

Уточнение кинематических характеристик турбулентного течения

К.т.н., профессор Ю.В. Брянская,

ФБГОУ ВПО «Московский государственный строительный университет»

Ключевые слова: течение в трубах; теория турбулентности; профиль скорости; параметр Кармана; гидравлическое сопротивление

Полуэмпирическая теория турбулентности Прандтля – Никурадзе, которая позволила получить распределение скоростей, согласующееся с закономерностями сопротивления, почти столетие сохраняет свою актуальность. Эта теория, являющаяся важным звеном в механике жидкости, основана на ряде гипотез, сформулированных Л. Прандтлем [1], среди которых основополагающей является гипотеза о длине пути перемешивания. Согласно этой гипотезе длина пути перемешивания масс жидкости в турбулентном потоке увеличивается пропорционально расстоянию от твердой границы потока с коэффициентом пропорциональности, называемым параметром Кармана, который считается постоянным. При постоянном значении параметра Кармана и так называемых «вторых констант турбулентности» достигается согласие закономерностей сопротивления и измеренных распределений скоростей в потоке, что считается важным достижением полуэмпирической теории турбулентности. Установленные разными авторами [2–4] постоянные и изменяющиеся значения параметра Кармана и «вторых констант турбулентности» приводят к необходимости модификации полуэмпирической теории турбулентности, возможность которой рассматривается в настоящей статье.

Основой теории является схема переноса количества движения турбулентными молями. Одним из постулатов этой теории является понятие о длине пути перемешивания, которая принимается пропорциональной расстоянию от границы потока в виде $l = \kappa y$, где κ – параметр Кармана [1].

Как известно, на основе обстоятельных измерений по распределению скоростей в гладких и шероховатых трубах, выполненных И. Никурадзе, было установлено, что этот коэффициент во всех случаях остается близким к 0,4. Его широко исследовал Т. Карман [5], который, не отрицая постоянства этого коэффициента, пришел к заключению, что его величина равна 0,35. Учитывая значимость полученного результата, этот коэффициент стали называть «постоянной Кармана». Однако эти результаты были получены в первой четверти XX века в период становления теории подобия турбулентных течений, когда внимание исследователей привлекали в большей мере признаки общности, нежели незначительные, как им казалось, различия. Действительно, эти результаты получены на основе сведения в единых «координатах подобия» большого массива

данных по распределению скоростей первоначально в гладких трубах $\frac{u}{u_*} = f\left(\lg \frac{u_* y}{\nu}\right)$ и далее – в

шероховатых трубах $\frac{u}{u_*} = f\left(\lg \frac{y}{k_s}\right)$ (где $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ – динамическая скорость трения; y –

расстояние от стенки трубы; k_s – песочная (эквивалентная) шероховатость). Соответствующие графики, построенные по данным И. Никурадзе и более поздним измерениям [6, 7], приводятся в научной и справочной литературе и, казалось бы, убедительно подтверждают постоянство этого коэффициента. Однако более тщательное рассмотрение, прежде всего данных И. Никурадзе, показало, что вследствие некоторого разброса экспериментальных точек и взаимного смещения профилей скорости маскируются некоторые важные особенности, свойственные не только распределению скоростей в трубах, но также распределению скоростей в открытых потоках и в пограничных слоях [8–10]. К этим особенностям в первую очередь следует отнести заметное отклонение распределения скоростей в пристеночной зоне, хотя и в том, и в другом случае в координатах подобия они остаются логарифмическими. Эта особенность прослеживается во всех профилях, измеренных И. Никурадзе, и еще более отчетливо проявляется в открытых потоках и пограничных слоях [11–13]. Параметр Кармана входит в угловой коэффициент уравнений, описывающих распределение скоростей:

- в гладких трубах

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa_\tau} \ln \frac{u_* y}{\nu} + C_\tau; \quad (1)$$

- в шероховатых трубах

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa_\omega} \ln \frac{y}{k_s} + C_\omega. \quad (2)$$

Следует заметить, что логарифмический вид профилей скорости отвечает фундаментальному принципу локального кинематического подобия течений и в виде выражений (1) и (2) не содержит каких-либо априорных предположений о параметрах κ , C_τ и C_ω . Следует отметить, что профили скорости (1) и (2) при $\kappa=0,4$, $C_\tau=5,5$ и $C_\omega=8,48$ в точности соответствуют закономерностям сопротивления, которые были установлены на основе прямых измерений потерь напора:

- для гладких труб

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_\tau}} = 2 \lg \operatorname{Re} \sqrt{\lambda_\tau} - 0,8; \quad (3)$$

- для шероховатых труб

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_\omega}} = 2 \lg \frac{r_0}{k_s} + 1,74. \quad (4)$$

Эта взаимная согласованность результатов измерения распределения скоростей и потерь напора в гладких и шероховатых трубах, несмотря на слабую обоснованность исходных положений и гипотез, сделала полуэмпирическую теорию турбулентности внутренне замкнутой и жизнеспособной.

Интегрированием профиля скорости (1) по сечению трубы можно без априорных гипотез относительно κ_τ и C_τ определить отношение средней скорости V к динамической u_* :

$$\frac{V}{u_*} = \frac{1}{\kappa_\tau} \ln \frac{u_* r_0}{\nu} + C_\tau - \frac{1,5}{\kappa_\tau}. \quad (5)$$

Аналогично, интегрированием профиля скорости (2) для шероховатых труб, также без каких-либо предположений относительно κ_ω и C_ω , может быть получено следующее соотношение:

$$\frac{V}{u_*} = \frac{1}{\kappa_\omega} \ln \frac{r_0}{k_s} + C_\omega - \frac{1,5}{\kappa_\omega}. \quad (6)$$

Из профилей (1) и (2) с использованием выражений (5) и (6) можно получить выражение для так называемого дефицита средней скорости:

$$D = \frac{u_{\max} - V}{u_*} = \frac{1,5}{\kappa}, \quad (7)$$

который для гладких и шероховатых труб одинаковым образом зависит от параметра κ (без каких-либо априорных предположений относительно величины κ либо возможной зависимости его от интегральных параметров потока).

Необходимость согласованности распределения скоростей с каноническими закономерностями сопротивления (3) и (4) делают весьма сложной проблему более точного описания распределения скоростей, чем это было сделано Л. Прандтлем и И. Никурадзе в созданной ими полуэмпирической теории турбулентности. Тем не менее, реальные отличия в распределении скоростей, которые отмечены выше, требуют поиска новых подходов к решению возникшей задачи. Первый успех такого рода был достигнут в работе [14], в которой было установлено влияние коэффициента гидравлического сопротивления λ_τ на параметры профиля скорости κ_τ и C_τ для гладких труб. При этом впервые было доказано, что условия точного соответствия профилей скорости (1) и (2) при $\kappa=0,4$, $C_\tau=5,5$ и $C_\omega=8,48$ с закономерностями сопротивления И. Никурадзе (3) и (4) не являются единственно возможными условиями совпадения.

К сожалению, для шероховатых труб отчетливых тенденций в изменении κ_ω и C_ω выявить не удалось, и в этом отношении вопрос остался открытым.

Для выявления связи между $\frac{1}{\kappa_{ш}}$ и $\frac{1}{\sqrt{\lambda_{ш}}}$ выполним анализ, при котором зависимость (3)

преобразуется к иному виду с учетом следующих соотношений:

$$\text{Re} \sqrt{\lambda} = \frac{2Vr_0}{\nu} \sqrt{\lambda} = \frac{2u_* r_0}{\nu} \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \sqrt{\lambda} = 2\sqrt{8} \frac{u_* r_0}{\nu}. \quad (8)$$

Подстановка выражения (8) в зависимость (3) позволила записать ее в следующем виде:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\Gamma}}} = 2 \lg \text{Re} \sqrt{\lambda} - 0,8 = 2 \lg \frac{u_* r_0}{\nu} + 0,7 = 0,87 \ln \frac{u_* r_0}{\nu} + 0,7. \quad (9)$$

Записывая профиль скорости (1) в виде

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{r_0} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* r_0}{\nu} + C_{\Gamma} \quad (10)$$

и подставляя в это выражение величину $\ln \frac{u_* r_0}{\nu}$ из (9) в виде

$$\ln \frac{u_* r_0}{\nu} = \frac{1,15}{\sqrt{\lambda}} - 0,8, \quad (11)$$

получаем следующую форму записи профиля скорости для гладких труб:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa_{\Gamma}} \ln \frac{y}{r_0} + \frac{1,15}{\kappa_{\Gamma} \sqrt{\lambda_{\Gamma}}} - \frac{0,8}{\kappa_{\Gamma}} + C_{\Gamma}. \quad (12)$$

Аналогично, выражая $\ln \frac{r_0}{k_s}$ из зависимости (4), преобразуем профиль скорости (2) для шероховатых труб к виду:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa_{ш}} \ln \frac{y}{r_0} + \frac{1,15}{\kappa_{ш} \sqrt{\lambda_{ш}}} - \frac{2}{\kappa_{ш}} + C_{ш}. \quad (13)$$

Выражение для максимальной скорости на оси трубы $\frac{u_{\max}}{u_*}$ может быть получено также из профиля (12) при $y=r_0$ в виде:

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = \frac{1,15}{\kappa_2 \sqrt{\lambda_2}} - \frac{0,8}{\kappa_2} + C_2. \quad (14)$$

Для шероховатых труб выражение для $\frac{u_{\max}}{u_*}$ может быть получено аналогично из профиля (13) в виде:

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = \frac{1,15}{\kappa_{ш} \sqrt{\lambda_{ш}}} - \frac{2}{\kappa_{ш}} + C_{ш}. \quad (15)$$

Таким образом, выражение для распределения скоростей (12) и (13) использует логарифмическую форму профилей (1) и (2), которая отвечает принципу локального кинематического подобия течений, а также экспериментальные закономерности сопротивления И. Никурадзе для гладких и шероховатых труб, которые не вызывают сомнений и не содержат никаких априорных предположений о параметрах κ и C .

Одинаковость связи дефицита средней скорости (7) с параметром κ для гладких и шероховатых труб с учетом известного соотношения $\frac{V}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}$ позволяет записать следующее выражение:

Брянская Ю.В. Уточнение кинематических характеристик турбулентного течения

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} + \frac{1,5}{\kappa}, \quad (16)$$

которое по форме одинаково для гладких и шероховатых труб. При этом полученное выше выражение (14) для $\frac{u_{\max}}{u_*}$ в гладких трубах с учетом соотношения (16) можно записать в виде:

$$\frac{1,15}{\kappa_r \sqrt{\lambda_r}} - \frac{0,8}{\kappa_r} + C_r = \sqrt{\frac{8}{\lambda_r}} + \frac{1,5}{\kappa_r}. \quad (17)$$

Аналогично, для шероховатых труб выражение (15) с учетом (16) можно записать следующим образом:

$$\frac{1,15}{\kappa_{uu} \sqrt{\lambda_{uu}}} - \frac{2}{\kappa_{uu}} + C_{uu} = \sqrt{\frac{8}{\lambda_{uu}}} + \frac{1,5}{\kappa_{uu}}. \quad (18)$$

Рассматривая распределение скоростей в гладких трубах в форме (1) без априорных гипотез относительно κ_r и C_r и обозначая вертикальную координату точки средней скорости как y_V , запишем:

$$\frac{V}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* y_V}{\nu} + C_r. \quad (19)$$

Тогда дефицит местной скорости можно представить в виде:

$$\frac{u}{u_*} - \frac{V}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{y_V} \quad (20)$$

и записать профиль скорости следующим образом (при $\frac{V}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}$):

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{r_0} - \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_V}{r_0} + \sqrt{\frac{8}{\lambda}}. \quad (21)$$

При этом максимальная скорость при $y=r_0$ оказывается равной

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} - \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_V}{r_0}. \quad (22)$$

Дефицит средней скорости при этом записывается в виде:

$$\frac{u_{\max} - V}{u_*} = -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_V}{r_0}. \quad (23)$$

Причем согласно (7) он во всех случаях для течения в трубах равен $\frac{1,5}{\kappa}$ без каких-либо априорных гипотез, т. е.:

$$-\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_V}{r_0} = \frac{1,5}{\kappa}. \quad (24)$$

Полученное выражение (24) показывает, что для всех случаев координата точки средней скорости $\frac{y_V}{r_0}$ при течении в трубах является абсолютной константой $-\ln \frac{y_V}{r_0} = 1,5$; $\frac{y_V}{r_0} = 0,223$, что подтверждается данными измерений.

С использованием полученного соотношения (24) профиль скорости (21) записывается в виде:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{r_0} + \frac{1,5}{\kappa} + \sqrt{\frac{8}{\lambda}}. \quad (25)$$

Аналогично к виду (25) приводится и профиль скорости (2) в шероховатых трубах. Таким образом, профиль скорости (25), полученный без каких-либо предположений относительно

Брянская Ю.В. Уточнение кинематических характеристик турбулентного течения

параметров κ_r , C_r , $\kappa_{ш}$, $C_{ш}$, является единым универсальным логарифмическим профилем скорости для течения в трубах при любом режиме гидравлического сопротивления. Иной способ получения такого распределения скоростей с использованием профилей (1) и (2) и законов сопротивления И. Никурадзе (3) и (4) был ранее предложен В.Н. Байковым [15], который показал, что профиль (25) согласуется с измеренными профилями И. Никурадзе в гладком, переходном и квадратичном режимах гидравлического сопротивления. Сопоставим распределение скоростей в гладком режиме сопротивления при $\lambda = \lambda_r$ и $\kappa = \kappa_r$ с распределением скоростей в квадратичном режиме сопротивления при $\kappa = \kappa_{ш}$ и $\lambda = \lambda_{ш}$. Тогда, сравнивая распределения для случаев, когда $\lambda_r = \lambda_{ш} = \lambda$ (что физически возможно и не ограничивает число возможных сопоставлений), из выражения (25) запишем:

$$\frac{1}{\kappa_r} \ln \frac{y}{r_0} + \frac{1,5}{\kappa_r} + \sqrt{\frac{8}{\lambda_r}} = \frac{1}{\kappa_{ш}} \ln \frac{y}{r_0} + \frac{1,5}{\kappa_{ш}} + \sqrt{\frac{8}{\lambda_{ш}}}, \quad (26)$$

откуда следует:

$$\frac{1}{\kappa_r} \left(\ln \frac{y}{r_0} + 1,5 \right) = \frac{1}{\kappa_{ш}} \left(\ln \frac{y}{r_0} + 1,5 \right), \quad (27)$$

соответственно, равенство параметров Кармана для гладких и шероховатых труб при одинаковых значениях λ :

$$\kappa_r = \kappa_{ш}. \quad (28)$$

Таким образом, без каких-либо предположений удалось доказать, что при одинаковых λ зависимость $\kappa = f(\lambda)$ должна быть единой для всех режимов гидравлического сопротивления.

При определении параметра κ по распределениям скорости, измеренным трубкой Пито, приходится сталкиваться с методической сложностью расшифровки ее показаний на малых расстояниях от стенки, соизмеримых с внутренним диаметром приемного отверстия трубки Пито [16]. Анализ показывает, что толщина зоны турбулентного течения в трубах не превышает (0,15–

0,20) r_0 , причем нижняя ее граница соответствует толщине буферной зоны $\frac{u_* \delta}{\nu} \sim 70$ [11]. При

реальных значениях u_* величина δ может составлять доли миллиметра и оказывается соизмеримой с выступами шероховатости. Принимая во внимание эти обстоятельства, при дальнейшем анализе мы не учитывали результаты измерений И. Никурадзе в точках, отстоящих от стенки менее чем на 2–2,5 диаметра приемного отверстия трубки Пито. С увеличением расстояния от стенки роль погрешности, связанной с неточным выбором положения плоскости отсчета, становится незначительной, слабо влияющей на определение κ , C_r и $C_{ш}$.

Табличные данные И. Никурадзе по измерениям скоростей в гладких и шероховатых трубах [17, 18], за исключением указанных точек, обрабатывались с помощью программы Microsoft Excel с определением уравнения линии тренда методом наименьших квадратов для каждого измеренного профиля в виде:

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln y + B. \quad (29)$$

Во всех случаях уравнение линии тренда отвечало опытным точкам с высокой степенью точности. Поскольку для каждого опыта величина u_* была известна на основании измерений

потерь напора в трубе, то по угловому коэффициенту $\frac{u_*}{\kappa}$ линии тренда можно было определить

величину $\frac{1}{\kappa}$ для каждого профиля скорости. Анализ полученных данных позволил установить, что

для гладких труб параметр $\frac{1}{\kappa_r}$ изменяется в зависимости от λ_r , возрастая с уменьшением λ

(рис. 1).

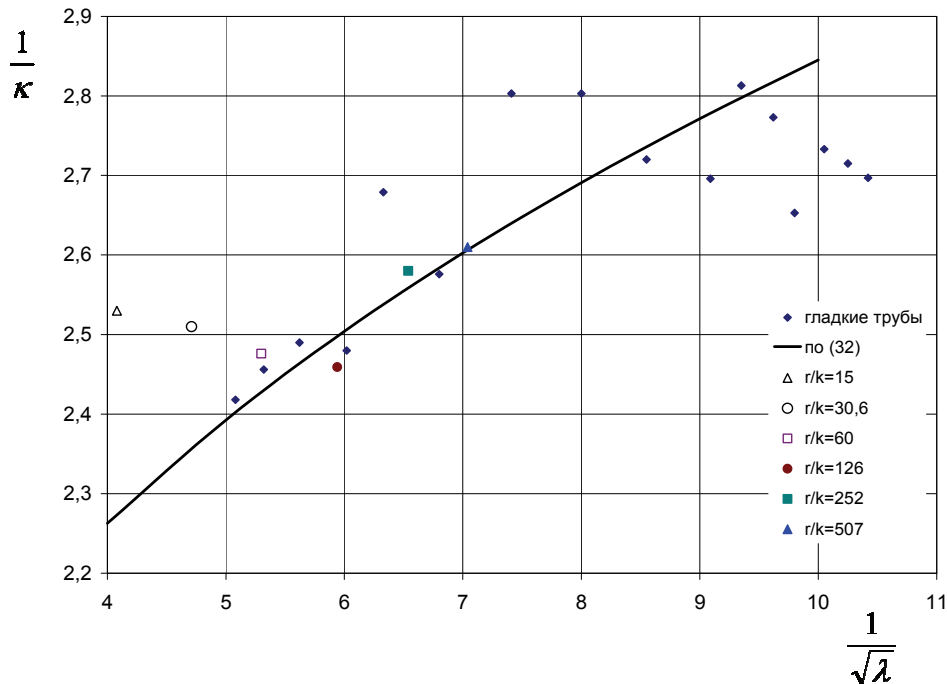


Рисунок 1. Изменение параметра Кармана при течении в гладких и шероховатых трубах (по опытам И. Никурадзе)

Связь между κ_r и λ_r для гладких труб может быть аппроксимирована зависимостью

$$\frac{1}{\kappa_r} = 1,6 \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} \right)^{0,25} \quad (30)$$

Неустойчивость параметра Кармана для течений в шероховатых трубах и учет того, что κ_r , так же как и κ_s , должен зависеть от коэффициента λ , привели к необходимости осреднения экспериментальных значений κ_r для каждой серии опытов И. Никурадзе при $\frac{r_0}{k_s} = const$. При вычислении средних значений κ_r для каждой серии, согласно правилам обработки экспериментальных данных, не учитывались отдельные значения κ_r , выпадающие из общего массива значений κ_r для каждой серии $\frac{r_0}{k_s} = const$. Таким образом, из общего числа обработанных

профилей (41 профиль) не были учтены 6 профилей. Осредненные значения $\frac{1}{\kappa_{us}}$ приводятся на

рисунке 1 и согласуются с данными по $\frac{1}{\kappa_2}$ для всех серий $\frac{r_0}{k_s}$ за исключением $\frac{r_0}{k_s} = 15$, которая

обнаруживает заметное отклонение от общей тенденции. Возможно, причина такого расхождения связана с влиянием неточностей в определении нулевой плоскости отсчета координаты y , которые наиболее сильно могли проявиться именно в опытах этой серии при радиусе трубы 12 мм и наибольшей крупности зерен песка 0,8 мм (максимальная относительная шероховатость в опытах И. Никурадзе).

Сопоставляя уравнение линии тренда (29) с профилями (1) и (2), легко установить, что для гладких труб

$$B = \frac{u_*}{\kappa_2} \ln \frac{u_*}{\nu} + u_* C_2; \quad (31)$$

для шероховатых труб

$$B = -\frac{u_*}{\kappa_{us}} \ln k_s + u_* C_{us}. \quad (32)$$

Поскольку во всех случаях B была известна из уравнений линии тренда, величина $\frac{u_*}{\kappa}$ определена по угловому коэффициенту линии тренда; u_* известна по независимым измерениям потерь напора; величины C_r и $C_{ш}$ для каждого опыта можно было найти из выражений (31) и (32). Следует заметить, что значения $C_r=5,5$ и $C_{ш}=8,48$, найденные И. Никурадзе (при $\kappa=0,4$), различаются на три единицы. Определенные указанным выше способом значения C_r и $C_{ш}$, представленные на рисунке 2, обнаруживают одинаковую тенденцию изменения в зависимости от λ с различием, также близким к трем единицам.

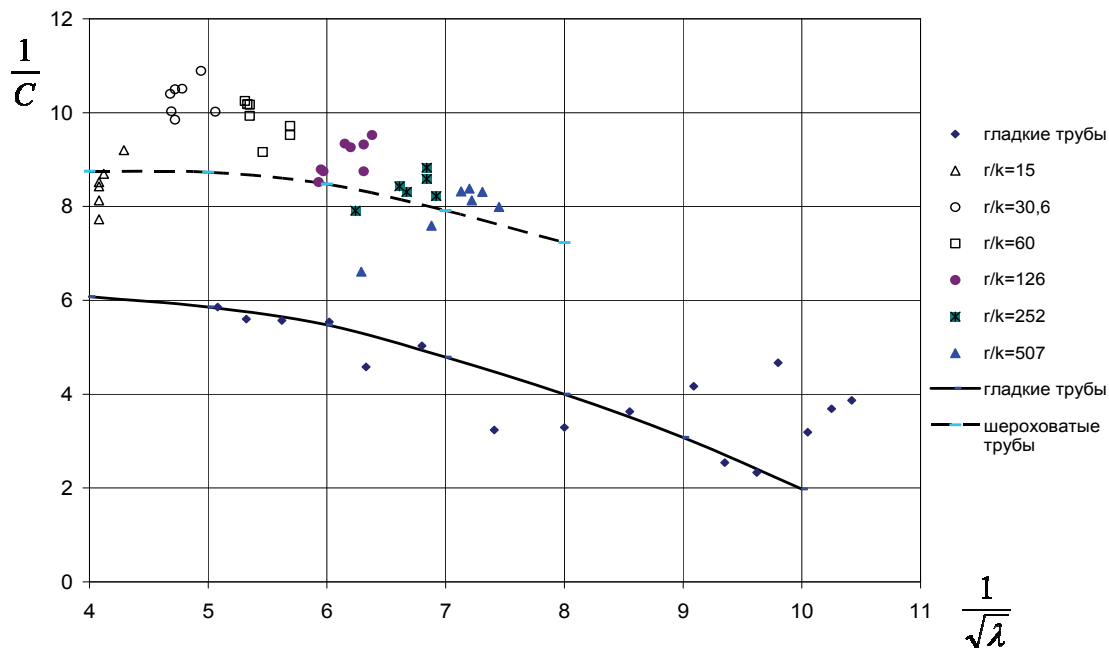


Рисунок 2. Изменение параметра C в профилях скорости при течении в гладких и шероховатых трубах (по опытам И. Никурадзе)

Хотя получение единого универсального логарифмического профиля (25), зависящего только от параметра κ и коэффициента гидравлического сопротивления λ , снимает остроту вопроса о параметрах C_r и $C_{ш}$, рассмотрим поведение C_r и $C_{ш}$ в связи с сохраняющейся практикой широкого использования профилей скорости (1) и (2).

Подставляя в формулу (7) для дефицита средней скорости выражения (14) и (15) и учитывая, что $\frac{V}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}$, запишем:

$$\frac{1}{\kappa_r} \left(\frac{1,15}{\sqrt{\lambda_r}} - 0,8 \right) + C_r = \sqrt{\frac{8}{\lambda_r}} + \frac{3}{2\kappa_r}, \tag{33}$$

$$\frac{1}{\kappa_{ш}} \left(\frac{1,15}{\sqrt{\lambda_{ш}}} - 2 \right) + C_{ш} = \sqrt{\frac{8}{\lambda_{ш}}} + \frac{3}{2\kappa_{ш}}. \tag{34}$$

Учитывая полученное выше доказательство того, что $\kappa_r = \kappa_{ш}$, и принимая во внимание аппроксимацию (30), отражающую экспериментально установленную связь между κ и λ , с использованием полученных соотношений (33) и (34) можно рассчитать $C_r = f_1(\lambda)$ и $C_{ш} = f_2(\lambda)$, отражающие как изменения $\kappa = f(\lambda)$, так и соответствие этих профилей закономерностям сопротивления. Результаты расчета показаны на рисунке 2.

Поскольку κ_r , C_r , $\kappa_{ш}$ и $C_{ш}$ являются функциями единственного параметра λ и, как показано выше, $\kappa_r = \kappa_{ш}$, из (33) и (34) можно найти, что

$$C_{ш} = C_r + \frac{1,2}{\kappa}. \tag{35}$$

Таким образом, исследования, базирующиеся на данных И. Никурадзе по распределению скоростей и гидравлическому сопротивлению при течении в гладких и шероховатых трубах, позволили установить более точное и взаимно согласованное описание кинематической структуры потока с изменяющимися параметрами профилей скорости, согласующееся при этом с закономерностями сопротивления. Следовательно, зависимости И. Никурадзе оказываются частным случаем полученных соотношений. Их можно рассматривать лишь как первое приближенное описание опытных результатов.

Литература

1. Прандтль Л. Результаты работ последнего времени по изучению турбулентности // Проблемы турбулентности. М–Л.: Изд-во ОНТИ НКТП, 1936. С. 9–35.
2. Брянская Ю.В. Изменение параметров логарифмического профиля по поперечному сечению потока в гладких трубах // Сб. докладов НТК МГСУ. М., 2001. С. 27–29.
3. Zagarola M.V. Mean-flow scalling of turbulent pipe flow: Doctoral dissertation / Princeton University, 1996. 187 p.
4. Гольдштик М.А., Кутателадзе С.С. Вычисление константы пристенной турбулентности // Доклады Академии наук СССР. 1969. Т. 185. №3. С. 535–537.
5. Карман Т. Некоторые вопросы теории турбулентности // Проблемы турбулентности. М–Л.: Изд-во ОНТИ НКТП. 1936. С. 35–75.
6. Миллионщиков М.Д. Турбулентные течения в пограничном слое и в трубах. М.: Наука, 1969. 52 с.
7. Gioia G., Chakraborty P. Turbulent friction in rough pipes and the energy spectrum of the phenomenological theory // Physical Review Letters. 2006. Vol. 96. Pp. 1–4.
8. Брянская Ю.В., Байков В.Н., Воынов М.А. Распределение скоростей и гидравлическое сопротивление при течении в трубах, каналах и речных руслах // Гидротехническое строительство. 2011. №3. С. 36–39.
9. Allen J., Shockling M., Kunkel G.J., Smits A.J. Turbulent Flow in Smooth and Rough Pipes // Philosophical Transactions of the Royal Society. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2007. Vol. 365(1852). Pp. 699–714.
10. Полянин А.Д., Вязьмина Е.А., Дильман В.В. Критерии для проверки применимости эмпирических формул. Анализ турбулентных течений и общие замечания // Теоретические основы химических технологий. 2009. Т. 43. №2. С. 131–140.
11. Богомолов А.И., Боровков В.С., Майрановский Ф.Г. Высокоскоростные потоки со свободной поверхностью. М.: Стройиздат, 1979. 344 с.
12. Yang S. Q., Han Y., Dharmasiri N. Flow resistance over fixed roughness elements // Journal of Hydraulic Research. 2011. Vol. 49. No.2. Pp. 257–262.
13. Yen V. C. Open channel flow resistance // Journal of Hydraulic Engineering. 2002. Vol. 128. No.1. Pp. 20–39.
14. Брянская Ю.В., Маркова И.М., Остякова А.В. Гидравлика водных и взвесенесущих потоков в жестких и деформируемых границах. М.: АСВ, 2009. 263 с.
15. Байков В.Н. Универсальное распределение скоростей в водных потоках при различных режимах гидравлического сопротивления // Вестник МГСУ. 2009. №4. С. 19–22.
16. Брянская Ю.В. Выбор плоскости отсчета при измерении распределения скоростей в шероховатых трубах и каналах // Сб. работ молодых ученых ф-та ГСС МГСУ. М.: МГСУ, 2000. Вып. 1. С. 7–10.
17. Никурадзе И. Закономерности турбулентного движения в гладких трубах // Проблемы турбулентности. М–Л.: Изд-во ОНТИ НКТП, 1936. С. 75–150.
18. Nikuradse I. Stromungsgesetze in rauhen Rohren // Forschungs-Heft (Forschungs auf dem Gebiete des Ingenieur-Wesens). 1933. Vol. 361. Pp. 1–22.

**Юлия Вадимовна Брянская, Москва, Россия*

Тел. раб.: +7(499)261-39-12; эл. почта: mgsu-hydraulic@yandex.ru

© Брянская Ю.В., 2013

doi: 10.5862/MCE.41.4

Refinement of turbulent flow velocity characteristics

Y.V. Bryanskaya*Moscow State Civil Engineering University, Moscow, Russia
+7(499)261-39-12; e-mail: mgsu-hydraulic@yandex.ru*

Key words

flow in pipes; theory of turbulence; velocity profile; von Karman parameter; hydraulic resistance

Abstract

The basic laws of Prandtl semi-empirical turbulence theory were analyzed in the article. It was shown, that the Prandtl – Nikuradse logarithmic distribution of velocities are not strictly universal.

The change of the first and second turbulence constants was analyzed on the basis of experimental data of I. Nikuradse. The logarithmic velocity profiles for smooth and rough pipes have been transformed. A united velocity logarithmic profile for flows in pipes, appropriate for any rate of hydraulic resistance was received.

A more precise, consistent with the resistance laws, description of the kinematic structure of the flow with varying parameters of the velocity profiles was set. It was shown that the position of the average velocity point for the flow in pipe remained constant when the parameters of the velocity profile changed.

References

1. Prandtl L. Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung. *Zeitschrift des vereines deutscher ingenieure*. 1933. V.D.I. t.77. No.5. Pp. 105–114.
2. Bryanskaya Yu.V. *Izmeneniye parametrov logarifmicheskogo profilya po poperechnomu secheniyu potoka v gladkih trubah* [The change of logarithmic velocity profile parameters by cross section of the flow in a smooth pipes]. Moscow: Collection of reports NTK MSCEU 2001. Pp. 27–29. (rus)
3. Zagarola M.V. *Mean-flow scaling of turbulent pipe flow*: Doctoral dissertation, Princeton University, 1996, 187 p.
4. Goldshtik M.A., Kutateladze S.S. *Doklady Akademii nauk SSSR* [Reports of the Academy of Sciences USSR]. 1969. Vol. 185. No.3. Pp. 535–537. (rus)
5. Karman Th. Some aspects of the theory of turbulent motion. *Proceedings of the International Congress for applied mechanics*. Cambridge. 1934.
6. Millionshikov M.D. *Turbulentnye techeniya v pogranychnom sloe i v trubah* [Turbulent flow in boundary layers and pipes]. Moscow: Nauka, 1969. 52 p. (rus)
7. Gioia G., Chakraborty P. Turbulent friction in rough pipes and the energy spectrum of the phenomenological theory. *Physical Review Letters*. 2006. Vol. 96. Pp. 1–4.
8. Bryanskaya Y.V., Baykov V.N., Volynov M.A. *Power Technology and Engineering*. 2011. No.3. Pp. 36–39. (rus)
9. Allen J., Shockling M., Kunkel G. J., Smits A. J. Turbulent Flow in Smooth and Rough Pipes. *Philosophical Transactions of the Royal Society. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2007. Vol. 365(1852). Pp. 699–714.
10. Polyanin A.D., Vyazmina E.A., Dilman V.V. *Teoreticheskiye osnovy khimicheskikh tekhnologiy* [Theoretical foundations of chemical engineering]. 2009. Vol. 43. No.2. Pp.131–140. (rus)
11. Bogomolov A.I., Borovkov V.S., Mayranovskiy F.G. *Vysokoskorostnye potoki so svobodnoi poverhnostyu* [Highspeedy flows with free surface]. Moscow: 1979, 344 p. (rus)
12. Yang S.Q., Han Y., Dharmasiri N. Flow resistance over fixed roughness elements. *Journal of Hydraulic Research*. 2011. Vol. 49. No.2. Pp. 257–262.
13. Yen B.C. Open channel flow resistance. *Journal of Hydraulic Engineering*. 2002. Vol.128. No.1. Pp. 20–39.
14. Bryanskaya Yu.V., Markova I.M., Ostyakova A.V. *Gidravlika vodnykh i vzvesenesushchikh potokov v zhestkikh i deformiruyemykh granitsakh* [The calculation of the hydraulic resistance in the transition region with regard of the intermittency of flow in a viscous sublayer]. Moscow: ASV, 2009. 263 p. (rus)
15. Baykov V.N. *Vestnik MGSU*. 2009. No.4. Pp. 19–22. (rus)

16. Bryanskaya Yu.V. *Vybor ploskosti otscheta pri izmerenii raspredeleniya skorostei v shirokih trubah i kanalah* [The choice of the reference plane for the measurement of velocity distribution in the rough pipes and canals] Scientific works of young researches of Department of of Hydraulic and Special Engineering, Moscow State University of Civil Engineering. Moscow: MGSU, 2000. No.1. Pp. 7–10. (rus)
17. Nikuradze I. *Problemy turbulentnosti* [The issue of turbulence]. Moscow–Leningrad: Izd-vo ONTI NKTP, 1936. Pp. 75–150. (rus)
18. Nikuradse I. Stromungsgesetze in rauhen Rohren. *Forschungs-Heft*. 1933. Vol. 361. Pp. 1-22.

Full text of this article in English: pp. 31–38