2

Http://www.engstroy.spb.ru – полнотекстовая версия журнала в сети Интернет. Бесплатный доступ, обновление с каждым новым выпуском

### Инженерно-строительный журнал

научно-прикладное издание

ISSN 2071-4726

Свидетельство о государственной регистрации: ПИ №ФС77-38070, выдано Роскомнадзором

Специализированный научный журнал. Выходит с 09.2008.

Включен в Перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ

Периодичность: 8 раз в год

### Учредитель и издатель:

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

### Адрес редакции:

195251, СПб, ул. Политехническая, д. 29, Гидрокорпус-2, ауд. 227А

### Главный редактор:

Вера Михайловна Якубсон

Научный редактор:

Николай Иванович Ватин

### Литературный редактор:

Елена Викторовна Соболева

### Редакционная коллегия:

д.т.н., проф., зав. каф. ФГБОУ ВПО СПбГПУ Н.В. Арефьев: д.т.н., проф., ректор ФГБОУ ВПО СГАСУ М.И. Бальзанников; к.т.н., проф., проректор по перспективным проектам ФГБОУ ВПО СПбГПУ А.И. Боровков; д.т.н., проф., Вильнюсский технический университет им. Гедиминаса, Э.К. Завадскас; д.т.н., проф., зав. каф. ФГБОУ ВПО СПбГПУ В.В. Лалин; к.т.н., директор РУП «Институт БелНИИС» М.Ф. Марковский;

### и другие.

Полный список редсовета и редколлегии – на веб-сайте журнала.

Установочный тираж 1000 экз.

Подписано в печать 26.06.13 Формат 60х84/8, усл. печ. л. 13. Заказ № 1885

Отпечатано в типографии СПбГПУ. СПб, ул. Политехническая, д. 29

Тел. +7(812)535-52-47 E-mail: engstroy@inbox.ru

Web: <u>Http://www.engstroy.spb.ru</u>

## РАСЧЕТЫ

Бухарцев В.Н., Волков Е.Н. Влияние разломов на	
напряженно-деформированное состояние горного	
массива вблизи выработки туннеля	3
Шепелина Е.А., Уткин В.С. Расчет надежности	
оснований фундаментов по деформациям на стадии	
эксплуатации	1

Содержание

## ГРУНТЫ

Александров А.С. Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси 22 при воздействии трехосной циклической нагрузки Калинин А.Л. Применение модифицированных условий пластичности для расчета безопасных давлений на грунты земляного полотна 35

## КОНСТРУКЦИИ

Соколов В.А., Страхов Д.А., Синяков Л.Н. Расчет	
сооружений башенного типа на динамические	
воздействия с учетом податливости свайного	
фундамента и основания	46
Кашарин Д.В., Тхай Тьи Тхи Ким. Повышение	
устойчивости оснований мобильных дамб для	
инженерной защиты зданий от затопления	51

## МЕТОДЫ

Лавров Н.П., Шипилов А.В., Логинов Г.И. Пропускная способность промывного тракта водозаборного сооружения для деривационных ГЭС в зимнем режиме эксплуатации 60 Иванов Т.С., Баденко Н.В., Олешко В.А. Геоинформационные методы поиска перспективных створов для строительства ГЭС 70

### АНАЛИЗ

Михалев М.А. Расчет магистральных каналов 83 Мирсаидов М.М., Султанов Т.З., Руми Д.Ф. Оценка динамического поведения системы «сооружение основание» с учетом волнового уноса энергии 94

### © ФГБОУ ВПО СПбГПУ, 2013

На обложке: строительная площадка жилого комплекса «Новое Девяткино», Санкт-Петербург, Россия

# Влияние разломов на напряженно-деформированное состояние горного массива вблизи выработки туннеля

## Д.т.н., профессор В.Н. Бухарцев;

аспирант Е.Н. Волков\*,

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

**Ключевые слова**: напряженно-деформированное состояние; туннель; трещины разлома; трещиноватость скального массива; главные напряжения; параметр Лоде

## Постановка задачи

Туннели – широко распространенные инженерные сооружения, использующиеся в качестве сухопутных и водных транспортных артерий, для прокладки сетей городского хозяйства и т. д. Особую группу составляют гидротехнические туннели, являющиеся важной частью многих водохозяйственных комплексов. Они используются, например, при пересечении трассой водовода горного хребта, являющегося водоразделом; в качестве водоводов деривационных ГЭС; для отвода реки в период строительства гидроузла; при устройстве береговых водосбросов и т. д. Обеспечение работоспособности гидротехнического туннеля в целом и его составных частей (обделок, закладных деталей и т. д.) на протяжении всего срока службы – непременное условие безопасной работы всего гидротехнического комплекса.

Часто гидротехнические туннели, сооружаемые на горных и предгорных участках рек, располагаются в зонах с повышенной тектонической активностью. Эти зоны характеризуются наличием разломов в земной коре. В приразломных зонах могут возникать как зоны разгрузки, так и концентрации напряжений. Напряженно-деформированное состояние, возникающее в приразломной зоне горного массива, отличается от бытового состояния, которое формируется на значительном удалении от разлома. Обеспечение нормальной работы гидротехнического туннеля, в таких местах – задача важная во всех отношениях: как для безопасной эксплуатации туннеля, так и для экономической целесообразности.

Для обеспечения нормальной работы туннеля необходимо иметь представление о напряженно-деформированном состоянии горного массива вблизи разлома – в зоне влияния выработки. Поскольку деформационные характеристики горного массива существенно зависят от естественной трещиноватости, эту трещиноватость необходимо оценить.

Адекватное математическое моделирование приразломной зоны и естественной трещиноватости горного массива, а также оценка их влияния на напряженно-деформированное состояние – актуальные задачи при расчете конструкций гидротехнических туннелей.

### Изученность проблемы

В настоящее время существует ряд методик, позволяющих определить напряженнодеформированное состояние горного массива вблизи выработки туннелей. Современные российские нормативные документы фактически приводят расчетные зависимости лишь для решения задач в условиях плоской деформации. При этом не учитываются особенности работы туннеля, пересекающего разлом, как пространственной конструкции.

Задачи о распределении напряжений вокруг отверстий (к которым сводятся многие задачи о напряженно-деформированном состоянии горного массива в окрестности выработки туннеля) впервые были решены в работах Г. Кирша (G. Kirsch) в 1898 г. [1] и получили развитие в работах Н.И. Мусхелишвили [2], Г.Н. Савина [3], А.С. Космодамианского [4]. Некоторые решения пространственной задачи о равновесии упругого кругового цилиндра приведены в работах А.И. Лурье [5, 6], А.Я. Александрова [7] и др. Решение для выработок кругового очертания в вязкоупругом массиве пород приведено в работе [8]. Теоретические основы исследований напряженно-деформированного состояния тел с трещинами были заложены в работах Гриффитса, Ирвина, Орована [10]. Методы расчета обделок напорных туннелей с учетом неоднородности окружающего массива пород приведены в работах [11–14]. Геометрические характеристики приразломных трещин изучены в работах [15]. Характер деформирования и разрушения горных пород вблизи разломов рассмотрены в работах [16–21].

## Принятые предположения и допущения

При исследовании напряженно-деформированного состояния горного массива встает вопрос о том, как оценить трещиноватость горного массива для получения корректных значений смещений и деформаций. В работе М.В. Раца [11] показано, что густота трещин, оперяющих разлом, растет по мере приближения к оси разлома по экспоненциальному закону:

$$b = a - c \cdot e^{-x/k} \,. \tag{1}$$

где *b* – расстояние между трещинами на удалении *x* от оси разлома; *a*,*c*,*k* – параметры, оцениваемые по результатам натурных наблюдений, зависящие от трещиноватости горного массива и тектонической обстановки в целом.

В работе [11] описан подход к определению обобщенного модуля деформации массива, разбитого системами параллельных трещин. Основные положения этого подхода следующие: «Массив с одной системой параллельных трещин рассматривается как среда, состоящая из изотропных слоев двух типов. Первый тип слоев моделирует блоки породы и характеризуется параметрами: а – мощность слоя, соответствующая расстоянию между трещинами, Е, – модуль деформации породы в блоке,  $\mu$  - коэффициент Пуассона породы. Второй тип слоев моделирует трещины и характеризуется параметрами:  $\Delta a$ \_ мощность слоя, соответствующая ширине раскрытия трещин,  $E_2$  – модуль деформации породы в зоне трещины,  $\mu = 0$ . Для открытых трещин, в которых соприкасаются стенки, сложенные той же горной породой, принимается  $E_2 = E_1$ . Важной характеристикой этого слоя является отношение 🖞 длины (в плоской задаче) скальных контактов в пределах слоя к длине области воздействия сооружения. Для элементарного блока, состоящего из двух слоев, по закону Гука при нагружении перпендикулярно трещинам:

$$\frac{\sigma(a+\Delta a)}{E} = \frac{\sigma(\Delta a)}{\xi \cdot E_2} + \frac{\sigma(a)}{E_1},$$

#### где E – модуль деформации двухслойной среды в направлении, перпендикулярном слоистости» [11].

Необходимо отметить, что эта математическая зависимость имеет недостаток. Из описания подхода следует, что параметр  $\xi$  нужно понимать не иначе как отношение площади скальных контактов внутри трещины между соседними блоками породы к площади трещины. Для трещин, в которых контакт между соседними блоками отсутствует (трещины разрыва), параметр  $\xi$ , очевидно, равен 0. Так как этот параметр находится в знаменателе дроби, то результат деления не определен, а выражение не имеет смысла.

Приняв за основу описанный подход, авторы разработали модель, описывающую деформирование двухслойной среды (массив с одной системой параллельных трещин) и свободную от приведенного выше недостатка.



Рисунок 1. Модель двухслойной среды

Пусть объектом моделирования будет массив горной породы с одной системой параллельных трещин. Рассмотрим отдельно ту часть массива, которая состоит из блока породы и прилегающей к нему трещины. Представим эту часть как среду, состоящую из двух изотропных слоев (рисунок 1): первый слой, мощностью  $b_1$ , соответствует блоку породы; второй слой, мощностью  $b_2$ , соответствует заполнителю трещины. При этом предполагается, что  $b_1 >> b_2$ . Каждый из слоев характеризуется модулем продольной упругости  $E_1$  и  $E_2$  и коэффициентом Пуассона  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . Контакт между двумя соседними блоками породы оценим безразмерной величиной S, выражающей отношение площади контакта соседних блоков к площади трещины между этими блоками. Таким образом,  $0 \le S \le 1$ .

Тогда, используя простой закон Гука, найдем абсолютное удлинение (укорочение) двухслойной среды в направлении, перпендикулярном трещине. Оно, очевидно, будет равно сумме абсолютных удлинений (укорочений) каждого слоя:

$$\frac{\sigma(b_1 + b_2)}{E} = \frac{b_1 \sigma}{E_1} + b_2 \sigma \left[ \frac{S}{E_1} + \frac{(1 - S)}{E_2} \right],$$
(2)

где  $\sigma$  – действующие напряжения, МПа\$ *E* – осредненный модуль продольной упругости двухслойной среды в направлении, перпендикулярном трещине, МПа.

В правой части (2) в скобках – абсолютное удлинение (укорочение) слоя заполнителя трещины с учетом контактов массивов. Вынося за скобки  $E_2$  и сокращая на  $\sigma$ , получим:

$$\frac{b_1 + b_2}{E} = \frac{b_1}{E_1} + \frac{b_2}{E_2} \left( S \frac{E_2}{E_1} + 1 - S \right).$$
(3)

Отсюда модуль продольной упругости двухслойной среды:

$$E = \frac{E_1 E_2 (b_1 + b_2)}{E_1 b_2 (1 - S) + E_2 (b_1 + b_2 S)}.$$
(4)

Подставляя в (4) *S* = 0 (случай открытой трещины, соседние блоки не соприкасаются между собой), получаем:

$$E = \frac{E_1 E_2 (b_1 + b_2)}{E_1 b_2 + E_2 b_1}.$$
(5)

Соответственно, при *S* = 1 (случай полного контакта между берегами трещины)

$$E = E_1. ag{6}$$

Учитывая, что мощность блока породы двухслойной среды много раз больше мощности трещины ( $b_1 >> b_2$ ), в формуле (1) можно положить  $b = b_1$ , откуда следует

$$b_1 = a - c \cdot e^{-x/k} \,. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (4), найдем модуль упругости горного массива на расстоянии *x* от оси разлома (в направлении, перпендикулярном системе параллельных трещин):

$$E = \frac{E_1 E_2 \left( a - c \cdot e^{-x/k} + b_2 \right)}{E_1 b_2 \left( 1 - S \right) + E_2 \left( a - c \cdot e^{-x/k} + b_2 S \right)}.$$
(8)

Формулу (8) можно применить при решении задачи о напряженно-деформированном состоянии горного массива вблизи разлома – в зоне влияния выработки с учетом системы параллельных трещин, «оперяющих» разлом.

### Методика решения задачи

Для определения напряжений в окрестности выработки вблизи разлома с учетом системы параллельных трещин необходимо решить задачу о распределении напряжений вокруг отверстия в упругой среде в общем виде (в объемной постановке).

Предположим, что в упругом массиве пройдена выработка туннеля диаметром D без крепи. Составляющая установившегося горного давления, действующего на выработку вертикально, определяется зависимостью:

$$P_{sepm} = \gamma H , \qquad (9)$$

где  $\gamma$  – объемный вес вышележащих пород, МН/м<sup>3</sup>; H – высота столба вышележащих пород в метрах.

Горизонтальную составляющую горного давления можно определить:

$$P_{zop} = \lambda \gamma H , \qquad (10)$$

где  $\lambda$  – коэффициент бокового отпора, равный  $\lambda = \frac{\mu}{1-\mu}$ ;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Допустим, что выработку туннеля в диаметральном направлении пересекает разлом, угол падения которого 90°. Берега разлома не соприкасаются друг с другом, следовательно, поверхность разлома свободна от напряжений. По обе стороны от разлома его «оперяет» система параллельных ему трещин (рисунок 2). Расстояния между трещинами определяются по формуле (1). Модуль упругости блока породы  $E_1$  принят постоянным. Модуль упругости массива на удалении x от оси разлома в направлении, перпендикулярном системе трещин, принимается по формуле (8).



Рисунок 2. Схема горного массива с пройденной в нем выработкой туннеля: а) схема нагружения, б) структурная схема

Для оценки влияния параметров трещиноватости, входящих в формулу (8), на напряженно-деформированное состояние горного массива в окрестности выработки использован метод планирования эксперимента.

Алгоритм построения ортогонального центрального композиционного плана представлен на рисунке 3.

Следуя методам, описанным в работе [22, с. 18], и учитывая формулу (8), авторы определили физические переменные (факторы), соответствующие способам воздействия внешней среды на объект исследования. За физические переменные здесь приняты следующие параметры: модуль продольной упругости заполнителя трещины –  $E_2$ ; раскрытие трещин –  $b_2$ ; отношение площади контакта соседних *S* . блоков площади трещины К Постоянные величины (факторы): модуль деформации породы в блоке –  $E_1$ ; коэффициенты a, c, k.

В таблице 1 приведены значения постоянных и пределы изменения переменных величин.

Задавшись значениями постоянных величин и пределами изменения физических переменных, с помощью программы Statistica 8 авторы построили матрицу планирования эксперимента (таблица 2).



Рисунок 3. Алгоритм построения ортогонального центрального композиционного плана и расчета параметров регрессии

Таблица 1. Значения постоянных и пределы изменения переменных факторов воздействия

Название фактора	Обозначение	Единица измерения	Величина
Постоянн	<u>ые факторы</u>		
Модуль деформации породы в блоке	$E_1$	МПа	0,9 · 10 <sup>5</sup>
Коэффициент при формуле (4)	а	б/р*	0,2
Коэффициент при формуле (4)	С	б/р*	1
Коэффициент при формуле (4)	k	б/р*	1
Переменн	<u>ые факторы</u>		
Модуль упругости заполнителя трещин	$E_2$	МПа	$0,2 \cdot 10^5 \div 0,9 \cdot 10^5$
Раскрытие трещин	$b_2$	М	$0,05 \div 0,3$
Отношение площади контакта соседних блоков площади трещины	< S	б/р*	$0,2 \div 0,8$

\* б/р – безразмерная величина

[						
	Переменные факторы					
№ эксперимента	$E_{2}$ , МПа	$b_{ m 2}$ , м	S			
1	$0,55 \cdot 10^{5}$	0.39	0.50			
2	0,1 · 10 <sup>5</sup>	0.18	0.50			
3	0,9 · 10 <sup>5</sup>	0.30	0.20			
4	$0,55 \cdot 10^{5}$	0.18	0.00			
5	$0,55 \cdot 10^{5}$	0.18	1.00			
6	$0,2 \cdot 10^5$	0.30	0.20			
7	$0,2 \cdot 10^5$	0.05	0.20			
8	$0,55 \cdot 10^{5}$	0.18	0.50			
9	0,9 · 10 <sup>5</sup>	0.05	0.20			
10	$0,55 \cdot 10^{5}$	0.18	0.50			
11	$0,2 \cdot 10^5$	0.05	0.80			
12	0,9 · 10 <sup>5</sup>	0.30	0.80			
13	$0,2 \cdot 10^{5}$	0.30	0.80			
14	1,14 · 10 <sup>5</sup>	0.18	0.50			
15	$0,55 \cdot 10^{5}$	0.00	0.50			
16	$0,9 \cdot 10^5$	0.05	0.80			

Таблица 2. Матрица планирования эксперимента

Решение задачи производилось методом конечных элементов с помощью универсального программного комплекса "COMSOL Multiphysics", с использованием расчетного модуля "COMSOL Geomechanics". Данный программный комплекс позволяет задавать физико-механические характеристики исследуемой модели с помощью зависимостей. В решаемой задаче модуль упругости массива определялся заново для каждого эксперимента при помощи формулы (8) с помощью подстановки в нее значений из таблиц №1 и №2 соответственно. Расчетная модель и ее физико-механические характеристики представлены на рисунке 4.

В горном массиве 1 на глубине Н пройдена выработка гидротехнического туннеля 2 диаметром D. Граничные условия приняты следующие: на горный массив действуют силы от веса вышележащих пород 3 и бокового отпора. Плоскость разлома свободна от напряжений. В вертикальных плоскостях, ограничивающих модель, применены заделки, которые ограничивают перемещения в направлении, перпендикулярном рассматриваемой плоскости. Модуль упругости массива вычислялся в каждой точке модели по формуле (8).

За объекты исследования (функции отклика) были приняты напряжения  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  вдоль выработки гидротехнического туннеля.



Рисунок 4. Расчетная модель горного массива с пройденной выработкой

# Результаты и выводы

После проведенных экспериментов было получено распределение всех девяти компонент напряжений вдоль выработки гидротехнического туннеля.

Максимальные значения напряжений и расстояния от разлома до точки, в которой действуют эти напряжения, даны в таблице 3. Эксперименты приведены в порядке возрастания бытового модуля упругости массива.

	Таблица	3.	Сводная	таблица	макси	мальных	значений	напряжени	й $\sigma_{x}$ , $\sigma_{y}$	вдоль
выра	ботки т	унн	еля и рас	стояния с	от оси	разлома	до точки,	в которой о	действую	т эти
напря	яжения									

№ эксперимента	$\sigma_{_x}$ , Па	$L_{\sigma_x}$ , м	$\sigma_{_y}$ , Па	$L_{\sigma_y}$ , м
4	65312	2.04	1.69e+005	5.04
6	1.48e+005	1.99	2.39e+005	5.49
2	1.31e+005	1.99	2.20e+005	5.49
13	2.60e+005	2.34	3.25e+005	6.04
7	1.43e+005	2.34	2.16e+005	5.69
3	2.77e+005	2.34	3.38e+005	5.54
1	3.49e+005	2.34	3.99e+005	6.69
10	3.61e+005	2.54	4.00e+005	6.74
8	3.62e+005	2.49	4.00e+005	6.19
11	3.70e+005	2.49	3.96e+005	6.69
9	3.91e+005	2.54	4.14e+005	6.39
5	5.13e+005	2.84	5.31e+005	6.74
14	5.20e+005	2.94	5.39e+005	6.69
12	5.66e+005	2.94	5.80e+005	6.99
16	6.01e+005	2.94	6.10e+005	6.99
15	6.22e+005	2.94	6.32e+005	6.99

Анализируя данные таблицы 3, можно заметить, что с ростом модуля упругости горного массива растягивающие напряжения вблизи разлома возрастают ( $\sigma_x$  от 65 до 622,46 кПа,  $\sigma_y$  от 169,15 до 632,17 кПа) и координаты их максимумов смещаются вглубь массива.



Чтобы оценить влияние переменных факторов на функцию отклика, авторы построили диаграммы Парето (рисунок 5), из которых следует:

1) между переменной величиной S с одной стороны, модулем упругости заполнителя  $E_2$  с другой стороны и напряжениями  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  с третьей существует прямо пропорциональная зависимость (эффект Парето положителен);

2) между переменной величиной  $b_2$  и напряжениями  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  наблюдается зависимость обратно пропорциональная (эффект Парето отрицателен).

 $L_{\sigma_x}$  ,  $L_{\sigma_y}$  – расстояние от разлома до точки, на которой действуют напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  соответственно.

Эти данные хорошо согласуются с физическим смыслом используемой модели горного массива.

Для получения однозначного ответа о виде напряженного состояния вблизи выработки туннеля был использован параметр Лоде:

$$\mu = \frac{\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}.$$
(11)

Таким образом, проанализировав данные таблицы 3 и диаграмму Парето (рисунок 5), можно сделать следующие выводы.

1. НДС горного массива вблизи разлома зависит от характеристик трещиноватости вблизи разлома, что необходимо учитывать в расчетах.

2. Используя распределение главных напряжений совместно с параметром Лоде, можно однозначно определить вид напряженного состояния в каждой точке. Следовательно, различные теории прочности можно применять к различным участкам туннеля.

Продолжением данного исследования может быть разработка конструктивных изменений крепи с учетом влияния разлома на распределение напряжений, а также разработка методики определения устойчивости выработки с учетом изменения НДС горного массива вблизи разлома.

Бухарцев В.Н., Волков Е.Н. Влияние разломов на напряженно-деформированное состояние горного массива вблизи выработки туннеля

Диаграмма Парето

#### Литература

- 1. Тимошенко С.П. Теория упругости. Л.: Главная редакция теоретико-технической литературы, 1937. 453 с.
- 2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 710 с.
- 3. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. Киев: Наукова Думка, 1968. 892 с.
- 4. Космодамианский А.С. Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и уступами. Киев: Вища школа, 1975. 228 с.
- 5. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. 492 с.
- 6. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
- 7. Александров А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Наука, 1978. 464 с.
- Fahimifar A., Tehrani F.M., Hedayat A. Analytical solution for the excavation of circular tunnels in a viscoelastic material under hydrostatic stress field // Tunnelling and Underground Space Technology. 2010. Vol. 25. Issue 4. Pp. 297–304.
- Афанасова О.В. Расчет двуслойных обделок напорных тоннелей с учетом неоднородности окружающего массива пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2001. Вып. 11. С. 173–174.
- 10. Вычислительные методы в механике разрушения / Под ред. С. Атлури. М.: Мир, 1990. 390 с.
- 11. Рац М.В., Чернышев С.Н. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород. М.: Недра, 1970. 161 с.
- 12. Лобацкая Р.М. Структурная зональность разломов. М.: Недра. 1987. 129 с.
- 13. Иудин М.М. О трещиноватости массива горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2007. Том 17. №2. С. 279–284.
- 14. Редькин Г.М. Показатели структурной раздробленности массивов горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2009. Вып. 12. С. 219–225.
- 15. Бурзунова Ю.П. Углы между сопряженными системами приразломных трещин в иделизированных и природных парагенезисах, формирующихся в различных динамических обстановках // Литосфера. 2011. №2. С. 94–110.
- 16. Астафуров С.В, Шилько Е.В., Псахье С.Г. Влияние стесненных условий на характер деформирования и разрушения блочных сред при сдвиговом нагружении // Физическая мезомеханика. 2009. Том 12. №6. С. 22–32.
- 17. Кочарян Г.Г. Разломная зона как нелинейная механическая система // Физическая мезомеханика. 2010. Том 13. № Спец. выпуск. С. 5–17.
- Новикова Л.В., Приходько В.В. Оценка влияния системной трещиноватости на проявление горного давления вокруг выработок // Горный информационно-аналитический бюллетень. 1997. Вып. 1. С. 148–150.
- 19. Wu H., Fang Q., Guo Z. Zonal disintegration phenomenon in rock mass surrounding deep tunnels // Journal of China University of Mining and Technology. 2008. Vol. 18. Issue 2. Pages 187–193.
- 20. Caputo R. Why joints are more abundant than faults. A conceptual model to estimate their ratio in layered carbonate rocks // Journal of Structural Geology. 2010. Vol. 32. Issue 9. Pp. 1257–1270.
- Zhu W.C., Liu J., Tang C.A., Zhao X.D., Brady B.H. Simulation of progressive fracturing processes around underground excavations under biaxial compression // Tunnelling and Underground Space Technology. 2005. Vol. 20. Issue 3. Pp. 231–247.
- 22. Гартман Т.Н. Статистическая обработка результатов активного эксперимента. М.: Изд-во Российского химико-технологического ун-та, 2006. 51 с.

\*Евгений Николаевич Волков, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(981)881-96-47; эл. почта: volkov.e.n@gmail.com

© Бухарцев В.Н., Волков Е.Н., 2013

# Расчет надежности оснований фундаментов по деформациям на стадии эксплуатации

# Д.т.н., профессор В.С. Уткин;

инженер Е.А. Шепелина\*,

ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный технический университет»

**Ключевые слова:** надежность; основания фундаментов; стадия эксплуатации; прочность грунта; давление на грунт; ограниченная информация; контролируемые параметры

Безопасность эксплуатации зданий и сооружений зависит от надежности их несущих элементов, от структурной схемы и зависимости (независимости) работы элементов схемы. Важнейшим несущим элементом здания, ответственным за безопасность, является основание фундамента, отказ которого приводит к непоправимым разрушениям всего здания или сооружения.

С 01.09.2011 вступил в силу стандарт ГОСТ Р 54257-2010 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения и требования». Стандартом устанавливаются требования к обеспечению надежности строительных конструкций. В качестве методов расчета надежности строительных конструкций и оснований на стадии эксплуатации стандартом рекомендованы известные вероятностно-статистические методы [1, 2, 3]. Однако эти методы, как отмечено в стандарте, применимы только при наличии полной статистической информации о контролируемых параметрах расчетных моделей. На практике в стадии эксплуатации индивидуального здания такая информация о математических моделях предельных состояний чаще всего недостаточно полная, и, следовательно, вероятностно-статистические методы для расчетов надежности грунтовых оснований в соответствии с указаниями стандарта в этом случае неприменимы. Особенно это относится к основаниям фундаментов индивидуальных зданий и сооружений, для которых сбор статистических данных представляет особую сложность и ограниченность по объему.

## Обзор литературы

В работе [1] рассматриваются методы выявления исходной информации о показателях свойств грунтов, описанные в различных литературных источниках [4, 5 и др.] и сводящиеся к предположению о нормальном (гауссовском) распределении физико-механических свойств грунтов. Такой подход к описанию изменчивости свойств грунтов оснований вряд ли можно одобрить, учитывая важность функционального назначения оснований фундаментов ответственных сооружений и многоэтажных зданий. В работе [1] приводится анализ методов статистической обработки результатов испытания грунтов по ГОСТ 20522-75, согласно которому число опытных определений того или иного показателя узнают исходя из доверительной вероятности, коэффициента вариации и функции распределения Стьюдента. Имеются и другие методы, общими недостатками которых являются необоснованность назначения (выбора) уровня доверительной вероятности и отсутствие научно обоснованного учета особенностей работы системы «основание – фундамент – надземная часть конструкции».

Чтобы оценить количественно объем информации о контролируемых параметрах, приведем утверждение И.Н. Бронштейна и К.А. Семендяева из работы [6]:«Не существует общего критерия, который позволял бы решать, когда выборка может считаться большой <...> В то время как распределение одной функции выборки уже при n=30 можно с очень хорошим приближением заменить асимптотическим распределением, для другой функции выборки подобное приближение и при n=100 все еще невозможно». То есть речь идет не о единичных числах испытаний для использования вероятностных методов, а о десятках и сотнях чисел.

При малой статистической информации о случайных величинах в последнее время появились новые методы их описания. Так, в работе [7] Ю.П. Пытьев рассматривает методы описания случайных величин на основе теории возможностей, получившей развитие в работе [8], а также на основе теории нечетких множеств [9, 10]. Для описания случайных величин в задачах расчета надежности несущих элементов в строительстве и машиностроении широко используются распределения, полученные на основе неравенства Чебышева [11, 12], а также теория возможностей [8]. Эти методы получили развитие в оценке надежности по различным критериям работоспособности несущих строительных конструкций и деталей машин [13, 14].

## Постановка задачи

Известно, что в процессе эксплуатации зданий и сооружений давление на грунт основания фундамента изменяется, как правило, в большую сторону [15]. Это вызвано увеличением эксплуатационной нагрузки (мебель, оборудование и т. п.), установкой нового оборудования общего назначения, устройством навесных потолков и новых полов, устройством мансард, надстройками этажей и т. д. Расчет надежности оснований в соответствии с требованиями СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений» проводят по критериям деформаций и несущей способности. Для этого измеряют давление фундамента на грунт основания и деформации фундамента (осадку, сдвиг и т. д.), определяют физико-механические характеристики грунта под фундаментом.

Определение давления фундамента на грунт основания на стадии эксплуатации методом сбора нагрузок, применяемым на стадии проектирования, трудоемко, неточно и поэтому не используется на практике. Кроме того, таким методом трудно осуществлять мониторинг давления в процессе эксплуатации зданий и сооружений.

Для расчета надежности основания фундамента (как одного из элементов здания или сооружения, ответственных за безопасность всей конструкции) по любому критерию работоспособности после нескольких лет эксплуатации необходимо иметь статистическую информацию о нагрузке на грунт основания, о значениях деформаций и о физико-механических свойствах грунта основания.

В статье для расчетов надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений при ограниченной статистической информации о базовых (контролируемых) параметрах в расчетных моделях впервые предлагается использовать известные методы [14, 15] из смежных отраслей, которые содержат новые подходы применительно к оценке надежности несущих элементов зданий и сооружений, в том числе оснований.

Грунтовые основания фундаментов согласно СП 22.13330.2011 рассчитываются по деформациям, зависящим от внешней нагрузки, с использованием математической модели вида

$$p \le R = \frac{\gamma_{c1}\gamma_{c2}}{k} \Big[ M_{\gamma}k_{z}b\gamma_{II} + M_{q}d_{1}\gamma_{II} + (M_{q}-1)d_{b}\gamma_{II} + M_{c}c_{II} \Big],$$
(1)

по условию  $S \leq S_u$  для деформаций, не связанных с внешней нагрузкой, и по несущей способности  $F \leq F_u$ . Значения всех параметров в расчетных моделях описаны в своде правил. При обсуждении расчетов надежности основания фундамента в дальнейшем в статье все контролируемые параметры в математических моделях будем считать случайными величинами и отмечать их сверху над буквами волнистыми линиями. Отметим, что расчет надежности по критерию (1) практически сводится к расчету надежности основания по критерию прочности грунта основания.

Найти какой-то один экспериментальный способ определения давления *p* на грунт основания для (1) в расчетах надежности для всех зданий и сооружений невозможно из-за их конструктивного разнообразия и технологического различия. В работах авторов [16, 17] для зданий с оконными проемами было предложено на стадии проектирования принимать наименьшее значение нагрузки на грунт основания, принятое в проекте, а наибольшее значение давления определять по несущей способности (прочности) одного или нескольких простенков первого этажа с учетом давления от оборудования на этом этаже. Данный вариант определения давления на грунт основания эффективен по трудоемкости и времени, но охватывает ограниченный объем зданий и рекомендован больше для стадии проектирования, когда информация о возможных нагрузках и воздействиях на длительном сроке эксплуатации зданий крайне ограниченная.

В последнее время появился ряд измерительных приборов [18, 19], предназначенных для измерения давления, в том числе давления на грунт основания от подошвы фундамента в месте их контакта. Для этого возле фундамента отрывают шурфы размерами 1,5х1,5 м<sup>2</sup> в плане и ниже подошвы фундамента не более 0,5 м и внедряют под фундамент извлекаемый датчик давления грунта, например, ДДГЛ [18]. Описание датчика ДДГЛ, его возможностей, принципа работы и характеристик можно найти в работе [18]. Аналогичный по принципу действия другой извлекаемый датчик давления описан в работе [19]. Число результатов измерения давления на грунт от фундамента зданий и сооружений с использованием извлекаемых датчиков давления, как правило, мало из-за вынужденного нарушения целости грунта вблизи и под подошвой фундамента для устройства шурфов и ввода под фундамент датчика давления. Это замечание о неполноте статистической информации касается и измерения физико-механических характеристик грунта под подошвой фундамента.

Прочность грунта основания *R* под подошвой фундамента в процессе эксплуатации зданий и сооружений изменяется, и ее реальное значение приходится определять в лабораторных условиях в соответствии с приказом №624 Министерства Регионального Развития Российской Федерации от 30.12.2009 «Об утверждении Перечня видов работ по инженерным изысканиям...», п. 6 «Обследование состояния грунтов основания зданий и сооружений», а также с учетом требований СП II-105-97. Для определения физико-механических характеристик грунта согласно ГОСТ 304160-96 из-под фундамента вырезаются образцы грунта. При этом число образцов грунта ограничено, и объем получаемой информации по результатам испытаний грунта не позволяет описывать его как случайную величину распределениями, принятыми в классической математической статистике [3]. В связи с этим случайную величину – прочность грунта *R* – приходится, как отмечалось выше, описывать интервальными методами [20, 21, 22]. То же самое относится и к случайной величине – давлению фундамента на грунт основания.

### Описание исследования

Для расчета надежности любого несущего элемента любым аналитическим методом необходимо иметь математическую модель, например, ту или иную модель предельного состояния из свода правил с учетом изменчивости контролируемых параметров  $\tilde{p} \leq \tilde{R}$ ,  $\tilde{S} \leq S_{nn}$  и

 $\widetilde{F} \leq \widetilde{F}_u$ или в обобщенном виде

$$Y \le Y,\tag{2}$$

где X – обобщенная нагрузка (давление  $\tilde{p}$  на грунт основания, деформация  $\tilde{S}$  или нагрузка  $\tilde{F}$  ); Y – обобщенная прочность (прочность  $\tilde{R}$  грунта основания,  $S_{np}$  – предельная осадка, предельное сопротивление  $\tilde{F}_n$ ); X и Y – случайные величины или в общем случае случайные функции.

Надежность грунтового основания фундамента по критерию (2) будет определяться вероятностью реализации события  $X \le Y$ . Вероятность отказа определяется вероятностью реализации события X > Y. Как отмечалось ранее, выбор методов расчета этих вероятностей будет определяться объемом и точностью статистической информации о случайных величинах X и Y. Рассмотрим некоторые методы расчета надежности или отказа грунтового основания по критерию (2) в зависимости от объема статистической информации о X и Y.

1. Информация о X и Y ограничена малым числом измерений контролируемых параметров X и Y (4–8 по каждому). В этом случае для расчета надежности основания по критерию (2) можно использовать возможностный метод, построенный на основе теории возможностей [8], который получил развитие для расчетов надежности строительной продукции в работах авторов [13, 14].

В качестве статистической характеристики для описания X и Y используются функции распределения возможностей вида:

$$\pi_{X}(x) = \exp\{-\left[(x - a_{x})/b_{x}\right]^{2}\},\tag{3}$$

где  $a_x = 0.5(X_{\min} + X_{\max})$ ,  $b_x = 0.5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln \alpha}$ ,  $X_{\min}$  и  $X_{\max}$  – наименьшее и наибольшее значения измеряемой величины X, например, давления  $\tilde{p}$ ;  $\alpha$  – уровень значимости (среза) [23].

На рис. 1 представлен график функции (3).



Рисунок 1. Функция распределения возможностей

Значением  $\alpha \in \{0,1\}$  задаются в зависимости от ответственности конструкции, числа измерений, точности измерений и т. д. [23]. Чем меньше число измерений, тем больше принимают значение  $\alpha$ , увеличивая осторожность в оценке нагрузки и прочности грунта в запас надежности. Фактически на рис. 2 представлены три функции. Одна из них R(x) называется согласно работе [8] возможностью реализации события X = x. Вторая функция Q(x) служит для описания противоположного события (как в теории вероятности, где различают вероятность  $P(X \le x)$ , и вероятность Q(X > x) при этом P + Q = 1). В теории возможностей R(x) + Q(x) > 1 (рис. 1). Далее дополнительно вводится функция N(x) = 1 - Q(x), которая называется необходимостью события X = x. Таким образом, случайное событие характеризуется двумя функциями R(x) и N(x), образуя интервальное его описание вида [N, R]. Аналогично описывается и вторая случайная величина в (2) – Y. В работе [8], в отличие от теории вероятностей, X и Y называются нечеткими переменными.

На рис. 2 показаны уже обе функции распределения возможностей нечетких переменных  $\pi_X(x)$  и  $\pi_Y(y)$  для установления значения возможности реализации события X > Y, т. е. отказа Q и, соответственно, необходимости безотказной работы N = 1 - Q. На рис. 2 принято обозначение y = x как величин одной физической природы в данной задаче.



Рисунок 2. Функция распределения возможностей  $\pi_{x}(x)$ ,  $\pi_{y}(y)$ 

Для реализации события  $X \le Y$  необходимо выполнение условия того, что «среднее» значение  $a_x$  нагрузки X должно быть меньше «среднего» значения  $a_y$  прочности Y. Возможность отказа Q, показанная на рис. 2 в виде ординаты с абсциссой  $x^*$ , находится из функции  $\pi_X(x)$  или  $\pi_Y(y)$  при значениях  $x = x^*$  или  $y = x^*$ . Значение  $x^*$  (абсцисса точки пересечения функций Шепелина Е.А., Уткин В.С. Расчет надежности оснований фундаментов по деформациям на стадии эксплуатации

$$\pi_{X}(x)$$
 и  $\pi_{Y}(y)$ ) находят из решения уравнения  $\left| e^{-(\frac{x-a_{x}}{b_{x}})^{2}} \right| = \left| e^{-(\frac{x-a_{y}}{b_{y}})^{2}} \right|$  или  $\left| \frac{x-a_{x}}{b_{x}} \right| = \left| \frac{x-a_{y}}{b_{y}} \right|$  при

выполнении условия  $a_x < x^* < a_y$ , как показано на рис. 2. Недостатком этого метода является необходимость задаваться значением  $\alpha$  и сравнительно широким интервалом характеристики случайной (нечеткой) величины, что приводит к малой информативности оценки этой величины.

Рассмотрим пример. Пусть по результатам измерения давления  $\tilde{p} = X$  на грунт под подошвой фундамента прибором ДДГЛ, а также испытаниями образцов грунта в лабораторных условиях для  $\tilde{R} = Y$  выявлены значения  $X_{\min}$ ,  $X_{\max}$ ,  $Y_{\min}$ ,  $Y_{\max}$  и вычислены параметры  $a_x = 600\kappa\Pi a$ ,  $a_y = 700\kappa\Pi a$ ,  $b_x = 30\kappa\Pi a$ ,  $b_y = 35\kappa\Pi a$  при  $\alpha = 0,1$ . Так как  $a_x < a_y$ . Соответственно, возможность безотказной работы R = 1. Из  $\left| \frac{x - 600}{30} \right| = \left| \frac{x - 700}{35} \right|$  находим  $(646-600)^2$ 

 $x^* = 646 \kappa \Pi a$ . По выражению (3) находим  $Q = \pi_X (646) = e^{-\left(\frac{646-600}{30}\right)^2} = 0,094$ . Отсюда следует, что N = 1 - Q = 1 - 0,094 = 0,906. Надежность основания характеризуется интервалом [N, R] или, по данным примера, [0,9;1].

Истинное, но неизвестное значение надежности находится в интервале [0,9; 1].

На практике надежность в виде вероятности *P* обычно принимают наименьшую из интервала для большей гарантии безопасности, т. е. равную *N*. Ниже обсудим этот вопрос подробнее.

1. Рассмотрим расчетную модель  $\widetilde{S} \leq S_{np}$ , где  $S_{np}$  – детерминированная величина, а значение  $\widetilde{S}$  находят по результатам измерений осадки фундамента, например, геодезическими методами. В этом случае  $\widetilde{S}$  характеризуется распределением (3) при известных  $a_x$  и  $b_x$ . Значение  $\pi_X(x)$  при  $x = S_{np}$  будет показывать возможность отказа Q при  $a_x < S_{np}$ . На рис. 2  $\pi_Y(y)$  заменяется прямой  $x = S_{np}$ . Соответственно, при  $a_x < S_{np}$  имеем N = 1 - Q, R = 1.

2. Рассмотрим второй вариант расчета надежности основания фундамента, когда число измерений X и Y позволяет сравнительно точно определить их средние значения  $m_X$  и  $m_Y$  и средние квадратические отклонения  $S_X$  и  $S_Y$ , но не позволяет выявить функции распределения и проверить их по тому или иному критерию. В этом случае X и Y можно описывать известными распределениями, полученными на основе неравенства Чебышева [11, 12]. Вид этих функций в форме границ множества распределений (заштрихованная часть рис. 3) представлен на рис. 3.



Рисунок 3. Граничные функции распределений  $\underline{F}_{X}^{*}(x)$ ,  $\underline{F}_{X}^{**}(x)$ ,  $\overline{F}_{X}(x)$ 

Аналитически эти функции согласно работам [11, 12] имеют вид

$$\underline{F}_{X}(x) = \begin{cases}
\frac{F_{X}^{*}(x) = \begin{cases}
0, e c \pi u \ x < m_{X}}{(1 - \frac{m_{X}}{x})}, e c \pi u \ m_{X} \le x \le m_{X} + \frac{S_{X}^{2}}{m_{X}}, \\
\frac{F_{X}^{**}(x) = \begin{cases}
\frac{(m_{X} - x)^{2}}{(m_{X} - x)^{2} + S_{X}^{2}}, e c \pi u \ x > m_{X} + \frac{S_{X}^{2}}{m_{X}}, \\
\frac{F_{X}(x) = \begin{cases}
\frac{S_{X}^{2}}{(m_{X} - x)^{2} + S_{X}^{2}}, e c \pi u \ x < m_{X}, \\
1, e c \pi u \ x \ge m_{X},
\end{cases}},$$
(4)

где  $\underline{F}_{X}(x)$ ,  $\overline{F}_{X}(x)$  – нижняя и верхняя функции границ множества распределений случайной величины X.

Условные плотности распределения вероятностей граничных функций распределения находятся как производные от  $\underline{F}_{X}(x)$  и  $\overline{F}_{X}(x)$  по x и имеют вид:

$$\underline{\rho}_{X}(x) = \begin{cases}
0, e c \pi x < m_{X} \\
\frac{m_{X}}{x^{2}}, e c \pi m_{X} \le x \le m_{X} + \frac{S_{X}^{2}}{m_{X}} \\
\frac{2(x - m_{X})S_{X}^{2}}{\left[(m_{X} - x)^{2} + S_{X}^{2}\right]^{2}}, e c \pi x > (m_{X} + \frac{S_{X}^{2}}{m_{X}}) \\
\frac{2(m_{X} - x)S_{X}^{2}}{\left[(m_{X} - x)S_{X}^{2} + S_{X}^{2}\right]^{2}}, e c \pi x < m_{X} \\
\frac{2(m_{X} - x)S_{X}^{2}}{(m_{X} - x)^{2} + S_{X}^{2}} \\
0, e c \pi x \ge m_{X}
\end{cases}$$
(5)

Аналогичные функции распределения и их графики относятся и к случайной величине Ү. Условные функции плотностей вероятностей распределения для У получим из (5) заменой x на y. По результатам измерений случайных величин в (1)  $\tilde{p}$ ,  $\tilde{\gamma}_{II}$ ,  $\tilde{\gamma}_{II}'$  и  $\tilde{c}_{II}$ , а также по результатам вычислений с использованием метода линеаризации [24, 25] для  $\tilde{R}$  как случайной функции от случайных аргументов найдем средние значения параметров  $p_{cp} = \bar{p}$ ,  $R_{cp} = \bar{R} = f(\varphi_1 \bar{\gamma}_{II}, \varphi_2 \bar{\gamma}_{II}', \varphi_3 \bar{c}_{II})$ , где  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ . Средние квадратические отклонения давления

$$S_{p} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(p_{i} - \overline{p}\right)^{2}}{n-1}} \quad \text{и прочности} \quad S_{R} = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial \gamma_{II}}\right)_{m}^{2} S_{\gamma_{II}}^{2}} + \left(\frac{\partial R}{\partial \gamma_{II}}\right)_{m}^{2} S_{\gamma_{II}}^{2}} + \left(\frac{\partial R}{\partial c_{II}}\right)_{m}^{2} S_{c_{II}}^{2}}, \quad \text{где} \quad S_{\gamma_{II}},$$

 $S_{\gamma_{II}}$ ,  $S_{c_{II}}$  – средние квадратические отклонения случайных величин  $\gamma_{II}$ ,  $\gamma_{II}$  и  $c_{II}$ , полученных по результатам испытания образцов грунта из-под фундамента в лабораторных условиях.

Из классической теории надежности [24] известна общая формула определения значения надежности применительно к критерию (2), которую можно записать в виде вероятности безотказной работы:

$$P = \iint_{S} \rho_{X}(x) \rho_{Y}(y) dx dy$$

или в виде вероятности отказа:

$$Q = \iint_{V} \rho_{X}(x) \rho_{Y}(y) dx dy,$$

где S – область безотказной работы, V – область отказа.

В нашем случае для расчетной модели (2) с параметрами X и Y, с известными граничными функциями распределений  $\underline{F}_X(x)$ ,  $\overline{F}_X(x)$ ,  $\underline{F}_Y(y)$ ,  $\overline{F}_Y(y)$  и с условными функциями плотностей вероятностей распределений  $\underline{\rho}_X(x)$ ,  $\underline{\rho}_Y(y)$ ,  $\overline{\rho}_X(x)$ ,  $\overline{\rho}_Y(y)$  будем иметь два значения вероятностей безотказной работы (нижнее и верхнее):

$$\overline{P} = \iint_{S} \overline{\rho}_{X}(x) \underline{\rho}_{Y}(y) dx dy,$$
$$\underline{P} = \iint_{S} \underline{\rho}_{X}(x) \overline{\rho}_{Y}(y) dx dy,$$

и два значения вероятностей отказа:

$$Q = \iint_{V} \overline{\rho}_{X}(x) \underline{\rho}_{Y}(y) dx dy,$$

$$\overline{Q} = \iint_{V} \underline{\rho}_{X}(x) \overline{\rho}_{Y}(y) dx dy.$$
(6)

Для Q берем  $\overline{\rho}_X(x)$ , т. к. с ростом X область отказа V возрастает. Для  $\overline{Q}$  все наоборот.

С учетом (5) и (6) найдем расчетные формулы для определения  $\underline{Q}$  и  $\overline{Q}$  для различных случаев соотношений между нагрузкой и прочностью.

Пусть  $m_X + S_X^2 / m_X < m_Y$ . На рис. 4 соответствующие граничные функции распределения для X и Y представлены условно в графической форме. Этот случай чаще всего встречается в практике эксплуатации зданий.





и прочности 
$$\underline{F}_Y(y)$$
,  $F_Y(y)$ 

Для рассматриваемого варианта соотношений Х и У из рис. 4 видно, что

$$\underline{Q} = \iint_{V} \overline{\rho}_{X}(x) \underline{\rho}_{Y}(y) dx dy = 0;$$

$$\overline{Q} = \int_{m_{\chi}}^{m_{\chi} + \frac{S_{\chi}^{2}}{m_{\chi}}} \frac{m_{\chi}}{x^{2}} \int_{0}^{x} \frac{2(m_{\gamma} - y)S_{\gamma}^{2}}{\left[(m_{\gamma} - y)^{2} + S_{\gamma}^{2}\right]^{2}} dx dy + \int_{m_{\chi} + \frac{S_{\chi}^{2}}{m_{\chi}}}^{m_{\gamma}} \frac{2(m_{\gamma} - y)S_{\gamma}^{2}}{\left[(m_{\gamma} - y)^{2} + S_{\gamma}^{2}\right]^{2}} \int_{0}^{y} \frac{2(m_{\chi} - x)S_{\chi}^{2}}{\left[(m_{\chi} - x)^{2} + S_{\chi}^{2}\right]^{2}} dx dy.$$
(7)

Вероятность безотказной работы основания (надежность) будет характеризоваться интервалом  $\left[\underline{P} = 1 - \overline{Q}, \overline{P} = 1 - \underline{Q}\right]$ .

При малых значениях  $S_{\chi}$  по сравнению с  $m_{\chi}$  первым членом в (7) можно пренебречь (в запас надежности), и тогда расчетная формула примет вид:

$$\overline{Q} = \int_{m_X}^{m_Y} \frac{2(m_Y - y)S_Y^2}{\left[(m_Y - y)^2 + S_Y^2\right]^2} \int_0^y \frac{2(m_X - x)S_X^2}{\left[(m_X - x)^2 + S_X^2\right]^2} dxdy.$$
(8)

Пример. Пусть известны  $m_X = 20 H / cm^2$ ,  $S_X = 2 H / cm^2$ ,  $m_Y = 25 H / cm^2$ ,  $S_Y = 1 H / cm^2$ .

Решая пример с использованием компьютерной программы, получим  $\underline{Q} = 0$ ,  $\overline{Q} = 8,525 \cdot 10^{-2}$ . Соответственно,  $\underline{P} = 0,914$ ,  $\overline{P} = 1$ . Надежность основания характеризуется интервалом [0,914;1]. Расчетную часть задачи можно еще упростить, если в (7) второй интервал заменить функцией (4) с заменой *x* на *y*.

$$\overline{Q} = \int_{m_X}^{m_Y} \frac{2(m_Y - y)S_Y^2}{\left[(m_Y - y)^2 + S_Y^2\right]^2} \cdot \frac{S_X}{(y - m_X)^2 + S_X^2} \, dy.$$

При расчете надежности по деформациям (осадке фундамента  $\widetilde{S}$ ), не связанным с внешней нагрузкой, по расчетной модели  $\widetilde{S} \leq S_u$ , где  $S_u$  – предельно допустимая осадка фундамента (детерминированная величина), расчет надежности основания фундамента упрощается.

В этом случае при 
$$S_u > m_s + \frac{S_s^2}{m_s}$$
 имеем  $\underline{Q} = 0$ ;  $\overline{Q} = 1 - \underline{F}_x^{**}(x)$  при  $x = S_u$ .

Пример. Пусть известны  $m_{_X}=5\,c$ м ,  $S_{_X}=1\,c$ м (где  $X=\widetilde{S}$  ),  $S_{_{np}}=8c$ м . Получим Q=0 и

с учетом (3)  $\overline{Q} = 1 - \frac{(m_X - x)^2}{(m_X - x)^2 + S_X^2} = 1 - \frac{(5 - 8)^2}{(5 - 8)^2 + 1^2} = 0,1.$ 

Надежность основания фундамента по критерию  $\widetilde{S} \leq S_u$  в этом случае будет характеризоваться интервалом [0,9;1,0].

Таким образом, отказ основания фундамента может быть либо по критерию (1), либо по критерию  $\widetilde{S} \leq S_u$  и  $F \leq F_u$ . В любом случае отказ по одному из критериев приводит к отказу всего основания как условной последовательной системы с условными независимыми элементами. В этом случае согласно работе [26] вероятность отказа U всей системы (основания) определяется интервально  $[\underline{U};\overline{U}]$  по формулам  $\underline{U} = Q_{i\min}$  и  $\overline{U} = Q_{i\max}$ , где *i*=1,2,3.

В данной статье не рассматривается расчет надежности по критерию  $F \leq F_u$ , поэтому если ограничиться только критериями деформаций, то по результатам решения приведенных примеров будем иметь U = 0,  $\overline{U} = 0.1$ .

При расчете надежности основания после реконструкции зданий учитывается предельное значение допустимой деформации основания фундамента с учетом категории технического состояния сооружения в соответствии с СП 22.13330.2010.

### Практическое значение

Оперативная оценка надежности несущих конструкций зданий и сооружений позволяет установить уровень безопасности их эксплуатации, а при необходимости спланировать и провести своевременный ремонт, усиление или реконструкцию и, самое главное, предупредить аварии и разрушения. Особая значимость предлагаемых методов расчета надежности оснований фундаментов, а также других несущих конструкций, проявляется при оценке безопасности эксплуатации зданий и сооружений после пожаров, стихийных бедствий и других чрезвычайных ситуаций, когда ограничено время для сбора статистической информации о контролируемых параметрах элементов технических систем.

В приведенных методах надежность оснований характеризуется интервалом надежности. Если обозначить граничные значения интервала надежности  $P_{\min}$  и  $P_{\max}$ , то расчетная надежность основания фундамента будет характеризоваться интервалом  $[P_{\min}; P_{\max}]$ . Истинная надежность находится внутри этого расчетного интервала. Можно ли принимать значение надежности основания фундамента, например, по критерию (2) из интервала надежности более  $P_{\min}$ ? Такой вопрос возникает, если нормативное значение надежности  $P_{\mu}$  для основания фундамента конкретного здания или сооружения оказывается более  $P_{\min}$ . Обсуждение такой ситуации и анализ риска принятия решения о надежности из интервала расчетной надежности основания фундамента больше  $P_{\min}$ , например, равного  $P_{\mu}$ , рассматривается в работе [17].

## Выводы

1. Предложен новый подход к расчетам надежности грунтовых оснований фундаментов на стадии эксплуатации зданий и сооружений при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах по критерию деформаций (осадке) фундамента.

2. Расчетная модель предельного состояния представлена условием *X* ≤ *Y*, где *X* – обобщенная нагрузка (деформация), *Y* – обобщенная прочность (предельная деформация).

3. Рассмотрены два варианта исходной (ограниченной) статистической информации о контролируемых параметрах, для которых приведены расчетные формулы для определения значений интервалов надежности и приведены числовые примеры оценки надежности.

4. Предложенные методы могут найти применение в расчетах надежности других несущих элементов и частей зданий и сооружений при ограниченной информации о контролируемых параметрах.

#### Литература

- 1. Ермолаев Н.Н., Михеев В.В. Надежность оснований сооружений. Л: Стройиздат, 1976. 152 с.
- 2. Аугусти Г., Баратта А., Кашнати Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании. М.: Стройиздат, 1980. 582 с.
- 3. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности и испытания на безопасность. М.: Советское радио, 1969. 488 с.
- 4. Маргонтьев А.Н. Вероятностная оценка физико-механических характеристик грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1974. №4. С. 20–22.
- 5. Руппенейт К.В., Долгих М.А., Матвиенко В.В. Вероятностные методы оценки прочности и деформируемости горных пород. М.: Изд-во литературы по строительству, 1964. 81 с.
- 6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. М.: Наука, 1986. 544 с.
- 7. Пытьев Ю.П. Возможность. Элементы теории и практики. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 192 с.
- Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению зданий в информатике / Пер. с фр. В.Б. Тарасова. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
- 9. Zadeh L.A. Fuzzy Sets // Information and Control. 1965. No. 8. Pp. 338–353.

- 10. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy sets and Systems. 1978. No.1. Pp. 3-28.
- 11. Уткин В.С., Ярыгина О.В. Расчет надежности индивидуальной железобетонной балки по критерию предельного развития трещин с использованием распределений на основе неравенства Чебышева // Бетон и железобетон. 2011. №3. С. 20–22.
- 12. Utkin V.S. Calculating the Reliability of Machine Parts on the Basis of the Chebyshev // Russian Engineering Research. 2012. Vol. 32. No.1. Pp. 5–8.
- 13. Utkin V.S. Calculation of Crankshaft Reliability in Terms of Fatigue strength, with limited statistical data // Russian Engineering Research. 2010. Vol. 30. No.8. Pp. 763–767.
- 14. Уткин В.С. Определение надежности сварных соединений с лобовыми швами при ограниченной статистической информации при статическом нагружении // Вестник гражданских инженеров. 2007. №1(10). С. 41–45.
- 15. Белый Г.И. Причины снижения надежности и приближенная оценка ресурса стальных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений // Современные проблемы науки и образования. 2012. №2. [Электронный ресурс]. URL: www.science-education.ru/102-6038 (дата обращения: 29.04.2013).
- 16. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов многоэтажных зданий при ограниченной (неполной) информации о параметрах математической модели предельного состояния // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. №6. С. 47–50.
- 17. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов по критерию прочности при ограниченной информации о нагрузке // Инженерно-строительный журнал. 2013. №1(36). С. 48–56.
- 18. Тензо-М. Тензодатчики. Тензорезисторный извлекаемый датчик давления грунта ДДГЛ [Электронный ресурс]. URL: tenso-m.ru/pages/21. (дата обращения: 26.03.2013).
- Utkin V.S. Determination of the reliability of a toothed gear on the basis of the tooth fatigue strength under the condition of limited statistical information // Russian Engineering Research. 2007. Vol. 27. No.4. Pp. 165–168.
- Kozine I., Utkin L.V. An approach to combining unreliable pieces of evidence and their propagation in a system response analysis // Reliability Engineering and System Safety. 2004. Vol. 85. No.1–3. Pp. 103– 112.
- 22. Utkin L.V., Kozine I. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities // Structural Safety. 2010. Vol. 32. No.6. Pp. 411–416.
- 23. Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей // Строительные материалы. 2004. №8. С. 35.
- 24. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций / Пер. с нем. О.О. Андреева. М.: Стройиздат, 1994. 288 с.
- 25. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании: монография. М.: АСВ, 1998. 304 с.
- 26. Гуров С.В., Уткин Л.В. Надежность систем при неполной информации. СПб.: Любович, 1999. 160 с.

\*Елена Александровна Шепелина, г. Вологда, Россия Тел. моб.: +7(911)444-44-92; эл. почта: lenashepelina12@mail.ru

© Шепелина Е.А., Уткин В.С., 2013

# Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воздействии трехосной циклической нагрузки

### К.т.н., доцент А.С. Александров\*,

ФГБОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия»

Ключевые слова: пластическое деформирование гранулированных материалов; трехосные испытания; RLT тест; гранодиорит; гранодиоритовый щебень

Ровность дорожных покрытий обусловливает важнейшие потребительские свойства автомобильной дороги. С ухудшением ровности дорожного покрытия снижается средняя скорость движения. В неровностях скапливается дождевая вода, что вызывает уменьшение коэффициента сцепления шины с покрытием, и, следовательно, снижение безопасности движения. Неровности приводят к возникновению динамических нагрузок, в результате которых максимальное усилие, передаваемое колесом на покрытие, в среднем возрастает в 1,3 раза [1]. При этом минимальное усилие понижается до 70–80% от статической нагрузки [2]. Такая вариация величины нагрузки приводит к неодинаковым смещениям поверхности покрытия вдоль траектории движения автомобиля и является причиной дальнейшего снижения продольной ровности. Поэтому прогнозирование изменения ровности покрытий и своевременное назначение ремонтных мероприятий являются актуальными целями исследований в дорожной отрасли.

## Обзор отечественной и иностранной литературы

Глубина неровности определяется разностью смещений поверхности покрытия в рассматриваемой точке неровности и в точке, в которой смещение имеет наименьшее значение. Одним из наиболее простых и достаточно надежных способов определения смещения поверхности является общепринятый способ расчета осадки. Осадка определяется интегрированием зависимости для вертикальной относительной деформации по глубине [3]. Этот способ лежит в основе расчета осадок фундаментов методом послойного суммирования [4], в котором для вычисления определенного интеграла используется формула трапеций. Эту же схему решения задачи использовали специалисты дорожной отрасли для разработки метода расчета дорожных одежд нежесткого типа по допускаемому общему [5] (1960–1972 гг.) и упругому прогибу [6] (с 1972 г. по настоящее время). Применительно к расчету осадок фундаментов этот способ совершенствовался заменой модели линейно-деформируемого полупространства на билинейную зависимость упругопластической деформации от главных напряжений [7–9], а также поиском функциональной зависимости коэффициента бокового обжатия  $\beta$  от глубины [9]. В дорожной отрасли появились решения этой задачи, в которых формула М.И. Якунина заменялась другими зависимостями вертикального напряжения от глубины [10]. В результате изменения подынтегрального выражения стали появляться новые формулы для расчета прогибов покрытий, отличающиеся от решения Н.Н. Иванова [5]. Впоследствии в подынтегральном выражении вертикальной деформации линейные функции стали заменять различными нелинейными зависимостями пластической деформации от главных напряжений<sup>1</sup>. Так были созданы инженерные способы расчета пластического смещения поверхности земляного полотна и всей дорожной конструкции в целом [11–15]. Важнейшим элементом таких методов расчета является подынтегральная функция, описывающая зависимость относительной пластической деформации от главных напряжений и количества приложенных нагрузок.

В настоящее время известно большое количество моделей для расчета относительных пластических деформаций, учитывающих повторность приложения нагрузки и различные инвариантные характеристики тензора и девиатора напряжений. Параметры таких формул определяются экспериментально посредством испытаний исследуемого материала трехосным сжатием в условиях приложения многократных нагрузок. В России трехосные динамические испытания выполняются сравнительно недавно и, как правило, при малом количестве приложений

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Задача решалась для оси симметрии нагрузки, где направление главных осей совпадает с направлением осей x, y и z, вследствие чего σ<sub>1</sub>=σ<sub>z</sub>, σ<sub>2</sub>=σ<sub>x</sub>, σ<sub>3</sub>=σ<sub>y.</sub>

Александров А.С. Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воздействии трехосной циклической нагрузки

SOILS

циклической нагрузки [16–19], несмотря на то что статические испытания грунтов в стабилометре выполняются давно. Статические испытания проводятся как для решения инженерных задач, связанных с определением показателей прочности и деформируемости грунтов, так и в исследовательских целях для изучения механизма деформирования грунтов [20, 21].

В зарубежных исследованиях динамические трехосные испытания нашли широкое применение. Они используются при изучении механизмов пластического деформирования и при математическом моделировании необратимой пластической деформации, накапливаемой при воздействии повторных нагрузок [22–25]. Такие модели получены для различных гранулированных материалов. Использование этих функций в качестве подынтегрального выражения позволит получить формулы расчета пластических смещений поверхностей слоев из достаточно большого количества инертных дорожно-строительных материалов.

В таблице 1 приведены наиболее известные функциональные зависимости пластической деформации от числа нагрузок.

Таблица	1.	Формулы	для	расчета	пластических	деформаций	при	воздействии
повторных на	агру	/30К						

Специалисты, применявшие формулу	Формула					
	$\varepsilon_{\rm N} = {\rm a} + {\rm b} \cdot {\rm lg} N$ ,					
Barksdale R.D. [26]	где <i>а</i> и <i>b</i> – параметры модели; <i>N</i> – количество приложенных расчетных нагрузок, единиц.					
L ang   [07]	$\varepsilon_{\rm N} = \varepsilon_1 + {\rm a} \cdot {\rm lg}  N + {\rm b} \cdot ({\rm lg}  N)^2$ ,					
Leng J. [27]	где ε <sub>1</sub> – остаточная деформация, возникающая при первом приложении нагрузки.					
	$\varepsilon_{\rm N} = {\rm A} \cdot ((\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_{\rm s})^{\rm b} \cdot ({\rm B} + \lg N),$					
Cheung L.W. [28]	где A, b и B – параметры модели, являющиеся постоянными материала; σ <sub>s</sub> – предельный девиатор напряжений.					
Sweere G.T.H. [29]	$\varepsilon_{\mathrm{N}} = \mathrm{A} \cdot N^{\mathrm{B}}$ ,					
	где A и B – параметры уравнения регрессии.					
Wolff H., Visser A. [30]	$\varepsilon_{\mathrm{N}} = (\mathrm{A} + m \cdot N) \cdot (1 - \exp[-\mathrm{B} \cdot N]),$					
	где <i>т</i> , А и В – параметры уравнения регрессии					
Francken L., Clauwaert C. [31]	$\varepsilon_{\mathrm{N}} = \mathrm{A} \cdot N^{\mathrm{B}} + \mathrm{A}_{1} \cdot (\exp[-\mathrm{B}_{1} \cdot N] - 1),$					
	где A, B, A <sub>1</sub> и B <sub>1</sub> – параметры уравнения регрессии.					
Theorem 111, 100, 001	$\varepsilon_{N} = m \cdot N + A_{1} \cdot (1 - \exp[-B_{1} \cdot N])$					
Theyse H.L. [32, 33]	$\varepsilon_{N} = \mathbf{A} \cdot N^{\mathbf{B}} + (\mathbf{m} \cdot N + \mathbf{A}_{1}) \cdot (1 - \exp[-\mathbf{B}_{1} \cdot N])$					
Tseng K. H., Lytton R. L. [34]	$\varepsilon_{\rm N} = a \cdot \exp(-b/N)^{-c}$					
Brecciaroly F., Kolisoja P. [35]	$\varepsilon_{\mathrm{N}} = \varepsilon_{100} + \mathrm{A} \cdot \sqrt{N} / (\mathrm{B} + \sqrt{N}),$					
	ε <sub>100</sub> – деформация от первых 100 циклов.					
Hornych P., Corte JF., Paute JL. [36]	$\varepsilon_{\rm N} = \varepsilon_{100} + \left(1 - \left[\frac{N}{100}\right]^{-B}\right)$					
Veverka V. [37]	${\cal E}_{\rm N} = {\rm f}_{\epsilon} \cdot {\cal E}_{200} \cdot N^a$ , где f <sub>ε</sub> – коэффициент пропорциональности, определяемый опытным путем; ${\cal E}_{200}$ – деформация от первых 200 циклов; $\alpha$ – коэффициент, учитывающий затухающий характер деформирования.					

Специалисты, применявшие формулу	Формула
Khedr S. [38]	$\frac{\varepsilon_{\rm N}}{N} = a \cdot \left(\frac{\tau_{\rm окт}}{\sigma_{\rm окт}}\right)^{\rm b} \cdot {\rm E}_{\rm y}^{\rm c} \cdot N^{-m},$ где $\sigma_{\rm окт}$ и $\tau_{\rm окт}$ – напряжения на октаэдрической площадке, Па; <i>a, b, с</i> и <i>m</i> –
	параметры уравнения регрессии.
Huurman M. [39]	$\mathcal{E}_{N} = k_{1} \cdot \left(\frac{N}{1000}\right)^{k} + k_{2} \cdot \left[\exp\left(\frac{k_{3} \cdot N}{1000}\right) - 1\right],$ где <i>k</i> , <i>k</i> <sub>1</sub> , <i>k</i> <sub>2</sub> и <i>k</i> <sub>3</sub> – параметры, характеризующие уровень напряженного состояния.

**Примечание:** Параметры моделей зависят от величины главных напряжений, вида материала, его физических свойств, формы минеральных частиц и зерен, гранулометрического состава, программы испытания (дренированный или недренированный тест).

## Постановка задач

Многообразие моделей, представленных в таблице 1, свидетельствует о том, что, несмотря на обилие экспериментальных данных, нет единого мнения специалистов о том, какая именно функциональная зависимость должна использоваться для прогнозирования накапливаемой пластической деформации. Некоторые формулы в виде отдельного множителя содержат пластические деформации, возникающие в результате первого приложения нагрузки  $\varepsilon_1$  или накапливаемые в результате определенного сравнительно малого количества приложений нагрузок  $\varepsilon_{100}$ ,  $\varepsilon_{200}$ ,  $\varepsilon_{1000}$ . Эксперименты на динамическое трехосное сжатие производятся при одинаковой продолжительности каждой нагрузки, как правило, длительность одного воздействия равна 0,1 с. Следовательно, такие зависимости имеют строгие граничные условия и не позволяют определять деформации при другом времени воздействия нагрузки, то есть нет возможности учесть различие в скорости движения транспортных средств.

Задачами публикации являются:

1) поиск функциональной зависимости пластической деформации от числа повторных нагрузок, характеризующихся различными напряжениями σ<sub>1</sub> и σ<sub>3</sub>; эта зависимость должна являться обобщающей для ряда формул таблицы 1;

2) поиск решения, учитывающего влияние нагрузок различной продолжительности на величину параметров  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_{100}$  и т. д.;

 определение постоянных параметров разработанной модели на основе анализа результатов экспериментальных данных динамических трехосных испытаний гранулированного материала.

## Описание исследования

Экспериментальные данные Д.Д. Баркана о вдавливании в грунтовое полупространство штампа позволили Ю.М. Гусеву [7] сделать вывод, что пластическая деформация суглинка, наблюдаемая при *n*-м воздействии нагрузки *S*, связана с деформацией от первого воздействия *S*<sub>1</sub> и описывается формулой:

$$S = S_1 \cdot n^{-1,5} \,. \tag{1}$$

Автор [7] отмечает, что зависимость (1) подобна формулам G.T.H. Sweere [29] и V. Veverka [37], а также первому слагаемому в уравнениях L. Francken, C. Clauwaert [31] и М. Huurman [39]. Так как накапливаемая деформация S связана с деформацией от первого воздействия S<sub>1</sub>, то можно предположить, что пластическое деформирование грунтов и материалов носит наследственный характер. Следовательно, нашу задачу можно поставить в рамки теории наследственной ползучести Больцмана–Вольтерры.

В качестве ядра интегрального выражения теории наследственности примем степенные функции, подобные (1), но с произвольным показателем степени (к<sub>2</sub>). В этом случае получим два принципиально разных выражения: в первом случае к<sub>2</sub>=-1 (частный случай), а во втором к<sub>2</sub> любое число, кроме -1, то есть к₂≠-1. Эти выражения имеют вид:

$$\Delta \varepsilon_{Mn} = \kappa \cdot n^{-1}, \ \Delta \varepsilon_{6n} = \kappa \cdot n^{-1}, \tag{2}$$

$$\Delta \varepsilon_{\rm MII} = \kappa_1 \cdot n^{\kappa_2}, \ \Delta \varepsilon_{\rm BII} = \kappa_1 \cdot n^{\kappa_2}, \tag{3}$$

где  $\Delta \epsilon_{\text{мл}}$  и  $\Delta \epsilon_{\text{вл}}$  – соответственно приращения мгновенной пластической и вязкопластической деформаций от *п-го* воздействия нагрузки; к, к<sub>1</sub> и к<sub>2</sub> – коэффициенты, учитывающие уровень напряженного состояния и вид материала.

Составив интегральное выражение и выполнив его интегрирование по *n*, получим:

$$\varepsilon_{N} = (\varepsilon_{\mathrm{M}\Pi 1} + \varepsilon_{\mathrm{B}\Pi 1}) \cdot \left[ 1 + \kappa \cdot \int_{1}^{N} n^{-1} dn \right] = (\varepsilon_{\mathrm{M}\Pi 1} + \varepsilon_{\mathrm{B}\Pi 1}) \cdot \left[ 1 + \kappa \cdot \ln N \right], \tag{4}$$

$$\varepsilon_{N} = (\varepsilon_{\mathrm{M\Pi}1} + \varepsilon_{\mathrm{B\Pi}1}) \cdot \left[ 1 + \kappa_{1} \cdot \int_{1}^{N} n^{\kappa_{2}} dn \right] = (\varepsilon_{\mathrm{M\Pi}1} + \varepsilon_{\mathrm{B\Pi}1}) \cdot \left[ 1 + \kappa_{1} \cdot \frac{\left( N^{\kappa_{2}+1} - 1 \right)}{\kappa_{2}+1} \right], \tag{5}$$

где ємпі и євпі- соответственно мгновенная пластическая и вязкопластическая деформации от первого воздействия нагрузки, мм.

Формула (4) описывает пластические деформации затухающего характера. Поэтому она может быть применена для расчета деформаций ранга<sup>2</sup> А<sup>3</sup> и в некоторых случаях для определения деформаций ранга В<sup>4</sup>.

В зависимости от значения коэффициентов к<sub>1</sub> и к<sub>2</sub> формула (5) способна описывать затухающий, установившийся и прогрессирующий характер накопления пластической деформации. Следовательно, зависимость (4) является частным случаем формулы (5), как в математическом плане, так и по области применения.

Анализ экспериментальных данных показывает, что (4) и (5) удовлетворительно описывают пластические деформации, накапливаемые грунтами и гранулированными материалами при вариации количества нагрузок до N=10<sup>5</sup>. При большем количестве приложенных нагрузок пластическая деформация связана с пластической деформацией, накопленной за первые 100 воздействий. Эту особенность отражают модели [27, 35, 36, 39]. Следовательно, наследственный характер пластического деформирования необходимо представить суммой двух интегралов. Первый интеграл дает возможность рассчитать деформацию, накопленную за первые 100 воздействий, а второй – при N>>100. Для упрощения дальнейших вычислений ядро первого интегрального уравнения зададим в виде (1). Тогда получим:

$$\varepsilon_{100} = (\varepsilon_{\rm M\Pi 1} + \varepsilon_{\rm B\Pi 1}) \cdot \left[ 1 + \kappa \cdot \int_{1}^{100} n^{-1} dn \right] = (\varepsilon_{\rm M\Pi 1} + \varepsilon_{\rm B\Pi 1}) \cdot \left[ 1 + \kappa \cdot \left( \ln 100 \right) \right]. \tag{6}$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> За рубежом классификацию пластических деформаций дают рангами А, В и С, характеризующимися разностью осевых деформаций, накапливающихся в результате приложения 5000 и 3000 нагрузок E5000-E3000 [40].

Деформирование ранга A имеет место при 65000-63000<0.045·10<sup>-3</sup> [41]. Такие деформации всегда носят затухающий характер при числе нагрузок 10<sup>6</sup> и более.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Деформирование ранга В определяется условием 0,045 $\cdot$ 10<sup>-3</sup>< $\varepsilon_{5000}$ - $\varepsilon_{3000}$ <0,4 $\cdot$ 10<sup>-3</sup>. Для ранга *В* характерно практически линейное накопление пластических деформаций до достаточно большого количества приложенных нагрузок ( $N=5.10^5 - 8.5.10^5$ ), а затем  $\varepsilon_N$  нелинейно возрастает [41].

Вторую подынтегральную функцию примем в виде степенной зависимости (2) с произвольным показателем степени. Составив интегральное уравнение и выполнив интегрирование, получим:

$$\varepsilon_{N} = \varepsilon_{100} \cdot \left[ 1 + \kappa_{1} \int_{1}^{N} n^{\kappa_{2}} dn \right] = \varepsilon_{100} \cdot \left[ 1 + \kappa_{1} \cdot \frac{N^{\kappa_{2}+1} - 100^{\kappa_{2}+1}}{\kappa_{2} + 1} \right].$$
(7)

Подставив (6) в (7), получим формулу:

$$\varepsilon_N = (\varepsilon_{\mathrm{M\Pi}1} + \varepsilon_{\mathrm{B\Pi}1}) \cdot \left[1 + \kappa \cdot (\ln 100)\right] \cdot \left[1 + \kappa_1 \cdot \frac{N^{\kappa_2 + 1} - 100^{\kappa_2 + 1}}{\kappa_2 + 1}\right].$$
(8)

Модель (8), так же как и (5), связывает деформацию, накапливаемую материалом в результате многократного приложения нагрузки, с остаточной деформацией от первого воздействия нагрузки. Зависимость (8) содержит три постоянных коэффициента, а в формуле (5) таких коэффициентов только два. Наличие третьего коэффициента позволяет рассчитывать пластические деформации материала при *N*>10<sup>5</sup>. Поэтому область применения у модели (8) гораздо шире, чем у модели (5).

В условиях эксплуатации дорог транспортные средства двигаются с различными скоростями, что обусловливает разную продолжительность воздействия нагрузки. В формулах таблицы 1 эту особенность учесть нельзя. Разложение деформации  $\varepsilon_1$  на  $\varepsilon_{мn1}$  и  $\varepsilon_{вn1}$  позволяет учитывать влияние длительности воздействия нагрузки на величину вязкопластической составляющей деформации. Такой способ дает возможность определить коэффициенты приведения транспортных средств к расчетному автомобилю как по величине давления, так и по продолжительности его воздействия. Этот подход расширяет базу и уточняет значения коэффициентов приведения в нормативных документах по проектированию дорожных одежд.

Определение коэффициентов *к*, *к*<sub>1</sub> и *к*<sub>2</sub> выполняется по данным динамических трехосных испытаний. Следует отметить, что в настоящее время динамические трехосные испытания производятся по различным схемам.

Во-первых, тесты могут быть дренированные или недренированные. При дренированных испытаниях из образца отводится вода. Такая схема испытаний применяется для материалов, используемых в дорожных конструкциях, обладающих хорошим дренажом. Недренированные испытания предназначены для исследования показателей деформируемости материалов, работающих в условиях отсутствия дренажа или его плохого функционирования. О влиянии условий осушения образца на величину деформации, накапливаемой при приложении повторных девиаторных нагрузок, сообщается в исследованиях S.F. Brown [41]. Причем пластические деформации, накапливаемые при недренированных трехосных динамических испытаниях, могут превышать деформации при дренированных тестах в пять раз и более. Эта разница между пластическими деформациями возрастает с увеличением числа приложений нагрузки. На основе анализа условий эксплуатации российских дорог в расчетный период года отметим, что для определения коэффициентов модели (8) следует использовать данные недренированных испытаний.

Во-вторых, динамические трехосные испытания классифицируются по характеру напряжения. Испытания приложения девиаторного могут быть одноступенчатые и многоступенчатые. В первом случае испытания производятся при приложении к образцу одинаковых напряжений при каждом воздействии нагрузки. Зависимость показателей деформируемости материала от девиатора напряжений получают при помощи испытаний группы образцов. К каждому образцу прикладывают свои напряжения, многократно повторяющиеся в течение всего опыта. При многоступенчатых испытаниях к одному и тому же образцу прикладываются разные напряжения, которые повторяются определенное число раз. Испытания начинают с приложения наименьших напряжений. Такие напряжения, как правило, прикладываются 1000 раз. Затем величина девиатора напряжений увеличивается, и производится следующая 1000 приложений нагрузки. Повышение девиаторного напряжения выполняется до тех пор, пока образец не разрушится или не приобретет предельной деформации (за рубежом

предельная деформация ограничивается 20%). Для определения коэффициентов в модели (8) следует использовать данные серии одноступенчатых испытаний.

В-третьих, трехосные динамические испытания классифицируются по характеру приложения минимального напряжения. Наименьшее главное напряжение (confining stress) в течение опыта поддерживается постоянным (σ<sub>3</sub>=const), что позволяет такие испытания называть тестами с постоянным удерживающим давлением (pressure). Эта особенность испытаний и англоязычная терминология привели к обозначению такого теста аббревиатурой ССР. В ССР-тестах создается постоянная всесторонняя удерживающая нагрузка, которую называют контактной. Помимо постоянного давления к образцу прикладывается вертикальное динамическое усилие, создающее по отношению к статическому давлению добавочное вертикальное напряжение оталины. Горизонтальное динамическое усилие не прикладывается, то есть оз (пин) = 0. Выполняя анализ таких испытаний, исследователи отмечают, что величина динамической части девиатора имеет место напряжений обусловливается только величиной σ<sub>1(дин)</sub>. В этом случае Величина среднего динамического напряжения  $\sigma_{d(дин)} = \sigma_{1(дин)} - \sigma_{3(дин)} = \sigma_{1дин}.$ *p*<sub>(дин)</sub> = (σ<sub>1(дин)</sub> + 2·σ<sub>3(дин)</sub>) / 3 или *p*<sub>(дин)</sub> = σ<sub>1(дин)</sub> / 3. Отсюда вытекает, что ССР-тесты позволяют производить эксперимент только при  $\sigma_{d(дин)} / p_{(дин)} = 3/1$ . Следует отметить, что возможен второй сценарий испытаний, по которому  $\sigma_{1(дин)}$  = 0, тогда  $p_{(дин)}$  =  $-2 \cdot \sigma_{3(дин)} / 3$ , а  $\sigma_{d(дин)}$  =  $\sigma_{3(дин)}$ . В этом случае σ<sub>d(дин)</sub> / p<sub>(дин)</sub> = −3/2. Таким образом, проводя эксперимент в соответствии с требованиями ССР-тестов, в отношении динамических напряжений можно реализовать только два сценария. Поэтому в качестве основного недостатка ССР-испытаний отмечают, что нельзя учесть эффект вращения главных осей. Испытания с варьирующейся величиной наименьшего главного напряжения обозначают аббревиатурой VCP или VDCP. Цель таких испытаний состоит в том, чтобы смоделировать эффект вращения главных осей в точке при приближении и удалении нагрузки. В RLT VCP-испытаниях прикладываются как вертикальные, так и горизонтальные динамические усилия. Такие тесты позволяют воспроизводить всевозможные комбинации напряжений от и от возникающих как по оси симметрии нагрузки, так и при ее расположении на любом расстоянии от рассматриваемой точки.

Подводя итог обзору экспериментальных методик динамических трехосных испытаний, можно отметить, что для анализа нужно использовать данные недренированных одноступенчатых VCP тестов. Такие испытания выполнены в исследовании S. Werkmeister [42].

На рис. 1–7 приведены результаты экспериментальных исследований S. Werkmeister [42]: рис. 1–4 иллюстрируют зависимость пластической деформации гранодиоритового щебня от числа повторных нагрузок, а рис. 5–7 – песчано-гравийной смеси.



1–6 – при (σ₁-σ₃) 40; 80; 120; 160; 200 и 360 кПа; при σ₃=40 кПа; Рисунок 1. Зависимость вертикальной пластической деформации гранодиоритового щебня от числа нагрузок и напряжений при σ₃=40 кПа по данным [42]









1–9 – при (σ<sub>1</sub>-σ<sub>3</sub>) 70; 140; 210; 280; 350; 420; 560; 700; 840; при σ<sub>3</sub>=140 кПа; Рисунок 3. Зависимость вертикальной пластической деформации гранодиоритового щебня от числа нагрузок и напряжений при σ<sub>3</sub>=140 кПа по данным [42]



1–9 – при (σ<sub>1</sub>-σ<sub>3</sub>) 105; 157; 210; 265; 315; 367; 430; 630; 840 кПа; при σ<sub>3</sub>=210 кПа; Рисунок 4. Зависимость вертикальной пластической деформации гранодиоритового щебня от числа нагрузок и напряжений при σ<sub>3</sub>=210 кПа по данным [42]



1–4 – при (σ₁-σ₃) 40; 80; 120; и 160 кПа; при σ₃=40 кПа; Рисунок 5. Зависимость вертикальной пластической деформации песчано-гравийной смеси от числа нагрузок и напряжений при σ₃=40 кПа [42]



1–6 – при (σ₁-σ₃) 70; 105; 140; 210; 280 и 350 кПа; при σ₃=70 кПа; Рисунок 6. Зависимость вертикальной пластической деформации песчано-гравийной смеси от числа нагрузок и напряжений при σ₃=70 кПа [42]



1–4 – при (σ<sub>1</sub>-σ<sub>3</sub>) 105; 210; 315 и 420 кПа; при σ<sub>3</sub>=210 кПа; Рисунок 7. Зависимость вертикальной пластической деформации песчано-гравийной смеси от числа нагрузок и напряжений при σ<sub>3</sub>=210 кПа [42]

	Значения коэффициентов <i>к</i> 1 и <i>к</i> 2								
Характеристика	при σ <sub>3</sub> ≤ 40 кПа		при σ₃=	<b>при</b> σ <sub>3</sub> = 70 кПа		<b>при</b> σ <sub>3</sub> = 140 кПа		при σ₃≥ 210 кПа	
$(0_1 \ 0_3)^7 \ 0_3$	<i>K</i> 1	<i>К</i> 2	<i>K</i> 1	К2	<i>К</i> 1	К2	<b>К</b> 1	<i>К</i> 2	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0,5	-	_	0,12504	-0,794	0,06579	-0,898	0,07328	-0,84	
0,75	_	-	_	_	_	_	0,07865	-0,788	
1	0,04416	-0,689	0,06183	-0,884	0,07673	-0,845	0,07518	-0,852	
1,25	_	_	_	_	_	_	0,08975	-0,798	
1,5	_	_	0,06514	-0,802	0,07909	-0,831	0,08213	-0,809	
1,75	-	_	-	_	-	-	0,08993	-0,83	
2	0,07047	-0,838	0,07726	-0,842	0,08190	-0,775	0,09370	-0,806	
2,5	_	_	0,07088	-0,825	0,08242	-0,797	_	Ι	
3	0,07953	-0,839	0,06169	-0,894	0,07838	-0,816	0,05561	-0,597	
3,5	_	-	0,07448	-0,833	_	_	-	1	
4	0,08303	-0,797	0,06616	-0,861	0,08495	-0,704	0,07291	-0,664	
4,5	_	_	0,09185	-0,757	_	_	_	-	
5	0,8130	-0,700	0,08178	-0,794	0,08103	-0,63	_	1	
5,5	_	_	0,07448	-0,779	_	_	_	_	
6	_	_	0,07227	-0,683	_	_	_	_	
7	_	_	0,0909	-0,775	_	_	_	_	
8	_	_	0,05949	-0,584	_	_	_	_	
9	0,06688	-0,680	_	_	_	_	_	_	
10	_	_	0,06329	-0,621	_	_	_	_	

### Таблица 2. Значения коэффициентов к1 и к2 для гранодиоритового щебня

### Таблица 3. Значения коэффициентов к для гранодиоритового щебня

Характеристика	Значения коэффициентов к						
(σ <sub>1</sub> – σ <sub>3</sub> ) / σ <sub>3</sub>	при σ₃ ≤ 40 кПа	<b>при</b> σ <sub>3</sub> = 70 кПа	<b>при</b> σ <sub>3</sub> = 140 кПа	при σ <sub>3</sub> ≥ 210 кПа			
1	2	3	4	5			
0,5	_	1,647831	0,323642	1,579212			
0,75	_	_	-	0,861997			
1	0,239259	0,741324	0,442738	0,432266			
1,25	_	-	-	0,346873			
1,5	-	0,483429	0,747054	1,075062			
1,75	_	-	-	0,5607			
2	0,345271	0,651638	1,055514	1,147698			
2,5	_	0,641184	1,700031	_			
3	0,485951	0,452156	0,646916	0,823361			
3,5	_	1,220012	-	_			
4	1,213598	0,517833	1,213908	1,486886			
4,5	_	0,792116	_	_			
5	0,322421	0,652119	1,737691	_			
5,5	_	0,559733	-	_			
6	_	0,880755	_	_			
7	_	0,792489	_	_			
8	_	0,933733	_	_			
9	0,144116	_	_	_			
10	_	0,741307	_	_			

-	

Характеристика	Значения коэффициентов к <sub>1</sub> и к <sub>2</sub>						
(σ <sub>1</sub> – σ <sub>3</sub> ) / σ <sub>3</sub>	при σ₃≤ 40 кПа		при σ <sub>3</sub> = 70 кПа		при σ <sub>3</sub> ≥ 210 кПа		
	<i>К</i> 1	К2	<i>К</i> 1	К2	<i>K</i> 1	К2	
≤0,5	_	_	_	_	0,07296	-0,84	
1	0,072072	-0,832	0,085358	-0,818	0,070875	-0,865	
1,5	_		0,071243	-0,809	0,074304	-0,742	
2	0,065274	-0,871	0,060265	-0,915	0,056462	-0,741	
3	0,079163	-0,699	0,071168	-0,861	-		
4	0,071552	-0,656	0,07917	-0,805	-		
≥5	_	_	0,04554	-0,505	_	_	

Таблица 4. Значения коэффициентов к<sub>1</sub> и к<sub>2</sub> для песчано-гравийной смеси

Таблица 5. Значения і	соэффициентов	к <b>для песчано</b> -	-гравийной сме	ecu

Характеристика	Значения коэффициентов к				
(σ <sub>1</sub> – σ <sub>3</sub> ) / σ <sub>3</sub>	при σ₃≤ 40 кПа	при σ <sub>3</sub> = 70 кПа	при σ <sub>3</sub> ≥ 210 кПа		
≤0,5	1,7343	0,8952	0,377776		
1	1,565878	0,882976	0,610908		
1,5	1,397457	0,870751	0,770299		
2	1,229037	0,920086	0,643991		
3	0,68201	0,887139	0,611044		
4	2,45738	2,294853	2,018758		
≥5	2,21281	2,050283	1,774188		

По данным таблиц 2 и 3, 4 и 5 подобраны эмпирические формулы, связывающие значения коэффициентов *к*, *к*<sub>1</sub> и *к*<sub>2</sub> с характеристикой ( $\sigma_1$ - $\sigma_3$ )/ $\sigma_3$  и удерживающим напряжением  $\sigma_3$ . На рисунке 8 приведены расчетные и экспериментальные пластические деформации песчаногравийной смеси при минимальном главном напряжении  $\sigma_3$ =40 кПа и ( $\sigma_1$ - $\sigma_3$ )/ $\sigma_3$ =1; 2; 3 и 4 соответственно.





### Заключение

По итогам работы можно сделать следующие выводы.

1. Модель (8) и подобная ей логарифмическая модель являются более универсальными по сравнению с формулами таблицы 1. Анализ экспериментальных данных разных авторов позволил определить параметры *к*, *к*<sub>1</sub> и *к*<sub>2</sub> в (8) для песчаного и глинистого грунта, диабазового, гранитного и гнейсового щебня, известняковой щебеночно-песчаной смеси с подобранным гранулометрическим составом и ряда других гранулированных материалов.

2. Предлагаемая модель (8) может быть использована для расчета пластической деформации земляного полотна и слоев дорожной одежды из дискретных материалов. Для этого зависимость (8) необходимо проинтегрировать по глубине слоя или зоны пластического деформирования. Вычисление определенного интеграла от сложной функции (8) может быть произведено приближенным способом с применением квадратурных формул трапеций Симпсона, Ньютона–Котеса и др. По мнению автора, такая возможность расширяет практическое значение статьи, так как появляется возможность рассчитывать пластические смещения поверхности земляного полотна и слоев дорожной одежды. Дальнейшие исследования позволят определять глубину продольных и поперечных неровностей.

3. Обнаружена особенность, связанная с влиянием величины девиатора напряжений на характер затухающей деформации. При достаточно малой разности главных напряжений на первых циклах деформация меньше, чем при более высоких нагрузках. Поэтому отношение  $\varepsilon_N/\varepsilon_{100}$  при малых девиаторах больше, чем при более высоком максимальном главном напряжении. Следовательно, на этой стадии деформирования увеличение разности главных напряжений приводит к упрочнению материала за счет его уплотнения. Такая тенденция отмечается до тех пор, пока величина девиатора напряжений не достигнет определенного значения, при котором наблюдается обратная картина. С дальнейшим увеличением максимального главного напряжения (при том же значении  $\sigma_3$ ) наблюдается известный переход затухающего характера деформирования в установившийся.

4. В условиях эксплуатации дорог транспортные средства двигаются с различными скоростями, что обусловливает разную продолжительность напряженного состояния дорожного покрытия. В известных формулах таблиц 1, 2 эту особенность учесть нельзя. Разложение деформации  $\varepsilon_1$  на  $\varepsilon_{mn1}$  и  $\varepsilon_{en1}$  уточняет представления предшественников. В предлагаемой модели вязкопластическая составляющая деформации  $\varepsilon_{en1}$  зависит от времени нагрузки. Определение этой составляющей может быть выполнено при помощи известных функций времени, используемых в уравнениях теории ползучести. Это позволяет учитывать различное время воздействия нагрузок, вызванное разной скоростью движения.

Статья подготовлена при поддержке гранта РФФИ №12-08-98008-р\_сибирь\_а

### Литература

- Илиополов С.К., Углова Е.В. Влияние динамического воздействия транспортных средств на долговечность нежестких дорожных одежд // Сборник научных трудов МАДИ (ГТУ) Проектирование автомобильных дорог. М.: Изд-во МАДИ, 2009. С. 150–163.
- 2. Смирнов А.В. Динамика дорожных одежд автомобильных дорог. Омск: Запсибиздат, 1976. 182 с.
- 3. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Деформация и устойчивость оснований сооружений. Л.: Госстройиздат, 1961. Т. 2. 543 с.
- 4. Строительные нормы и правила. Основания зданий и сооружений. СНиП 2.02.01-83. М.: Стройиздат, 1984.
- 5. Иванов Н.Н. [и др.] Проектирование дорожных одежд. М.: Изд-во автотранспортной литературы, 1955. 250 с.
- 6. Иванов Н.Н. [и др.] Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд. М.: Транспорт, 1973. 328 с.

- 7. Гусев Ю.М. Остаточные деформации грунтов в строительстве. Киев-Донецк: Вища школа, 1980.
- 8. Безволев С.Г. Методика учета деформируемости неоднородного упругопластического основания при расчете фундаментных плит // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2002. №5. С. 8–14.
- 9. Федоровский В.Г., Безволев С.Г. Расчет осадок фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2000. №4. С. 10–18.
- 10. Купин П.П. Исследование воздействия на связные грунты и нежесткие дорожные одежды повторных колесных нагрузок: Автореф. дисс...канд. техн. наук. Омск: Изд-во Омского института инженеров железнодорожного транспорта, 1966. 23 с.
- Казарновский В.Д., Смирнов В.М., Косарев Ю.И. [и др.] Расчет дорожных одежд переходного типа // Сб. тр. Союздорнии «Новое в проектировании конструкций дорожных одежд». М.: Изд-во Союздорнии, 1988. С. 50–61.
- 12. Смирнов А.В., Малышев А.А., Агалаков Ю.А. Механика устойчивости и разрушения дорожных конструкций. Омск: Изд-во СибАДИ, 1997. 91 с.
- 13. Кузин Н.В. Учет упруговязкопластических свойств асфальтобетонных покрытий и оснований при проектировании дорожных одежд: Автореф. дисс....канд. техн. наук. Изд-во СибАДИ, 2008. 19 с.
- 14. Еремин В.Г., Волокитина О.А. Метод определения расчетных характеристик конструктивных слоев нежестких дорожных одежд // Вестник ТГАСУ. 2010. №3. С. 228–233.
- 15. Семенова Т.В., Гордеева С.А., Герцог В.Н. Определение пластических деформаций материалов, используемых в дорожных конструкциях // Вестник ТГАСУ. 2012. №4. С. 249–257.
- 16. Вознесенский Е.А. Динамическая неустойчивость грунтов: Автореф. дисс.... докт. геол.-минерал. наук: 04.00.07. М., 2000. 54 с.
- 17. Вознесенский Е.А., Фуникова В.В. Оценка динамической устойчивости неводонасыщенных песчаных грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2002. №5. С. 2–8.
- 18. Мирсаяпов И.Т., Брехман А.И., Королева И.В., Иванова О.А. Прочность и деформации песчаных грунтов при трехосном циклическом нагружении // Известия КГАСУ. 2012. №3(21) С. 58–63.
- 19. Мирсаяпов И.Т., Королева И.В., Иванова О.А. Малоцикловая выносливость и деформации глинистых грунтов при трехосном циклическом нагружении // Жилищное строительство. 2012. №9. С. 6–8.
- 20. Нгуен Фыонг Зунг. Исследование зависимости прочностных свойств грунта от его физического состояния // Инженерно-строительный журнал. 2012. №9(35). С. 23–25.
- 21. Гольдин А.Л., Нгуен Фыонг Зунг. Построение траектории напряжений для ненасыщенного грунта при консолидированно-недренированных испытаниях в стабилометре // Инженерно-строительный журнал. 2012. №9(35). С. 35–40.
- 22. Werkmeister S., Dawson A., Wellner F. Pavement design model for unbound granular materials // Journal of Transportation Engineering. ASCE. 2004. Vol. 130. No.5. Pp. 665–674.
- 23. Niemunis A., Wichtmann T., Triantafyllidis T. A high-cycle accumulation model for sand // Computers and Geotechnics. 2005. Vol. 32. No.4. Pp. 245–263.
- 24. Wichtmann T., Niemunis A., Triantafyllidis T. Validation and calibration of a high-cycle accumulation model based on cyclic triaxial tests on eight sands // Soils and Foundations. 2009. Vol. 49. No.5. Pp. 711–728.
- Wichtmann T., Niemunis A. Triantafyllidis Th. Strain accumulation in sand due to drained cyclic loading: on the effect of monotonic and cyclic preloading (Miner's rule) // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2010. Vol. 30. No.8. Pp. 736–745.
- 26. Barksdale R.D. Laboratory Evaluation of Rutting in Base course Materials // Proceedings of the 3rd International Conference on Asphalt Pavements. London, 1972. Pp. 161–174.
- 27. Leng J. Characteristics and Behavior of Geogrid-Reinforced Aggregate under Cyclic Load: PhD thesis. North Carolina State University, Raleigh, USA. 2002.
- 28. Cheung L.W. Laboratory assessment of pavement foundation materials: PhD thesis. University of Nottingham, United Kingdom. 1994.
- 29. Sweere G.T.H. Unbound granular bases of roads: PhD thesis. Delft University of Technology, Delft, Netherlands. 1990.

88 c.

- Wolff H., Visser A. Incorporating elasto-plasticity in granular layer pavement design // Proceedings of Institution of Civil Engineers Transport. 1994. Vol. 105. Pp. 259–272.
- Francken L., Clauwaert C. Characterization and structural assessment of bound materials for flexible road structures // Proceedings of the 6-th International Conference on Asphalt Pavements. Ann Arbor, Michigan. 1987. Pp. 130–144.
- 32. Theyse H.L. The development of mechanistic-empirical permanent deformation design models for unbound pavement materials from laboratory accelerated pavement // Proceedings of the 5-th International symposium on unbound aggregates in road. Nottingham. 2000. Pp. 285–293.
- 33. Theyse H.L. Stiffness, strength, and performance of unbound aggregate material: Application of South African HVS and laboratory results to California flexible pavements / University of California pavement research center. 2002. 70 p.
- Tseng K.H., Lytton R.L. Prediction of permanent deformation in flexible pavement materials. Implication of Aggregates in the Design, Construction and Performance of Flexible Pavements // ASTM. 1989. Vol. STP 1016. Pp. 154–172.
- 35. Brecciaroli F., Kolisoja P. Deformation behaviour of railway embankment materials under repeated loading. Literature review. Helsinki, 2006. 201 p.
- Hornych P., Corte J.F., Paute J.L. Étude des déformations permanentes sous chargements répétés de trois graves non traitées // Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussèes. 1993. No.184. Pp. 77–84.
- Veverka V. Raming van de Spoordiepte bij Wegen met Cen Bitumineuze Verharding // De Wegentechniek. 1979. Vol. 24. No.3. Pp. 25–45.
- Khedr S.A. Deformation characteristics of granular base course in flexible pavements // Transportation Research Record No. 1043. Transportation Research Board, Washington, 1985. Pp. 131–138.
- 39. Huurman M. *Permanent deformation in concrete block pavements:* PhD thesis. Delft University of Technology, Delft, Netherlands. 1997.
- 40. Numrich R. Modellierung des nichtlinear-elastischen verformungsverhaltens von tragschichten ohne bindemittel (Modelling of the non-linear elastic deformation behaviourof unbound granular materials): PhD thesis. University of Technology, Dresden, Germany. 2003.
- 41. Brown S. F. Repeated load testing of a granular material // Journal of Geotechnical Engineering Division. ASCE. 1974. Vol. 100. No.7. Pp. 825–841.
- 42. Werkmeister S. Plastisches Verformungsverhalten von Tragschichtenohne Bindemittel in Straßenbefestigungen (Permanent deformation behavior of unbound granular materials in pavement constructions): PhD thesis. University of Technology, Dresden, Germany. 2003.

Анатолий Сергеевич Александров, г. Омск, Россия Тел. моб.: +7(913)616-42-12; эл. почта: Aleksandrov00@mail.ru

© Александров А.С., 2013

# Применение модифицированных условий пластичности для расчета безопасных давлений на грунты земляного полотна

### Аспирант А.Л. Калинин\*,

ФГБОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия»

Ключевые слова: условия пластичности; главные напряжения; безопасное давление

Пластические деформации, накапливаемые грунтами земляного полотна и материалами дорожных одежд, обусловливают ухудшение ровности покрытия. Это приводит к снижению скорости и безопасности движения. Исследования [1–5] показывают, что пластические деформации грунтов земляного полотна дорог, расположенных во 2-й и 3-й дорожноклиматических зонах, составляют до 80% необратимой деформации, накапливаемой всей дорожной конструкцией. В связи с этим высока актуальность работ, направленных на обеспечение требуемого сопротивления грунтов сдвигу.

Нормативные документы по проектированию дорожных одежд, действовавшие на территории РФ в разное время [6–11], в обязательном порядке регламентировали проверку условия сдвигоустойчивости грунтов земляного полотна и слоев дорожной одежды из слабосвязных материалов.

В современной трактовке [10–12] критерий сопротивления сдвигу грунтов и дискретных материалов дается условием:

$$T \le T_{\rm np} / K_{\rm np}^{\rm rp} \,, \tag{1}$$

где  $K_{\rm np}^{\rm Tp}$  – требуемое минимальное значение коэффициента прочности, определяемое с учетом заданного уровня надежности; T – расчетное активное напряжение сдвига (часть сдвигающего напряжения, непогашенная внутренним трением) в расчетной (наиболее опасной) точке конструкции от действующей временной нагрузки;  $T_{\rm np}$  – предельная величина активного напряжения сдвига (в той же точке), превышение которой вызывает нарушение прочности на сдвиг.

Предельная величина сопротивления сдвигу определяется по формуле [10–12]:

$$T_{\rm np} = c_N \cdot k_{\rm g} + 0.1 \cdot \gamma_{\rm cp} \cdot z_{\rm on} \cdot tg\phi_{\rm cr}, \qquad (2)$$

где  $c_N$  — сцепление в грунте земляного полотна (или в промежуточном песчаном слое), принимаемое с учетом повторности нагрузки, МПа;  $k_{\rm d}$  — коэффициент, учитывающий особенности работы конструкции на границе песчаного слоя с нижним слоем несущего основания;  $z_{\rm on}$  — глубина расположения поверхности слоя, проверяемого на сдвигоустойчивость, относительно верха конструкции, см;  $\gamma_{\rm cp}$  — средневзвешенный удельный вес конструктивных слоев, расположенных выше проверяемого слоя, кг/см<sup>3</sup>;  $\phi_{\rm cr}$  — расчетная величина угла внутреннего трения материала проверяемого слоя при статическом действии нагрузки.

Активное напряжение сдвига представляет собой левую часть объединенного условия пластичности Кулона–Мора [13, 14], в котором специалисты дорожной отрасли учитывают влияние усталостных процессов на величину сцепления и угла внутреннего трения [11, 12]. В этом случае параметры предельной прямой Кулона–Мора являются функцией не только влажности, но и числа приложенных расчетных нагрузок. В нормативных документах [11, 12] эта функция задана таблично. Вследствие этого условие пластичности Кулона–Мора необходимо дать в виде:

$$\frac{1}{\cos\varphi_N} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg}\varphi_N \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = c_N, \qquad (3)$$

Калинин А.Л. Применение модифицированных условий пластичности для расчета безопасных давлений на грунты земляного полотна

где *c*<sub>N</sub> – сцепление в грунте земляного полотна, принимаемое по нормам [11, 12] с учетом количества повторных нагрузок, МПа; σ1 и σ3 – максимальное и минимальное главные напряжения, Па; φN – угол внутреннего трения, принимаемый по нормам [11, 12] с учетом количества повторных нагрузок, град.

Экспериментальные данные, полученные на основе испытания грунтов трехосным сжатием, показывают, что при их хрупком разрушении условие Кулона-Мора достаточно точно описывает предельные напряжения. При пластическом разрушении предельное состояние по условию Кулона-Мора наступает при деформации образцов 15-20% [15, 16]. То есть при наступлении предельного состояния образца высотой 10 см смещение его поверхности составляет 1,5-2 см. Глубина неровностей, формирующихся на покрытии в продольном направлении, оценивается величиной просветов под трехметровой рейкой [17]. Предельные значения этих просветов составляют 6 мм [17]. Предельные значения глубин продольных неровностей, рекомендуемые разными авторами [3, 18, 19], не превышают 5 мм. Допускаемая глубина колеи составляет 4 мм для дорог I категории; 7 мм, 12 мм, 25 мм и 30 мм для дорог II, III, IV и V технической категории соответственно [20]. Предельная глубина колеи на дорогах I и II категории составляет 20 мм; 35 мм на дорогах III, IV и V технической категории. Предельная глубина колеи, рассчитанная из условия обеспечения требуемого коэффициента сцепления колеса с мокрым покрытием, составляет 22 мм [21, 22]. Таким образом, к моменту наступления предельного состояния по условию Кулона-Мора пластические деформации грунтов земляного полотна превышают большинство предельных значений глубин продольных и поперечных неровностей покрытий автомобильных дорог.

В связи с таким обстоятельством особую важность приобретает задача поиска условия пластичности, по которому предельное состояние наступает при деформациях меньших, чем по критерию Кулона–Мора.

Одним из вариантов решения такой задачи может быть модификация оригинального условия Кулона–Мора, которую можно выполнить, используя схемы Р.Ф. Црайга [23] и Г.К. Арнольда [24].

Р.Ф. Црайг [23], применяя теорию Ренкина и условие Кулона–Мора для решения задачи предельного равновесия, показал, что альтернативой величине  $\tan^2(\pi/4 - \varphi/2)$  является зависимость  $(1 - \sin\varphi) / (1 + \sin\varphi)$ . Рассматривая трактовку Р.Ф. Црайга для активного ренкиновского состояния, можно записать условие Кулона–Мора и его предельное максимальное главное напряжение в виде формул:

$$\left(\sigma_{1} - \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \cdot \sigma_{3}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi}} = c, \ \sigma_{1\pi} = 2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi}} + \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \cdot \sigma_{3},$$
(4)

где σ<sub>1П</sub> – предельное максимальное главное напряжение для принятого условия пластичности при заданном удерживающем напряжении σ<sub>3</sub>, МПа.

Г.К. Арнольд [24], анализируя работу Р.Ф. Црайга, заметил, что экспериментальные значения минимальных главных напряжений, необходимые для возникновения предельного состояния грунта, не превышают величин, вычисленных из условия Кулона–Мора. Базируясь на экспериментальных данных, Г.К. Арнольд [24] модифицировал формулы Р.Ф. Црайга и получил зависимости для расчета предельной величины минимального главного напряжения. Преобразуя формулы Г.К. Арнольда для активного ренкиновского состояния, найдем условие пластичности и его предельное максимальное напряжение по формулам:

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \sigma_1 - \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \sigma_3 \right) = c \cdot \sigma_{1\pi} = 2 \cdot c + \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \sigma_3.$$
(5)

Сравнивая (4) и (5), несложно убедиться в том, что по условию Кулона–Мора (4) предельное состояние возникает при более высоких значениях максимального главного напряжения, чем по эмпирическому условию Г.К. Арнольда, и, наоборот, касательные напряжения по (5) выше, чем по (4).

Отметим, что условия пластичности (3) и (4) получены расчетно-аналитическим путем [25]. Первая формула (5) получена из формул, рекомендованных Г.К. Арнольдом для расчета предельных значений минимальных главных напряжений для активного ренкиновского состояния. Эта формула реализует экспериментально-феноменологический подход, в котором основное Калинин А.Л. Применение модифицированных условий пластичности для расчета безопасных давлений на грунты земляного полотна

внимание уделяется экспериментальному изучению поведения реальных материалов под внешней нагрузкой при разрушении [25]. Несмотря на различие в подходах, применимы все эти формулы.

Используя идею Г.К. Арнольда об эмпирической корректировке условия Кулона–Мора, формулы (5) можно представить в виде:

$$\left(\sigma_{1} - \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \cdot \sigma_{3}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[B]{\frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi}} = c, \ \sigma_{1\pi} = 2 \cdot c \cdot \sqrt[B]{\frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi}} + \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \cdot \sigma_{3},$$
(6)

где В – параметр материала, определяемый на основе экспериментальных данных.

Параметр материала *В* следует подбирать на основе анализа экспериментальной зависимости вертикальной деформации образца от главных напряжений. На этой зависимости определяется местоположение точки предельной деформации, например,  $\varepsilon_{np}$ =8%, для которой определяется предельное максимальное напряжение  $\sigma_{1n}$  при известном минимальном напряжении  $\sigma_3$ . Подстановка установленных таким образом значений  $\sigma_{1n}$  и  $\sigma_3$  в формулу (6) с ее последующим решением относительно *B* позволяет определить величину этого параметра.

Другим вариантом решения задачи является модификация известных критериев прочности твердых тел и поиск среди модифицированных условий наиболее пригодного для определения предельных напряжений. Для этого необходимо найти взаимосвязь пределов прочности на одноосное сжатие и растяжение с параметрами условия Кулона–Мора и, используя найденные закономерности, модифицировать оригинальные критерии прочности. Уравнения модифицированных моделей нужно решить относительно предельной величины максимального главного напряжения, а вычисленные по ним предельные значения напряжений следует сравнить с экспериментальными данными, полученными при трехосных испытаниях.

В рамках критерия Друкера–Прагера для сжатия и растяжения при возникновении напряженного состояния, характеризующегося условием  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ , прочность дискретного материала можно определить по формулам:

$$R_{\rm c} = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}, \ R_{\rm p} = \frac{6 \cdot c \cdot \cos \varphi}{3 - \sin \varphi}, \tag{7}$$

где R<sub>c</sub> – прочность на ондоосное сжатие, МПа; R<sub>p</sub> – прочность на ондоосное растяжение, МПа.

Подстановка (7) в известные критерии позволяет их модифицировать таким образом, что пределы прочности на одноосное сжатие и растяжение будут заменены параметрами предельной прямой Кулона–Мора. Модифицированные таким образом условия пластичности приведены в таблице 1<sup>5</sup>. Для примера рассмотрим модификацию критерия Мариотта. В оригинальном виде предельное состояние по этому критерию дают уравнением:

$$\sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3) = R_c \quad . \tag{8}$$

Для напряженного состояния  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  критерий примет вид:

$$\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3 = R_c \quad . \tag{9}$$

Подставив (7) в (9), получим:

$$\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3 = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} . \tag{10}$$

После преобразований (10) примет вид:

$$\frac{(\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3) \cdot (1 - \sin \varphi)}{2 \cdot \cos \varphi} = c .$$
(11)

В таблице 1, кроме модифицированных моделей, даны модели Кулона–Мора и Друкера– Прагера (6), полученные на основе использования идеи Г.К. Арнольда.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Модификация условий пластичности выполнена автором совместно с Г.В. Долгих и А.С. Александровым.

Калинин А.Л. Применение модифицированных условий пластичности для расчета безопасных давлений на грунты земляного полотна
Наименование	Математическое выражение предельного состояния по критерию при σ1>σ2=σ3			
критерия	Оригинальное	Модифицированное автором		
1	2	3		
1. Критерий Галилея [26]	$\sigma_1 = R_c$	$\frac{\sigma_1 \cdot (1 - \sin \phi)}{2 \cdot \cos \phi} = c$		
2. Критерий Мариотта [26]	$\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3 = R_c$	$\frac{(\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3) \cdot (1 - \sin \phi)}{2 \cdot \cos \phi} = c$		
3. Критерий Кулона–Сен- Венана–Леви [26]	$\sigma_1 - \sigma_3 = R_c$	$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot (1 - \sin \phi)}{2 \cdot \cos \phi} = c$		
4. Критерий Губера–Мизеса– Генки [26]	$\sigma_1 - \sigma_3 = R_c$	$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot (1 - \sin \phi)}{2 \cdot \cos \phi} = c$		
5. Модифици- рованный критерий	$\sigma_1^2 + 2 \cdot \sigma_3^2 \cdot (1 - \mu) - 4 \cdot \mu \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 = R_c^2$	$\frac{\sigma_1^2 + 2 \cdot \sigma_3^2 \cdot (1 - \mu) - 4 \cdot \mu \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3}{4 \cdot \cos^2 \varphi} \times$		
Бельтрами [26]		$\times (1 - \sin \varphi)^2 = c^2$		
6. Критерий Сдобырева [27, 28]	$\sigma_1 - \frac{1}{2}\sigma_3 = R_c$	$\frac{(2 \cdot \sigma_1 - \sigma_3) \cdot (1 - \sin \phi)}{4 \cdot \cos \phi} = c$		
7. Критерий Писаренко– Лебедева [28, 29]	$\sigma_1 - \frac{3 \cdot (1 - \sin \phi)}{3 - \sin \phi} \cdot \sigma_3 = R_c$	$\left(\sigma_1 - \frac{3 \cdot (1 - \sin \varphi)}{3 - \sin \varphi} \cdot \sigma_3\right) \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi} = c$		
8. Критерий Мора [26, 28]	$\sigma_1 - \frac{3 \cdot (1 - \sin \varphi)}{3 - \sin \varphi} \cdot \sigma_3 = R_p$	$\left(\sigma_1 - \frac{3 \cdot (1 - \sin \varphi)}{3 - \sin \varphi} \cdot \sigma_3\right) \cdot \frac{3 - \sin \varphi}{6 \cdot \cos \varphi} = c$		
9. Критерий Кулона – Мора [13, 14]	$\frac{1}{\cos\varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - tg\varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = c$	$\left(\sigma_{1} - \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \cdot \sigma_{3}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[B]{\frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi}} = c$		
10. Оригинальный критерий Друкера– Прагера [30]	$\frac{1}{\cos\varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - tg\varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = c$	$\left(\sigma_{1} - \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \cdot \sigma_{3}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[B]{\frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi}} = c$		
11. Оригинальная модель Cam Clay [31]	$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{M \cdot p_3} + \ln\left(\frac{p_0}{p_3}\right) = 0$	нет		
12. Критерий модифици- рованной модели Cam Clay [32]	$\frac{1}{3} \cdot \frac{\left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2}{p_3^2} + M \cdot \left(\frac{p_0}{p_3} - 1\right) = 0$	нет		

Таблица 1. Оригинальны	ые и модифицированные	условия пластичности при $\sigma_2 = \sigma_3$
------------------------	-----------------------	--

Левая часть модифицированных условий пластичности представляет собой касательное напряжение, возникающее по этим условиям, а правая часть является прочностью, характеризуемой величиной сцепления. Для учета условий работы грунта земляного полотна необходимо заменить сцепление предельной величиной касательных напряжений, определяемой по формуле (2). Таким образом, прочностная характеристика во всех модифицированных условиях одинаковая, а касательные напряжения различны. Обоснование и выбор условия пластичности можно осуществить при помощи трехосных испытаний, сопоставляя предельное напряжение по условию с его экспериментальной величиной, при возникновении которой достигается предельная деформация. Для решения этой задачи необходимо обоснование предельных значений деформации образца при трехосных испытаниях грунтов. На данном этапе исследований выполнить такое обоснование затруднительно, так как требуется сопоставление

результатов различных экспериментов, например, напряжений и деформаций образца при трехосных испытаниях, давлений и осадок при штамповых испытаниях.

На основании вышеизложенного автор предлагает иной путь решения задачи обеспечения сопротивления сдвигу грунтов земляного полотна. Условие сдвигоустойчивости грунтов земляного полотна можно представить критерием недопущения давлений, превышающих некоторое предельное значение, которое называют безопасным давлением [33]. Критерий обеспечения сдвигоустойчивости грунтов можно дать в виде:

$$p \le p_{\delta} / K_{\rm np}^{\rm Tp}$$
, (12)

где *p* – давление, передаваемое дорожной одеждой на земляное полотно, Па; *p*<sub>б</sub> – безопасное давление на грунт земляного полотна, вычисляемое из выбранного условия пластичности, Па.

Такой критерий расчета по обеспечению сдвигоустойчивости применяется при расчете оснований насыпей.

Первое решение задачи о величине безопасного давления выполнено Н.П. Пузыревским [34]. В основе решения лежит условие Кулона–Мора, в которое подставляются главные напряжения, рассчитываемые по выражению Митчелла [33], дополненному боковой равномерно распределенной пригрузкой и собственным весом грунта неустойчивой области [34, 35]. Определяемые таким образом главные напряжения подставляются в условие Кулона–Мора, из решения уравнения получают формулу для определения ординаты, ограничивающей неустойчивую область [35]. Далее, полагая, что максимальная глубина распространения зон неустойчивых областей в полупространстве образуется при определении угла видимости разностью половины числа пи и угла внутреннего трения, получают формулу:

$$p = \left(Z_{\max} + h + \frac{c}{\gamma} \cdot ctg\phi\right) \cdot \frac{\pi \cdot \gamma}{ctg\phi + \phi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h, \qquad (13)$$

где *p* – давление от нагрузки, равномерно распределенной по бесконечной полосе или в основании насыпи, Па; γ – вес грунта в пределах боковой пригрузки, Н/м<sup>3</sup>; h – толщина боковой пригрузки, м; Z<sub>max</sub> – максимальная глубина распространения зон неустойчивых областей в полупространстве, м; φ и с – угол внутреннего трения и сцепления грунта, радиан и Па соответственно.

При подстановке в (13)  $Z_{max}$ =0 это выражение примет вид формулы Н.П. Пузыревского [33, 34]. В.Н. Яромко модифицировал модель Н.П. Пузыревского для оценки коэффициента прочности дорожной одежды [36]. Оценивая применимость методов предельного равновесия к расчетам дорожных одежд, следует отметить, что все оригинальные решения являются приближением, так как базируются на представлении Митчелла. Суть этого приближения состоит в том, что формулы, описывающие затухание главных напряжений по глубине от нагрузки, равномерно распределенной по круглой площадке, заменяются представлением, используемым для определения напряжений от полосовой нагрузки. Поэтому автор данной статьи считает, что наряду с такими решениями возможен поиск нового, иного приближения. В этом направлении было выполнено несколько исследований [33, 37]. В этих работах для расчета напряжений используются решения, полученные для нагрузок, распределенных по круглой площадке. Так, в исследовании [37] авторы применили формулу И.И. Кандаурова, позволяющую рассчитывать вертикальное нормальное напряжение в зернистой среде. Для точки, лежащей на пересечении оси Z и линии, ограничивающей активную зону, получена формула для расчета критических давлений [37].

За рубежом для определения допускаемых нагрузок на грунты земляного полотна и дискретные материалы дорожных одежд применяют теорию приспособляемости. Основанием для применения этой теории послужили данные М.Ф. Кента [38], согласно которым при испытании дорожных одежд в некоторых конструкциях наблюдалась стабилизация деформации. Р. Шарп [39] и И. Коллинз [40, 41] применили теорию приспособляемости к расчету дорожных конструкций. Суть этой теории состоит в том, что материалы обладают тремя уровнями приспособляемости (пределы упругой, эластической и пластической приспособляемости). По своей сути предел пластической приспособляемости в том, что материалы безопасного давления. Безопасное давление ограничивает диапазон давлений, при которых материал работает в стадии уплотнения, не испытывая деформаций сдвига. Предел пластической приспособляемости ограничивает величину

напряжений, при возникновении которых материал испытывает некоторые пластические деформации, но по мере реализации повторных нагрузок эти деформации затухают и, в конечном итоге, становятся равными нулю, а в дальнейшем материал испытывает только обратимые деформации.

Для решения задачи о безопасных давлениях на материалы дорожных конструкций рассмотрим возможность подстановки в условия пластичности главных напряжений, рассчитываемых по формулам [16], представленным в таблице 2.

# Таблица 2. Формулы для расчета максимального и минимального главных напряжений от нагрузки, распределенной по гибкому круглому штампу

$\left[ \left[ 1 + \left( \mathbf{K}/\mathbf{Z} \right) \right] \right]$	$\sigma_{1} = p_{0} \cdot \left(1 - \frac{1}{\left[1 + (R/Z)^{2}\right]^{1.5}}\right)$		
Минимальное главное напряжение $\sigma_2 = \sigma_3 = p_0 \cdot \left(\frac{1+2 \cdot \mu}{2} - \frac{1+\mu}{\left[1+(\mathbf{R}/Z)^2\right]^{0.5}} + \frac{1+\mu}{2}\right)$	$\frac{1}{2 \cdot \left[1 + \left(\frac{R}{Z}\right)^2\right]^{1.5}}\right)$		

Примечание: p<sub>0</sub> – давление от штампа, Па; R – радиус штампа, м; Z – расстояние (глубина) от поверхности до рассматриваемой точки, м; где µ – коэффициент Пуассона материала.

Из анализа зависимостей таблицы 2 следует:

- 1) минимальные главные напряжения на поверхности (Z = 0) имеют значения выше величин, при которых материал находится в состоянии компрессионного сжатия [33];
- 2) на некоторой глубине эти напряжения становятся отрицательными, то есть из сжимающих превращаются в растягивающие.

Эти обстоятельства не соответствуют условиям работы дискретных материалов. При воздействии равномерно распределенной нагрузки непосредственно вблизи штампа имеет место компрессия (материал сжимается без возможности бокового расширения), а с увеличением глубины материал работает с некоторой возможностью бокового расширения. Так как минимальные главные напряжения затухают по глубине более интенсивно по сравнению с максимальными, то по мере удаления от поверхности степень бокового расширения увеличивается [42, 43]. Таким образом, в дискретных материалах реализуется трехосное сжатие, при котором  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  имеют одинаковый знак в любой точке. Это сдерживает применение формул таблицы 2 в решении задачи о безопасных давлениях, в связи с чем очевидна актуальность работ, направленных на поиск альтернативных решений.

Одним из таких решений является выражение, полученное в работе [42], в соответствии с которым минимальное главное напряжение определяется по формуле:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \alpha \cdot \xi \cdot \sigma_1 = \alpha \cdot \mu \cdot \sigma_1 / (1 - \mu), \tag{14}$$

где ξ – коэффициент бокового давления; α – коэффициент, характеризующий степень бокового расширения.

Из (14) следует, что введение дополнительного множителя, имеющего значение меньше 1, позволяет описывать работу материала с определенной возможностью бокового расширения. Применение (14) требует решения задачи об изменении величины α по глубине. В работе [37] авторам удалось связать коэффициент α с известным в механике грунтов коэффициентом бокового обжатия β и на основе выражения В.Г. Федоровского и С.Г. Безволева [43] для β получить формулы для расчета α.

В соответствии с этим решением коэффициент а определяется по формуле:

,

$$\alpha = \left(\alpha_c - \sqrt{1 - K^2} \cdot (\alpha_c - \alpha_u)\right),\tag{15}$$

где α<sub>c</sub> – значение коэффициента α на поверхности (для равномерно распределенной нагрузки α<sub>c</sub> = 1, а для гибкого штампа α<sub>c</sub> ≈ 1); α<sub>u</sub> – значение коэффициента α на бесконечности, где условно реализуется одноосное сжатие; К – коэффициент затухания максимального главного напряжения по глубине в сечении, проходящем через ось симметрии нагрузки.

В том случае, если на бесконечности имеют место условия  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\mu_{\varepsilon_1}$ , а  $\varepsilon_1 = \sigma_1 / E$  (E – модуль деформации (упругости) материала), то  $\alpha u = 0$ , а формула (15) принимает вид:

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - K^2} . \tag{16}$$

Так как по оси симметрии нагрузки, распределенной по круглой площадке, направления главных напряжений совпадают с направлением осей z, x и y и имеют место равенства  $\sigma_1 = \sigma_z$ ,  $\sigma_2 = \sigma_x$  и  $\sigma_3 = \sigma_y$ , то, используя формулы (14) и (16), можно модифицировать известные модели, предназначенные для расчета вертикальных напряжений. При этом максимальное главное напряжение определяется по формуле оригинальной модели, а минимальное главное напряжение рассчитывается по (14) с подстановкой вместо  $\alpha$  уравнения (16). Модифицированные таким образом модели расчета главных напряжений приведены в работе [44].

После дополнения этих моделей объемными силами от веса дорожной одежды и грунта, расположенного в пределах неустойчивой области, напряжения можно определить по формулам:

$$\sigma_1 = p \cdot K_1 + \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i + \gamma_{i+1} \cdot Z_{max}, \qquad (17)$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{\mu}{1-\mu} \cdot \left( p \cdot K_1 + \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i + \gamma_{i-1} \cdot Z_{max} \right) \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - K_1^2} \right), \tag{18}$$

где *К*<sub>1</sub> – коэффициент затухания максимального главного напряжения по глубине в сечении, расположенном на оси симметрии нагрузки, которая распределена по круглой площадке, и определяемый по индивидуальной для каждой модели формуле [44].

Подставив (17) и (18) в условия пластичности таблицы 1 и решив эти условия относительно р, получим формулы для определения величины безопасного давления для каждого критерия таблицы 1.

Эти формулы представлены в таблице 3.

Таблица 3. Формулы для расчета безопасных давлений для различных модифицированных условий пластичности

Наименова- ние критерия	Полученное выражение		
1	2		
1. Модифици- рованный критерий Галилея	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \left( \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{(1 - \sin \varphi)} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i + \gamma_{i+1} \cdot Z_{\max} \right)$		
2. Модифици- рованный критерий Мариотта	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \left( \frac{2 \cdot c \cdot \cos \phi}{\left(1 - \sin \phi\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \mu^2}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right)} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i - \gamma_{i+1} \cdot Z_{\max} \right)$		
<ol> <li>Модифици- рованный критерий Кулона–Сен- Венана–Леви</li> </ol>	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \left( \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{\left(1 - \sin \varphi\right) \cdot \left(1 - \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right)} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i - \gamma_{i+1} \cdot Z_{max} \right)$		

Наименова- ние критерия	Полученное выражение		
4. Модифици- рованный критерий Губера– Мизеса–Генки	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \left( \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{\left(1 - \sin \varphi\right) \cdot \left(1 - \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right)} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i - \gamma_{i+1} \cdot Z_{max} \right)$		
5. Модифици- рованный критерий Бельтрами	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \cdot \left( \sqrt{\frac{4 \cdot c^2 \cdot \cos^2 \varphi}{\left(1 - \sin \varphi\right)^2 \cdot \left(1 + 2 \cdot (1 - \mu) \cdot \left(\frac{\mu}{1 - \mu}\right)^2 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)^2 - 4 \cdot \mu \cdot \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)}\right)} - \frac{1}{K_1} \cdot \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i + \gamma_{i+1} \cdot Z_{max}\right)$		
6. Модифици- рованный критерий В.П. Сдобырева	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \cdot \left( \frac{4 \cdot c \cdot \cos \varphi}{\left(1 - \sin \varphi\right) \cdot \left(2 - \left(\frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right)\right)} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i - \gamma_{i+1} \cdot Z_{max} \right)$		
7. Модифици- рованный критерий Писаренко– Лебедева	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \cdot \left( \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{\left(1 - \sin \varphi\right) \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot \left(1 - \sin \varphi\right)}{3 - \sin \varphi} \cdot \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right) \right)} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i - \gamma_{i+1} \cdot Z_{max} \right)$		
8. Модифици- рованный критерий Мора	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \left( \frac{6 \cdot c \cdot \cos\varphi}{\left(3 - \sin\varphi\right) \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot \left(1 - \sin\varphi\right)}{3 - \sin\varphi} \cdot \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right)} - \gamma_{i+1} \cdot Z_{max} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i \right)$		
9. Ориги- нальный критерий Кулона–Мора	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \cdot \left( \frac{2 \cdot c \cdot \cos\varphi}{\left(1 - \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right) - \sin\varphi \cdot \left(1 + \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right)} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i + \gamma_{i+1} \cdot Z_{max} \right) $		
10. Ориги- нальный критерий Друкера– Прагера	$p_{i+1} = \frac{1}{K_1} \cdot \left( \frac{2 \cdot c \cdot \cos\varphi}{\left(1 - \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right) - \sin\varphi \cdot \left(1 + \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K_1^2}\right)\right)} - \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i + \gamma_{i+1} \cdot Z_{max} \right) $		

Для обоснованного выбора формулы определения безопасного давления автором совместно с Г.В. Долгих выполнены штамповые испытания на вновь построенном земляном полотне автомобильной дороги Петровка–Калиновка в Омской области. В состав установки входят: жесткий круглый штамп, диаметром 37 см; реперная балка, к которой крепятся два индикатора часового типа ИЧ-100, фиксирующих осадку штампа; гидравлический домкрат с нагрузкой 5 т и ДОСМ, снабженный индикатором для определения усилия, сообщаемого штампом. Фрагмент штамповых испытаний представлен на рисунке 1.

Необходимость таких испытаний состоит в том, что безопасные давления, определяемые по формулам таблицы 3, представляют собой величину давления, при котором в наиболее опасной

точке земляного полотна возникает предельное состояние для условия пластичности, положенного в основу вывода формулы. В этом случае каждому условию пластичности соответствует свое индивидуальное значение безопасного давления. Цель штамповых испытаний заключалось в экспериментальной определении величины безопасного давления и оценке ее соответствия значениям, вычисляемым по формулам таблицы 3. В качестве критерия определения экспериментальной величины безопасного давления рассматривалось два условия.



Рисунок 1. Общий вид устройства нагружения

В первом случае под безопасным давлением понималось давление, при котором наблюдается переход от линейных осадок (стадия уплотнения) к нелинейным деформациям (стадия сдвигов). При таких давлениях осадки штампа составляли 3–4 мм. Для допускаемой глубины колеи и предельных значений продольных неровностей дорог I–II технической категории это достаточно большие осадки. Поэтому в качестве второго критерия определения экспериментальной величины безопасного давления принималось условие достижения осадкой некоторой предельной величины. В качестве этой предельной осадки принята половина допускаемой глубины колеи для дорог I–II технической категории, то есть S=2 мм. Таким образом, по завершению экспериментов имелось два значения безопасного давления. Наименьшая величина этого давления рекомендуется для дорог I–II технической категории, а наибольшая – III–IV технической категории.

	Параметры грунта		Безопасные давления, МПА			
Nº MCRLIT2	T2		Экспериментальные значения		Результаты расчета по формуле	
ния с, МПа		φ, град.	При S=2мм	Для начала стадии сдвигов	Табл. 3 (критерий Писаренко-Лебедева)	Работы [33]
1	0,022	29	0,098	0,140	0,083	0,133
2	0,024	27	0,102	0,140	0,089	0,138
3	0,020	29	0,086	0,125	0,076	0,121
4	0,025	26	0,091	0,140	0,091	0,140
5	0,020	26	0,078	0,124	0,073	0,112
6	0,021	25	0,082	0,125	0,076	0,115

Таблица 4. Результаты расчета и экспериментального определения безопасных давлений

В ходе экспериментов нагрузку прикладывали ступенями. Каждую ступень нагрузки выдерживали до условной стабилизации осадки. В качестве меры условной стабилизации принята скорость осадки, которая не должна превышать 0,01 мм/мин для каждого индикатора, измеряющего вертикальное смещение штампа. Испытания проводили до появления устойчивой нелинейной зависимости осадки от давления. В таблице 4 приведены экспериментальные безопасные давления, а также результаты расчета безопасных давлений по формуле, опубликованной в работе [33], а также по выражению таблицы 3, полученному на основе модифицированного условия Писаренко-Лебедева.

### Выводы

1. Из представленных материалов следует, что наряду с условием (1) можно предложить принципиально новый критерий расчета дорожных одежд. В соответствии с этим критерием давление, передаваемое конструкцией на земляное полотно, не должно превышать безопасной величины, определяемой по одной из формул таблицы 3.

2. Формулы таблицы 3 позволяют определять безопасные давления для различных условий пластичности от нагрузки, распределенной по площади круглого гибкого штампа. Такое решение дано впервые.

3. Анализ результатов штамповых испытаний показал, что для определения безопасных давлений наиболее пригодны формулы, полученные из модифицированных моделей Писаренко– Лебедева (таблица 3) и Арнольда (опубликована в работе [33]). Формулу для расчета безопасных давлений по модифицированному условию Писаренко–Лебедева можно рекомендовать для проектирования дорожных одежд дорог I и II технической категории. Формула, полученная автором совместно с А.С. Александровым и Г.В. Долгих и опубликованная в работе [33], приводит к несколько более высоким значениям безопасного давления. Следовательно, эту формулу можно рекомендовать для расчета дорожных одежд дорог III и IV категории.

Статья подготовлена при поддержке гранта РФФИ №12-08-98008-р\_сибирь\_а

#### Литература

- 1. Александров А.С. Расчет пластических деформаций материалов и грунтов дорожных конструкций при воздействии транспортной нагрузки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2009. №2. С. 3–11.
- Жустарева Е.В. Влияние плотности связного грунта в рабочем слое земляного полотна на остаточные деформации нежестких дорожных одежд: Автореф. дисс....канд. техн. наук. М.: Изд-во МАДИ, 2000. 20 с.
- Золотарь И.А. К определению остаточных деформаций в дорожных конструкциях при многократных динамических воздействиях на них подвижных транспортных средств. Санкт-Петербург: Изд-во ВАТТ, 1999. 31 с.
- 4. Каныгина С.Ю. Прогнозирование остаточных деформаций дорожных одежд нежесткого типа на земляном полотне из глинистых грунтов: Автореф. дисс....канд. техн. наук. М.: Изд-во МАДИ, 1999. 20 с.
- Фадеев В.Б. Влияние остаточных деформаций грунта земляного полотна на колееобразование на проезжей части дорог с нежесткими дорожными одеждами: Автореф. дисс....канд. техн. наук. М.: Изд-во МАДИ, 1999. 21 с.
- Инструкция по проектированию дорожных одежд нежесткого типа. ВСН 46-72. М.: Транспорт, 1973. 110 с.
- 7. Инструкция по проектированию жестких дорожных одежд. ВСН 197-83. М.: Минтрансстрой, 1984. 129 с.
- Инструкция по проектированию жестких дорожных одежд. ВСН 197-91. М.: Союздорнии, 1992. 130 с.
- 9. Инструкция по проектированию дорожных одежд нежесткого типа. ВСН 46-83. М.: Транспорт, 1985. 157 с.
- Методические рекомендации по проектированию жестких дорожных одежд (взамен ВСН 197-91) / Минтранс России. 2003.
- 11. Проектирование нежестких дорожных одежд. ОДН 218-046-01. М.: ГСДХ Минтранса России, 2001. 146 с.
- 12. МОДН 2-2001. Проектирование нежестких дорожных одежд / СоюзДорНИИ. 2001.
- 13. Кривисский А.М. Принципы назначения конструкций дорожных одежд нежесткого типа на магистральных автомобильных дорогах: Автореф. дисс....докт. техн. наук. Л: ЛИСИ, 1963. 31 с.
- 14. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М.: Изд-во физико-математической литературы, 1960. 242 с.
- 15. ГОСТ 12248-2010. Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости.
- 16. Семенова Т.В., Гордеева С.А., Герцог В.Н. Определение пластических деформаций материалов, используемых в дорожных конструкциях // Вестник ТГАСУ. 2012. №4. С. 249–257.
- 17. СНиП 3.06.03-85 Автомобильные дороги.
- 18. Смирнов А.В., Малышев А.А., Агалаков Ю.А. Механика устойчивости и разрушения дорожных конструкций. Омск: СибАДИ, 1997. 91с.
- 19. Александров А.С. Критерии расчета дорожных конструкций по ровности, допускаемые и предельные неровности // Вестник гражданских инженеров. 2008. №4. С. 97–104.

- 21. Александров А.С., Гордеева С.А., Шпилько Д.Н. О допускаемых и предельных значениях неровностей асфальтобетонных покрытий дорожных одежд жесткого типа // Автомобильная промышленность. 2011. №2. С. 31–35.
- 22. Александров А.С., Александрова Н.П., Семенова Т.В. Критерии проектирования шероховатых асфальтобетонных покрытий из условия обеспечения безопасности движения // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2009. №2. С. 66–73.
- 23. Craig R.F. Soil Mechanics. London-New York: Taylor & Francis, 2004. 447 p.
- 24. Arnold G.K. Rutting of Granular Pavements // Thesis submitted to The University of Nottingham for the degree of Doctor of Philosophy, November 2004. 417 p.
- 25. Литвинский Г.Г. Аналитическая теория прочности горных пород и массивов. Донецк: Изд-во Норд-Пресс, 2008. 207 с.
- 26. Гольденблат И.И., Кнопов В.А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. М.: Машиностроение, 1968. 192 с.
- 27. Сдобырев В.П. Критерий длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов при сложном напряженном состоянии // Известия АН СССР. Механика и машиностроение. 1959. №6. С. 93–99.
- 28. Потапова Л.Б., Ярцев В.П. Механика материалов при сложном напряженном состоянии. Как прогнозируют предельные напряжения? М.: Машиностроение-1, 2005. 244 с.
- 29. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова Думка, 1976. 416 с.
- Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis of limit design // Quarterly of applied mechanics. 1952. Vol. 10. No.2. Pp. 157–165.
- 31. Roscoe K., Schofield A., Wroth C. On the yielding of soils // Geotechnique. 1958. Vol. 8. No.1. Pp. 22-53.
- Roscoe K., Schofield A., Thurairajah A. Yielding of clays in state wetter than critical // Geotechnique. 1963. Vol. 13. No.3. Pp. 211–240.
- 33. Александров А.С., Долгих Г.В., Калинин А.Л. О допускаемых давлениях на грунты земляного полотна и слои дорожной одежды // Наука и техника в дорожной отрасли. 2012. №2. С. 10–13.
- 34. Пузыревский Н.П. Теория напряженности землистых грунтов. Л.: Изд-во ЛИИПС, 1929. 68 с.
- 35. Березанцев В.Г. Расчет прочности оснований сооружений. Ленинград, 1960. 137 с.
- 36. Яромко В.Н. О совершенствовании проектирования дорожных одежд нежесткого типа // Наука и техника в дорожной отрасли. 2008. №2. С. 28–32.
- 37. Баданин А.Н., Бугров А.К., Кротов А.В. Обоснование первой критической нагрузки на зернистую среду супесчаного основания // Инженерно-строительный журнал. 2012. №9. С. 29–34.
- Kent M.F. AASHO road test vehicle operating costs related to gross weight. Highway Research Board Special Report 73. 1962. Pp. 149–165.
- 39. Sharp R.W., Booker J.R. Shakedown of Pavements under Moving Surface Loads // Journal of Transportation Engineering. ASCE. 1984. Vol. 110. No.1. Pp. 1–14.
- 40. Collins I.F., Cliffe P.F. Shakedown in frictional materials under moving surface loads // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 1987. Vol. 11. No.4. Pp. 409–420.
- 41. Collins I.F., Wang A.P., Saunders L.R. Shakedown-Theory and the Design of Unbound Pavements. Australian Road Research Board // Road and Transport Research. 1993. Vol. 2. No.4. Pp. 28–37.
- 42. Александров А.С., Долгих Г.В., Юрьев Д.В. Расчет главных напряжений в слоях дорожных конструкций из дискретных материалов // Транспортное строительство. 2011. №7. С. 17–22.
- 43. Федоровский В.Г., Безволев С.Г. Расчет осадок фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2000. № 4. С. 10–18.
- 44. Александров А.С., Александрова Н.П., Долгих Г.В. Модифицированные модели для расчета главных напряжений в дорожных конструкциях из дискретных материалов // Строительные материалы. 2012. №10. С. 14–17.

Александр Львович Калинин, г. Омск, Россия

Тел. моб.: +7(965)985-85-72; эл. почта: a1exsandr55ne@mail.ru

© Калинин А.Л., 2013

# Расчет сооружений башенного типа на динамические воздействия с учетом податливости свайного фундамента и основания

К.т.н., профессор В.А. Соколов\*; к.т.н., профессор Д.А. Страхов; к.т.н., доцент Л.Н. Синяков, ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

**Ключевые слова:** сооружения башенного типа; свайные фундаменты; основание; податливость сваи; динамические воздействия

При расчете зданий и сооружений учитывается совместная работа этих объектов и грунтового основания [1, 2, 3]. Игнорирование этого учета приводит к весьма искаженным результатам при вычислении усилий в надземной части сооружений, а также не позволяет правильно оценить их перемещения.

Для сооружений башенного типа на свайных фундаментах расчеты выполняются на совместное действие вертикальной и горизонтальной сил и момента. Результаты расчетных и экспериментальных исследований, посвященных совместному действию указанных усилий на сваи и свайные фундаменты сооружений при статических нагрузках, приведены в работах отечественных и иностранных авторов [4–14], при динамических нагрузках – в работах [15–19]. При расчете башен одной из существенно влияющих на работу объекта динамических нагрузок является ветровая, оказывающая также пульсационное и резонансное вихревое действие. Воздействие ветра на сооружения определяется по методикам, приведенным в работах [20–23].

При расчетах стержневых конструкций на свайных фундаментах последние зачастую моделируются жесткой заделкой, при которой отсутствуют все компоненты перемещений в сопряжении стержневых элементов с основанием, или же в расчетной модели допускается только вертикальное перемещение сваи, а остальные возможные компоненты перемещений игнорируются. Кроме того, расчет осложнен наличием свайного ростверка малой жесткости, учет податливости которого также может быть существенен.

При расчете таких сооружений, как башни для размещения оборудования мобильной связи или радиосвязи, моделируемых стержневыми элементами, учет податливости основания не сказывается на величине изгибающих моментов и поперечных сил при действии статической нагрузки. При действии динамической нагрузки (сейсмики, пульсационной составляющей ветровой нагрузки и резонансном вихревом возбуждении) податливость фундамента и основания сказывается на величине самой нагрузки и, соответственно, на усилиях в элементах башни. Значительная часть таких сооружений выполняется на фундаментах с винтовыми сваями.

В связи с этим авторами статьи поставлена научная задача – выполнить расчетнотеоретические исследования и проанализировать работу сооружений башенного типа при динамических нагрузках с учетом податливости свайных фундаментов и основания в зависимости от конструктивных параметров свай. Учет указанных факторов составляет научную новизну выполненного исследования.

Для более обоснованного расчета таких сооружений, как башни, следует учитывать совместную работу конструкций самого сооружения, свайного фундамента и грунтового основания, для чего необходимо определять податливость (жесткость) свай в вертикальном и горизонтальном направлениях.

Согласно приложению 4 СНиП 2.02.03-85 [2] податливость отдельной сваи с уширением (винтовой сваи) в вертикальном направлении может быть определена по формуле:

$$S = 0,22/(G_2d_b) + l/(EA),$$
(1)

где  $G_2$  – модуль сдвига грунта;  $d_b$  – диаметр уширения сваи; l, E, A – соответственно длина, модуль упругости и площадь сечения ствола сваи, а жесткость – по формуле:

$$i = 1/S$$
. (2)

Податливость сваи без уширения в вертикальном направлении также может быть определена в соответствии с формулами приложения 4 [2]. При выполнении расчетов с использованием проектно-вычислительного комплекса SCAD моделирование работы свай в вертикальном направлении может быть выполнено с использованием специального элемента конечной жесткости (элемента №51 в SCAD).

В соответствии с приложением 1 [2] перемещение верха сваи в горизонтальном направлении  $u_0$  и угол поворота  $\psi_0$  (в предположении совпадения отметки головы сваи с уровнем поверхности грунта) могут быть определены по формулам:

$$u_0 = H_0 \varepsilon_{hh} + M_0 \varepsilon_{hm}, \tag{3}$$

$$\psi_0 = H_0 \varepsilon_{mh} + M_0 \varepsilon_{mm}, \tag{4}$$

где  $\varepsilon_{hh}$  и  $\varepsilon_{hm}$  – соответственно горизонтальные перемещения от горизонтальной силы  $H_0$  = 1 и момента  $M_0$  = 1;  $\varepsilon_{mh}$  и  $\varepsilon_{mm}$  – соответственно углы поворота от силы  $H_0$  = 1 и момента  $M_0$  = 1.

Перемещения  $\varepsilon_{hh}$ ,  $\varepsilon_{hm}$ ,  $\varepsilon_{mh}$  и  $\varepsilon_{mm}$  вычисляются по формулам:

$$\varepsilon_{hh} = A_0 / (\alpha_{\varepsilon}^3 El), \tag{5}$$

$$\varepsilon_{hm} = \varepsilon_{mh} = B_0 / (\alpha_{\varepsilon}^2 El), \tag{6}$$

$$\varepsilon_{mm} = C_0 / (\alpha_{\varepsilon} El), \tag{7}$$

в которых *El* – жесткость ствола сваи при изгибе;  $\alpha_{\varepsilon}$ ,  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  – коэффициенты, определяемые по таблицам и формулам приложения 1 [2].

При использовании комплекса SCAD моделирование податливости в горизонтальном направлении и угла поворота с использованием элементов №51 не представляется возможным, так как неизвестно соотношение между  $H_0$  и  $M_0$ .

Однако можно осуществить моделирование работы свай в горизонтальном направлении (учитывающее отпор грунта) посредством использования эквивалентных стержневых элементов, например, консольных стержней, единичные перемещения и углы поворота которых выражаются с помощью обычных формул сопротивления материалов:

$$\varepsilon_{hh} = l^3 / 3B, \tag{8}$$

$$\varepsilon_{hm} = l^2 / 2B, \tag{9}$$

$$\varepsilon_{mm} = l/B. \tag{10}$$

В системе уравнений (8)–(10) перемещения  $\varepsilon_{hh}$ ,  $\varepsilon_{hm}$ ,  $\varepsilon_{mm}$  от единичных сил и моментов определяются по формулам (5)–(7), а длина консольных стержней l и изгибная жесткость B являются неизвестными. Такая система из трех уравнений с двумя неизвестными является «переопределенной». Ее решение возможно лишь с некоторой погрешностью, которая, будучи разнесенной по всем трем уравнениям, мало влияет на окончательные результаты.

В рамках комплекса SCAD жесткостные характеристики консольных стержней могут быть назначены с помощью численного описания. При этом продольная жесткость *EA* определяется в соответствии с формулой (2) независимо от решения системы (8)–(10).

Моделирование податливости свай в горизонтальном направлении и угла поворота можно осуществить и другим способом. В соответствии с приложением В СП 24.13330.2011 [3] допускается применение программ, описывающих механическое взаимодействие балок (свай) и упругого основания. При этом грунт можно рассматривать как упругую среду, характеризуемую коэффициентом постели *С*\_

$$C_z = K z / \gamma_c, \tag{11}$$

где *K* – коэффициент, зависящий от вида грунта, окружающего сваю, и принимаемый по таблице В.1 [3]; *z* – глубина расположения сечения сваи в грунте; γ<sub>c</sub> – коэффициент условий работы (для отдельно стоящей сваи γ<sub>c</sub> = 3).

При использовании комплекса SCAD целесообразно разделить сваи на несколько участков по высоте, назначая  $C_z$  для середины участков посредством опции «назначение коэффициентов упругого основания». При этом податливость в вертикальном направлении также можно моделировать посредством элементов №51, определяя жесткость по формуле (2).

Следует отметить, что результаты расчетов, полученные двумя способами, достаточно близки.

Предложенный подход был реализован при выполнении расчетов строительных конструкций башни, предназначенной для размещения антенн радиоэлектронного оборудования мобильной связи и расположенной в Володарском районе Нижегородской области. Расчеты выполнены в рамках проведения комплексного инженерно-диагностического обследования технического состояния сооружения.

Геометрические размеры башни приняты по чертежам ООО «АРТГОРОДЕЦ». Высота башни составляет около 47 м. Ствол башни выполнен из круглых электросварных труб по ГОСТ 10704-91. Наружный диаметр труб изменяется ступенчато от 1420 мм в нижней части башни до 325 мм в верхней части, а толщина стенки – соответственно от 12 до 8 мм.

Диаметр, количество и расстановка винтовых свай, а также характеристики грунтов, необходимые для расчета системы «башня – свайный фундамент – грунтовое основание» приняты по проектной документации ООО «Сириус». Конструкция свайного ростверка принята по проекту ООО «ПКФ «Стройреконструкция».

В соответствии с проектом свайный фундамент с низким ростверком состоит из шести свай, расположенных в вершинах вписанного в окружность радиусом 2,5 м правильного шестиугольника, и одной сваи в центре окружности. Для свай, имеющих достаточно большой диаметр (в данном случае 530 мм) и работающих в составе куста, в целях учета их взаимодействия коэффициент *К* в формуле (11) умножается на коэффициент *а*<sub>i</sub>, определяемый по формуле (В.5) [3].

Расчеты строительных конструкций башни при действии ветровых нагрузок выполнены в соответствии с СП 20.13330.2011 «Нагрузки и воздействия» [20] с учетом статической и динамической составляющих и резонансного вихревого возбуждения (резонансных колебаний в поперечном направлении).

Серия расчетов осуществлена с использованием проектно-вычислительного комплекса SCAD. Конструктивные элементы ствола самой башни и свайного ростверка моделировались стержневыми конечными элементами с соответствующими длиной и размерами поперечного сечения.

В результате расчета башни с приведенными выше характеристиками установлено, что при резонансном вихревом возбуждении прочность ствола башни может быть не обеспечена, вследствие чего было предложено установить гасители колебаний.

### Заключение

На основании выполненных расчетных исследований и их анализа получены научные закономерности относительно учета влияния податливости свайного фундамента и основания, сформулированные в следующих выводах.

1. Для винтовых свай (свай с уширением) наиболее существенное влияние на результаты расчета оказывает диаметр уширения (диаметр лопасти). Так, при увеличении диаметра уширения с 350 мм до 650 мм период собственных колебаний по первой форме уменьшается примерно на 13%, максимальное горизонтальное перемещение башни – на 20%, относительная разность осадок свайного ростверка – на 35%. Влияние на изгибающие моменты в поперечных сечениях башни менее значительно; например, максимальный момент от пульсационной составляющей ветровой нагрузки уменьшается лишь на 3,5%.

2. Влияние изменения диаметра ствола винтовых свай или их длины сказывается на величине перечисленных выше параметров расчета в значительно меньшей степени, что неудивительно, так как эти характеристики винтовых свай не входят в первую часть формулы (1) для определения их вертикальной податливости.

3. Для забивных свай (свай без уширения) влияние изменения диаметра ствола более существенно, чем для винтовых. Так, например, при увеличении диаметра свай с 219 мм до 530 мм наибольшее горизонтальное перемещение башни снижается приблизительно на 10–12%.

4. Влияние податливости свай в вертикальном направлении намного более существенно, чем влияние податливости в горизонтальном направлении как для свай с уширением, так и без уширения.

5. Учет влияния податливости свай является весьма существенным. Так, если не учитывать податливость и считать башню жестко защемленной в основании, то в результате расчета период собственных колебаний и максимальное перемещение башни оказываются на 25% меньше, чем даже при весьма жестких сваях, но при учете их податливости.

Приведенную выше методику расчетов предлагается использовать для диагностики состояния конструкций сооружений подобного типа и обоснованного определения диагностических признаков, связанных с проведением поверочных расчетов.

#### Литература

- 1. СП 22.13330.2011. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83<sup>•</sup>. М., 2011.
- 2. СНиП 2.02.03-85. Свайные фундаменты. М., 1995.
- 3. СП 24.13330.2011. Свайные фундаменты. Актуализированная редакция СНиП 2.02.03-85. М., 2011.
- 4. Саргсян А.Е., Геращенко В.С., Шапошников Н.Н. Расчетная модель свайных фундаментов с учетом эффекта их взаимодействия с грунтовой средой // Вестник МГСУ. 2012. №4. С. 69–72.
- 5. Уткин М.М., Махнатов С.А., Скворцов С.Я. Проблемы расчета свай на совместное действие вертикальной и горизонтальной сил и момента // Приволжский научный журнал . 2012. №2. С. 63– 68.
- Бахолдин Б.В., Труфанова Е.В. Корректировка существующих методик оценки сопротивления свай горизонтальным нагрузкам // Труды международной конференции по геотехнике «Геотехнические проблемы мегаполисов». М.: НИИОСП, ПИ «Геореконструкция», 2010. Том 4. С. 1325–1330.
- 7. Бахолдин Б.В., Ястребов П.И., Труфанова Е.В. Прогноз сопротивления свай при их нагружении горизонтальной нагрузкой. Сборник научных трудов НИИОСП. М.: ЭСТ, 2006. С. 119–125.
- Самородов А.В., Лучковский И.Я., Евель С.М. Несущая способность свай на сочетание выдергивающих и горизонтальных нагрузок // Труды международной конференции по геотехнике «Геотехнические проблемы мегаполисов» Том 4. М.: НИИОСП, ПИ «Геореконструкция», 2010. С. 1344–1347.
- 9. Барвашов В.А. О рекомендациях по расчету осадок в актуализированных нормативных документах по основаниям зданий и сооружений и свайным фундаментам. Критический анализ и предложения // Инженерные изыскания. 2011. №9. С. 10–21.

- 10. Труфанова Е.В., Ястребов П.И. Экспериментальное исследование воздействия горизонтально нагруженной сваи на окружающий массив грунта // Инженерные изыскания. 2012. №10. С. 48–53.
- 11. Заикин И.В., Носков И.В., Коробова О.А. Исследование работы многовитковых винтовых свай и грунтов основания на совместное действие горизонтальных сил и изгибающих моментов // Ползуновский вестник. 2012. №1–2. С.65–69.
- 12. Купчикова Н.В. Методика расчета свай с уширениями, основанная на свойствах изображений Фурье финитных функций // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №8. С. 24–26.
- Cairo R., Conte E. Settlement analysis of pile groups in layered soils // Canadian Geotechnical Journal. 2006. Vol. 43(8). Pp. 788–801.
- Premalatha K., Panneerselvam J., Srilakshmi M. Interachion studies on axially loaded piles and pile groups // Proceedings of the International Geotechnical Conference, Saint Petersburg – Moscow, 2005. Vol. 1. Pp. 259–263.
- 15. Столяров В.Г. Остаточные сейсмические смещения грунта, горизонтальные воздействия на здание, сейсмостойкие свайные фундаменты // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2006. №3. С. 70–74.
- Boulanger R.W., Curras C.J., Kutter B.L., Wilson D.W., Abghari A. Seismic soil-pile-structure interaction: experiments and analyses // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. Vol. 125. Issue 9. Pp. 750–759.
- 17. Nicolaou S., Mylonakis G., Gazetas G., Tazoh T. Kinematic pile bending during earth-quakes: analysis and field measurements // Geotechnique. 2001. Vol. 51. Issue 5. Pp. 425–440.
- Brandl H. Cyclic preloading of piles and box-shaped deep foundations // Proceedings of the International Geotechnical Conference. Moscow, 2010. Vol. 1. Pp.3–28.
- Maugeri M., Motta E., Raciti E. Kinematic interaction for piles embedded in soils with a shear modulus increasing with depth // Proceedings of the International Geotechnical Conference. Moscow, 2010. Vol. 3. Pp. 895–902.
- 20. СП 20. 13330. 2011. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85\*. М., 2011.
- 21. Гордеев В.Н. [и др.] Нагрузки и воздействия на здания и сооружения. Киев: Сталь, 2005. 478 с.
- 22. Бирбраер А.Н. Динамика зданий и сооружений. Воздействие ветра на сооружения. Учебное пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. 113 с.
- 23. Симиу Э., Сканлан Р. Воздействие ветра на сооружения. М.: Стройиздат, 1984. 360 с.

\*Владимир Алексеевич Соколов, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(921)878-83-99; эл. почта: sva0808@rambler.ru

© Соколов В.А., Страхов Д.А., Синяков Л.Н., 2013

# Повышение устойчивости оснований мобильных дамб для инженерной защиты зданий от затопления

#### К.т.н., профессор Д.В. Кашарин\*; аспирант Тхай Тьи Тхи Ким, ФГБОУ ВПО «Южно-Российсикий государственный технический университет (Новочеркасский Политехнический Институт)»

**Ключевые слова:** устойчивость оснований; инженерная защита; мобильные дамбы; защита от затопления; биопозитивные конструкции

В связи с изменением климатических условий, а также из-за хозяйственной деятельности на водосборе в Российской Федерации увеличивается площадь территорий, подвергающихся регулярному затоплению. На них расположено более трехсот городов, десятки тысяч малых населенных пунктов. При этом на затапливаемых территориях имеет место просадка и деформация оснований зданий и может произойти их полное или частичное разрушение [1, 2].

Одним из широко используемых методов инженерной защиты от затопления являются дамбы обвалования затапливаемые и незатапливаемые. За период с 2008 по– 2011 гг. было построено более 400 км дамб обвалования; планируется строительство еще 2000 км, что с учетом нескольких десятков тысяч километров уже существующих дамб позволяет отнести их к самым распространенным и протяженным гидротехническим сооружениям [1, 3, 4].

В настоящее время известны разработанные под руководством проф. Н.В. Арефьева методы оптимизации инженерной защиты земель от затопления и подтопления с помощью грунтовых дамб обвалования. Эти методы основаны на современных подходах к оценке эффективности проектов, которые позволяют определять оптимальное размещение и параметры данных сооружений с использованием геоинформационных систем и анализа предотвращаемых ущербов [5].

Однако снижение объемов эксплуатационных и профилактических мероприятий, нарушение режима использования водных объектов, изменение их гидрологических режимов, а также просадка неоднородных и зачастую слабых грунтов оснований протяженных дамб обвалования, существующих линейно, привело к значительному ухудшению их технического состояния. Кроме того, строительство новых грунтовых дамб обвалования и реконструкция традиционных приводит к уменьшению полезных площадей (особенно на слабых биогенных грунтах и в условиях стесненной застройки). Возникает необходимость усиления основания сооружений с использованием тяжелой строительной техники, что ведет к значительным экономическим затратам и нарушению современных требований к экологической инфраструктуре [6, 7].

В данных условиях использование биопозитивных конструкций из композитных материалов, обладающих таким качеством как мобильность и позволяющих обеспечивать ремонт существующих дамб обвалования, увеличение их высоты, а также локальную защиту зданий в периоды половодий и паводков, является актуальным [7].

Мобильные гидротехнические сооружения из композитных материалов – это конструкции, состоящие из замкнутых и незамкнутых оболочек (или их сочетаний), выполняемых из высокопрочных композитных материалов (например, резинотканевых, резинокордовых и более современных поливинилхлоридных с основой из арамида и кевлара и т. п.), воспринимающих нагрузки при воздействии воды или грунта. В зависимости от протяженности наполнение дамбы при высоте 0,4 м и длине 5 м составляет 3 минуты, а при высоте 3 м и длине 60 м – 180 минут, что особенно важно при возведении дамбы в условиях чрезвычайной ситуации [8–10].

Опыт возведения данных сооружений в нашей стране пока незначителен, поэтому необходимо обобщить имеющиеся расчетные положения, разработать методы их проектирования и создать новые технические решения [3, 10].

Кашарин Д.В., Тхай Тьи Тхи Ким. Повышение устойчивости оснований мобильных дамб для инженерной защиты зданий от затопления

В отечественной практике строительства использовались в основном однослойные и двухслойные материалы, обеспечивающие создание напора до 2,5...3 м. Оболочки из данных материалов относятся к тонким, т. е. отношения толщины оболочки h к наименьшему радиусу кривизны R их срединной поверхности не превышает 0,05 [11–13].

Данные оболочки являются безмоментными при соблюдении следующих критериев, предложенных отечественными учеными:

• профессором В.Э. Магула [14]:

$$\frac{f^2}{(1+4\cdot f^2)\cdot(1-v^2)}\cdot\frac{E}{p}\cdot\left(\frac{h}{l}\right)^2 << 0.003 (\le 0.015),$$
(1)

где E – модуль Юнга; v – коэффициент Пуассона; h – толщина оболочки; l – пролет оболочки в плоскости изгиба; f = F / l – относительная стрела прогиба оболочки от нагрузки F;

М.Б. Розенталем [12] – при следующем соотношении растягивающего напряжения σ<sub>p</sub> и изгибающего напряжения σ<sub>μ</sub>

$$\sigma_{\rm p} \ge 12, 3\sigma_{\rm u}; \tag{2}$$

• профессором В.А. Волосухиным [13] для однослойных и двухслойных оболочек критерий был определен как:

$$\frac{D}{C_p \cdot L^2} \approx 1.10^{-10} \dots 1.10,$$
(3)

где  $D = \frac{E_{\mu} \cdot h^3}{12 \cdot (1 - v^2)}$ ,  $C_p = \frac{E_p \cdot h}{1 - v^2}$  – соответственно цилиндрическая жесткость оболочки на

изгиб и растяжение, Н, м; *L* – характерный линейный размер (периметр в поперечном сечении) оболочки, м.

Также по характеристикам выделяют ткани мягкие и гибкие. Для мягких оболочек должны выполняться критерии безопасности изгибов и легкости образования складок [3, 14].

Критерий безопасности изгибов оболочки можно определить по следующей зависимости [14]:

$$\frac{E}{\left(1-v^{2}\right)\left[\sigma_{\mu}\right]} \leq 2 \cdot \frac{R}{h} \left(\leq 2\right), \tag{4}$$

где  $\left[\sigma_{_{H}}\right]$  – допустимое напряжение в эластичных слоях при изгибе.

Критерий легкости образования складок [11]:

$$\frac{Eh}{\left(1-v^{2}\right)\left[N\right]_{p}} \leq \left(\frac{l^{2}}{h}\right) (\leq 2),$$
(5)

где  $\left[N\right]_{\rm p}$  – допустимые погонные усилия для материала оболочки.

Для гибких оболочек все приведенные выше критерии безмоментности (1)–(3) соблюдаются. Основным отличием гибких оболочек от мягких является способность сохранять форму при снятии нагрузки, а также для них не выполняются критерии безопасности изгибов (4) легкости складкообразования (5).

Одними из самых важных характеристик материалов данных оболочек являются модуль Юнга E и толщина h.

В связи с этим для определения гидравлических условий работы водоподпорных оболочек необходим их предварительный статический расчет, который приведен ниже.

Сложность статического расчета мягких оболочек для гидротехнических конструкций состоит в том, что зависимости, описывающие гидродинамические нагрузки и функции, отражающие форму поверхности оболочки и ее напряженно-деформированное состояние, взаимосвязаны неявно. В связи с этим Б.И. Сергеевым было предложено аппроксимировать нагрузку на мягкую оболочку системой линейных функций на расчетных участках, что позволяет с удовлетворительной точностью определить ее форму [8].

Так как для безмоментной оболочки растягивающие усилия значительно выше сдвигающих, ими можно пренебречь (как и весом оболочки), тогда линейную зависимость отношения давления на *i*-м участке  $p_i$  к нормальному погонному усилию N можно представить в следующем виде:

$$\frac{p_i}{N} = 2a_i z + b_i \quad , \tag{6}$$

где *a<sub>i</sub>* и *b<sub>i</sub>* – коэффициенты нагрузки на *i*-м участке, которые определяются в зависимости от сочетания нагрузок и разности внутреннего и внешнего давления; *z* – ордината.

Рассмотрим аналитический метод расчета оболочки. Данный метод основан на определении поперечного очертания оболочки с помощью эластиков Эйлера, которые в системе координат  $\xi O\eta$  записываются в виде функции от двух параметров  $\psi$  и  $k^2$  [3]:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}; \ \eta = E(\psi, k) - (1 - 0, 5k^2) F(\psi, k),$$
(7)

где  $\xi = \frac{z}{f}$ ;  $\eta = \frac{x}{f}$ ;  $\phi = 2\psi$ ; f – расстояние наиболее удаленной точки упругой линии от

свободной поверхности жидкости (плоскости гидростатического напора);  $F(\psi, k)$  – нормальный эллиптический интеграл Лежандра первого рода (неполный);  $E(\psi, k)$  – нормальный эллиптический интеграл Лежандра второго рода (неполный);

$$z_{\min}_{\max} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(C_i + 1)}}{2a}.$$
 (8)

Используя формулы (8) и (7), получаем следующее выражение:

$$\sqrt{b^2 - 4a(C_1 + \cos\phi)} = 2az + b = \frac{p(z)}{N}.$$
 (9)

Следовательно,

$$p(z) = N\sqrt{b^2 - 4a(C_1 + \cos\phi)}$$
 (10)

Производим интегрирование выражения (10):

$$\int_{z_{\min}}^{z_{\max}} p(z) dz = \int_{0}^{\pi} N \sin \varphi d\varphi = -\cos \varphi \int_{0}^{\pi} N = 2N.$$

Тогда погонное натяжение можно определить как

$$N = \frac{1}{2} \int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} p(z) dz \; .$$

Расчет проводится для каждого *i*-го участка. Также с учетом начальных условий определяют постоянные интегрирования *C<sub>i</sub>*. Последующая постоянная интегрирования *C<sub>i+1</sub>* определяется абсциссой точки предыдущего участка [8].

С учетом z = 0 и  $\phi = \phi_0$  в начале координат имеем  $C_i = \mp \cos \phi_0$ . Тогда для двух соседних участков соблюдается условие [3]:

$$\begin{cases} \mp a_i z^2 \mp b_i z \pm C_i = -\cos\varphi_i \\ \pm a_i z^2 \pm b_i z \mp C_i = \cos\varphi_i \end{cases}$$

Постоянная интегрирования для последующего участка окончательно определяется по зависимости:

$$C_{i+1} = C_i \mp (a_i \pm a_{i+1}) z^2 \pm (b_i \mp b_{i+1}) z , \qquad (11)$$

где *z* – граничные точки *i*-х участков.

По аналогии записывается уравнение для двух соседних участков кривой. Существует более простой метод автоматизированного расчета [3].

Определяется погонное усилие для *i*-го участка оболочки через шаг  $\Delta z_i$  по ее высоте z:

$$N_i = \frac{p_0 \cdot \sum \Delta z_i}{2} + \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot g \cdot \sum_i \Delta z_i^2 , \qquad (12)$$

где <sub>р</sub> – плотность воды, кг/м<sup>3</sup>.

Рассчитываются коэффициенты нагрузки по зависимостям:

$$a_i = \frac{-\rho \cdot g}{2 \cdot N_i}; \ b_i = \frac{p_0}{N_i},$$

где  $p_0$  – внутреннее давление в оболочке.

Затем в соответствии с формулами (6) и (12) определяем радиус на каждом *i*-м участке по следующей формуле:

$$R_i = \frac{1}{2 \cdot a_i \cdot \sum \Delta z_i + b} \,. \tag{13}$$

На рис. 1 представлены зависимости очертания мягкой оболочки от внутреннего давления *p*<sub>0</sub>, построенного по зависимостям (12) и (13) [3].





Наиболее важный вопрос – это обеспечение устойчивости мягкой оболочки под действием внешней нагрузки гидростатического давления (рис. 2).

Теоретические исследования по величине прилегания оболочки к основанию В на основе аналитического метода по зависимостям (7)–(10) были проведены Намиасом в 1985 г. и усовершенствованы английскими учеными Плаутом и Сухерманом в 1997 г. [17–21]. Схема дамбы показана на рис. 2. При этом учитывалось, что оболочка устанавливается на жестком горизонтальном основании, она нерастяжимая, невесомая и наполняется несжимаемой жидкостью.



Рисунок 2. Расчетная схема водонаполняемой дамбы под действием гидростатического и фильтрационного давления

Введем обозначения: *W* – ширина водонаполняемой оболочки; *L* – периметр оболочки, тогда относительные прилегание оболочки к основанию и ее ширину можно представить как

$$b = \frac{B}{L}, \tag{14}$$

$$w = \frac{W}{L} \,. \tag{15}$$

Величины относительной ширины прилегания к основанию *b* и ширины оболочки *w* определяются в работе Плаута и Сухермана [17] в зависимости от модуля эллиптического интеграла k, который находят по следующей зависимости:

$$k = \frac{2\sqrt{N}}{p_{\rm gH}} \quad , \tag{16}$$

где  $p_{_{\rm TH}}$  – относительное давление оболочки дамбы на основание.

Тогда относительные длина (14) и прилегание оболочки (15) с учетом зависимости (16) определяются по формулам:

$$b = 1 - 2k\sqrt{N}K(k), \qquad (17)$$

где K(k) – полный нормальный эллиптический интеграл Лежандра первого рода,

$$w = b + 2\left[E\left(\frac{\pi}{4}, k\right) - \left(1 - \frac{k^2}{2}\right)F\left(\frac{\pi}{4}, k\right)\right]p_{\rm AH}.$$
(18)

Для практических расчетов приближенных значений зависимости (16)–(18) были упрощены Плаутом и Сухерманом для различных диапазонов относительного давления  $p_{_{\rm IH}}$ :

$$k^{2} \cong \frac{2}{\pi p_{_{\mathcal{H}}}} - \frac{3}{2\pi^{2} p_{_{\mathcal{H}}}^{2}} + \frac{3}{8\pi^{3} p_{_{\mathcal{H}}}^{3}} \qquad (\text{при } p_{_{\mathcal{H}}} > 0,35), \tag{19}$$

$$k^2 \cong 1 - 16 \exp\left[-\frac{1}{p_{_{\mathrm{ZH}}}} - 2\right]$$
 (при  $p_{_{\mathrm{ZH}}} \le 0,35$ ). (20)

Тогда с учетом уравнений (19) и (20) зависимости для расчета длины и прилегания оболочки без использования эллиптических интегралов представлены в следующем виде [17]:

$$b \cong 1 - \pi k \sqrt{t} \left( 1 + \frac{k^2}{4} + \frac{9}{64} k^4 + \frac{225}{2304} k^6 \right),$$
(21)

$$w \cong \frac{1}{2} p_{\rm AH} k^2 \left[ 2 + \frac{k^2}{16} (12 - \pi) + \frac{3k^4}{64} (12 - \pi) \right] \quad .$$
 (22)

В 2003 г. Мееок Ким на основе формул (21) и (22) произвел корректировку и получил зависимость [22]:

$$w \simeq \frac{1}{2} p_{\rm AH} k^2 \left[ 2 + \frac{k^2}{16} (12 - \pi) + \frac{3k^4}{64} (12 - \pi) \right].$$
(23)

Нами были проведены расчеты относительной ширины прилегания оболочки при различных значениях относительного давления  $p_{_{\rm ZH}} / \gamma L$  в диапазоне от 0 до 2,2 и высоты оболочки от 1 до 4 м с использованием всех приведенных выше методов расчета и зависимостей (6)–(23). Нами были построены следующие зависимости относительной ширины w, относительного прилегания оболочки к основанию *b*, а также отношения между прилеганием и шириной от относительного давления на основании дамбы (рис. 3–5) [10].

Из графиков зависимостей (рис. 3–5) можно сделать вывод, что начиная с относительного давления 0,9 все зависимости в пределах допустимых погрешностей дают сходные результаты за исключением зависимости относительной ширины от относительного давления по формуле Плаута и Сухермана (20) (рис. 3). В связи с этим с приемлемой погрешностью можно применять при расчете безмоментных водонаполняемых оболочек графические и аналитические методы, а также зависимость, полученную Мееок Ким (23).

Однако устойчивость такой оболочки (рис. 2) незначительна, и требуется большая ширина дамбы при небольшом создаваемом напоре, также может наблюдаться эффект «скручивания» оболочки при ее значительной длине.



# Рисунок 3. График относительной ширины оболочки в зависимости от относительного давления на основание



Рисунок 4. График отношения прилегания к ширине оболочки в зависимости от относительного давления на основание



Рисунок 5. График относительного прилегания оболочки в зависимости от относительного давления на основание

Рассмотрим устойчивость мобильной дамбы (рис. 2) на сдвиг и опрокидывание при глубине в верхнем бьефе, равной высоте оболочки  $h_{\rm R,6} = P_{\rm R}$ .

Данное условие получается из анализа моментов удерживающих сил  $M_{R}$  и опрокидывающих сил  $M_{onp}$ . Определяем момент сил сопротивления и момент опрокидывания по формулам соответственно:

$$M_R = \frac{\rho \cdot g \cdot h_{\text{B.5.}}}{4} B^2 , \qquad (24)$$

$$M_{\rm onp} = \frac{\rho g h_{\rm B.G.}^{3}}{6} \,. \tag{25}$$

Ширина оболочки, прилегающей к основанию, определяется исходя из следующего условия [3]:

$$\frac{M_R}{M_{onp}} > \gamma_n \quad , \tag{26}$$

где  $\gamma_n$  – коэффициент надежности по степени ответственности сооружения, принимаемый  $\gamma_n = 1,1$  для сооружений IV класса.

Тогда для обеспечения устойчивости сооружения, как следует из уравнений (24)–(26), необходимо выполнение следующего условия:

$$B > 1,168 \cdot h_{\rm pc}$$

Данный показатель превышает относительную ширину, определяемую по приведенным выше зависимостям.

Условия устойчивости на сдвиг в рассматриваемом случае определяются в соответствии со следующим условием:

$$R = f \cdot \left( G - W_{\phi} \right),$$

где G – вес водонаполняемой оболочки ( $G = \rho g S l$ , где S – площадь поперечного сечения водонаполняемой оболочки; l – длина водоподпорной оболочки;  $W_{\phi}$  – сила фильтрационного давления:

$$W_{\phi} = \frac{1}{2} \rho g B l h_{\text{B.G.}}$$

Сдвигающая сила определяется по следующему выражению:

$$F=\frac{1}{2}\rho g l h_{\rm B.6.}^{2}.$$

Тогда условия устойчивости определяем по следующей зависимости:

$$\frac{R}{F} = 2f\left(\frac{S}{h_{\rm B,G}} + \frac{B}{h_{\rm B,G}}\right).$$
(27)

В настоящее время нами разработана система мобильных гибких дамб (проводится экспертиза по существу заявки на изобретение), обеспечивающая прилегание основания мобильных дамб к грунту основания без предварительной его подготовки за счет гибкого флютбета с системой анкеров и уплотнений, обеспечивающих устойчивость дамбы на сдвиг.

Для обеспечения устойчивости дамбы к скручиванию предусматривается использование многооболочковой дамбы из неоднородного по периметру композитного материала. В этом случае более перспективно для расчета данных конструкций использовать дискретные методы.

#### Выводы

 В результате теоретического анализа существующих расчетных положений определены методы для расчета условий работы и ширины прилегания безмоментной водонаполняемой оболочки к горизонтальной плоскости при относительном давлении p<sub>лн</sub> / γL менее 0,22.

 Авторами обоснованы условия (27) для определения допустимой ширины прилегания мягкой безмоментной оболочки в зависимости от внешних воздействий и величины коэффициента трения оболочки о грунт основания.

 Обоснованы требования к созданию новых биопозитивных конструкций мобильной гибкой дамбы, возводимой без применения тяжелой строительной техники для защиты зданий от затопления в чрезвычайных ситуациях, в том числе на слабых биогенных грунтах.

#### Литература

- Концепция Федеральной целевой программы «Снижение рисков и смягчение последствий чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в Российской Федерации до 2015 года». Утв. расп. правительства Российской Федерации от 29.03. 2011 г. № 534-р [Электронный ресурс]. URL: http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/2074290/#review (дата обращения: 01.02.2013).
- Кашарин Д.В. Обоснование конструкций мобильных дамб для защиты зданий и сооружений от затопления // Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций: материалы XVII науч.-метод. конф. ВИТУ (21 марта 2013 г.). Санкт-Петербург, 2013. С. 32–38.
- 3. СНиП 2.06.15-85. Инженерная защита территории от затопления и подтопления. М.: Стройиздат, 1985. 25 с.
- Арефьев Н.В., Беллендир Е.Н., Иванов Т.С. Оптимизация инженерной защиты земель при создании водохранилищ с помощью дамб обвалования // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2011. №261. С. 99–103.
- 5. Кашарин Д.В. Защитные инженерные сооружения из композитных материалов в водохозяйственном строительстве: монография. Новочеркасск: ЮРГТУ, 2012. 343 с.
- Кашарин Д.В. Методы расчета грунтоармированных флютбетов мобильных сооружений на слабых грунтах // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2011. Т. 264. С. 43–55.
- 7. Кашарина Т.П. Мягкие гидросооружения на малых реках и каналах. М.: Мелиорация и водное хозяйство, 1997. 56 с.
- Кашарин Д.В. Оптимизация выбора и обоснование параметров мобильных сооружений инженерной защиты из композитных материалов на водосборе // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2010. №260. С. 50–60.
- 9. Кашарин Д.В. Оценка надежности облегченных гидротехнических конструкций из композитных материалов // Гидротехническое строительство. 2009. №6. С. 22–29.
- 10. Кашарин Д.В., Тхай Тхи Ким Тьи Мероприятия по защите территорий от затопления с применением мобильных сооружений // Технологии очистки воды «ТЕХНОВОД-2012» : материалы VII Междунар. науч.-практ. конф., г. Санкт-Петербург, 18–21 апреля 2012 г. Новочеркасск: Лик, 2012. С. 171–178.
- 11. Волков И.М., Кононенко П.Ф., Федичкин И.К. [и др.] Проектирование гидротехнических сооружений. М.: Колос, 1977. 384 с.
- 12. Сергеев Б.И., Степанов П.М., Шумаков Б.Б. Мягкие конструкции новый вид гидротехнических сооружений. М.: Колос, 1971. 88 с.
- 13. Затворницкий О.Г. Конструкции из мягких оболочек в гидротехническом строительстве. М.: Энергия, 1975. 143 с.
- 14. Магула В.Э. Судовые эластичные конструкции. Л.: Судостроение, 1978. 263 с.
- 15. Розенталь М.Б. О подушечных оконечностях цилиндрических оболочек // V Дальневосточный семинар по мягким оболочкам. 1976. Выпуск 33. С. 191–200.
- Волосухин В.А., Кузнецов В.А. Основы расчета тканевых сооружений мелиоративных систем: монография. Новочеркасск: НГМА, 2001. 266 с.
- Plaut R.H., Suherman S. Two-dimensional analysis of geosynthetic tubes // Acta Mechanica. 1998. Vol. 129. P. 207.
- Chanson H. Some hydraulics aspects during overflow above inflatable flexible membrane dam. Report CH47/96 / Dept. of Civil Engineering, University of Queensland. Australia, 1996. P. 58.
- 19. Chanson H., Montes J.S. Overflow characteristics of circular weirs: Effects of inflow conditions // Journal of Irrigation and Drainage Engineering. 1998. Vol. 124. No.3. Pp. 152–162.
- 20. Chu J., Guo W., Yan S.W. Geosynthetic tubes and geosynthetic mats: Analyses and applications // Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA. 2011. Vol. 42. No.1. P. 3.
- 21. Freeman M. Experiments and analysis of water-filled tubes used as temporary flood barriers. Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002. P. 56.
- 22. Meook Kim. Two-dimensional analysis of four types ò water-filled geomembrane tubes as temporary flood-fighting devices. Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003. P. 36.

\*Денис Владимирович Кашарин, г. Новочеркасск, Россия Тел. раб.: +7(8635)22-334; эл. почта: dendvk1@mail.ru

© Кашарин Д.В., Тхай Тьи Тхи Ким, 2013

# Пропускная способность промывного тракта водозаборного сооружения для деривационных ГЭС в зимнем режиме эксплуатации

Д.т.н., профессор Н.П. Лавров; аспирант А.В. Шипилов\*, ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»; к.т.н., доцент Г.И. Логинов, ГОУ ВПО «Кыргызско-Российский Славянский университет»

**Ключевые слова**: водозаборное сооружение; промывной тракт; физическое моделирование; пропускная способность; шуга; зимний водозабор

Сегодня одним из важнейших направлений энергетической политики России является переход от традиционной модели развития единой энергетической системы с преобладанием крупных источников генерации к согласованной работе объектов большой и малой гидроэнергетики в регионах РФ [1]. В рамках указанного направления энергетической политики актуальной задачей является разработка и исследование современных конструкций водозаборных сооружений для малых деривационных ГЭС на горных реках.

В данной статье приведены результаты физического моделирования процессов зимнего режима эксплуатации водозаборного сооружения деривационной ГЭС (ВСДГ), построенного в 2008 г. на реке Иссык-Ата (Киргизская Республика, Чуйская область).

Изучением кинематической структуры горных потоков, в том числе на участках водозабора, занимались исследователи G. Zolezzi, R. Repetto, M. Tubino, V. Nikora, M. Toropov и др. [2–4]. Однако эти исследования затрагивали проблему пропускной способности регулируемых участков речных русел преимущественно в теплое время года.

Исследования пропускной способности промывного тракта ВСДГ, авторами конструкции которого являются Н.П. Лавров и Г.И. Логинов, частично были проведены ранее, и их результаты представлены в монографии [5]. Необходимость дальнейших исследований зимнего режима работы данного сооружения вызвана шуго-ледовыми затруднениями в зиму 2008–2009 гг., повлекшими за собой остановку сооружения и Иссык-Атинской деривационной ГЭС на 14 дней.

Одной из задач исследования было определение пропускной способности элементов промывного тракта ВСДГ как для чистой воды, так и для двухфазного потока (вода+шуга). Большинство работ, посвященных вопросам движения двухфазных потоков, затрагивают вопросы их математического моделирования при напорных течениях [6, 7]. Фрагменты описания движения безнапорного двухфазного потока (вода+шуга) авторам удалось найти лишь в работе [8]. Работ по исследованию зимнего режима водозаборных сооружений на данный момент также крайне мало [9]. Описаний исследования пропускной способности водосливов, являющихся основным препятствием при пропуске двухфазного потока на водозаборных сооружениях в зимний период эксплуатации, авторам обнаружить не удалось.

Рассматриваемые экспериментальные исследования пропускной способности отверстий промывного тракта ВСДГ производилось в 2012 г. на модельной русловой установке Кыргызско-Российского Славянского Университета в масштабе 1:20. Исследуемый промывной тракт ВСДГ представляет собой канал между наносозащитным порогом и речным пролетом, в концевой части которого устроено боковое придонное отверстие зимнего водозабора, а в торцевой части тракта расположен сдвоенный затвор для сброса шуги. Физическое моделирование производилось по критерию гравитационного подобия Фруда с соблюдением автомодельности по критерию Рейнольдса. Подробное описание конструкции ВСДГ приведено в монографии [5], а вид водозаборного сооружения и его модели представлен на рисунке 1.

Гидравлическое моделирование шуги было выполнено с использованием частиц полиэтилена, как материала, близкого по плотности ко льду, по методике, предложенной А.Б. Векслером и З.И. Генкиным [10]. Нормированная подача шуги в речной поток в соответствии с имеющимися данными Г.И. Логинова о концентрации шуги в реке Иссык-Ата осуществлялась с помощью специального дозатора сыпучих фракций [5].

Средний диаметр частиц шуги в натуре принимался по данным Г.И. Логинова равным 1.5 см, что соответствует достаточно развитой форме шуги и при пересчете на модель с выполнением условий кинематического подобия гидравлической крупности дает диаметр 2 мм.



а

б

# Рисунок 1. Вид с верхнего бьефа водозаборного сооружения для деривационных ГЭС (а) и модели ВСДГ в масштабе 1:20 (б)

Расходы воды, протекающей из-под полотнища или через гребень затворов, определялись с помощью мерных водосливов Томсона с контролем объемным методом.

В ходе исследования были определены расходные характеристики затвора зимнего водозабора, сдвоенного затвора промывного тракта и промывного тракта в целом, как при пропуске чистой воды, так и для двухфазного потока (вода+шуга). Вид струи при переливе через сдвоенный затвор промывного тракта (а) и вид затвора зимнего водозабора (б) на модели представлены на рисунке 2.



Рисунок 2. Вид струи, переливающейся через сдвоенный затвор промывного тракта, (а) и вид истечения из-под плоского затвора зимнего водозабора (б) на модели

Величины измеренных расходов и результаты их статистической обработки в виде кривых, построенных по данным статистической модели, приведены на рисунках 3, 4 и 5.

a) <u>Q</u> 36 Q агр Напор над гребнем сдвоенного затвора промывного тракта 2.0 h = 0- модель • эксперимент  $h = 0.09 H_{p}$ 1.5 – модель эксперимент  $h = 0.22 H_{p}$ 1.0 модель эксперимент Δ  $h = 0.35 H_{p}$ — · — · модель 0.5 эксперимент ×  $h = 0.43 H_{p}$ модель o эксперимент 0.0 a 0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6  $\overline{H_p}$ б)



Рисунок 3. Расходные характеристики истечения из-под затвора зимнего водозабора при различном заглублении сдвоенного затвора промывного тракта и концентрации шуги



Рисунок 4. Расходные характеристики истечения через гребень сдвоенного затвора промывного тракта при различных открытиях затвора зимнего водозабора и концентрациях шуги

Лавров Н.П., Шипилов А.В., Логинов Г.И. Пропускная способность промывного тракта водозаборного сооружения для деривационных ГЭС в зимнем режиме эксплуатации



Рисунок 5. Расходные характеристики сдвоенного затвора промывного тракта при различных открытиях затвора зимнего водозабора и концентрациях шуги

На рисунках 3, 4 и 5 приняты следующие обозначения:  $Q_{3B}$  – расход при истечении из-под затвора зимнего водозабора;  $Q_{c3}$  – расход при переливе через гребень сдвоенного затвора промывного тракта;  $Q_{arp}$  – расход одного гидроагрегата ГЭС (1.6 м<sup>3</sup>/с); a – открытие затвора зимнего водозабора; h – напор над гребнем сдвоенного затвора промывного тракта;  $H_p$  – глубина воды в или расчетный напор в верхнем бьефе ВСДГ (1.85 м); C – объемная концентрация шуги в промывном тракте сооружения.

Ранее многочисленными экспериментальными исследованиями было установлено, что введение в поток твердых частиц приводит к возрастанию потерь напора и коэффициента трения [11, 12]. Здесь мы не учитываем узкие области значений концентраций, в которых наблюдается противоположная картина, связанная с возникновением неньютоновской природы поведения смесей [10]. Следуя данной логике, при увеличении концентрации шуги C должны уменьшаться и расходы через водопропускные отверстия, что подтверждается картиной, приведенной на рисунке 4б. Однако по кривым на рисунке 3б мы наблюдаем обратную картину: несмотря на увеличение концентрации шуги в промывном тракте, расход истечения из-под бокового затвора зимнего водозабора для большего диапазона открытий увеличивается. Для объяснения данного эффекта обратимся к рисунку 6.



Рисунок 6. Схематичное изображение кривой свободной поверхности в промывном тракте ВСДГ: 1 – водоприемное отверстие зимнего водозабора; 2 – сдвоенный затвор промывного тракта

Шуга, попадающая в промывной тракт, уменьшает расход при переливе через сдвоенный затвор промывного тракта, что приводит к изменению формы и положения кривой свободной поверхности в промывном тракте и увеличению местной глубины. В результате напор над отверстием зимнего водозабора возрастает, что в свою очередь увеличивает расход при истечении из-под этого затвора.

На рисунке 5 представлена расходная характеристика промывного тракта в целом, из которой видно, что присутствие шуги в потоке не оказывает значительного влияния на пропускную способность промывного тракта.

Для сопоставления наших экспериментальных данных с данными М.К. Торопова, приведенными в работах [5, 13, 14], были вычислены коэффициенты расхода при истечении из-под затвора зимнего водозабора и при переливе через сдвоенный затвор промывного тракта. Для затвора зимнего водозабора вычисление коэффициента расхода производилось по следующей известной формуле [15, 16]:

$$\mu_{\rm 3B} = \frac{Q_{\rm 3B}}{ab\sqrt{2g(H_{\rm p} - \varepsilon a)}},\tag{1}$$

где  $\mu_{\rm 3B}$  – коэффициент расхода при истечении из-под затвора зимнего водозабора;  $Q_{\rm 3B}$  – расход при истечении из-под затвора зимнего водозабора; a – открытие затвора зимнего водозабора; b – ширина отверстия зимнего водозабора (1 м); g – ускорение свободного падения;  $H_{\rm p}$  – расчетный напор в верхнем бьефе сооружения;  $\varepsilon$  – коэффициент вертикального сжатия, принимаемый нами приближенно из таблицы 5.5 справочника [16].

Для неподтопленного истечения через гребень сдвоенного затвора коэффициент расхода определяется по формуле водослива [15, 16]:

$$m = \frac{Q_{c_3}}{b_{\sqrt{2g}}h_0^{\frac{3}{2}}} = \frac{Q_{c_3}}{b_{\sqrt{2g}}(h + \frac{\alpha v^2}{2g})^{\frac{3}{2}}},$$
(2)

где m – коэффициент расхода сдвоенного затвора промывного тракта;  $Q_{c3}$  – расход при переливе через сдвоенный затвор промывного тракта; b – ширина промывного тракта (1 м); g – ускорение свободного падения; h – напор над гребнем сдвоенного затвора промывного тракта;  $\alpha$  – коэффициент кинетической энергии; v – скорость подхода к сдвоенному затвору промывного тракта.

Кривые, характеризующие величины полученных коэффициентов, представлены на рисунках 7 и 8.

Из рисунка 8 видно, что значения коэффициента расхода  $\mu_{3B}$ , полученные авторами больше значений, приведенных в работе [5]. В то же время среднее значение коэффициента расхода, полученное авторами, хорошо согласуется со значениями, рекомендованными Н.Н. Павловским для больших отверстий без сжатия по дну, но со значительным влиянием бокового сжатия  $\mu = 0.65 \div 0.7$  [16].



Рисунок 7. Зависимость коэффициента расхода истечения из-под затвора зимнего водозабора с учетом влияния сдвоенного затвора промывного тракта: 1 – кривая изменения коэффициента расхода по экспериментальным данным авторов при отсутствии влияния перелива через сдвоенный затвор промывного тракта; 2 – то же по данным М.К. Торопова; 3 – кривая изменения коэффициента расхода по экспериментальным данным авторов при влиянии перелива через сдвоенный затвор промывного тракта (*h*=0.3 *H*<sub>p</sub>); 4 – то же по данным М.К. Торопова;

5 – кривая изменения коэффициента расхода при концентрации шуги С = 0,5%



Рисунок 8. Зависимость коэффициента расхода при переливе через сдвоенный затвор промывного тракта при различных заглублениях и влиянии затвора зимнего водозабора: 1 – кривая изменения коэффициента расхода по экспериментальным данным авторов при отсутствии влияния водоприемного отверстия зимнего водозабора; 2 – то же по данным М.К. Торопова; 3 – кривая изменения коэффициента расхода по экспериментальным данным авторов при влиянии водоприемного отверстия зимнего водозабора (*a* =0.55 *H*<sub>n</sub>);

4 – то же данным М.К. Торопова; 5 – кривая изменения коэффициента расхода по экспериментальным данным авторов при отсутствии влияния водоприемного отверстия зимнего водозабора и концентрации шуги *С* =1.5%

Сопоставление данных М.К. Торопова [5, 14] с данными, полученными авторами, представлено на рисунке 8. Из сопоставления видно, что значения коэффициентов расхода, полученные авторами, выше значений, представленных в работе [5]. Данное обстоятельство может быть связано с разными масштабами моделей, т. к. в [5] также указывается, что при моделировании на модели в масштабе 1:25 наблюдались несколько большие коэффициенты расхода, чем при моделировании на модели в масштабе 1:10. Однако значения, полученные авторами при отсутствии влияния водоприемного отверстия зимнего водозабора, лучше согласуются со значениями коэффициентов *m* = 0.32÷0.4, которые можно получить по эмпирическим формулам, приведенным в работе [16].

На рисунке 8 также следует обратить внимание на область  $h < 0.1 H_p$ , т. к. здесь значения коэффициентов расхода, полученные авторами, несколько завышены, что может быть объяснено возникновением эффекта прилипания струи. Однако на остальных промежутках полученные значения коэффициентов расхода  $\mu_{3B}$  и m (рис. 7 и 8) с учетом вышеизложенных доводов представляются вполне достоверными.

Для полноты представления процессов истечения в промывном тракте имеет смысл представить закономерности этих процессов в виде соответствующих гиперповерхностей. Например, уравнения, описывающие гиперповерхности изменения относительного расхода при переливе через сдвоенный затвор промывного тракта ВСДГ и относительного расхода истечения из-под затвора зимнего водозабора соответственно, имеют вид (4) и (5):

$$\frac{Q_{c_3}}{Q_{arp}} = h_{\text{OTH.}} [c_1 + h_{\text{OTH.}} (c_2 + c_3 C + c_4 h_{\text{OTH.}}) + a_{OTH.} (c_5 + c_6 h_{\text{OTH.}})],$$
(4)

$$\frac{Q_{_{3B}}}{Q_{arp}} = a_{OTH.} [c_1 + a_{OTH.} (c_2 + c_3 a_{OTH.} + c_4 C + c_5 h_{OTH.}) + C(c_6 + c_7 h_{OTH.}) + c_8 h_{OTH.}],$$
(5)

где  $\frac{Q_{
m c3}}{Q_{
m arp}}$  – отношение расхода при переливе через сдвоенный затвор промывного тракта к

расходу одного гидроагрегата ГЭС;  $\frac{Q_{_{3B}}}{Q_{_{arp}}}$  – отношение расхода при истечении из-под затвора

зимнего водозабора к расходу одного гидроагрегата ГЭС;  $a_{OTH_{.}} = \frac{a}{H_{p}}$  – отношение величины

открытия затвора зимнего водозабора к расчетному напору;  $h_{OTH_{.}} = \frac{h}{H_{p}}$  – отношение напора

над гребнем сдвоенного затвора промывного тракта к расчетному напору; *С* – концентрация шуги в промывном тракте, %; *c*<sub>1</sub>, *c*<sub>2</sub>, *c*<sub>3</sub>, *c*<sub>4</sub>, *c*<sub>5</sub>, *c*<sub>6</sub>, *c*<sub>7</sub>, *c*<sub>8</sub> – коэффициенты влияния.

Значение концентрации шуги в промывном тракте определялось согласно следующей формуле:

$$C = \frac{Q_{\text{III. 3B}} + Q_{\text{III. C3}}}{Q_{36} + Q_{c3}} 100\%, \qquad (6)$$

где C – концентрация шуги в промывном тракте,%;  $Q_{\rm III. 3B}$  и  $Q_{ul.c3}$  – расходы шуги, попавшей под затвор сдвоенного водозабора и прошедшей через гребень сдвоенного затвора промывного тракта соответственно;  $Q_{36}$  и  $Q_{c3}$  – расход двухфазного потока при истечении из-под затвора зимнего водозабора и переливе через гребень сдвоенного затвора промывного тракта соответственно.

Значения коэффициентов влияния в формулах (4) и (5) представлены в таблицах 1 и 2.

Коэффициенты влияния определялись методом наименьших квадратов [17-20].

Коэффициент влияния	Значение	Стандартная ошибка
$c_1$	0.68	±0.124
<i>c</i> <sub>2</sub>	3.97	±0.697
<i>c</i> <sub>3</sub>	-0.48	±0.083
$c_4$	2.95	±0.979
<i>c</i> <sub>5</sub>	0.72	±0.248
c <sub>6</sub>	-7.97	±0.936

Таблица 1. Значение коэффициентов влияния в формуле (4)

#### Таблица 2. Значение коэффициентов влияния в формуле (5)

Коэффициент влияния	Значение	Стандартная ошибка
$c_1$	4.44	±0.187
<i>c</i> <sub>2</sub>	-2.66	±0.792
<i>c</i> <sub>3</sub>	1.97	±0.903
$c_4$	-3.19	±1.212
$c_5$	-5.41	±1.391
<i>c</i> <sub>6</sub>	1.67	±0.600
<i>c</i> <sub>7</sub>	-0.46	±0.236
$c_8$	2.06	±0.595

Статистические модели были выбраны согласно минимуму критерия Х. Акаике [20] из полиномов до третьей степени включительно, а затем были проверены на значимость по критерию Фишера.

Проверка моделей по критерию Фишера не дает оснований сомневаться в адекватности полученных моделей [17]. Проверка остатков по критерию Колмогорова–Смирнова показывает, что их распределение близко к нормальному.

### Выводы

1. Показано, что величины коэффициентов расхода, полученные по результатам экспериментов для чистой воды при отсутствии взаимного влияния истечения водоприемного отверстия зимнего водозабора и перелива через гребень сдвоенного затвора промывного тракта, хорошо согласуются с их теоретическими и экспериментальными значениями, приведенными в работах [15, 16]. Данное обстоятельство дает основание полагать, что значения полученных коэффициентов расхода достоверны и при прочих описанных здесь условиях истечения.

2. Выявлено, что величина концентрации шуги в потоке незначительно влияет на пропускную способность промывного тракта в целом, что связано с различным влиянием значения концентрации шуги в промывном тракте ВСДГ на расходные характеристики затвора зимнего водозабора и сдвоенного затвора промывного тракта.

3. Получены уравнения (4, 5), описывающие расходные характеристики сдвоенного затвора промывного тракта и затвора зимнего водозабора в виде гиперповерхности с учетом концентрации шуги в потоке.

4. На данном этапе исследований можно сделать вывод о том, что нормальная эксплуатация шугосброса над сдвоенным затвором промывного тракта возможна при напорах, превышающих величину 0.2H, где H – глубина потока в верхнем бьефе ВСДГ. Пропускная способность ВСДГ с учетом транспорта шуги будет описана в последующих работах.

 Полученные экспериментальные результаты будут учтены при разработке инструкций по эксплуатации водозаборных сооружений типа ВСДГ, построенных на реке Иссык-Ата (Киргизия) и реке Мерке (Казахстан), а также при проектировании новых водозаборных сооружений на горных реках [21, 22].

#### Литература

- 1. Грачев И.Д. Итоги Второй Всероссийской конференции «Развитие малой распределительной энергетики в России» // Турбины и дизели. 2012. №6. [Электронный ресурс]. URL: http://www.turbinediesel.ru/rus/node/2589
- 2. Zolezzi G., Seminara G. Downstream and upstream influence in river meandering // Journal of Fluid Mechanics. 2001. No.438. Pp.183–211.
- Nikora V. Double-averaging concept for rough-bed open channel and overland flows: Applicatons // Journal of Hydraulic Engineering. ASCE. 2007. No.133(8). Pp. 884–895.
- 4. Zolezzi G., Repetto R., Tubino M., Toropov M. Mathematical modeling of silting in Kugart river, Kyrgyzstan // RCEM. London, 2008. Pp. 1179–1186.
- Гидротехнические сооружения для малой энергетики горно-предгорной зоны: монография / Под ред. Н.П. Лаврова. Бишкек: Салам, 2009. 504 с.
- Drew D.A. Mathematical modeling of two-phase flow // Annual Review of Fluid Mechanics. 1983. Vol. 15. Pp. 261–291
- Stewart B., Wendroff B. Two-phase flow: Models and methods // Journal of Computational Physics. 1984. Vol. 56. Issue 3. Pp. 363–409.
- Естифеев А.М. Регулирование шугового потока на гидроэлектростанциях. Л.: Госэнергоиздат, 1958. 180 с.
- Трегуб Г.А., Шаталина И.Н., Павчич М.П., Ковалевский С. И., Бакановичус Н. С., Косарев А. А. Способы борьбы с нефтяными примесями и шугой на русловых водозаборах // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2005. Т. 245. С. 220–228.
- Векслер А.Б., Генкин З.А., Васильева И.М. Условия гидравлического моделирования шуги при ледотермических исследованиях гидротехнических сооружений // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 1988. Т. 205. С. 12–15
- 11. Соу С.Л. Гидродинамика многофазных систем. Пер. с англ. М.: Мир, 1971. 536 с.
- 12. Brennen C.E. Fundamentals of Multiphases Flows. Pasadena: Cambrige University Press, 2005. 410 p.
- 13. Лавров Н.П., Логинов Г.И., Торопов М.И. Водозаборное сооружение для деривационной ГЭС на р. Иссык-Ата // Гидротехническое строительство. 2008. № 12. С. 5–9.
- 14. Торопов М.К. Плотинное водозаборное сооружение из горных рек для малых деривационных ГЭС: Аврореф. дисс. канд. техн. наук. Бишкек: КАУ им. К.И.Скрябина, 2008. 24 с.
- 15. Гиргидов А. Д. Механика жидкости и газа (гидравлика): Учебник для вузов. 3-е изд., испр. и доп. СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. 545 с.
- 16. Справочник по гидравлическим расчетам. Под ред. П. Г. Киселева. М.: Энергия, 1974. 313 с.
- 17. Нормам Н.Р., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Пер. с англ. М.: Изд. дом «Вильямс», 2007. 912 с.
- Крянев А.В., Лукин Г.В., Удумян Д.К. Метрический анализ и обработка данных. М.: Физматлит, 2012. 308 с.
- 19. Wells D.E., Krakiwsky E.J. The method of least squares: Lecture notes. Department of Survey Engineering: University of New Brunswick. 1978. Vol. 18. 180 p.
- 20. Akaike H. A new look at the statistical model identification // IEEE transaction on automatic control. 1974. Vol. AC-19. No.6. Pp.716–722.
- 21. Лавров Н.П., Логинов Г.И., Шипилов А.В. Новые типы водозаборных сооружений для малых ГЭС// Гидротехника XXI век. 2012. №1(8). С. 51–53.
- 22. Лавров Н.П., Логинов Г.И., Борисенко Д.А., Шипилов А.В. Водозаборный гидроузел для деривационной ГЭС на реке Мерке // Гидротехническое строительство. 2012. №10. С. 37–40.

\*Александр Владимирович Шипилов, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(921)388-44-27; эл. почта: a.shipilov@yahoo.com

© Лавров Н.П., Шипилов А.В., Логинов Г.И., 2013

# Геоинформационные методы поиска перспективных створов для строительства ГЭС

К.т.н., заведующий отделом «Геоинформационные системы и технологии» Т.С. Иванов\*; инженер-программист Н.В. Баденко,

ОАО «ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева»;

магистр В.А. Олешко,

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

**Ключевые слова:** геоинформационные системы (ГИС); многокритериальный анализ; гидроэлектростанция (ГЭС); перспективные створы ГЭС; принятие решений

Строительство ГЭС является востребованной отраслью энергетики, интенсивно развивающейся в настоящее время. В России на данный момент ГЭС и ГАЭС вырабатывают около 16% электроэнергии страны [1, с. 6].

По величине экономического гидроэнергетического потенциала (ГЭП) Россия занимает второе место в мире, уступая только Китаю [2]. Однако процент освоения ГЭП в России невелик по сравнению с другими экономически развитыми странами – около 23,4% [3].

Следует отметить, что распределение гидроэнергетических ресурсов по территории России неравномерно. На ее европейскую часть приходится 25%, на Сибирь – 40% и на Дальний Восток – 35%. В наиболее промышленно развитой части страны – центре европейской части – освоено около 46% гидроэнергоресурсов, в Сибири – 20%, а на Дальнем Востоке – 4% (см. рисунок 1).



# Рисунок 1. Распределение ГЭП по территории РФ. В скобках указан процент от общего ГЭП России. Закрашенные части показывают, какой процент ГЭП освоен в данном регионе

Большая часть гидропотенциала России сосредоточена в Восточной Сибири и на Дальнем Востоке — в бассейнах Енисея, Лены и Амура. В европейской части страны возможно освоение недоиспользованной части гидропотенциала путем строительства средних и малых ГЭС, особенно на Северном Кавказе, в северо-западных регионах и на Урале.

В настоящее время проводятся масштабные исследования гидроэнергетического потенциала малых и средних рек, призванные выявить местоположение перспективных створов, а также в первом приближении оценить их выработку и экономическую эффективность. Прогноз предусматривает в период до 2025 г. ввод малых ГЭС общей установленной мощностью свыше 850 МВт. При этом оптимистичная оценка возможностей строительства малых ГЭС в рассматриваемый период на порядок превышает этот уровень [4].

В настоящей статье описывается разработанная методика выбора местоположения перспективных створов ГЭС на равнинных реках. От выбора этого местоположения зависят эффективность освоения гидроэнергетического потенциала, стоимость создания ГЭС и ее народнохозяйственный эффект.

Иванов Т.С., Баденко Н.В., Олешко В.А. Геоинформационные методы поиска перспективных створов для строительства ГЭС

Из-за сжатых сроков выполнения работ, больших площадей исследуемых территорий и большого числа критериев, влияющих на выбор створов, возникает необходимость в использовании современных подходов и технологий для решения поставленной задачи.

Актуальность задачи по разработке методов выявления перспективных створов для строительства ГЭС обеспечивается востребованностью гидроэнергетики, возрастающими потребностями в электроэнергии, а также необходимостью эффективного освоения ГЭП страны.

## Проблема поиска наилучшего местоположения створа для строительства ГЭС

Выбор местоположения створов перспективных ГЭС традиционно основывался на анализе множества факторов (например, топографических, гидрологических, геологических условий, близости к объектам инфраструктуры и т. д.). В общем случае можно говорить о том, что критерии, определяющие решения по выбору места для строительства ГЭС, образуют определенную иерархию [5], и их можно объединить в следующие группы: социальные, экономические, экологические и технологические критерии [6, 7].

Традиционно количество рассматриваемых створов было невелико, и их местоположение принималось из эвристических предпосылок.

Современные технологии позволяют анализировать множество различных вариантов створов на предмет соответствия выбранному списку критериев. Также можно рассматривать множество различных отметок нормального подпорного уровня (НПУ) в каждом створе. Наиболее подходящим вариантом для осуществления подобного анализа представляется использование геоинформационных систем (ГИС), позволяющих работать с большими объемами картографической пространственно-распределенной информации.

ГИС – это система сбора, хранения, анализа и графической визуализации пространственных (географических) данных и связанной с ними атрибутивной информацией о необходимых объектах [8].

Применение методов многокритериального анализа совместно с ГИС является относительно новым и интенсивно развивающимся направлением [9–11].

Увеличивая число рассматриваемых критериев и уменьшая шаг разбиения реки на створы, можно повысить точность определения наилучшего местоположения для строительства ГЭС.

### Обзор литературы

Обзор современных ГИС-инструментов для решения задач по нахождению гидроэнергетического потенциала представлен в работах [12, 13].

Использование ГИС для решения задач гидроэнергетики (в том числе задачи поиска перспективных створов малых ГЭС) было осуществлено в ряде стран, среди которых США [14], Шри-Ланка [15], Канада [16], Италия [17], Норвегия [18, 19] и др.

Наиболее показательным примером использования многокритериального анализа в среде ГИС для поиска перспективных створов ГЭС является исследование, проведенное в США. По результатам исследования были составлены отчеты [20, 21]. При выборе местоположения створов учитывались экологические критерии, критерии близости к дорогам, ЛЭП и другим объектам инфраструктуры. Однако было принято допущение, что для всех рассматриваемых створов малых ГЭС принимается единая деривационная компоновка, водохранилище не предусматривается.

В вышеуказанных работах [14–21] не было уделено должного внимания выбору отметки НПУ, а также не учитывалась стоимость работ по созданию водохранилищ. В рамках настоящей работы созданы и применены на практике ГИС-инструменты, позволяющие выбрать отметку НПУ рассматриваемых перспективных створов исходя из экологического и энергетического критерия; также при анализе была учтена приблизительная стоимость работ по созданию водохранилищ.

## Цели и задачи исследования

Целью исследования являлись создание и апробация методов, позволяющих осуществлять многокритериальный анализ в среде геоинформационных систем с целью поддержки принятия управленческих решений по выбору местоположения створов перспективных ГЭС на равнинных реках.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- 1) определен список и последовательность учета критериев, оказывающих влияние на выбор местоположения створа перспективных ГЭС;
- 2) разработана методика оценки створов в соответствии с выбранными критериями;
- 3) созданы инструменты на базе ГИС, позволяющие осуществлять многокритериальный анализ;
- 4) проведена апробация разработанных методов на примере р. Сухоны.

### Описание исследования

#### Общий алгоритм решения многокритериальной задачи в среде ГИС

Поиск перспективных створов для строительства ГЭС должен основываться на анализе ряда критериев, определяющих целесообразность постройки ГЭС в каждой из рассматриваемых точек реки. Для этого предлагается разбить с определенным шагом исследуемую реку на створы и оценить каждый створ в соответствии с выбранными критериями. Осуществление подобного многокритериального анализа в среде ГИС производится в следующей последовательности:

- определяется список критериев, с помощью которых будет осуществляться выбор наиболее перспективных створов;
- определяется последовательность применения выбранных критериев;
- разрабатывается методика поиска перспективных створов;
- осуществляется сбор исходных данных;
- проводится пространственный анализ, показывающий, в какой степени каждый из створов удовлетворяет каждому из предложенных критериев;
- выполняется комплексная оценка, с помощью которой выявляются наиболее перспективные створы для строительства гидроэлектростанции.

# Область применения разработанных геоинформационных методов и принятые допущения

Перед тем как перейти к рассмотрению критериев выбора и методики нахождения перспективных створов, необходимо упомянуть о некоторых ограничениях и допущениях, сделанных в настоящей работе.

1. Изложенные ниже геоинформационные методы, позволяющие определить наиболее выгодное местоположение ГЭС, применимы к равнинным рекам; подразумевается, что ГЭС имеет плотинную компоновку.

2. В рамках данной работы оказалось невозможным охватить весь перечень критериев, которые следует использовать для поиска оптимального местоположения створа ГЭС. Были рассмотрены экологические и экономические критерии, список которых представлен ниже.

#### Определение списка критериев отбора перспективных створов

Окончательный список критериев, в соответствии с которыми в данной работе будут сравниваться створы, выглядит следующим образом:

- экологический критерий (запрет на затопление особо охраняемых природных территорий;
- энергетический критерий (возможность получения максимальной мощности ГЭС при стоимости затапливаемых водохранилищем объектов, стремящейся к минимуму);
- близость к ЛЭП;
- близость к автомобильным дорогам;
- близость к железным дорогам;
- близость к карьерам строительных материалов (для сооружения плотины из местных материалов);
- близость к планируемым объектам капитального строительства.

Иванов Т.С., Баденко Н.В., Олешко В.А. Геоинформационные методы поиска перспективных створов для строительства ГЭС

#### Последовательность применения выбранных критериев

Возможны две схемы применения критериев: последовательная и параллельная.

Изначально параллельно применяются критерии близости к объектам инфраструктуры.

Далее используется наиболее жесткий экологический критерий, с помощью которого исключаются из дальнейшего рассмотрения все варианты НПУ, при которых затапливаются особо охраняемые природные территории.

После применения экологического критерия следует рассчитать оптимальную отметку НПУ для каждого створа исходя из энергетического критерия, т. е. найти для каждого створа такую высоту плотины, при которой выполняется условие

$$\begin{cases} N \to \max \\ S \to \min \end{cases}$$

где N – валовая мощность реки в рассматриваемом створе; S – приблизительная стоимость работ по созданию водохранилища.

#### Методика поиска перспективных створов

Реализация разработанной методики в среде ГИС осуществляется в соответствии с алгоритмом, представленным на рисунке 2. Основное программное обеспечение, использованное в работе – ArcGIS 10.1. Далее рассмотрим каждый из блоков алгоритма. Для удобства восприятия излагаемого материала, некоторые пункты алгоритма будут сопровождаться поясняющими иллюстрациями на примере р. Сухоны.

#### Создание модели местности

При создании модели местности в ПО ArcGIS следует учитывать не только существующие объекты, но и планируемые к вводу в ближайшее время. Информация о таких объектах содержится в схемах территориального планирования субъектов РФ.

Исходными данными для создания модели местности в ПО ArcGIS 10.1 являются (в скобках указан источник информации):

- водомерные посты на исследуемой реке и средние многолетние расходы в их створах (эта информация доступна в источниках [22] и [23]);
- рельеф местности (электронные карты);
- речная сеть (электронные карты);
- автодороги (электронные карты и схемы территориального планирования);
- железные дороги (электронные карты и схемы территориального планирования);
- населенные пункты (электронные карты);
- сельскохозяйственные угодья;
- особо охраняемые природные территории (электронные карты и схемы территориального планирования);
- ЛЭП (электронные карты и схемы территориального планирования);
- планируемые объекты капитального строительства (схемы территориального планирования);
- карьеры строительных материалов (электронные карты);
- леса, кустарники (электронные карты).


Рисунок 2. Алгоритм реализации методики поиска перспективных створов ГЭС в среде ГИС Иванов Т.С., Баденко Н.В., Олешко В.А. Геоинформационные методы поиска перспективных створов для строительства ГЭС

## Построение цифровой модели рельефа (ЦМР)

Для построения ЦМР был использован стандартный инструмент ArcGIS "Topo To Raster". Входными данными являются горизонтали, отметки высот и урезы воды. На основе этих данных была построена матрица высот, каждая ячейка которой содержит отметку местности в данной точке (см. рисунок 3).



Рисунок 3. Фрагмент исходной ЦМР

Создание гидрологически корректной ЦМР, построение синтетических рек и разбиение их на створы



Рисунок 4. Сравнение реки, изображенной на карте, и синтетической реки

Дальнейший анализ потребует построения зоны затопления при различных вариантах НПУ в каждом створе. Для этого потребуется построение водосбора в каждом из створов.

Если разбить реку, являющуюся объектом слоя электронных карт, на точки (створы) и попытаться построить водосбор в каждой точке, то он будет построен некорректно. Это связано с тем, что река, показанная на электронных картах, чаще всего не проходит в местах с наименьшими отметками местности на всем своем протяжении. Кроме того, рельеф электронных карт обладает различными артефактами, например, бессточными областями или локальными повышениями рельефа.

Чтобы исключить подобные неточности, необходимо создать гидрологически корректную ЦМР и построить по этой модели синтетические реки. Эти реки будут незначительно отличаться от рек, содержащихся на электронных картах (см. рисунок 4). Однако синтетические реки будут проходить строго по наименьшим отметкам местности. Именно эти реки необходимо разбить на створы.

Для получения гидрологически корректной ЦМР и синтетических рек использовались инструменты из набора ArcGIS Spatial Analyst Tools -> Hydrology. Последовательность использования инструментов представлена на рисунке 5.

Полученные синтетические реки разбиваются на створы, шаг которых должен быть настолько мал, что в пределах этого расстояния можно пренебречь изменением значений критериев. Другими словами, принимается допущение, что изменение положения створа в пределах выбранного шага никак не отражается на характеристиках створа.



### Рисунок 5. Алгоритм получения гидрологически корректной ЦМР и синтетических рек

### Анализ близости створов к объектам инфраструктуры

Анализ близости створов к объектам инфраструктуры осуществлялся с помощью разработанной в ArcGIS Model Builder модели. Модель «Анализ близости» находит ближайший к каждому из створов объект инфраструктуры и, в зависимости от расстояния до этого объекта, присваивает створу коэффициент близости *К*. Чем ближе к объекту инфраструктуры находится створ, тем большее значение коэффициента *К* присваивается створу.

В работе рассматривались следующие критерии близости:

- близость к ЛЭП;
- близость к автомобильным дорогам;
- близость к железным дорогам;
- близость к карьерам;
- близость к планируемым объектам капитального строительства.

Комплексная оценка створов заключается в нахождении коэффициента *К*<sub>сумм</sub>, который является суммой всех коэффициентов *К*, умноженных на соответствующий весовой коэффициент. Расстояния, которые определяют значение коэффициента *К*, а также значения весовых коэффициентов должны определяться для каждой изучаемой реки индивидуально, на основе экспертной оценки.

Створы, имеющие наибольшее значение *К*<sub>сумм</sub>, являются наиболее перспективными с точки зрения анализа близости.

Расположение объектов инфраструктуры на изучаемой территории показано на рисунке 6. Таблица атрибутов створов после выполнения анализа близости представлена на рисунке 7.



Рисунок 6. Расположение объектов инфраструктуры на изучаемой территории

						-		-		1-			100
	OBJECTID *	Близость_к_ЛЭП	к_лэн	Близость_к_дорогам	К_дороги	Близость_к_карьерам	К_карьеры	Близость_к_железн	К_железные_	Близость_к_объектам_кап_ст	К_объекты_кап_ст	К_сумм	
	361	537,800603	10	1179,393345	10	11227,185839	5	35343,074889	0	5241,039654	5	125	
	362	421,005746	10	1012,872674	10	11379,189335	5	35409,016497	0	5176,800887	5	125	
	363	460,614232	10	606,891541	10	9177,260569	8	34041,457383	0	6829,056029	5	131	
	364	514,075326	10	751,508439	10	9737,444252	8	34451,228829	0	6224,139252	5	131	
	365	525,928642	10	739,521467	10	9868,191214	8	34507,649558	0	6098,744925	5	131	
	366	554,744837	10	777,865513	10	10001,024608	5	34565,088504	0	5977,092942	5	125	
	367	641,499211	10	859,833084	10	10135,86239	5	34623,540848	0	5859,416434	5	125	
	368	964,068646	10	1344,650076	10	10622,467208	5	34836,02853	0	5482,474048	5	125	
	369	847,224657	10	1511,479955	8	10765,391519	5	34898,976293	0	5385,852536	5	117	i
	370	645,469194	10	502,22867	10	9218,567284	8	33764,682676	0	6839,538181	5	131	[
	371	915,756924	10	1131,08046	10	10413,155306	5	34495,471594	0	5585,188292	5	125	
	372	1043,268008	8	1251,28248	10	10549,929353	5	34556,266414	0	5472,999323	5	113	
	373	747,830448	10	485,341604	10	9323,135085	8	33552,098046	0	6785,784718	5	131	p-
	374	834,883836	10	476,937436	10	9431,664833	8	33339,603833	0	6738,79404	5	131	
	375	767,949933	10	460,044389	10	9609,797758	8	32850,325202	0	6746,705527	5	131	
	376	775,835273	10	485,595776	10	9731,001775	8	32637,98316	0	6722,519017	5	131	
	377	705,740199	10	673,14407	10	9938,691531	8	32148,793971	0	6781,95266	5	131	
	378	559,383586	10	630,974783	10	10165,82466	5	31659,636623	0	6876,089556	5	125	
	379	653,730971	10	572,116005	10	10305,781161	5	31447,52288	0	6890,396344	5	125	
	380	965,363023	10	503,018898	10	10557,887673	5	30958,469741	0	7032,737889	5	125	
	381	1164,339787	8	555,325945	10	10707,145459	5	30746,532155	0	7068,679305	5	113	
	382	1579,083632	8	663,067082	10	11012,757311	5	30322,984561	0	7160,352246	5	113	
	383	2029,30074	5	876,482935	10	11298,617708	5	29834,207232	2	7373,919549	5	103	
	384	2246,046486	5	1031,5879	10	11460,144547	5	29622,686924	2	7442,129696	5	103	
	385	2651,712942	5	1396,493921	10	11813,838414	5	29266,139178	2	7498,532391	5	103	
	386	3031,759912	5	1787,60678	8	12195,00117	5	28977,68913	2	7478,73323	5	95	$\mathbf{\mathbf{v}}$
<	1											>	

Рисунок 7. Таблица атрибутов створов после выполнения анализа близости

## Построение зон затопления

Далее в каждом створе с помощью разработанной в Model Builder модели строится зона затопления, соответствующая отметкам НПУ, указанным оператором. Построение зон затопления осуществляется на основе ЦМР.

#### Модель «Экологический критерий»

Получив зоны затопления, необходимо выяснить, какие из них удовлетворяют экологическому критерию, а какие нет. Зоны затопления, пересекающие границы особо охраняемых природных территорий, необходимо удалить из списка. Эта задача решается посредством запуска модели «Экологический критерий»

#### Модель «Оценка стоимости создания водохранилища»

Следующим шагом необходимо определить отметку НПУ для каждого створа исходя из условия

$$\begin{cases} N \to \max \\ S \to \min \end{cases}$$

где N – валовая мощность реки в рассматриваемом створе; S – приблизительные затраты на создание водохранилища.

Для этого сначала получим оценку стоимости создания водохранилища для каждого варианта НПУ в каждом рассматриваемом створе с помощью модели в Model Builder.

Модель предназначена для вычисления длин/площадей следующих затапливаемых при создании водохранилищ объектов:

- автомобильные дороги;
- железные дороги;
- населенные пункты;
- земли сельскохозяйственного назначения;
- леса и кустарники.

#### Подсчет приблизительной стоимости работ по созданию водохранилища

На основе сметных расчетов для ГЭС-аналогов по усредненным единичным показателям стоимости работ определялись приблизительные затраты на создание водохранилища при каждой из отметок НПУ в каждом рассматриваемом створе.

# Построение графиков зависимости мощности ГЭС и затрат на создание водохранилища от отметки НПУ

В настоящем исследовании были проанализированы графики зависимости мощности ГЭС и затрат на создание водохранилища от отметки НПУ.

При увеличении отметки НПУ мощность ГЭС возрастает прямо пропорционально увеличивающемуся напору ГЭС:

 $N = gQH , \qquad (1)$ 

где N – мощность ГЭС; Q – среднемноголетний расход реки в створе ГЭС; H – напор ГЭС.

Затраты на создание водохранилища будут непрерывно нелинейно возрастать при увеличении высоты плотины.

Оптимальной отметкой НПУ будет та отметка, при которой мощность ГЭС N стремится к максимуму, а затраты на создание водохранилища S к минимуму.

Для того чтобы отложить на графике вдоль оси ординат значения N и S, перейдем к относительным величинам N/N<sub>max</sub> и S/S<sub>max</sub>, где N<sub>max</sub> и S<sub>max</sub> – максимальные величины для каждого отдельного створа. Тогда условие для поиска оптимальной отметки НПУ в створе может быть записано в виде:

$$\left(\frac{N}{N_{max}} - \frac{S}{S_{max}}\right) \to \max$$
 (2)

Возможны два варианта поведения функции f = (N / N<sub>max</sub> - S / S<sub>max</sub>).

1. При увеличении высоты плотины резко возрастают затраты на создание водохранилища, при дальнейшем повышении НПУ затраты изменяются медленнее.

В этом случае функция f = (N/N<sub>max</sub> – S/S<sub>max</sub>) не имеет максимума (см. рисунок 8).



# Рисунок 8. График зависимости мощности ГЭС и затрат на создание водохранилища от отметки НПУ, первый вариант

За оптимальную отметку НПУ в этом случае имеет смысл принять максимальную из рассматриваемых отметок, при которой не затапливаются особо охраняемые природные территории.

2. При увеличении высоты плотины затраты на создание водохранилища возрастают сначала медленно, при дальнейшем повышении НПУ затраты изменяются быстрее. Этот случай может иметь место, когда долина реки расширяется, и количество затапливаемых объектов резко возрастает. Именно такой случай рассматривался при исследовании р. Сухоны.

Здесь функция f = (N / N<sub>max</sub> – S / S<sub>max</sub>) будет иметь максимум. В точке максимума скорость возрастания затрат на создание водохранилища превысит скорость возрастания мощности ГЭС (см. рисунок 9). Отметка НПУ (высоты плотины) в этой точке и будет являться оптимальной.



## Рисунок 9. График зависимости мощности ГЭС и затрат на создание водохранилища от отметки НПУ, второй вариант

На основе полученных графиков в каждом створе определяется отметка НПУ и, соответственно, напор ГЭС.

Стоит отметить, что выбранная по графикам отметка НПУ будет наилучшей с точки зрения соотношения «мощность ГЭС – стоимость работ по созданию водохранилища». Однако в случае рассмотрения постройки ГЭС в энергодефицитном регионе возможен выбор более высокой отметки НПУ, не соответствующей максимуму графика. В более общем случае следует говорить о векторе альтернатив отметок НПУ, который показан на рисунке 10.



Рисунок 10. Вектор альтернатив возможных отметок НПУ

В этом случае выбор отметки НПУ будет зависеть от лица, принимающего решение.

#### Выбор наиболее подходящего для строительства ГЭС створа

Выбор наиболее подходящего для строительства ГЭС створа предлагается осуществлять на основе трех полученных для каждого створа параметров.

1. Мощность ГЭС (N).

Определяется по формуле (1): расход Q в створе определяется интерполяцией значений расходов ближайших водомерных постов выше и ниже по течению; напор Н вычисляется исходя из выбранной в предыдущем пункте отметки НПУ.

- 2. Стоимость работ по созданию водохранилища (S).
- 3. Результаты анализа близости к объектам инфраструктуры (К<sub>сумм</sub>).

Для сравнения этих показателей необходимо перейти к относительным величинам N/N<sub>max</sub>; S/S<sub>max</sub>; *К*<sub>сумм</sub>/*К*<sub>сумм.max</sub>, где N<sub>max</sub>, S<sub>max</sub> и *К*<sub>сумм.max</sub> – максимальные величины среди всех исследуемых створов.

Комплексный показатель пригодности створа для строительства ГЭС можно будет найти как:

$$X = \frac{N}{N_{max}} * W_1 - \frac{S}{S_{max}} * W_2 + \frac{K_{cymm}}{K_{cymm,max}} * W_3,$$
(3)

где X – комплексный показатель пригодности створа для строительства ГЭС;  $W_1$  – весовой коэффициент, учитывающий влияние энергетического критерия;  $W_2$  – весовой коэффициент, учитывающий влияние стоимости создания водохранилища;  $W_3$  – весовой коэффициент, учитывающий влияние близости к объектам инфраструктуры.

Весовые коэффициенты должны назначаться в каждом случае индивидуально, с учетом таких факторов, как, например, энергетическая стратегия развития исследуемого региона (для регионов с дефицитом электроэнергии следует увеличить весовой коэффициент *W*<sub>1</sub>; для регионов с профицитом электроэнергии можно увеличить коэффициенты *W*<sub>2</sub> или *W*<sub>3</sub>).

Створы, имеющие наибольшие показатели Х, являются самыми перспективным для строительства ГЭС.

Стоит отметить, что окончательный выбор перспективного створа, а также его отметки НПУ зависят от лица, принимающего решение. Разработанная методика лишь позволяет получить информацию, необходимую для осуществления этого выбора.

чнализируелые	_створы											
Номер_ств	ора Отм.земли,	м Отметка НПУ, м	Q,м3/с	Н, м	И, МВт	Затраты на вдхр S, тыс.руб.	К_сум	Kw	N/Nmax	S/Smax	Ксумм_Ксумм_тах	Х
	24 70,0	97	414	27	109,6562	466973,4	108	5	1	1	0,696774	7,090321
	221 75,777	6 98	401	22,2	87,33058	383989,3	110	6	0,796404	0,822294	0,709677	5,981598
	303 78,147:	53 98	397	19,9	77,50194	323773,6	116	6	0,706772	0,693345	0,748387	5,846158
•	322 79,383	34 98	395	18,6	72,07407	305540,5	125	6	0,657273	0,6543	0,806452	5,720588
	355 81,60	3 98	391	16,4	62,90564	173525,3	131	7	0,573662	0,371596	0,845161	6,41413
	466 89,827	99	368	9,2	33,21273	146372,5	136	7	0,302881	0,313449	0,877419	4,093817
	518 96,096	38 103	355	7	24,37785	446744,4	142	7	0,222312	0,956681	0,916129	0,1881
	590 96,574:	51 103	342	6,4	21,47213	380744,4	128	6	0,195813	0,815345	0,825806	0,358827
	729 98,474	51 103	305	4,5	13,46422	265648,5	133	6	0,122786	0,568873	0,858065	0,957687
	775 99,379	94 105	293	5,6	16,09625	459924,5	155	8	0,146788	0,984905	1	-0,456643

Окончательный вид таблицы атрибутов створов представлен на рисунке 11.

Рисунок 11. Окончательный вид таблицы атрибутов створов

## Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость заключается в том, что в результате выполнения работы была создана методика поиска перспективных створов ГЭС в среде геоинформационных систем.

Практическая значимость заключается в том, что с помощью изложенной в работе методики и созданных ГИС-инструментов можно определить перспективные створы на любой равнинной реке, что может быть использовано в целях развития гидроэнергетики.

## Выводы

Разработанная методика поиска наилучшего местоположения створа для строительства ГЭС позволяет анализировать большое число створов и различных вариантов отметок НПУ на предмет соответствия экологическим и экономическим критериям. По сравнению с традиционным вариантом поиска створа, когда намечается несколько перспективных гидроузлов и рассматривается несколько вариантов отметок НПУ, изложенная выше методика имеет ряд преимуществ.

1. Число рассматриваемых створов может быть большим. Уменьшая шаг разбиения реки на створы, можно с большей точностью определять выгодные местоположения для строительства ГЭС.

2. Расчеты в значительной степени автоматизированы, что исключает влияние человеческого фактора.

3. Разработанная методика и ГИС-инструменты обладают универсальностью – изменяя исходные данные, можно выявлять положение перспективных створов на равнинных реках.

В результате выполнения работы были решены следующие задачи.

1. На основе анализа отечественной и зарубежной литературы проведён анализ существующих критериев, влияющих на выбор местоположения створов перспективных ГЭС. Предложен список определяющих критериев, учтённых в рамках данной работы;

2. Разработана методика поиска наилучшего местоположения створа для строительства ГЭС с учётом выбранных экологических, энергетических и экономических критериев. Методика реализована на основе использования геоинформационных систем;

3. Проведена апробация разработанной методики на примере р. Сухоны.

### Литература

- 1. Лабейш В.Г. Нетрадиционные и возобновляемые источники энергии: Учеб. пособие / СЗТУ. СПб., 2003. 79 с.
- 2. Юркевич Б.Н. Гидроэнергетический потенциал России и перспективы его использования [Электронный документ] // Доклады членов отделения VIII съезду Петровской Академии Наук и Искусств. URL: http://pani-pf.ru/Files/6.htm (дата обращения: 15.04.2013).
- 3. Гришковец Е. Вечная энергия [Электронный ресурс] // Business Guide Гидроэнергетика. Приложение, №40 (95), 30.08.2011. URL: http://www.kommersant.ru/doc/1756419 (дата обращения: 15.04.2013).

- 4. Программа развития малой гидроэнергетики РусГидро [Электронный ресурс]. URL: http://www.rushydro.ru/industry/res/tidal/ (дата обращения: 15.04.2013).
- 5. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях. Аналитические сети. М.: Либроком, 2011. 357 с.
- 6. Арефьев Н.В., Баденко В.Л., Зотов К.В. [и др.] Управление природно-техногенными комплексами: Введение в экоинформатику: Учебное пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2000. 252 с.
- 7. Арефьев Н.В., Баденко В.Л, Иванов Т.С. Методические аспекты геоинформационного обеспечения инвестиционных проектов по развитию гидроэнергетики России // Гидротехническое строительство. 2007. №5. С. 7–10.
- 8. Арефьев Н.В., Баденко В.Л., Осипов Г.К. Оценка природно-ресурсного потенциала территории с использованием ГИС-технологий // Региональная экология. 1998. №1. С. 17–23.
- Larentis D.G., Collischonn W., Olivera F., Tucci C. Gis-based procedures for hydropower potential spotting // Energy. 2010. Vol. 35(10). Pp. 4237–4243.
- 10. Якушев В.П., Куртенер Д.А., Арефьев Н.В., Баденко В.Л., Кудашев Е.В., Кудлип В. Методология многокритериальной оценки земельных участков на основе алгоритмов теории нечетких множеств, интегрированных в геоинформационные системы // Доклады Российской академии сельскохозяйственных наук. 2000. №4. С. 42–43.
- 11. Арефьев Н.В., Баденко В.Л., Латышев Н.К. Геоэкологические подходы к разработке информационно-аналитических систем для гидромелиоративного строительства и природообустройства // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2010. №4. С. 205–211.
- Punys P., Dumbrauskas A., Kvaraciejus A., Vyciene G. Tools for small hydropower plant resource planning and development: A review of technology and applications // Energies. 2011. No.4(9). Pp. 1258– 1277.
- 13. Malczewski J. GIS and multicriteria decision analysis. New York: Wiley&Sons, 1999. 392 p.
- 14. Virtual Hydropower Prospector (VHP) [Электронный ресурс]. URL: http://hydropower.inel.gov/prospector/index.shtml (дата обращения: 18.04.2013).
- 15. Deheragoda C., Gunathilaka J., Jayantha H. Potential of GIS for Promotion of Renewable Energy Power Generation in Sri Lanka with Special Reference to Mini Hydro Projects [Электронный ресурс]. URL: http://mapasia.org/2009/proceeding/utility/index.html (дата обращения: 18.04.2013).
- Monk R., Joyce S., Homenuke M. Rapid Hydropower Assessment Model: Identify Hydroelectric Sites Using Geographic Information Systems // Proceedings of the Small Hydro Conference 2009, Vancouver, Canada, April 2009. Pp. 28–29.
- 17. Davitti A. [et al.] Evaluation of the remaining hydro potential in Italy // International Journal on Hydropower and Dams. 2009. No.5. Pp. 56–59.
- Voksø A. Using GIS to calculate potential for small hydro power plants in Norway // Proceedings of the XXV Nordic Hydrological Conference, Nordic Association for Hydrology, Reykjavik, Iceland, August 2008. Pp. 477–479.
- Jensen T. Estimation of the Potential for Small Power Plants in Norway // Report No. 19; Norwegian Water Resources and Energy Directorateю Oslo, Norway, 2004. P. 29.
- 20. Hall D.G. [et al.] Water Energy Resources of the United States with Emphasis on Low Head/Low Power Resources [Электронный ресурс]. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://hydropower.inel.gov/resourceassessment/pdfs/03-11111.pdf (дата обращения: 18.04.2013).
- 21. Hall D.G. [et al.] Feasibility Assessment of the Water Energy Resources of the United States for New Low Power and Small Hydro Classes of Hydroelectric Plants [Электронный ресурс]. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://hydropower.inel.gov/resourceassessment/pdfs/ main\_report\_appendix\_a\_final.pdf (дата обращения: 18.04.2013).
- Сведения о водомерных постах России по данным ЮНЕСКО [Электронный pecypc]. URL: http://webworld.unesco.org/water/ihp/db/shiklomanov/part%274/FORMER%20USSR/RUSSIA/list2.html (дата обращения: 18.04.2013).
- 23. ГИС Центра Регистра и Кадастра [Электронный ресурс]. URL: http://gis.waterinfo.ru/ (дата обращения: 18.04.2013).

\*Тимофей Сергеевич Иванов, Санкт-Петербург, Россия Тел. раб.: +7(812)493-93-17; эл. почта: ivanovts@vniig.ru

© Иванов Т.С., Баденко Н.В., Олешко В.А., 2013

## Расчет магистральных каналов

#### Д.т.н., профессор М.А. Михалев\*,

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Ключевые слова: магистральный канал; гидравлический расчет; оптимальное решение; функция цели; параметр оптимизации; оптимальный уклон; скорость течения; гидравлический радиус; облицовка в пределах смоченного периметра; неразмывающая скорость потока

Магистральные каналы – основные сооружения оросительных и осушительных систем. К таким каналам можно отнести другие сооружения подобного рода: судоходные, сооружения энергетического, промышленного и питьевого водоснабжения, переброски части стока рек из одних регионов в другие и т. п. Проблема расчета параметров магистрального канала заключается в том, как совместить гидравлический расчет магистрального канала и выбор его оптимальных параметров. Цель работы – предложить метод, определения минимального объема выемки грунта, необходимого для создания магистрального канала при условии, что в процессе эксплуатации канал будет выполнять поставленные перед ним задачи. Впервые эта идея была применена при гидравлических расчетах открытых каналов и опубликована в работах [1, 2].

В существующих методах гидравлического расчета каналов можно найти упоминания о связи их с условиями экономической оптимальности принимаемого решения, однако фактически речь идет о поисках оптимального решения для параметров, определяющих живое сечение канала, но никак не связанных с каналом как сооружением в целом [3–7].

Основное внимание в работах [3–5] уделяется вопросу определения наиболее выгодного с точки зрения гидравлики сечения, в котором при прочих равных условиях площадь живого сечения минимальна. Такие сечения получаются не широкими, но глубокими; их создание требует применения специальной техники и дорогих способов производства работ. Основной недостаток упомянутых работ [3–7] и многих других исследований, посвященных этой проблеме, заключается в том, что в них гидравлические расчеты канала не соотносятся с поиском оптимального решения сооружения в целом, предназначенного для подачи воды из одной точки в другую в условиях равномерного режима. К сожалению, этот недостаток можно обнаружить и в современных отечественных и зарубежных исследованиях [8–17].

В связи с этим следует отметить, что на протяжении многих лет прошлого века исследователи занимались поиском такого поперечного сечения канала в земляном русле, в котором равнодействующая сил, приложенных к каждой частице грунта, была бы одинаковой в любой точке смоченного периметра. Решение этой задачи находим в работах [16, 18]. Однако реализовать на практике равнопрочное поперечное сечение канала практически невозможно.



Рисунок 1. Схема, поясняющая существование минимального объема земляных работ при оптимальном уклоне дна канала

Обратимся к рассмотрению идеи, высказанной в работах [1, 2], и поясним ее смысл на схеме (рис. 1). На рис. 1а изображен продольный профиль двух каналов и соответствующие поперечные сечения выемки в конечных точках. На рисунке обозначены:  $i_0$  – уклон местности, по которой проходит трасса канала; i – уклон дна канала при равномерном движении воды в нем;  $\omega$  – площадь живого сечения,  $\Omega$  – площадь грунта, находящегося выше уровня воды в канале, которую надо удалить для придания дну канала необходимого уклона по всей его трассе. Для придания рисунку большей наглядности уклон местности на нем принят равным нулю. Ниже будем рассматривать местности, уклон поверхности которых удовлетворяет условию  $i_0 \ge 0$ , полагая, что участки местности с обратным уклоном земной поверхности трасса канала обойдет из-за значительного увеличения объемов земляных работ.

При большом уклоне дна канала  $i_2$  скорость течения воды в нем  $U_2$  велика, живое сечение  $\omega_2$  в рассматриваемом створе при постоянном расходе мало, в то время как объем выемки  $\Omega_2$  велик. Наоборот, при малом уклоне дна  $i_1$  живое сечение канала  $\omega_1$  велико, а площадь выемки  $\Omega_1$  мала. Из рисунка следует, что объем выемки грунта по всей длине канала зависит от суммы площадей  $\Omega + \omega$ , а длина канала – от уклона дна канала. Из сказанного следует, что при определенных условиях минимальный объем земляных работ  $V_{\min}$ , которому соответствует минимальная сумма площадей  $(\Omega + \omega)_{\min}$ , может существовать, а соответствующий ему уклон дна канала можно назвать оптимальным (рис. 16).





Возъмем канал составного трапецеидального поперечного сечения с коэффициентами заложения откосов в пределах живого сечения m и выше уреза воды –  $m_1$  (рис. 2). Допустим, что нужно подать из пункта A в пункт E расход воды Q, трасса канала прямолинейная, живое сечение  $\omega$ . В пункте A уровень воды в канале условно совпадает с поверхностью земли. Как известно, уклон дна канала равен  $tg\alpha = i$ , где  $\alpha$  – угол наклона дна канала к линии горизонта. Расстояние от пункта A до пункта E по прямой на поверхности земли равно l. В таком случае длина канала между двумя указанными пунктами равна длине гипотенузы треугольника  $\sqrt{l^2 + l^2i^2} = l\sqrt{1+i^2} \approx l$ , так как  $i \ll 1$ . Следовательно, при определении объемов работ длину канала без существенной погрешности можно принимать равной l. Глубина наполнения канала водой обозначена h. Движение воды в канале равномерное, поэтому в пункте E живое сечение равно  $\omega$ . Ширина канала понизу – b, поверху ширина водного зеркала  $B_1$ . С учетом уклона дна и поверхности земли в пункте E глубина выемки стала равной z. Ширина канала поверхности) в концевой его части –  $B_2$ .

Объем земляных работ по устройству канала длиной l определяется как сумма объемов земляных работ по устройству его отдельных геометрических элементов. В качестве первого элемента рассмотрим призму с площадью основания  $\omega$  и высотой, равной расстоянию l; объем работ –  $\omega l$ . Далее выделим две пирамиды, в основании которых лежат прямоугольные треугольники, площадь каждого из которых равна  $0,25(z-h)(B_2-B_1)$ . Выразим глубину выемки z в пункте E через глубину  $z_0$  в том же пункте в случае, когда земная поверхность горизонтальна (см. рис. 2), используя следующее тождественное преобразование:  $z=z_0-(z_0-z)=z_0-li_0$ , в котором  $z_0-z=li_0$ , кроме того, учтем, что  $z_0-h=li$ . Используя эти преобразования, можно определить объем грунта в двух пирамидах, в основании которых лежат эти треугольники:  $l^3(i-i_0)^2 m_1/3$ . Остается найти объем грунта в клине, расположенном в центре канала выше уровня воды в нем:  $0.5 l^2(i-i_0)B_1$ .

Таким образом, объем земляных работ по устройству канала длиной *l* найдется из зависимости:

$$V = \omega l + l^3 (i - i_0)^2 m_1 / 3 + 0.5 l^2 (i - i_0) B_1.$$
<sup>(1)</sup>

Представим уравнение (1) в безразмерном виде:

$$V/\omega l = 1 + l^2 (i - i_0)^2 m_1 / 3\omega + l(i - i_0) / 2B_1 \omega.$$
<sup>(2)</sup>

Для каналов трапецеидального поперечного сечения имеем: живое сечение –  $\omega = h^2(\beta + m)$ , ширины водного зеркала в канале поверху –  $B_1 = h(\beta + 2m)$ , где  $\beta = b/h$  – относительная ширина канала понизу. Обозначим: x = li/h,  $x_0 = li_0/h$ , получим

$$V/\omega l = 1 + (x - x_0)(\beta + 2m)/2(\beta + m) + (x - x_0)^2 m_1/3(\beta + m).$$
(3)

Преобразования в левой части уравнения (3) выполним, используя формулы гидравлики:

$$\omega = Q/U; \quad U = \sqrt{2g R i/\lambda} , \qquad (4)$$

где Q и U – расход и скорость течения воды в канале; R – гидравлический радиус;  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения; g – ускорение силы тяжести. Приходим к следующему выражению:

$$V/\omega l = V\sqrt{2gRi}/lQ\sqrt{\lambda} = V\sqrt{2gRh}x^{0.5}/lQ\sqrt{\lambda l} = \overline{V}x^{0.5},$$
(5)

в котором V – приведенный (безразмерный) объем работ.

$$\overline{V} = V \sqrt{2g R h} / l Q \sqrt{\lambda l} .$$
(6)

Истинный объем работ равен:

$$V = \overline{V}\omega l x^{0,5}.$$
(7)

Произведем замену в (3) в соответствии с (7), разделим левую и правую части в (7) на  $x^{0,5}$ , получим:

$$\overline{V} = x^{-0.5} \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{x_0^2 m_1}{\beta + m} - \frac{1}{2} x_0 \frac{\beta + 2m}{\beta + m} \right) + x^{0.5} \left( \frac{1}{2} \frac{\beta + 2m}{\beta + m} - \frac{2}{3} \frac{x_0 m_1}{\beta + m} \right) + \frac{1}{3} \frac{x^{1.5} m_1}{\beta + m}.$$
(8)

В левой части уравнения (8) находится безразмерная величина объема земляных работ, включающая в себя параметры потока, которые связаны между собой, поэтому их нельзя задавать произвольно. Это гидравлический радиус, глубина наполнения канала, коэффициент гидравлического трения. Правая часть уравнения, кроме независимой переменной  $\mathcal{X}$ , содержит параметры, которые можно задавать произвольно. Это коэффициенты заложения откосов и относительная ширина канала понизу. Кроме того, в правой части имеются заданные величины (уклон земной поверхности и параметр  $x_0$ ). Независимая переменная x прямо пропорциональна уклону дна канала и обратно пропорциональна глубине потока в нем. Следовательно, она изменяется так же, как уклон дна канала. Исходя из этих соображений, можно ожидать, что функция  $\overline{V} = \varphi(x)$  будет иметь экстремум. Истинный объем земляных работ найдется из формулы (7).

Возьмем производную  $d\overline{V}/dx$ , приравняем результат к нулю и умножим полученное уравнение на  $x^{1,5}$  (это можно сделать, поскольку x > 0), в результате придем к квадратному уравнению в следующем виде:

$$x^2 + p x - q = 0, (9)$$

где приняты следующие обозначения:

$$p = (0,5 \beta + m)/m_1 - 2x_0/3;$$
  
$$q = (\beta + m)/m_1 + x_0^2/3 - (0,5 \beta + m)x_0/m_1.$$

Решение уравнения (9) зависит от знака его дискриминанта  $D = p^2/4 + q$ : если D > 0, то имеются два действительных корня.

Вначале рассмотрим случай  $x_0 = 0$  (земная поверхность горизонтальна,  $i_0 = 0$ ). Коэффициенты заложения откосов и относительная ширина канала понизу – величины положительные, поэтому дискриминант больше нуля (в том числе и при  $\beta = 0$  – живое сечение имеет треугольную форму). Если выполняется условие  $x_0 = 3(0.5 \beta + m)/2m_1$ , то p = 0, и квадратное уравнение превращается в квадратный двучлен, для которого  $x_{on} = 0$ , что не соответствует равномерному движению воды в канале.

Найдем условие существования положительного дискриминанта уравнения при  $x_0 > 0$ . Обозначим  $x_0 = a (0.5 \beta + m)/m_1$ ; в этом случае  $p = (1 - 2a/3)(0.5 \beta + m)/m_1$ ;  $q = (\beta + m)/m_1 + (\frac{1}{3}a^2 - a)(0.5 \beta + m)^2/m_1^2$ . Введя эти величины в формулу дискриминанта, заметим, что имеющийся в ней член  $(\beta + m)/m_1$  положителен, поэтому есть необходимость проверить, при каких условиях сумма оставшихся членов будет положительна. Потребуем, чтобы эта сумма была больше нуля, и разделим ее на величину  $(0.5 \beta + m)^2/m_1^2$ , в итоге получим:

$$0,25(1-2a/3)^2 + (a^2/3) - a > 0$$

После преобразований придем к неравенству:

$$a^2 - p_1 a + q_1 > 0$$
, (10)

где  $p_1 = 3$ ,  $q_1 = 9/16$ . Решение имеет вид [19]: 0,2 < a < 2,8.

Следовательно, корни уравнения (9) являются действительными числами при условии: 0 < a < 1,5. На рис. 3 этому условию соответствует уклон местности, по которой проложена трасса канала  $i_{01} > 0$ . Считаем, что площадь живого сечения не зависит от уклона местности. При этих условиях в точке  $i = i_{01}$  площадь живого сечения равна  $\omega_1$ , площадь грунта, который необходимо вынуть для создания в нем канала, обозначена на рисунке пунктирной кривой  $\Omega_1$ . Суммарная

штрихпунктирная кривая  $\omega + \Omega_1$  (на рисунке кривая 2) имеет минимум, она расположена ниже суммарной кривой 1, соответствующей  $i_0 = 0$ , и немного сдвинута относительно нее вправо.



Рисунок 3. Влияние уклона местности на сумму площадей  $\Omega + \omega$  при: **1** -  $i_0 = 0$ ; **2** -  $i_0 = i_{01}$ ; **3** -  $i_0 = i_{02}$ 

Пусть уклону  $i_{02} > 0$  соответствует условие a > 1,5, тогда площадь живого сечения в точке  $i=i_{02}$  равна  $\omega_2$ , площадь грунта  $\Omega_2$  показана соответствующей пунктирной кривой. Суммарная штрихпунктирная кривая  $\omega + \Omega_2$  (на рисунке кривая 3) не имеет экстремума, ее минимальное значение совпадает с площадью живого сечения  $\omega_2$ . В этом случае объем выемки грунта, необходимый для создания канала, будет минимальным, равным  $\omega_2 l$ , так как уклон его дна совпадет с уклоном местности:  $i = i_{02}$ .

Далее изложим алгоритм решения задачи, начиная с простого случая: i<sub>0</sub> = 0. Нам известны: расход воды Q, длина канала l и высота выступов абсолютной шероховатости ложа канала  $\Delta$ . Задаемся параметрами:  $\beta$ ,  $m_1$ , m. Корень уравнения (9) находим из формулы:

$$x_{on} = \sqrt{(p/2)^2 + q} - p/2, \qquad (11)$$

где  $p = (0,5\,eta + m)/m_1; \ q = (eta + m)/m_1$ . Задаемся глубиной потока h; определяем уклон дна канала при  $x_{on}$ :  $i_{on} = x_{on}h/l$  и гидравлический радиус  $R = h(\beta + m)/(\beta + 2\sqrt{1 + m^2})$ . Теперь можно найти скорость течения воды в канале, параметры которого соответствуют минимуму объема земляных работ  $U = \sqrt{2gRi_{on}/\lambda}$ . Обычно в каналах не допускаются деформации русла, поэтому высота выступов «технологической шероховатости»  $\Delta$  определяется типом землеройной техники, используемой для формирования ложа канала (например, с помощью бульдозеров, скреперов и т. п.). Коэффициент гидравлического трения определяется из формулы квадратичного сопротивления:

$$1/\sqrt{\lambda} = 4 \lg R/\Delta + 4,25$$
. (12)

### Михалев М.А. Расчет магистральных каналов 87

С целью увеличения пропускной способности канала и уменьшения вероятности возникновения в нем руслового процесса технологическую шероховатость устраняют с помощью катков. В этом случае течение воды в канале может оказаться в переходной области, в которой коэффициент гидравлического трения определяется по формуле [20]:

$$1/\sqrt{\lambda} = 4 \lg R/\Delta + 9,65 - 3,24 \lg \left(\sqrt{\operatorname{Ar}_i} \Delta/R\right),\tag{13}$$

где  $\operatorname{Ar}_i = i_{on} g R^3 / v^2$  – критерий Архимеда, в нем v – коэффициент кинематической вязкости воды. Вводится понятие – коэффициент неоднородности грунта, слагающего ложе канала:  $\varepsilon = d_{95}/d_5$ , где  $d_{95}$  и  $d_5$  – размеры частиц, которых в пробе грунта содержится меньше соответственно 95% и 5% от массы всей пробы. Если грунт однородный, то выполняется условие  $\varepsilon \leq 2,5$ , и связь высоты выступов шероховатости со средним размером частиц грунта d принимается в виде [21]:

$$\Delta / d = 3.5 \,\mathrm{Ga}_d^{-0.096} \,, \tag{14}$$

где  $Ga_d = g d^3 / v^2$  – критерий Галилея. Для несвязных грунтов, у которых  $\varepsilon > 2,5$ , рекомендуется принимать  $\Delta = d_{95}$ .

Формулы (12) и (13) должны быть проверены на соответствие области сопротивления. В частности формула (12) справедлива, если выполняется условие  $\operatorname{Re}_* = u_* \Delta / \nu > 50$ , в котором динамическая скорость потока  $u_*$  определяется из зависимости:  $u_*^2 = \lambda U^2 / 2$ . Формула (13) справедлива при условии:  $5 \le \operatorname{Re}_* \le 50$ .

После определения скорости течения можно найти площадь живого сечения:  $\omega = Q/U$ , а также глубину потока в канале:  $h = \sqrt{\omega/(\beta + m)}$ . Последняя сравнивается с той, которая была принята в начале расчетов. Если глубины совпадают с приемлемой точностью, расчеты, связанные с определением величин  $x_{on}$  и  $i_{on}$ , на этом заканчиваются. Если не совпадают, то их следует продолжить методом последовательных приближений. В завершении расчетов по формуле (6) находится приведенный объем работ, а по (7) – истинный объем (в ней  $x = x_{on}$ ).

Теперь изложим алгоритм решения задачи в случае, когда  $i_0 > 0$  (земная поверхность имеет прямой уклон вниз по течению воды в канале). Здесь глубиной воды в канале h приходится задаваться уже в начале расчетов. Это позволяет определить параметр  $x_0 = i_0 l/h$ , а также найти отношение  $x_0 m_1/(0.5 \beta + m) = a$ . С тем, чтобы ускорить процесс поиска решения, целесообразно начать его с определения глубины потока в канале h при  $i_0 = 0$ , принимая ее в качестве первого приближения. В зависимости от величины параметра a возможны два случая решения задачи. В первом случае a < 1.5, и алгоритм решения совпадает с тем, который изложен выше, в результате приходим к квадратному уравнению (9). Его корень, равный  $x_{on}$ , находим из формулы (11). В ней следует принять:

$$p = (1 - 2a/3)(0.5\beta + m)/m_1; q = (\beta + m)/m_1 + (\frac{1}{3}a^2 - a)(0.5\beta + m)^2/m_1^2.$$

После того как с приемлемой точностью будет определена глубина потока h, нужно ввести поправку в параметр  $x_0$ , заменив в нем принятую в начале расчетов глубину на ту, которая была определена в результате расчетов. Далее расчеты продолжаются до тех пор, пока глубины потока, содержащиеся в параметрах  $x_0$  и x, не совпадут с заданной точностью.

Во втором случае a > 1,5, и алгоритм решения задачи следующий. Принимаем  $i = i_0$ , задаемся глубиной потока, находим гидравлический радиус, скорость течения, площадь живого сечения и глубину потока, которую сравниваем с заданной. Расчеты продолжаются методом последовательных приближений. В этом случае минимальный объем выемки грунта равен  $\omega l$ .

Может оказаться, что скорости течения воды в канале оптимальных размеров превышают неразмывающую для частиц грунта, слагающих ложе канала. В качестве альтернативы можно рассмотреть канал в русле, облицованном бетоном в пределах смоченного периметра  $\chi$ . Для дальнейших преобразований удобно выразить толщину облицовки  $h_0$  в долях от глубины потока  $h: h_0 = k_0 h$ , где  $k_0$  – коэффициент перехода от глубины потока к толщине облицовки. В начале расчетов коэффициент может быть принят равным 0,05-0,10. В конце расчетов, в результате которых будут найдены оптимальные параметры канала, толщину облицовки можно принять в соответствии с действующими нормативными документами и внести поправку в исходные данные, чтобы повторить расчет с исправленной толщиной бетонной облицовки. Следовательно, площадь бетонной облицовки в живом сечении канала в начале расчетов может быть определена из

формулы: 
$$\omega_0 = \chi h_0 = h^2 \left(\beta + 2\sqrt{1+m^2}\right) k_0$$
.

В соответствии со строительными правилами бетонное покрытие укладывается на слой подготовки. Толщину слоя подготовки будем определять в долях от толщины бетонного покрытия с помощью коэффициента перехода от бетонных работ к специальным земляным работам по созданию подготовки  $k_n$ . На начальном этапе расчетов можно принять переходный коэффициент равным 8-10. После того как будет определена толщина бетонного покрытия, нужно внести уточнения в толщину подготовки в соответствии с действующими нормативами. Таким образом, в начале расчетов в живом сечении потока площадь бетонной облицовки с учетом подготовки принимаем по следующей зависимости:

$$\Delta \omega = h^2 \left(\beta + 2\sqrt{1+m^2}\right) k_1, \tag{15}$$

где  $k_1 = k_0 (1+k_n)$ .

В расчетах дополнительные затраты, связанные с созданием в канале бетонного покрытия, могут быть учтены двумя методами. В первом к стоимости земляных работ, необходимых для создания канала, прибавляют стоимость бетонного покрытия и подготовки. Во втором к объему земляных работ добавляются объемы бетонного покрытия и подготовки с использованием укрупненных переходных показателей.

Объем земляных работ по созданию канала в земляном русле с облицовкой согласно (1) найдется из формулы:

$$V = \omega l + l^3 (i - i_0)^2 m_1 / 3 + 0.5 l^2 (i - i_0) B_1 + \Delta \omega l.$$
(16)

Зависимость (16) отличается от (1) наличием четвертого слагаемого  $\Delta \omega l$ , которое определяет размеры облицовки с подготовкой. Произведем преобразования этого члена, используя связь глубины h с площадью  $\omega$ :  $\Delta \omega l = h^2 \left(\beta + 2\sqrt{1+m^2}\right) k_1 l =$ 

$$= \omega l \left( \beta + 2\sqrt{1+m^2} \right) k_1 / (\beta + m),$$
получим:  

$$V = \omega l + l^3 (i - i_0)^2 m_1 / 3 + 0.5 l^2 (i - i_0) B_1 + \omega l \left( \beta + 2\sqrt{1+m^2} \right) k_1 / (\beta + m).$$
(17)

$$q = (\beta + m) / m_1 + x_0^2 / 3 - (0.5 \beta + m) x_0 / m_1 + (\beta + 2\sqrt{1 + m^2}) k_1 / m_1.$$
(18)

Новое слагаемое не изменит знак дискриминанта, поскольку в нем  $k_1 > 0$ , остальные параметры тоже больше нуля. Вместе с тем не изменятся выводы, касающиеся роли уклона земной поверхности  $i_0$  и пределов изменения зависящих от него параметров  $x_0$  и a. Корень квадратного уравнения (9), отвечающий поставленной задаче, равный  $x_{on}$ , находим из формулы (11). Параметр q в ней определяется зависимостью (18). Для реализации этих расчетов необходимо знать высоту выступов абсолютной шероховатости бетонной поверхности.

Не исключается, что каналы большой протяженности, облицованные бетоном по всей длине в пределах смоченного периметра, даже в случае оптимального решения окажутся очень дорогими. Тогда возникает задача поиска оптимального решения для канала, в котором бетонное покрытие заменяется слоем крупнозернистого материала, устойчивого к размыву под действием скорости течения воды в канале. Обоснование возможности такого решения поясняет рисунок 4.



Рисунок 4. Выбор оптимального решения в большом и в малом каналах и крупности отдельностей защитного слоя в большом

На рис. 4а приведен график зависимости  $i_{H} = f(R)$ , где  $i_{H}$  – уклон канала, соответствующий неразмывающей скорости потока, R – гидравлический радиус. Для получения этой зависимости нужно принять динамическую скорость потока  $u_{*} = \sqrt{gRi}$  равной динамической скорости, соответствующей началу трогания частиц грунта, который образует защитный слой в канале [21]:

$$u_{*_{H}} = a \sqrt{\operatorname{Ar}^{2n-1} g D(\rho_{1} - \rho) / \rho},$$

где D – геометрический размер частиц грунта; a и n – параметры, зависящие от области сопротивления частиц (в конечном счете – от их размеров);  $\rho_1$  и  $\rho$  – соответственно плотность вещества частиц (чаще всего это кварц) и воды;  $\operatorname{Ar}=gD^3(\rho_1-\rho)/v^2\rho$  – критерий Архимеда. При условии  $u_*^2 = u_{*_{H}}^2$  находим уклон  $i_{H}$ :

$$i_{\mu} = a^2 \operatorname{Ar}^{2n-1} D(\rho_1 - \rho) / R \rho$$
 (19)

Крупные частицы несвязного грунта находятся в области квадратичного сопротивления, их параметры равны [21]: *a* = 0,162; *n* = 0,5. Отсюда находим уклон канала, соответствующий неразмывающей скорости потока:

$$i_{\mu} = a^2 D(\rho_1 - \rho) / R \rho$$
 (20)

В частности, для частиц кварца в воде можно принять  $(\rho_1 - \rho)/\rho = 1,65$ , поэтому  $i_\mu = 0,043 D/R$ .

Кривая на рис. 4а относится к определенному размеру d частиц несвязного грунта (это может быть средний размер частиц грунта, в котором прокладывается трасса канала). В точках, расположенных на графике ниже этой кривой, средняя скорость течения воды в канале меньше неразмывающей, поскольку во всей этой области выполняется условие:  $i < i_{H}$ . Наоборот, в точках, расположенных на графике выше кривой, справедливо условие:  $i > i_{H}$ , поэтому средняя скорость течения воды в канале будет больше неразмывающей.

На рис. 4б дан график зависимости объема земляных работ от уклона дна канала (получен путем поворота графика, приведенного на рис. 1б, против часовой стрелки на угол 90°, после чего представлен в зеркальном отображении). Ось i параллельна оси  $i_{\mu}$  и направлена вертикально вверх. Допустим, канал имеет малые размеры, и гидравлический радиус  $R_{M}$  в нем невелик (см. рис. 4). На графике находим уклон  $i_{\mu M}$ , соответствующий этому радиусу. Через точку  $i_{\mu M}$  на кривой  $i_{\mu} = f(R)$  проводим прямую, параллельную горизонтальной оси таким образом, чтобы она вошла на рисунок 4б и пересекла кривую  $i = \phi(V)$ . Из построения рисунка следует, что объем земляных работ в таком канале  $V_{M}$  превышает оптимальный  $V_{on}$ . Инженер, принимающий решение, будет стремиться к тому, чтобы найти оптимальный объем (направление поисков указано стрелкой в сторону  $V_{on}$ ). Так или иначе, должно быть принято оптимальное решение или близкое к нему, в котором выполняется неравенство  $i_{on} < i_{h_M}$ , следовательно, скорость течения в канале будет меньше неразмывающей. Это следует из дальнейших построений, выполненных на рис. 4. Если через точку ( $i_{on}$ ,  $V_{on}$ ) провести прямую, параллельную горизонтальной оси таким ланоно оси, до пересечения е с вертикальной прямой на рис. 4а, проходящей через точку  $R_{M}$ , то точка пересечения l окажется в области, где скорости течения воды в канале меньше неразмывающих.

Пусть канал имеет большие размеры, и гидравлический радиус  $R_{\delta}$  в нем велик (см. рис. 4). Находим уклон  $i_{h\delta}$ , соответствующий этому радиусу. Через точку  $i_{h\delta}$  на кривой  $i_{H} = f(R)$  проводим прямую, параллельную горизонтальной оси до пересечения с кривой  $i = \varphi(V)$ . Из этого построения следует, что объем земляных работ в таком канале  $V_{\delta}$  превышает оптимальный  $V_{on}$ . Инженер примет оптимальное решение или близкое к нему (на рисунке поиск отражает стрелка на кривой в сторону  $V_{on}$ ), в котором выполняется неравенство  $i_{on} > i_{h\delta}$ , следовательно, скорость течения в канале будет больше неразмывающей. Если через точку ( $i_{on}, V_{on}$ ) провести прямую, параллельной оси, до пересечения ее с вертикальной прямой на рис. 4а, проходящей через точку  $R_{\delta}$ , то точка пересечения b окажется в области, где скорости течения в канале больше неразмывающих. Используя формулу (20), можно определить размер отдельностей D несвязного материала, которые не будут размываться потоком воды в канале. На рис. 4а этому условию соответствует пунктирная кривая, проходящая через точку b. Поиск оптимального решения для канала, русло которого защищено от размывов с помощью защитного слоя из крупнозернистого материала, в основных положениях не отличается от рассмотренного выше поиска аналогичного решения для русла, облицованного бетоном. Вместе с тем, используя рекомендации нормативных документов, необходимо определить количество слоев защитного покрытия, тем самым найти средний размер отдельностей грунта в нем. Они потребуются в расчетах коэффициента гидравлического трения. После того как будут определены глубина воды и уклон дна канала, соответствующие его оптимальным размерам, из формул (19) или (20) находится размер частиц грунта, образующего в канале защитный слой.

Следует остановиться на задаче создания устойчивого русла канала (не подверженного деформации размыва) в естественных несвязных грунтах без покрытий в виде бетонной облицовки или слоя крупнозернистого материала. Прежде всего, нужно решить, какая скорость течения в канале должна быть меньше или равна неразмывающей. Можно, например, потребовать, чтобы такой скоростью была средняя скорость течения воды в канале. Но скорость течения распределена по живому сечению неравномерно: в центре канала она превышает среднюю. Следовательно, здесь начнутся деформации размыва. Как показывают исследования в этой области [22–24], русловой процесс, возникший в локальной поверхности дна водотока, быстро захватывает весь водоток. Начинаются явления, достаточно подробно описанные в работе [25], названные циклическими деформациями русел рек, которые сопровождаются образованием таких русловых форм, как гряды, рифели, побочни, осередки, излучины (меандры) и старицы на речной пойме.

Аналогичная картина наблюдается в местах, где русло канала изогнуто в плане. Максимальная скорость течения в изогнутом русле наблюдается у вогнутого берега, где зарождается русловой процесс. В таком русле течение воды на повороте становится винтовым, так что продукты размыва вогнутого берега переносятся на противоположный выпуклый берег. Таким образом, возникают условия, способствующие образованию и развитию в канале излучины. Наконец, плохо укатанная или пропущенная технологическая шероховатость может стать источником зарождения в русле канала руслового процесса. Однако при этом устойчивый канал в естественном грунте без покрытий с малой скоростью течения, не обладающий оптимальными размерами, вполне может оказаться дешевле канала оптимальных размеров с покрытиями из-за большой стоимости покрытий.

## Выводы

1. В статье рассмотрена функция цели, учитывающая объем выемки грунта для создания живого сечения и дополнительный объем, необходимый для придания дну канала нужного уклона в условиях равномерного движении воды в нем. Доказано, что функция цели обладает минимумом, параметром оптимизации является уклон дна.

2. Поиск оптимального решения тесно увязан с гидравлическими расчетами параметров живого сечения канала, которые делятся на зависимые и независимые. В качестве последних можно указать коэффициенты заложения откосов выше и ниже уровня воды в канале и относительную ширину канала по дну.

3. В расчетах учитывается уклон местности, по которой проходит трасса канала. Рассмотрены три варианта живого сечения: в естественном грунте без каких-либо покрытий; в русле, облицованном в пределах смоченного периметра бетоном; в русле, облицованном в пределах смоченного периметра защитным слоем, состоящим из крупнозернистого материала. Скорость течения воды в естественном русле без покрытий сравнивается с неразмывающей.

#### Литература

- 1. Михалев М.А., Чирикина Ю.И. Поиск оптимального решения для земляных каналов // Энергетика, гидротехника. Труды СПбГТУ № 475. СПб.: СПбГТУ, 1998. С. 93–102.
- Михалев М.А., Ободова О.В. Оптимальное решение для магистральных каналов в земляном русле // Тезисы докладов VI Всероссийского гидрологического съезда. Секция 6. Проблемы русловых процессов, эрозии и наносов. СПб: Гидрометеоиздат, 2004. С. 32–34.
- 3. Агроскин И.И. Гидравлический расчет каналов. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1958. С. 80.
- 4. Угинчус А.А. Каналы и сооружения на них. М.: Госстроойиздат, 1953. 186 с.

- 5. Угинчус А.А. Гидравлические и технико-экономические расчеты каналов. М.: Госстроойиздат, 1965. С. 274.
- 6. Справочник по гидравлике. Под ред. В.А, Большакова Киев: Вища школа, 1977. 280 с.
- Мелиорация и водное хозяйство. 4. Сооружения. Справочник. Под ред. П.А. Поладзаде. М.: Агропромиздат, 1987. 464 с.
- 8. Курбанов С.О., Ханов Н.В. Основы оптимизации полигональных сечений гидротехнических каналов // Гидротехническое строительство. 2008. №12. С. 27–31.
- Easa S.M. New and improved channel cross section with piecewise linear or smooth sides // Canadian Journal of Civil Engineering. 2011. Vol. 38. Pp. 690–697.
- Sun G., Wei W., Zhang P., Yang G., Hu W. Calculation of optimal hydraulic cross section of a cubic parabola-shape open channel // Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference, APPEEC 2011. Article No. 5748593.
- 11. Shen H., Zhang X., Qiao W. Partition curve of hydraulic radius and average sidewall and bed shear stresses in open-channel flows // Journal of Hydroelectric Engineering. 2011. Vol. 30. Pp. 44–48.
- Chanson H. Jean-Baptiste-Belanger: Hydraulic Engineer and Academic // Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Engineering and Computational Mechanics. 2010. Vol. 163. Pp. 227–233.
- 13. Das A. Chance constrained optimal design of trapezoidal channels // Journal of Water Resources Planning and Management. 2008. Vol. 134. Pp. 310–313.
- 14. Bhattacharjya R.K., Satish M.G. Optimal design of a stable trapezoidal channel section using hybrid optimization technique // Journal of Irrigation and Drainage Engineering. 2007. Vol. 133. Pp. 323–329.
- 15. Chahar B.R. Optimal design of a special class of curvilinear bottomed channel section // Journal of Hydraulic Engineering. 2007. 133. Pp. 571–576.
- 16. Ven Te Chow. Open-channel Hydraulics. New York: McGraw-Hill book Company, 1959. P. 692.
- 17. Brownlie W.R. Flow depth in sand bed channels // Journal of Hydraulic Engineering American Society of Civil Engineers. 1983. Vol. 109. No.7. Pp. 959–990.
- 18. Graf W.H. Hydraulics of Sediment Transport. New York: McGraw-Hill Book Company, 1970. p. 513,
- 19. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Госиздат техн.-теорет. литер., 1955. С. 156-159.
- 20. Михалев М.А. Физическое моделирование гидравлических явлений. СПб.: СПбГПУ, 2013. 373 с.
- 21. Михалев М.А. О моделировании условий начала трогания частиц несвязного зернистого материала // Журнал Университета водных коммуникаций. 2009. №1. С. 43–50.
- 22. Graf W.H. Fluvial Hydraulics. Chichester: John Wiley & Sons, 1998. P. 681.
- 23. Dingman S.L. Fluvial Hydraulics. New York: Oxford University Press, 2009. P. 576.
- 24. Chang H.H. Fluvial Processes in River Engineering. New Tork: Wiley-Interscience, 1988. P. 432.
- 25. Кондратьев Н.Е., Попов И.В., Снищенко Б.Ф. Основы гидроморфологической теории руслового процесса. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 272 с.

\*Михаил Андреевич Михалев, Санкт-Петербург, Россия Тел. раб.: +7(812)535-46-10, эл. почта: mikhalev@cef.spbstu.ru

© Михалев М.А., 2013

## Оценка динамического поведения системы «сооружение – основание» с учетом волнового уноса энергии

Д.т.н., профессор М.М. Мирсаидов\*; к.т.н., доцент Т.З. Султанов, Ташкентский институт ирригации и мелиорации; к.т.н., старший научный сотрудник Д.Ф. Руми, Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз

**Ключевые слова:** плотина; основание; динамическое поведение; неотражающие условия; волновой унос энергии; вязкоупругость

При учете взаимодействия сооружения с грунтовым основанием чаще всего используется модель винкелерового основания, которая, несмотря на простоту при расчете, не позволяет учесть ряд физических эффектов, связанных с инерционными свойствами грунтового основания. Модель упругого полупространства лишена этого недостатка, однако вследствие математической сложности не позволяет получить аналитическое решение в замкнутом виде за исключением ряда частных статических задач.

При оценке динамического поведения наряду с вышеперечисленными факторами необходим также учет волнового уноса энергии от сооружения в бесконечное грунтовое основание. Решение этого вопроса усложняется, если, помимо волнового уноса, учитываются неоднородно вязкоупругие свойства материала (внутренняя диссипация), сооружения и основания.

Многие существующие модели системы «сооружение – основание» даже в упругом случае не позволяют описать динамический процесс уноса энергии в бесконечность. Поэтому для бесконечного основания в численных расчетах необходимо использовать неотражающие граничные условия на фиктивных (искусственных) границах расчетной области [1, 2].

## Изученность вопроса

Существует достаточное количество работ, где предлагается использование неотражающих условий на границе конечной области основания.

В работах [3, 4] для замены бесконечной области основания конечной предлагается использовать условия вязкой границы (демпферы) на контуре конечной области. Определена оптимальная величина коэффициента вязкости для условий вязкой границы. Исследован процесс распространения гармонических сдвиговых волн в бесконечной области. Выявлено уменьшение вибраций при установке волновых барьеров в виде канав или стоков.

Предлагается метод исключения отражений волн от контура рассматриваемой конечной области при помощи комбинации граничных условий Дирихле и Неймана [5]. Эти условия подбираются таким образом, чтобы полностью исключить отражение волн.

В работе [6] используются условия, при которых учитывается прохождение волн через границу области при решении плоской задачи о распространении волн от штампа, расположенного на поверхности полупространства.

В работах [7, 8, 9] предлагаются поглощающие граничные условия, основанные на специальных аппроксимациях скалярного и векторного волновых уравнений. В дальнейшем эти условия развиваются для основного класса волновых уравнений, но утверждается, что они трудно реализуемы.

В работе [10] рассматривается задача об осесимметричных колебаниях гибкого кольца, лежащего на вязкоупругом слоистом основании. Для приближенного решения задачи под кольцом выделяется цилиндрическая область, границы которой излучают энергию во внешнюю среду. Анализируются демпфирующие свойства системы при различных частотах возбуждения.

Авторами работы [11] рассмотрены неустановившиеся колебания туннеля метрополитена при сейсмических воздействиях. Бесконечная область сводится к конечной специальным условием на контуре.

Авторы работы [12] методом конечных элементов решают линейную задачу о взаимодействии поверхностной волны Рэлея, распространяющейся в песчаной среде, с жестким частично заглубленным в грунт сооружением. При этом авторы подробно обсуждают проблему моделирования прохождения волн через воображаемый ограничительный контур.

Исследуются колебания, напряженное состояние и устойчивость оснований фундаментов под машинами с использованием неотражающих граничных условий для конечной области основания [13]. При этом отмечается, что затухание колебаний обусловлено как поглощением энергии грунтом, так и оттоком упругих волн от фундамента к основанию.

В работах [1, 14–18] решаются различные одномерные, плоские и осесимметричные динамические задачи для сооружений с основанием с использованием неотражающих граничных условий на границе конечной области основания (с учетом волнового уноса энергии). При этом используются различные виды неотражающих граничных условий и вязкоупругие свойства материала сооружения и основания.

В работе [19] при решении динамических контактных задач используются условия излучения для продольных и поперечных волн в упругом основании.

В работе [20] рассматривается взаимодействие сооружений АЭС с основанием при сейсмических воздействиях с установкой на конечной области основания неотражающих граничных условий.

В работе [21] исследуется эффективность пассивной виброизоляции в вязкоупругом основании при гармоническом воздействии, создаваемом поездами метрополитена. При решении этой задачи используется постановка задачи, методы решения и условия неотражающей границы, приведенные в работе [1].

В работе [22] построены функционалы для численного анализа диссипативных систем, позволяющие учесть гистерезис в грунте и излучение энергии в основании упругими волнами. Приведены практические рекомендации по учету динамического взаимодействия фундамента с грунтовой толщей.

Фундаментальная работа [2] посвящена проблеме постановки корректных граничных условий на искусственных границах расчетной области, математическому обоснованию, анализу и их эффективности при решении конкретных задач. Дан анализ множества опубликованных работ, в которых использованы искусственные граничные условия и полученные при этом результаты.

В работе [23] для численного моделирования сооружений, взаимодействующих с основанием при сейсмических воздействиях на границе неоднородного массива грунта ограниченных размеров, используются поглощающие граничные условия. Показано существенное влияние на НДС неоднородного ограниченного массива грунта с поглощающими граничными условиями.

В работе [24] при решении задачи на динамическое воздействие исключаются волны, отраженные от нижней границы условно выделенной конечной подобласти. При таком подходе отброшенная часть основания моделируется относительно простой системой, параметры которой выбираются из феноменологических свойств основания.

В работе [25] при оценке динамического поведения конкретных грунтовых плотин обсуждается вопрос о необходимости исключения отраженных волн от границы конечной области основания, для чего при решении конкретных задач используются специальные условия.

В работе [26] при разработке и создании деформационного мониторинга инженерных сооружений используется расчетная схема «грунтовое основание – фундамент – сооружение» с неотражающими условиями на границе конечной области основания.

В работе [27] для численного моделирования ударного взаимодействия тел с мерзлым грунтом используются искусственные неотражающие условия на границах расчетных областей.

Здесь приведен обзор лишь некоторых работ, посвященных проблеме исследования динамического поведения системы «сооружение – основание» с использованием на границе конечной области основания искусственных неотражающих условий, обеспечивающих унос энергии.

Подводя итоги обзора, следует отметить, что проблема оценки динамического поведения неоднородных плоских и пространственных систем «сооружение – фундамент – основание» с учетом внутренней диссипации в материале и волнового уноса энергии через границы конечного грунтового основания далека от окончательного решения и является актуальной задачей.

## Постановка задачи

Рассматривается плоская неоднородная система «сооружение – фундамент – основание», состоящая из деформируемого тела, занимающего объем V=V<sub>1</sub>+V<sub>2</sub>+V<sub>3</sub>+V<sub>4</sub>, и деформируемого полупространства (рис. 1). Материалы деформируемого неоднородного тела и полупространства в общем случае вязкоупругие, а физические свойства их составных частей отличаются между собой. На границах раздела элементов системы непрерывны перемещения, нормальные и касательные к поверхности раздела компоненты напряжений. Рассматриваемое сооружение представляется массивным сооружением, поэтому при расчете учитываются массовые силы  $\vec{f}$  и различные силовые воздействия, приложенные к произвольной поверхности  $\Sigma_{p}$ .

Задача состоит в определении динамических характеристик, перемещений и напряжений в неоднородной системе при различных динамических воздействиях.

Рассматриваемые задачи ставятся для конечной области (рис. 1) объемом V+V<sub>5</sub> (V<sub>5</sub> – объем вырезанной из полупространства области), ограниченной поверхностями  $\Sigma_1^- + \Sigma_1^+ + \Sigma_2^+$ , на которые ставятся неотражающие условия.



Рисунок 1. Расчетная модель деформируемой неоднородной системы

Для описания динамических процессов, происходящих в системе (рис.1), используется принцип возможных перемещений, согласно которому сумма работ всех активных сил, включая силы инерции, на возможных перемещениях равна нулю:

$$\delta A = -\int_{V+V_5} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \int_{V+V_5} \rho_n \, \vec{\ddot{u}} \delta \vec{u} \, dV + \int_{\Sigma_1^- + \Sigma_1^+ + \Sigma_2^+} \sigma_{ij} v_j \delta \, \vec{u} d\Sigma + \int_{V+V_5} \vec{f} \delta \, \vec{u} \, dV + \int_{\Sigma_p} \vec{p} \delta \, \vec{u} \, d\Sigma = 0$$
(1)

При постановке задачи используются:

• физические соотношения, связываюшие тензор напряжения  $\sigma_{ii}$  с тензором деформации

*E*<sub>*ii*</sub> [28]:

$$\sigma_{ij} = \lambda_n \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2 \widetilde{\mu}_n \varepsilon_{ij} .$$
<sup>(2)</sup>

Для упругого материала *n*-го элемента системы величины  $\widetilde{\lambda}_n$  и  $\widetilde{\mu}_n$  являются константами Ламе, для вязкоупругого – интегральными операторами Вольтерра [28]:

$$\widetilde{\lambda}_{n}\varphi = \lambda_{n} \left[ \varphi(t) - \int_{0}^{t} \Gamma_{\lambda_{n}}(t-\tau)\varphi(t)d\tau \right]$$
  

$$\widetilde{\mu}_{n}\varphi = \mu_{n} \left[ \varphi(t) - \int_{0}^{t} \Gamma_{\mu_{n}}(t-\tau)\varphi(t)d\tau \right]$$
(3)

 соотношения Коши, связывающие компоненты тензора деформации *ε<sub>ij</sub>* с компонентами вектора перемешений *u*:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) ; \tag{4}$$

и один из видов неотражающих условий [1, 2, 14]:

$$\vec{x} \in \Sigma_{1}^{\pm} : \qquad \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{1}} \pm \frac{1}{\overline{c_{i}}} \frac{\partial u_{i}}{\partial t} = 0,$$

$$\vec{x} \in \Sigma_{2}^{\pm} : \qquad \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{2}} \pm \frac{1}{\overline{c_{i}}} \frac{\partial u_{i}}{\partial t} = 0,$$
(5)

$$\vec{x} \in \Sigma_{1}^{\pm}: \quad \sigma_{11} = \rho_{5} \overline{c}_{1} \dot{u}_{1},$$

$$\sigma_{12} = \rho_{5} \overline{c}_{2} \dot{u}_{2},$$

$$\vec{x} \in \Sigma_{2}^{\pm}: \quad \sigma_{22} = \rho_{5} \overline{c}_{1} \dot{u}_{2}$$
(6)

$$\sigma_{12} = \rho_5 \overline{c}_2 \dot{u}_1,$$

$$\vec{x} \in \Sigma_1^{\pm}: \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \pm \frac{1}{\overline{c}_R} \frac{\partial u_i}{\partial t} = 0,$$

$$\vec{x} \in \Sigma_2^{\pm}: \quad u_i = 0.$$
(7)

Условия (5) обеспечивают прохождение через границы конечной области V<sub>5</sub> продольных и поперечных волн; условия (7) – волн Рэлея, а условие (6) означает установку вязких демпферов на границе конечной области.

Здесь  $\vec{u}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}$  – соответственно, компоненты вектора перемещений  $\vec{u} = \{u_1, u_2\}$ , тензоров деформаций и напряжений;  $\delta \vec{u}$ ,  $\delta \varepsilon_{ij}$  – изохронные вариации перемещений и деформаций;  $\rho_n$  – плотность материала *n*-го элемента системы;  $\vec{f}$  – вектор массовых сил;  $\vec{p}$  – вектор внешних нагрузок;  $\lambda_n, \mu_n$  – константы Ламе;  $\Gamma_{\lambda_n}, \Gamma_{\mu_n}$  – ядра релаксации;  $\varphi(t)$  – произвольная функция времени;  $v_j$  – направляющие косинусы внешней нормали;  $\vec{c}_1, \vec{c}_2, \vec{c}_R$  – скорости распространения продольной волны, поперечной волны и волны Рэлея в полупространстве (при учете вязкоупругих свойств материала основания эти величины являются комплексными);  $\delta_{ij}$  – символ Кронеккера; *n*=1,2,3,4,5 – нумерация элемента системы; *i,j*=1,2.

Рассматриваются собственные, установившиеся и неустановившиеся вынужденные колебания неоднородной системы (рис. 1). Все рассматриваемые задачи решаются методом конечных элементов (МКЭ) с разбиением области V+V<sub>5</sub> на различные типы конечных элементов. При решении конкретных задач разделение области V+V<sub>5</sub> (рис. 1) на конечные элементы осуществляется с учетом конструктивных особенностей и физико-механических свойств материала разных частей системы.

## Методы и алгоритмы решения задачи Собственные колебания

Задача о собственных колебаниях системы (рис. 1) с использованием процедуры МКЭ сводится к решению задачи на собственные значения алгебраического уравнения с комплексными коэффицентами:

$$\left[\left[\overline{K}\right] - i\omega\left[\overline{C}\right] + \omega^2[M]\right)\left\{\overline{X}\right\} = 0.$$
(8)

Здесь [M] – матрица массы;  $[\overline{K}]$  – матрица жесткости и  $[\overline{C}]$  – матрица, учитывающая волновой унос энергии через границу конечной области. Элементы матриц ( $\overline{k}_{ij}, \overline{c}_{ij}$ ) являются комплексными величинами,  $\omega = \omega_R - i\omega_i$  – собственная частота,  $\{\overline{X}\} = \{X_R\} - i\{X_I\}$  – собственный вектор.

В уравнении (8) комплексные матрицы появляются при учете вязкоупругих свойств материала и замене интегрального оператора Вольтерра (3) комплексными соотношениями [29, 30] вида:

$$\widetilde{\lambda}_{n}\varphi \approx \overline{\lambda}\varphi = \lambda_{n} \left[ 1 - \Gamma_{\lambda_{n}}^{c}(\omega_{R}) - i\Gamma_{\lambda_{n}}^{s}(\omega_{R}) \right] \varphi$$

$$\widetilde{\mu}_{n}\varphi \approx \overline{\mu}\varphi = \mu_{n} \left[ 1 - \Gamma_{\mu_{n}}^{c}(\omega_{R}) - i\Gamma_{\mu_{n}}^{s}(\omega_{R}) \right] \varphi$$
(9)

где

$$\Gamma_{\mu_{n}}^{c}(\omega_{R}) = \int_{0}^{\infty} \Gamma_{\mu_{n}}(\tau) \cos \omega_{R} \tau d\tau,$$

$$\Gamma_{\mu_{n}}^{s}(\omega_{R}) = \int_{0}^{\infty} \Gamma_{\mu_{n}}(\tau) \sin \omega_{R} \tau d\tau,$$

$$\Gamma_{\lambda_{n}}^{c}(\omega_{R}) = \int_{0}^{\infty} \Gamma_{\lambda_{n}}(\tau) \cos \omega_{R} \tau d\tau,$$

$$\Gamma_{\lambda_{n}}^{s}(\omega_{R}) = \int_{0}^{\infty} \Gamma_{\lambda_{n}}(\tau) \sin \omega_{R} \tau d\tau,$$
(10)
(11)

 $\Gamma^{S}_{\lambda_{n}}, \Gamma^{C}_{\lambda_{n}}, \Gamma^{S}_{\mu_{n}}, \Gamma^{C}_{\mu_{n}}$  – синусы и косинусы образа Фурье ядра  $\Gamma_{\lambda_{n}}(\tau), \Gamma_{\mu_{n}}(\tau).$ 

Рассматриваемая система (рис. 1) даже при учете только упругих свойств материала и при использовании условий (5)–(7) является неконсервативной, поэтому собственные частоты и формы колебаний ( $\mathcal{O}$  и  $\{\overline{X}\}$ ) являются комплексными величинами. Действительная часть  $\mathcal{O}_R$  комплексного параметра  $\mathcal{O}$  по своей физической сути является частотой свободных затухающих колебаний системы, а мнимая  $\mathcal{O}_I$  несет информацию о скорости затухания колебаний и с точностью до знака равна коэффициенту демпфирования, являющемуся количественной характеристикой скорости затухания колебаний и определяющему диссипативные свойства системы в целом. Этим объясняется правомерность употребления термина волновой унос энергии через границу конечной области V<sub>5</sub>.

Для нахождения корней комплексных алгебраических уравнений (8) разработан специальный алгоритм и программный комплекс на ЭВМ [31] с использованием метода Мюллера [32], а для определения собственных векторов – метода Гаусса.

## Установившиеся вынужденные колебания

При продолжительном гармоническом воздействии начальные условия не влияют на движение системы. В этом случае диссипативные свойства системы проявляются главным образом в резонансных режимах. В качестве количественной оценки интенсивности диссипативных процессов используются резонансные амплитуды перемещений и напряжений.

При рассмотрении такого движения использование процедуры МКЭ сводит задачу к решению системы алгебраических уравнений с комплексными коэффицентами, т. е.

$$\left(\left[\overline{K}\right] - i\Omega\left[\overline{C}\right] - \Omega^{2}[M]\right)\left\{u\right\} = \left\{F\right\} + \left\{f\right\}.$$
(12)

Здесь [M],  $[\overline{K}]$ ,  $[\overline{C}]$  имеют тот же смысл, что и выше;  $\Omega$  – заданная действительная частота внешнего воздействия;  $\{\overline{X}\}$  – вектор искомых комплексных амплитуд;  $\{f\}$  – амплитудный вектор периодического воздействия;  $\{F\}$  – суммарный вектор внешних нагрузок (массовые силы, гидростатическое давление воды и др.).

При формировании уравнений (12) оператор Вольтерра точно заменяется [30] комплексными соотношениями (9) с учетом бесконечного нижнего предела интеграла в (3).

Алгебраическое уравнение с комплексными коэффициетами (12) решается методом Гаусса.

## Неустановившиеся вынужденные колебания

При кратковременных динамических воздействиях в системе возникают неустановившиеся вынужденные колебания, исследование которых позволяет определить максимальные значения перемещений и напряжений сооружения в течение всего процесса воздействия и выявить наиболее напряженные участки в системе с учетом различных параметров материала и конструктивных особенностей сооружения.

Для этого случая рассматриваемая задача для системы (рис. 1) с использованием процедуры МКЭ сводится к решению системы линейных интегро-дифференциальных уравнений

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F\} + \{f(t)\} + \int_{0}^{t} \Gamma(t-\tau)[K]\{u(\tau)\}d\tau$$
(13)

с начальными условиями

$$\{u(0)\} = \{u_0\}, \ \{\dot{u}(0)\} = \{v_0\}.$$
(14)

Здесь матрицы [*M*], [*K*] являются матрицами массы и жесткости системы; [C] – матрица, учитывающая волновой унос энергии;  $\{u(t)\}$  – вектор искомых амплитуд перемещений;  $\{f(t)\}$  – вектор динамической нагрузки;  $\{F\}$  – суммарный вектор статических нагрузок (массовых сил, гидростатического давления воды и др.).

Решение системы интегро-дифференциальных уравнений (13) при начальных условиях (14) осуществляется методом Ньюмарка [33].

## Результаты исследований Задача 1

Рассмотрены тестовые задачи по определению собственных частот и амплитудночастотных характеристик продольных вынужденных колебаний вязкоупруго стержня конечной длины (с различными условиями закрепления концов) с ядром А.Р. Ржаницына [28]

$$\Gamma(t) = A e^{-\beta t} t^{\alpha - l} \tag{15}$$

и кусочно-однородного полубесконечного упругого стержня [15].

В табл. 1 приведены полученные комплексные собственные частоты ( $\omega = \omega_R - i\omega_i$ ) вязкоупругого стержня, где значение действительной части  $\omega_R$  меньше частоты упругого стержня. Почти пропорциональность действительных  $\omega_R$  и мнимых  $\omega_i$  частей означает слабую зависимость логарифмического декремента от частоты собственных колебаний.

Собственные частоты <i>ω</i> = <i>ω</i> <sub>R</sub> – <i>і ω</i>							
№ собственных частот	Точное решение	Полученное решение					
$\omega_1$	6.4130 <i>– i</i> 0.0336	6.4134 - <i>i</i> 0.0336					
<i>W</i> <sub>2</sub>	12.8547- <i>i</i> 0.0628	12.8549 - <i>i</i> 0.0628					
$\omega_3$	19.3059 - <i>i</i> 0.0904	19.3082 - <i>i</i> 0.0903					
ω <sub>4</sub>	25.7628 - <i>i</i> 0.1170	25.7713 - <i>i</i> 0.1170					
$\omega_5$	32.2240 - <i>i</i> 0.1430	32.2361 - <i>i</i> 0.1435					

Таблии	a 1.	Собственные	частоты	вязкоуп	озозуа	стержня
--------	------	-------------	---------	---------	--------	---------

В табл. 2 приведены комплексные собственные частоты кусочно-однородного упругого стержня с неотражающими границами. Длина стержня 150.0 см; отношение радиусов  $r_1/r_2=10.0$ ; модули Юнга и плотности составляющих частей  $E_1=E_2=10.0^5$  кгс/см<sup>2</sup>;  $\rho_2 = \rho_2 = 1.0$  кгс\* сек<sup>2</sup>/см<sup>4</sup>.

Таблица	2.	Собственные	частоты	упругого	кусочно-однородного	стержня	С
неотражающи	ми	граничными усл	10виями				

Собственные частоты $\omega = \omega_R - i \omega_i$							
№ собственных частот	Точное решение	Полученное решение					
$\omega_1$	6.6230 <i>– i</i> 0.0115	6.6237 - <i>i</i> 0.0115					
<i>w</i> <sub>2</sub>	13.2461- <i>i</i> 0.0115	13.2483 - <i>i</i> 0.0115					
$\omega_3$	19.8692 - <i>i</i> 0.0115	19.8743 - <i>i</i> 0.0115					
ω4	26.4922 - <i>i</i> 0.0115	26.5004 - <i>i</i> 0.0115					
$\omega_5$	33.1153 - <i>i</i> 0.0115	33.1329 - <i>i</i> 0.0115					

Исследование установившихся вынужденных колебаний этих стержней при различных частотах внешнего воздействия и полученная амплитудно-частотная характеристика потвердили выводы связанные с проявлением диссипации.

Анализ результатов показал, что наличие бесконечной области в упругой колебательной системе приводит к возникновению диссипации, связанной с волновым уносом. Действительная часть частот собственных колебаний кусочно-однородного полубесконечного стержня совпадает с частотами упругого стержня конечной длины с закрепленным концом, а для вязкоупругого стержня конечной длины с закрепленным концом, а для вязкоупругого стержня конечной длины с закрепленным концом, а для вязкоупругого стержня, связанная с вязкоупругими свойствами материала, слабо зависит от частоты собственных колебаний, а волновой унос энергии в кусочно-однородном полубесконечном упругом стержне интенсивнее всего проявляется на первых частотах колебаний.

## Задача 2

Исследуется решение осесимметричной задачи Лэмба для упругого полупространства с установленным на поверхности жестким круглым штампом, совершающим гармонические колебания в вертикальном направлении. При решении задачи из полупространства вырезается конечная осесимметричная область объемом V<sub>5</sub>, на границе которой ставится одно из неотражающих условий (5)–(7).

При решении задачи использовались исходные данные [34]: площадь подошвы штампа F = 65.6 м<sup>2</sup>; амплитуда вертикальных колебаний штампа A = 0.85 x 10<sup>-3</sup> м; скорость распространения поперечных волн в грунте  $c_2$  = 100 м/с; отношение скорости продольных волн к скорости поперечных волн  $c_1/c_2 \approx \sqrt{3}$ .

Экспериментальные данные приводятся в работе [34], где исследуется распространение волны в грунте от фундамента молота.

полученные теоретические результаты и экспериментальные данные достаточно близки между собой. Таким образом, решение задачи Лэмба, полученное с использованием условий

неотражающих границ, классическое решение [35], а также экспериментальные данные [34] приводят к одинаковым результатам, зависящим от выбора объема V<sub>5</sub> цилиндрического тела.

В решении осесимметричной задачи Лэмба для конечной области без постановки условий неотражающих границ появляются резонансы, вызванные колебаниями конечномерного тела и не имеющие отношения к рассматриваемой задаче.

Подводя итоги численного решения задачи Лэмба, следует отметить, что задачу об установившихся вынужденных колебаниях конечной области основания при отсутствии на границе неотражающих условий можно использовать только в исключительных случаях, когда частота внешнего воздействия отлична от искусственных собственных частот рассматриваемой конечной области. Использование же неотражающих условий на границе конечной области позволяет избавиться от резонанса, не имеющего места в действительности.



Рисунок 2. Амплитуда колебаний поверхности полупространства при вертикальном гармоническом воздействии

## Задача З

С использованием неотражающих условий (5)–(7) рассматривается плоская задача о динамическом поведении вязкоупругой системы «основание – сооружение» (рис.1) при нестационарном динамическом воздействии *P*(*t*) в *кH*, приложенном на удалении 25 м от подножия плотины и изменяющемся по закону:

$$P(t) = \begin{cases} 100000 & t = 0\\ -250000t + 100000 & npu & 0 \le t < 0, 4cek \\ 0 & t \ge 0, 4cek \end{cases}$$

При расчетах принималось:

для плотины: высота H = 168.0 м, коэффициенты верхового и низового откосов m<sub>1</sub> = m<sub>2</sub> = 2.2 м; ширина гребня b = 10.0 м; свойства материала: модуль Юнга E = 3000.0 МПа; коэффициент Пуассона v = 0.3; удельный вес грунта γ = 2.2 тс/м<sup>3</sup>;

параметры ядра релаксации [30]: А = 0.0146; α = 0.2; β = 0.0000057;

для основания: модуль Юнга *E* = 3600.0 МПа; коэффициент Пуассона *v* = 0.3; удельный вес грунта *γ* = 2.8 тс/м<sup>3</sup>; параметры ядра релаксации [30]: А = 0.034; α = 0.25; β = 0.00036.

Решение уравнения (13) при указанных параметрах выявило, что возникающие в результате приложенной нагрузки *P*(*t*) волны создают неравномерное поле перемещений в теле плотины. Начало движения каждой точки соответствует времени подхода к ней фронта волны, определяемому расстоянием точки от места приложения нагрузки и скоростью распространения волны в грунте. Так, начало перемещений гребня плотины соответствует моменту t = 0.36 сек. Наибольшей деформации в начале процесса подвергается ближайшая к месту приложения нагрузки зона у подножия верхового откоса. По мере прохождения волны при отсутствии пластических деформаций подножие откоса с течением времени возвращается в исходное положение.

На рис. 3 показаны изолинии распределения горизонтальных перемещений в сечении плотины в различные моменты времени. Волна от источника, находящегося в относительной близости от подошвы плотины, проходя по основанию, сначала вызывает смещение подножия верхнего откоса (рис. 3, *a*), а со временем охватывает более удаленные области сооружения (рис. 3, *б*, *е*, *е*). При этом нижняя область верхового откоса, ограниченная изолинией «1», в результате дифракции волны на стыке основания с откосом остается неподвижной. Изолиния с таким же индексом на нижнем откосе (рис. 3, *б*) соответствует положению фронта волны, перед которым находится невозмущенная (на момент t = 0.46 сек) область плотины (правая часть рисунка). В последующие моменты возмущение от нагрузки *P(t)* полностью охватывает тело плотины, и распределение горизонтальных перемещений в ней представлено изолиниями (рис. 3, *а–г*). После прохождения волны деформированное состояние плотины постепенно стабилизируется за счет учитываемой в грунте вязкости.

Величины горизонтальных перемещений на изолиниях (рис. 3) увеличиваются с равным интервалом 0.005 *м* от 0.0 *м* – на изолинии «1». Максимальные перемещения составляют 0.042 *м* и наблюдаются в области, ограниченной линией с индексом «9», на самой же линии перемещения составляют 0,04 *м*.



# Рисунок 3. Изолинии распределения горизонтальных перемещений (м) в сечении плотины в различные моменты времени t: а) 0.2 сек; б) 0.32 сек; в) 0.52 сек; г) 0.6 сек

Напряженное состояние плотины, представленное главными напряжениями о<sub>1</sub> в различные моменты времени: в начале, в середине и в конце процесса, показано на рис. 4. Размерность напряжений – МПа.

В начальный момент в плотине деформируется нижняя часть верхового откоса, где возникает зона растяжения с положительными напряжениями  $\sigma_1$  (линия «2» на рис. 4, *a*), которая в дальнейшем, по мере прохождении волны, распространяется вверх по откосу (рис. 4, *b*, *b*) и на всю внутреннюю область плотины (рис. 4, *b*, *b*). Величина напряжений  $\sigma_1$  на изолиниях (рис. 4) меняется с одинаковым шагом 0.05 МПа: от 0.0 МПа на линии «1» до 0.3 МПа на линии «6».



# Рисунок 4. Изолинии распределения главных напряжений σ<sub>1</sub> в сечении плотины в различные моменты времени t: а) 0.2 сек; б) 0.32 сек; в) 0.52 сек; г) 0.6 сек

Максимальные касательные напряжения (σ<sub>12</sub>) возникают на поверхности верхового откоса (рис. 5): сначала у его подножия, а в дальнейшем по всей высоте, что чревато возможностью возникновения оползня на откосе (рис. 5).





Величина напряжений  $\sigma_{12}$  на изолиниях (рис. 5) меняется с шагом ±0.025 МПа от 0.0 МПа на линии «5» до ±0.1 МПа на линиях «1» и «9».

## Заключение

1. Разработаны математическая постановка, методы и алгоритмы оценки динамического поведения неоднородных вязкоупругих систем «сооружение – основание» с учетом неотражающих условий на границе конечной области основания.

- 2. Решение модельных задач выявило:
- слабую зависимость диссипации энергии в системе с вязкоупругими свойствами материала от частоты собственных колебаний;
- зависимость волнового уноса энергии от основных собственных частот колебаний системы;

 что использование неотражающих условий на границе конечной области основания позволяет избавиться от несуществующих резонансов при вынужденных колебаниях искусственно ограниченной системы.

3. Исследование динамического поведения неоднородной вязкоупругой системы «плотина – основание» с неотражающими границами при кратковременном интенсивном воздействии в основании показало, что:

- максимальные главные напряжения σ<sub>1</sub>, возникающие в нижней части верхового откоса, постепенно распространяются на весь откос и центральную область плотины;
- максимальные главные напряжения σ<sub>2</sub> достигаются вблизи подножия плотины и по мере распространения волны перемещаются вдоль основания непосредственно за фронтом волны;
- максимальные значения касательных напряжений σ<sub>12</sub> достигаются на поверхности верхового откоса сначала у подножия плотины, затем по всей поверхности откоса. В центре плотины касательные напряжения отсутствуют;
- в период прохождения волны в плотине нарушается симметричная картина напряженного состояния, вызванная статическим воздействием гравитационных сил, при этом возникает несинхронное движение его частей, затухающее за счет вязкоупругих свойств материала системы.

### Литература

- 1. Мирсаидов М.М., Трояновский И.Е. Динамика неоднородных систем с учетом внутренней диссипации и волнового уноса энергии. Ташкент: Фан, 1990. 108 с.
- 2. Ильгамов М.А., Гильманов А.Н. Неотражающие условия на границах расчетной области. М.: Физматлит, 2003. 240 с.
- 3. Lysmer J., Kuhlemeyer R. Finite dinamic model for Infinite media // Journal of the Engineering Mechanics Division. 1969. No.4. Pp. 859–877.
- 4. Lysmer J.M., Waas G. Shear waves in plane infinitite structures // Journal of the Engineering Mechanics Division. 1972. Vol. 28. Pp. 85–105.
- 5. Smith W. A non reflectiong plane boundary for wave propagation problems // Journal of Computational Physics. 1974. Vol. 15. Pp. 492–503.
- Туров В.П. К вопросу о сведении задачи о распространении упругих волн в бесконечной области к задаче для конечных размеров // В кн.: Сопротивление материалов и теория сооружений. Киев, 1976. Вып. 28. С. 186–191.
- Clayton R., Engquist B. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations // Bulletin of Seismological Society of America. 1977. Vol. 67. No.6. Pp. 1529–1540.
- 8. Clayton R., Engquist B. Absorbing boundary conditions for wave equation migration // Journal of Geophysical Research. 1980. Vol. 45. Pp. 895–904.
- 9. Enguist B., Majda A. Radiation boundary conditions for acoustic and elastic wave calculations // Communication on Pure and Applied Mathematics. 1979. Vol. 32. Pp. 313–357.
- 10. El-Shafee O.M., Could P.L. Dinamic axisummetric soil model for a flexible rihg footing // EarthquakeEngineering & Structural Dynamics. 1980. Vol. 8. No.5. Pp. 419–491.
- 11. Hwang N., Lysmer J. Response of buried structures to travelling waves // Journal of the Geotechnical Engineering Division. 1981. Vol. 107. No.GT2. Pp. 183–200.
- 12. Fedock Joseph, Schreyer Hovard. Effect of earth Media on the Seismic Motion of Embedded Rigid Structures // Earthquake Engineering & Structural Dynamics. 1981. Vol. 9. No.4. Pp. 311–327.
- 13. Красников Н.Д., Савинов Щ.Ф., Толкачев Г.С., Эйчлер Л.А. Экспериментально-расчетный метод исследований колебаний, напряженного состояния и устойчивости оснований фундаментов под машины // Известия вузов. Строительство. 1981. №5. С. 7–21.
- 14. Мирсаидов М.М., Трояновский И.Е. Волновая задача о сейсмостойкости сооружения при распространении волны Рэлея в упругом полупространстве // Известия АН РУз. Сер. техн. наук. 1980. №5. С. 48–51.

- Мирсаидов М.М., Салямова К.Д. Трояновский И.Е. Продольные колебания неоднородного полубесконечного упругого стержня // В кн.: Краевые задачи механики сплошных сред. Ташкент: Фан, 1982. С. 161–169.
- 16. Мирсаидов М.М. Решение прикладных задач вибрации с учетом внутренней и волновой диссипации // Материалы VI Всесоюзной конференции по динамике оснований, фундаментов и подземных сооружений «ДОФ-85». Ленинград, 1985. С. 94–97.
- 17. Мирсаидов М.М. Решение задачи Лэмба МКЭ с использованием условий излучения // В кн.: Механика деформируемого твердого тела. Томск: Изд.Томского ун-та. 1987. С. 126–131.
- Маткаримов П.Ж., Мирсаидов М.М. Исследование вынужденных колебаний неоднородной плоской системы с учетом пассивной виброизоляции // Проблемы механики. 1996. №1–2. С. 23–27.
- 19. Сеймов В.М. Островерх Б.Н., Ермоленко Е.И. Динамика и сейсмостойкость гидротехнических сооружений. Киев: Наукова думка, 1983. 318 с.
- 20. Тяпин А.Г. Взаимодействие сооружений АЭС с основанием при сейсмических воздействиях: Дисс...докт. техн. наук. Москва, 1995. 328 с.
- 21. Ильичев В.А., Юлдашев Ш.С., Маткаримов П.Ж. Исследование вынужденных колебаний неоднородной плоской системы с учетом пассивной виброизоляции // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1999. №2. С. 9–11.
- 22. Докторова А.О. Развитие методов учета взаимодействия фундамента с основанием для оценки сейсмостойкости сооружений: Дисс...канд.техн.наук. Санкт-Петербург, 2002. 169 с.
- 23. Мишин Д. В. Оценка напряженно-деформированного состояния оснований и грунтовых сооружений при статических и сейсмических воздействиях: Дисс...канд.техн.наук. Санкт-Петербург, 2004. 130 с.
- 24. Фреза М.В. Взаимодействие металлических гофрированных конструкций с грунтовой средой: Дисс...канд.техн.наук. Санкт-Петербург, 2006. 162 с.
- 25. Gui M., Chiu H. Seismic response of Renyitan earth-fill dam // Journal of GeoEngineering. Vol. 4. No.2. 2009. Pp. 41–50.
- 26. Цветков Р.В. Разработка и создание деформационного мониторинга инженерных сооружений в карстовом районе: Дисс...канд.техн.наук. Пермь, 2011. 119 с.
- 27. Повереннов Е.Ю. Численное моделирование ударного взаимодействия тел с мерзлым грунтом с применением квазиравномерных сеток: Дисс...канд.физ.-мат.наук. Нижний Новгород, 2012. 90 с.
- 28. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термо-вязкоупругости. М.: Наука, 1970. 280 с.
- 29. Филатов А.Н. Асимптотические методы и теория дифференциальных и интегродифференциальных уравнений. Ташкент: Фан, 1974. 216 с.
- 30. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З. Использование линейной наследственной теории вязкоупругости при динамическом расчете грунтовых сооружений // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2012. №6. С. 30–34.
- 31. Мирсаидов М.М, Султанов Т.З., Сержанова М. Методика и алгоритм для определения динамических характеристик сооружений // ВЕСТНИК ТашИИТ. 2009. №3–4. С. 10–16.
- Muller D.E. A Method for Solving Algebraic Equations Using an Automatic Computer // Mathematical Tables and Other Aids to Computation. 1956. Vol. 10. Pp. 208–215.
- 33. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З., Ходжаев Д.А. Моделирование динамических процессов в неоднородных вязкоупругих системах // Электронное моделирование. 2012. Том 34. №6. С. 41–54.
- 34. Баркан Д.Д. Динамика оснований и фундаментов. М.: Стройвоениздат, 1948. 411 с.
- 35. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.

\*Мирзиед Мирсаидович Мирсаидов, г.Ташкент, Республика Узбекистан Тел. моб.: +7(987)237-09-81; эл. почта: theormir@mail.ru

© Мирсаидов М.М., Султанов Т.З., Руми Д.Ф., 2013