями образцов грунта в лабораторных условиях для  $\tilde{R} = Y$  выявлены значения  $X_{\min}, X_{\max}, Y_{\min}, Y_{\max}$  и вычислены параметры  $a_x = 600 \text{кПа}, a_y = 700 \text{кПа}, b_x = 30 \text{кПа}, b_y = 35 \text{кПа}$  при  $\alpha = 0,1$ . Так как  $a_x < a_y$ .

Соответственно, возможность безотказной работы  $R = 1$ . Из  $\left| \frac{x-600}{30} \right| = \left| \frac{x-700}{35} \right|$  находим

$x^* = 646 \text{кПа}$ . По выражению (3) находим  $Q = \pi_X(646) = e^{-\left(\frac{646-600}{30}\right)^2} = 0,094$ . Отсюда следует, что  $N = 1 - Q = 1 - 0,094 = 0,906$ . Надежность основания характеризуется интервалом  $[N, R]$  или, по данным примера,  $[0,9; 1]$ .

Истинное, но неизвестное значение надежности находится в интервале  $[0,9; 1]$ .

На практике надежность в виде вероятности  $P$  обычно принимают наименьшую из интервала для большей гарантии безопасности, т. е. равную  $N$ . Ниже обсудим этот вопрос подробнее.

1. Рассмотрим расчетную модель  $\tilde{S} \leq S_{np}$ , где  $S_{np}$  – детерминированная величина, а значение  $\tilde{S}$  находят по результатам измерений осадки фундамента, например, геодезическими методами. В этом случае  $\tilde{S}$  характеризуется распределением (3) при известных  $a_x$  и  $b_x$ . Значение  $\pi_X(x)$  при  $x = S_{np}$  будет показывать возможность отказа  $Q$  при  $a_x < S_{np}$ . На рис. 2  $\pi_Y(y)$  заменяется прямой  $x = S_{np}$ . Соответственно, при  $a_x < S_{np}$  имеем  $N = 1 - Q, R = 1$ .

2. Рассмотрим второй вариант расчета надежности основания фундамента, когда число измерений  $X$  и  $Y$  позволяет сравнительно точно определить их средние значения  $m_X$  и  $m_Y$  и средние квадратические отклонения  $S_X$  и  $S_Y$ , но не позволяет выявить функции распределения и проверить их по тому или иному критерию. В этом случае  $X$  и  $Y$  можно описывать известными распределениями, полученными на основе неравенства Чебышева [11, 12]. Вид этих функций в форме границ множества распределений (заштрихованная часть рис. 3) представлен на рис. 3.

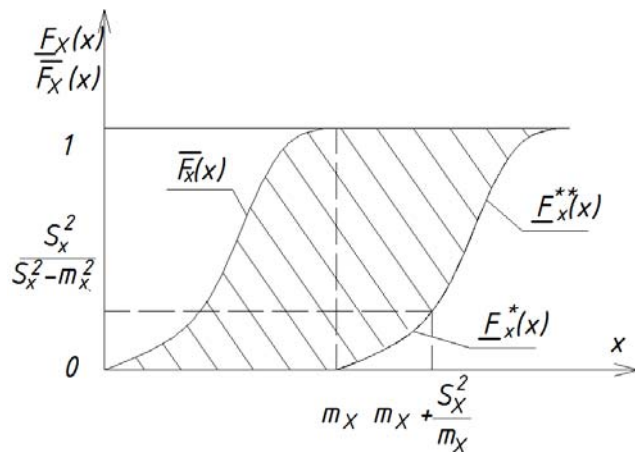


Рисунок 3. Граничные функции распределений  $\underline{F}_X(x), \underline{F}_X^{**}(x), \overline{F}_X(x)$

Аналитически эти функции согласно работам [11, 12] имеют вид

$$\underline{F}_X(x) = \begin{cases} F_X^*(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x < m_X \\ \left(1 - \frac{m_X}{x}\right), \text{ если } m_X \leq x \leq m_X + \frac{S_X^2}{m_X} \end{cases} \\ F_X^{**}(x) = \begin{cases} \frac{(m_X - x)^2}{(m_X - x)^2 + S_X^2}, \text{ если } x > m_X + \frac{S_X^2}{m_X} \end{cases} \end{cases}, \quad (4)$$

$$\overline{F}_X(x) = \begin{cases} \frac{S_X^2}{[(m_X - x)^2 + S_X^2]}, \text{ если } x < m_X, \\ 1, \text{ если } x \geq m_X \end{cases},$$

где  $\underline{F}_X(x)$ ,  $\overline{F}_X(x)$  – нижняя и верхняя функции границ множества распределений случайной величины  $X$ .

Условные плотности распределения вероятностей граничных функций распределения находятся как производные от  $\underline{F}_X(x)$  и  $\overline{F}_X(x)$  по  $x$  и имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho_X(x) &= \begin{cases} 0, \text{ если } x < m_X \\ \frac{m_X}{x^2}, \text{ если } m_X \leq x \leq m_X + \frac{S_X^2}{m_X} \\ \frac{2(x - m_X)S_X^2}{[(m_X - x)^2 + S_X^2]^2}, \text{ если } x > (m_X + \frac{S_X^2}{m_X}) \end{cases} \\ \overline{\rho}_X(x) &= \begin{cases} \frac{2(m_X - x)S_X^2}{[(m_X - x)^2 + S_X^2]^2}, \text{ если } x < m_X \\ 0, \text{ если } x \geq m_X \end{cases} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Аналогичные функции распределения и их графики относятся и к случайной величине  $Y$ . Условные функции плотностей вероятностей распределения для  $Y$  получим из (5) заменой  $x$  на  $y$ . По результатам измерений случайных величин в (1)  $\bar{p}$ ,  $\bar{\gamma}_{II}$ ,  $\bar{\gamma}'_{II}$  и  $\bar{c}_{II}$ , а также по результатам вычислений с использованием метода линеаризации [24, 25] для  $\bar{R}$  как случайной функции от случайных аргументов найдем средние значения параметров  $p_{cp} = \bar{p}$ ,

$R_{cp} = \bar{R} = f(\varphi_1 \bar{\gamma}_{II}, \varphi_2 \bar{\gamma}'_{II}, \varphi_3 \bar{c}_{II})$ , где  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Средние квадратические отклонения давления

$$S_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2}{n - 1}} \quad \text{и прочности} \quad S_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial \gamma_{II}}\right)_m^2 S_{\gamma_{II}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \gamma'_{II}}\right)_m^2 S_{\gamma'_{II}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial c_{II}}\right)_m^2 S_{c_{II}}^2}, \quad \text{где } S_{\gamma_{II}},$$

$S_{\gamma'_{II}}, S_{c_{II}}$  – средние квадратические отклонения случайных величин  $\gamma_{II}, \gamma'_{II}$  и  $c_{II}$ , полученных по результатам испытания образцов грунта из-под фундамента в лабораторных условиях.

Из классической теории надежности [24] известна общая формула определения значения надежности применительно к критерию (2), которую можно записать в виде вероятности безотказной работы:

$$P = \iint_S \rho_X(x) \rho_Y(y) dx dy$$

или в виде вероятности отказа:

$$Q = \iint_V \rho_X(x) \rho_Y(y) dx dy,$$

где  $S$  – область безотказной работы,  $V$  – область отказа.

В нашем случае для расчетной модели (2) с параметрами  $X$  и  $Y$ , с известными граничными функциями распределений  $\underline{F}_X(x)$ ,  $\overline{F}_X(x)$ ,  $\underline{F}_Y(y)$ ,  $\overline{F}_Y(y)$  и с условными функциями плотностей вероятностей распределений  $\underline{\rho}_X(x)$ ,  $\underline{\rho}_Y(y)$ ,  $\overline{\rho}_X(x)$ ,  $\overline{\rho}_Y(y)$  будем иметь два значения вероятностей безотказной работы (нижнее и верхнее):

$$\overline{P} = \iint_S \overline{\rho}_X(x) \underline{\rho}_Y(y) dx dy,$$

$$\underline{P} = \iint_S \underline{\rho}_X(x) \overline{\rho}_Y(y) dx dy,$$

и два значения вероятностей отказа:

$$\underline{Q} = \iint_V \overline{\rho}_X(x) \underline{\rho}_Y(y) dx dy,$$

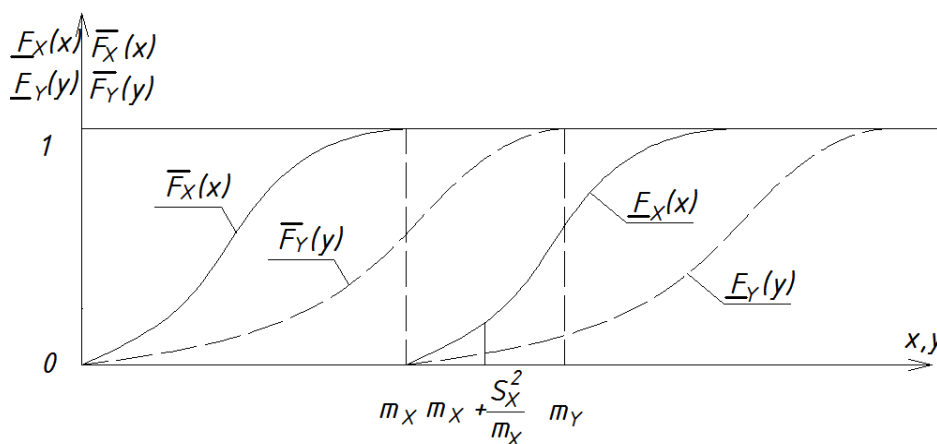
$$\overline{Q} = \iint_V \underline{\rho}_X(x) \overline{\rho}_Y(y) dx dy.$$

(6)

Для  $\underline{Q}$  берем  $\overline{\rho}_X(x)$ , т. к. с ростом  $X$  область отказа  $V$  возрастает. Для  $\overline{Q}$  все наоборот.

С учетом (5) и (6) найдем расчетные формулы для определения  $\underline{Q}$  и  $\overline{Q}$  для различных случаев соотношений между нагрузкой и прочностью.

Пусть  $m_X + S_X^2/m_X < m_Y$ . На рис. 4 соответствующие граничные функции распределения для  $X$  и  $Y$  представлены условно в графической форме. Этот случай чаще всего встречается в практике эксплуатации зданий.



**Рисунок 4. Граничные функции распределения нагрузки  $\underline{F}_X(x)$ ,  $\overline{F}_X(x)$  и прочности  $\underline{F}_Y(y)$ ,  $\overline{F}_Y(y)$**

Для рассматриваемого варианта соотношений  $X$  и  $Y$  из рис. 4 видно, что

$$\underline{Q} = \iint_V \overline{\rho}_X(x) \underline{\rho}_Y(y) dx dy = 0;$$

$$\overline{Q} = \int_{m_X}^{m_X + \frac{S_X^2}{m_X}} \frac{m_X}{x^2} \int_0^x \frac{2(m_Y - y)S_Y^2}{[(m_Y - y)^2 + S_Y^2]^2} dx dy + \int_{m_X + \frac{S_X^2}{m_X}}^{m_Y} \frac{2(m_Y - y)S_Y^2}{[(m_Y - y)^2 + S_Y^2]^2} \int_0^y \frac{2(m_X - x)S_X^2}{[(m_X - x)^2 + S_X^2]^2} dx dy. \quad (7)$$

Вероятность безотказной работы основания (надежность) будет характеризоваться интервалом  $[\underline{P} = 1 - \underline{Q}, \bar{P} = 1 - \underline{Q}]$ .

При малых значениях  $S_X$  по сравнению с  $m_X$  первым членом в (7) можно пренебречь (в запас надежности), и тогда расчетная формула примет вид:

$$\bar{Q} = \int_{m_X}^{m_Y} \frac{2(m_Y - y)S_Y^2}{[(m_Y - y)^2 + S_Y^2]^2} \int_0^y \frac{2(m_X - x)S_X^2}{[(m_X - x)^2 + S_X^2]^2} dx dy. \quad (8)$$

**Пример.** Пусть известны  $m_X = 20 \text{ H / см}^2$ ,  $S_X = 2 \text{ H / см}^2$ ,  $m_Y = 25 \text{ H / см}^2$ ,  $S_Y = 1 \text{ H / см}^2$ .

Решая пример с использованием компьютерной программы, получим  $\underline{Q} = 0$ ,  $\bar{Q} = 8,525 \cdot 10^{-2}$ . Соответственно,  $\underline{P} = 0,914$ ,  $\bar{P} = 1$ . Надежность основания характеризуется интервалом  $[0,914; 1]$ . Расчетную часть задачи можно еще упростить, если в (7) второй интервал заменить функцией (4) с заменой  $x$  на  $y$ .

$$\bar{Q} = \int_{m_X}^{m_Y} \frac{2(m_Y - y)S_Y^2}{[(m_Y - y)^2 + S_Y^2]^2} \cdot \frac{S_X}{(y - m_X)^2 + S_X^2} dy.$$

При расчете надежности по деформациям (осадке фундамента  $\tilde{S}$ ), не связанным с внешней нагрузкой, по расчетной модели  $\tilde{S} \leq S_u$ , где  $S_u$  – предельно допустимая осадка фундамента (детерминированная величина), расчет надежности основания фундамента упрощается.

В этом случае при  $S_u > m_S + \frac{S_S^2}{m_S}$  имеем  $\underline{Q} = 0$ ;  $\bar{Q} = 1 - \frac{F_X^{**}(x)}{m_S}$  при  $x = S_u$ .

**Пример.** Пусть известны  $m_X = 5 \text{ см}$ ,  $S_X = 1 \text{ см}$  (где  $X = \tilde{S}$ ),  $S_{np} = 8 \text{ см}$ . Получим  $\underline{Q} = 0$  и с учетом (3)  $\bar{Q} = 1 - \frac{(m_X - x)^2}{(m_X - x)^2 + S_X^2} = 1 - \frac{(5 - 8)^2}{(5 - 8)^2 + 1^2} = 0,1$ .

Надежность основания фундамента по критерию  $\tilde{S} \leq S_u$  в этом случае будет характеризоваться интервалом  $[0,9; 1,0]$ .

Таким образом, отказ основания фундамента может быть либо по критерию (1), либо по критерию  $\tilde{S} \leq S_u$  и  $F \leq F_u$ . В любом случае отказ по одному из критериев приводит к отказу всего основания как условной последовательной системы с условными независимыми элементами. В этом случае согласно работе [26] вероятность отказа  $U$  всей системы (основания) определяется интервально  $[\underline{U}; \bar{U}]$  по формулам  $\underline{U} = Q_{i \min}$  и  $\bar{U} = Q_{i \max}$ , где  $i=1,2,3$ .

В данной статье не рассматривается расчет надежности по критерию  $F \leq F_u$ , поэтому если ограничиться только критериями деформаций, то по результатам решения приведенных примеров будем иметь  $\underline{U} = 0$ ,  $\bar{U} = 0,1$ .

При расчете надежности основания после реконструкции зданий учитывается предельное значение допустимой деформации основания фундамента с учетом категории технического состояния сооружения в соответствии с СП 22.13330.2010.



### Практическое значение

Оперативная оценка надежности несущих конструкций зданий и сооружений позволяет установить уровень безопасности их эксплуатации, а при необходимости спланировать и провести своевременный ремонт, усиление или реконструкцию и, самое главное, предупредить аварии и разрушения. Особая значимость предлагаемых методов расчета надежности оснований фундаментов, а также других несущих конструкций, проявляется при оценке безопасности эксплуатации зданий и сооружений после пожаров, стихийных бедствий и других чрезвычайных ситуаций, когда ограничено время для сбора статистической информации о контролируемых параметрах элементов технических систем.

В приведенных методах надежность оснований характеризуется интервалом надежности. Если обозначить граничные значения интервала надежности  $P_{\min}$  и  $P_{\max}$ , то расчетная надежность основания фундамента будет характеризоваться интервалом  $[P_{\min}; P_{\max}]$ . Истинная надежность находится внутри этого расчетного интервала. Можно ли принимать значение надежности основания фундамента, например, по критерию (2) из интервала надежности более  $P_{\min}$ ? Такой вопрос возникает, если нормативное значение надежности  $P_n$  для основания фундамента конкретного здания или сооружения оказывается более  $P_{\min}$ . Обсуждение такой ситуации и анализ риска принятия решения о надежности из интервала расчетной надежности основания фундамента больше  $P_{\min}$ , например, равного  $P_n$ , рассматривается в работе [17].

### Выводы

1. Предложен новый подход к расчетам надежности грунтовых оснований фундаментов на стадии эксплуатации зданий и сооружений при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах по критерию деформаций (осадке) фундамента.
2. Расчетная модель предельного состояния представлена условием  $X \leq Y$ , где  $X$  – обобщенная нагрузка (деформация),  $Y$  – обобщенная прочность (предельная деформация).
3. Рассмотрены два варианта исходной (ограниченной) статистической информации о контролируемых параметрах, для которых приведены расчетные формулы для определения значений интервалов надежности и приведены числовые примеры оценки надежности.
4. Предложенные методы могут найти применение в расчетах надежности других несущих элементов и частей зданий и сооружений при ограниченной информации о контролируемых параметрах.

### Литература

1. Ермолаев Н.Н., Михеев В.В. Надежность оснований сооружений. Л.: Стройиздат, 1976. 152 с.
2. Аугусти Г., Баратта А., Кашнати Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании. М.: Стройиздат, 1980. 582 с.
3. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности и испытания на безопасность. М.: Советское радио, 1969. 488 с.
4. Маргонтъев А.Н. Вероятностная оценка физико-механических характеристик грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1974. №4. С. 20–22.
5. Руппенейт К.В., Долгих М.А., Матвиенко В.В. Вероятностные методы оценки прочности и деформируемости горных пород. М.: Изд-во литературы по строительству, 1964. 81 с.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. М.: Наука, 1986. 544 с.
7. Пытьев Ю.П. Возможность. Элементы теории и практики. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 192 с.
8. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению зданий в информатике / Пер. с фр. В.Б. Тарасова. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
9. Zadeh L.A. Fuzzy Sets // Information and Control. 1965. No. 8. Pp. 338–353.

Шепелина Е.А., Уткин В.С. Расчет надежности оснований фундаментов по деформациям на стадии эксплуатации

10. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy sets and Systems. 1978. No.1. Pp. 3-28.
11. Уткин В.С., Ярыгина О.В. Расчет надежности индивидуальной железобетонной балки по критерию предельного развития трещин с использованием распределений на основе неравенства Чебышева // Бетон и железобетон. 2011. №3. С. 20–22.
12. Utkin V.S. Calculating the Reliability of Machine Parts on the Basis of the Chebyshev // Russian Engineering Research. 2012. Vol. 32. No.1. Pp. 5–8.
13. Utkin V.S. Calculation of Crankshaft Reliability in Terms of Fatigue strength, with limited statistical data // Russian Engineering Research. 2010. Vol. 30. No.8. Pp. 763–767.
14. Уткин В.С. Определение надежности сварных соединений с лобовыми швами при ограниченной статистической информации при статическом нагружении // Вестник гражданских инженеров. 2007. №1(10). С. 41–45.
15. Белый Г.И. Причины снижения надежности и приближенная оценка ресурса стальных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений // Современные проблемы науки и образования. 2012. №2. [Электронный ресурс]. URL: [www.science-education.ru/102-6038](http://www.science-education.ru/102-6038) (дата обращения: 29.04.2013).
16. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов многоэтажных зданий при ограниченной (неполной) информации о параметрах математической модели предельного состояния // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. №6. С. 47–50.
17. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов по критерию прочности при ограниченной информации о нагрузке // Инженерно-строительный журнал. 2013. №1(36). С. 48–56.
18. Тензо-М. Тензодатчики. Тензорезисторный извлекаемый датчик давления грунта ДДГЛ [Электронный ресурс]. URL: [tenso-m.ru/pages/21](http://tenso-m.ru/pages/21). (дата обращения: 26.03.2013).
19. Soldata. Технические решения для диагностики и мониторинга. Мониторинг давления на грунты [Электронный ресурс]. URL: [http://soldata.com.ua/ru/geotehnicheskij\\_monitoring/monitoring\\_davlenija\\_na\\_grunti](http://soldata.com.ua/ru/geotehnicheskij_monitoring/monitoring_davlenija_na_grunti) (дата обращения: 23.01.2013).
20. Utkin V.S. Determination of the reliability of a toothed gear on the basis of the tooth fatigue strength under the condition of limited statistical information // Russian Engineering Research. 2007. Vol. 27. No.4. Pp. 165–168.
21. Kozine I., Utkin L.V. An approach to combining unreliable pieces of evidence and their propagation in a system response analysis // Reliability Engineering and System Safety. 2004. Vol. 85. No.1–3. Pp. 103–112.
22. Utkin L.V., Kozine I. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities // Structural Safety. 2010. Vol. 32. No.6. Pp. 411–416.
23. Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей // Строительные материалы. 2004. №8. С. 35.
24. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций / Пер. с нем. О.О. Андреева. М.: Стройиздат, 1994. 288 с.
25. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании: монография. М.: АСВ, 1998. 304 с.
26. Гуров С.В., Уткин Л.В. Надежность систем при неполной информации. СПб.: Любович, 1999. 160 с.

*\*Елена Александровна Шепелина, г. Вологда, Россия  
Тел. моб.: +7(911)444-44-92; эл. почта: [lenashepelina12@mail.ru](mailto:lenashepelina12@mail.ru)*

© Шепелина Е.А., Уткин В.С., 2013

doi: 10.5862/MCE.39.2

## Calculation of reliability of foundation bed in the deformations at the operational stage

V.S. Utkin;  
E.A. Shepelina,

Vologda State Technical University, Vologda, Russia  
+7(911)444-44-92; e-mail: lenashepelina12@mail.ru

### Key words

reliability; foundation bed; operational stage; strength of the ground; pressure on the ground; limited information; monitored parameters

### Abstract

Russian standards recommend using certain probabilistic-statistical methods as methods of calculation of reliability of structures and bases at the operational stage. However such methods can be applied only when there is total statistical information about monitored parameters of computable models. In practice, at the operational stage, such information is often not complete and consequently probabilistic-statistical methods for foundation bed can not be used.

The methods for calculating the reliability of foundation bed of buildings and structures on the operational stage with limited (incomplete) statistical information on the monitored parameters of computable models by the strength criteria and the following notes on the calculation of the reliability of the base by the deformation criteria are given in the article.

There are two ways of calculations of reliability regarding to the real conditions of collecting information on the monitored parameters. The first method features description of the functions of random variables distribution capabilities, and in the second method the random variables (parameters) are described by distribution functions obtained from the Chebyshev's inequality.

### References

1. Ermolaev N.N., Mikheev V.V. *Nadezhnost osnovaniy sooruzheniy* [Reliability of foundation bases]. Leningrad: Stroyizdat, 1976. 152 p. (rus)
2. Augusti G., Baratta A., Kashnati F. *Veroyatnostnyye metody v stroitelnom proyektirovanii Per. s angl.* [Probabilistic method in construction design. Translation from English]. Moscow: Stroyizdat, 1980. 582 p. (rus)
3. Barlou R., Proshan F. *Matematicheskaya teoriya nadezhnosti i ispytaniya na bezopasnost. Per. s angl. R. Barlou, F. Proshan* [Mathematical reliability theory and safety test. Translated from English by R. Barlou, F. Proshan]. Moscow: Sovetskoye radio, 1969. 488 s. (rus)
4. Margontyev A.N. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1974. No.4. 20–22. (rus)
5. Ruppeneyt K.V., Dolgikh M.A., Matvienko V.V. *Veroyatnostnyye metody otsenki prochnosti i deformiruyemosti gornykh porod* [Probabilistic methods of the rock's strength and deformability assessment]. Moscow: Stroyizdat, 1964. P.125 (rus)
6. Bronshtein I.N., Semendiaev K.A. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vuzov* [Mathematics handbook for engineers and higher school students]. Moscow: Nauka, 1986. 544 p. (rus)
7. Pytyev Yu.P. *Vozmozhnost. Elementy teorii i praktiki* [Possibility. Elements of theory and practice]. Moscow: Editorial URSS, 2000. 192 p. (rus)
8. Diubua D. *Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniya k predstavleniyu zdaniy v informatike.* [Possibility theory. Enclosure to representation of the buildings in informatics]. Translation from French. D. Diubua, A. Prad. Moscow: Radio i sviaz, 1990. 288 p. (rus)
9. Zadeh L.A. Fuzzy Sets. *Information and Control*. 1965. Vol. 8. Pp. 338–353.
10. Zadeh, L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and Systems*. 1978. Vol. 1. Pp. 3–28.
11. Utkin V.S., Yarygina O.V. *Beton i zhelezobeton*. 2011. No.3. Pp. 20–22. (rus)

12. Utkin V.S. Calculating the Reliability of Machine Parts on the Basis of the Chebyshev. *Russian Engineering Research*. 2012. Vol. 32. Pp. 5–8.
13. Utkin V.S. Calculation of Crankshaft Reliability in Terms of Fatigue strength, with limited statistical data. *Russian Engineering Research*. 2010. Vol. 30. Issue 8. Pp. 5–8.
14. Utkin V.S. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*. 2007. No.1(10). Pp. 41–45. (rus)
15. Belyy G.I. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*. 2012. No.2. [Online resource] URL: [www.science-education.ru/102-6038](http://www.science-education.ru/102-6038) (accessed: 29.04.2013). (rus)
16. Utkin V.S., Shepelina E.A. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2012. No.6. Pp. 47–50. (rus)
17. Utkin V.S., Shepelina E.A. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No.1(36). Pp. 48–56. (rus)
18. Tenzo-M. *Tenzodatchiki. Tenzorezistornyy izvlekaemyy datchik davleniya grunta DDGL* [Tenzo-M. Strain sensors. Resistive-strain sensor extractable soil pressure sensor DDGL]. [Online resource]. URL: [tenzo-m.ru/pages/21](http://tenzo-m.ru/pages/21) (accessed: 26.03.2013). (rus)
19. Soldata. *Tekhnicheskiye resheniya dlya diagnostiki i monitoringa. Monitoring davleniya na grunt* [Soldata. Technology for diagnostics and monitoring. Monitoring of pressure on the ground]. [Online resource]. URL: [http://soldata.com.ua/ru/geotekhnicheskij\\_monitoring/monitoring\\_davleniya\\_na\\_grunt](http://soldata.com.ua/ru/geotekhnicheskij_monitoring/monitoring_davleniya_na_grunt) (accessed: 23.01.2013). (rus)
20. Utkin V.S. Determination of the reliability of a toothed gear on the basis of the tooth fatigue strength under the condition of limited statistical information. *Russian Engineering Research*. 2007. Vol. 27. Issue 4. Pp. 165–168.
21. Kozine I., Utkin L.V. An approach to combining unreliable pieces of evidence and their propagation in a system response analysis. *Reliability Engineering and System Safety*. 2004. Vol. 85. No.1–3. Pp. 103–112.
22. Utkin L.V., Kozine I. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities. *Structural Safety*. 2010. Vol. 32. No.6. Pp. 411–416.
23. Utkin V.S. *Construction materials*. 2004. No.8. 35 p. (rus)
24. Shpete G. *Nadezhnost nesushchikh stroitelnykh konstruksiy* [Reliability of bearing structures]. Translated from German by O.O. Andreeva. Moscow: Stroyizdat, 1994. 288 p. (rus)
25. Raizer V.D. *Teoriya nadezhnosti v stroitel'nom proektirovanii: monografiya* [Reliability theory in construction design: monograph]. Moscow: ASV, 1998. 304 p. (rus)
26. Gurov S.V., Utkin L.V. *Nadezhnost sistem pri nepolnoy informatsii* [System reliability with incomplete information]. Saint-Peterburg: Liubovich, 1999. 160 p. (rus).

**Full text of this article in Russian: pp. 12–21**