### ISSN 2071-4726

# Инженерно-строительный журнал

ACK BADA

СТРОИТЕЛЬНЫ

строительн

TEMA HO

EPA:

НСТРУКЦИИ.

ЛЕХАНИКА

научно-прикладное издание

# №1(45) январь-февраль 2014



СОБЫТИЯ

РАСЧЕТЫ

МОДЕЛИ

конструкции

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

национальный исследовательский

#### Инженерно-строительный институт Курсы повышения квалификации и профессиональной переподготовки

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29, тел/факс: 552-94-60, <u>www.stroikursi.spbstu.ru</u>, stroikursi@mail.ru

#### Приглашает специалистов организаций, вступающих в СРО, на курсы повышения квалификации (72 часа)

Код	Наименование программы	Виды работ*				
	Курсы по строительству					
БС-01-04	«Безопасность и качество выполнения общестроительных работ»					
БС-01	«Безопасность и качество выполнения геодезических, подготовительных и земляных работ, устройства оснований и фундаментов»	1,2,3,5				
БС-02	«Безопасность и качество возведения бетонных и железобетонных конструкций»	6,7				
БС-03	«Безопасность и качество возведения металлических, каменных и деревянных конструкций»	9,10,11				
БС-04	«Безопасность и качество выполнения фасадных работ, устройства кровель, защиты строительных конструкций, трубопроводов и оборудования»	12,13,14				
БС-05	«Безопасность и качество устройства инженерных сетей и систем»	15,16,17,18,19				
БС-06	«Безопасность и качество устройства электрических сетей и линий связи»	20,21				
БС-08	«Безопасность и качество выполнения монтажных и пусконаладочных работ»	23,24				
БС-12	«Безопасность и качество устройства мостов, эстакад и путепроводов»	29				
БС-13	«Безопасность и качество выполнения гидротехнических, водолазных работ»	30				
БС-14	«Безопасность и качество устройства промышленных печей и дымовых труб»	31				
БС-15	«Осуществление строительного контроля»	32				
БС-16	«Организация строительства, реконструкции и капитального ремонта. Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика»	33				
	Курсы по проектированию					
БП-01	«Разработка схемы планировочной организации земельного участка, архитектурных решений, мероприятий по обеспечению доступа маломобильных групп населения»	1,2,11				
БП-02	«Разработка конструктивных и объемно-планировочных решений зданий и сооружений»	3				
БП-03	«Проектирование внутренних сетей инженерно-технического обеспечения»	4				
БП-04	«Проектирование наружных сетей инженерно-технического обеспечения»	5				
БП-05	«Разработка технологических решений при проектировании зданий и сооружений»	6				
БП-06	«Разработка специальных разделов проектной документации»	7				
БП-07	«Разработка проектов организации строительства»	8				
БП-08	«Проектные решения по охране окружающей среды»	9				
БП-09	«Проектные решения по обеспечению пожарной безопасности»	10				
БП-10	«Обследование строительных конструкций и грунтов основания зданий и сооружений»	12				
БП-11	«Организация проектных работ. Выполнение функций генерального проектировщика»	13				
Э-01	«Проведение энергетических обследований с целью повышения энергетической эффективности и энергосбережения»					
	Курсы по инженерным изысканиям					
И-01	«Инженерно-геодезические изыскания в строительстве»	1				
И-02	«Инженерно-геологические изыскания в строительстве»	2,5				
И-03	«Инженерно-гидрометеорологические изыскания в строительстве»	3				
И-04	«Инженерно-экологические изыскания в строительстве»	4				
И-05	«Организация работ по инженерным изысканиям»	7				

\*(согласно приказам Минрегионразвития РФ N 624 от 30 декабря 2009 г.)

# По окончании курса слушателю выдается удостоверение о краткосрочном повышении квалификации установленного образца (72 ак. часа)

Для регистрации на курс необходимо выслать заявку на участие, и копию диплома об образовании по телефону/факсу: 8(812) 552-94-60, 535-79-92, , e-mail: <u>stroikursi@mail.ru.</u>

23

<u>Http://www.engstroy.spb.ru</u> – полнотекстовая версия журнала в сети Интернет. Бесплатный доступ, обновление с каждым новым выпуском

#### Инженерно-строительный журнал

научно-прикладное издание

ISSN 2071-4726

Свидетельство о государственной регистрации: ПИ №ФС77-38070, выдано Роскомнадзором

Специализированный научный журнал. Выходит с 09.2008.

Включен в Перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ

Периодичность: 8 раз в год

#### Учредитель и издатель:

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

#### Адрес редакции:

195251, СПб, ул. Политехническая, д. 29, Гидрокорпус-2, ауд. 227А

#### Главный редактор:

Вера Михайловна Якубсон

Научный редактор:

Николай Иванович Ватин

#### Литературный редактор:

Елена Викторовна Соболева

#### Редакционная коллегия:

Установочный тираж 1000 экз.

Подписано в печать 28.02.14 Формат 60х84/8, усл. печ. л. 12,5. Заказ №0556

Отпечатано в типографии СПбГПУ. СПб, ул. Политехническая, д. 29

### Содержание

СОБЫТИЯ	
Об итогах пятой международной научно-технической конференции	5
РАСЧЕТЫ	
Евзеров И.Д. Задачи устойчивости для стержней и	
пластин	6
Чернуха Н.А. Особенности расчета сооружений на	
взрывные воздействия в среде SCAD	12
Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников	
Б.Е. Математическое моделирование процесса	
разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2.	

Модели без учета несплошности соединения

#### КОНСТРУКЦИИ

Селяев В.П., Неверов В.А., Селяев П.В., Сорокин Е.В., Юдина О.А. Прогнозирование долговечности железобетонных конструкций с учетом сульфатной	
коррозии бетона	41
Ал Али М., Томко М. Расчет сопротивления сжатых элементов легких стальных тонкостенных конструкций закрытого профиля. Часть 2 (англ.)	53
Эйгенсон С.Н., Корихин Н.В., Головин А.И. Экспериментальное исследование напряженного состояния некоторых ответственных конструкций	50
крупных гидроэнергетических сооружений	59

#### МОДЕЛИ

Ли Лян, Шхинек К.Н. Воздействие льда на откосные	
сооружения	71
Султанов Т.З., Ходжаев Д.А., Мирсаидов М.М. Оценка	
динамического поведения неоднородных систем с	
учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта	80
Уткин В.С. Расчет надежности грунтового основания	
фундамента по несущей способности (сдвигу) на	
стадии эксплуатации	90

© ФГБОУ ВПО СПбГПУ, 2014

На обложке: производство железобетонных изделий, ЗАО «ДСК-Блок», Санкт-Петербург, Россия

Контакты:



# <u>ФОРУМ</u>

Проблемы и перспективы развития рынка строительно-отделочных материалов и торговли DIY

Примите участие в форуме

2 апреля 2014 Москва, ЦВК «Экспоцентр»

Подробнее на сайте www.mosbuild.com

> MosBuild 20 лет – строим будущее вместе!

Главная строительная и интерьерная выставка России



форума

Стратегический партнер форума:





Программа



# Об итогах пятой международной научно-технической конференции

В период 20–22 ноября 2013 года в Московском государственном строительном университете состоялась пятая международная научно-техническая конференция «Теоретические основы теплогазоснабжения и вентиляции». Форум в этот раз был посвящен 90-летию со дня рождения выдающегося ученого, организатора и педагога, многолетнего заведующего кафедрой отопления и вентиляции (ОиВ) МИСИ, профессора, д.т.н. Вячеслава Николаевича Богословского. Мероприятие традиционно проходило в стенах МГСУ на Ярославском шоссе. Основной тематикой, как и прежде, стали вопросы энергосбережения, теоретические аспекты и перспективные направления научных исследований в области теплогазоснабжения и вентиляции и результаты их практического применения в современных условиях. В конференции приняли участие преподаватели, специалисты, а также студенты, аспиранты и докторанты из вузов, научно-исследовательских, проектных и производственных организаций России, стран ближнего и дальнего зарубежья. В первый день было проведено расширенное пленарное заседание, посвященное воспоминаниям участников и гостей конференции о профессоре Богословском, его жизни, научных и организаторских достижениях, а также проведен ряд неформальных встреч.

Еще одной важной особенностью конференции стала строго научная направленность абсолютно всех представленных докладов. К этому немало усилий приложил научный и организационный комитет.

Значительную научно-методическую и организационную поддержку подготовки и проведения конференции обеспечил Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук (НИИСФ РААСН). Информационную поддержку конференции оказали журналы «С.О.К.», «Инженерно-строительный журнал», «Новости теплоснабжения», «Энергосбережение И водоподготовка», «Полимергаз», «Светопрозрачные конструкции», информационно-издательский «Современные центр строительные конструкции», «Водоснабжение и санитарная техника».

На пленарном заседании выступил заведующий кафедрой ОиВ МГСУ, заведующий лабораторией НИИСФ РААСН профессор, д.т.н. В.Г. Гагарин; профессор кафедры ОиВ, к.т.н. Е.Г. Малявина, а также другие сотрудники кафедры и гости – ученики В.Н. Богословского. Далее в течение трех дней работа конференции была организована в формате четырех тематических секций. Среди докладов можно отметить выступление на секции «Строительная теплофизика и энергоэффективность» профессора Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, д.т.н. М.Р. Петриченко и инженера Д.В. Немовой на тему «Экстремальные задачи расчета свободно-конвективных движений в навесных вентилируемых фасадах».

Важной особенностью конференции уже традиционно стал выделенный в отдельное мероприятие конкурс на лучшую научную работу среди молодых ученых в области теплогазоснабжения и вентиляции. Принять в нем участие смогли студенты, аспиранты, докторанты, инженеры и преподаватели в возрасте до 30 лет. Победителями конкурса стали В.Ю. Кузин (ННГАСУ, Нижний Новгород), О.Ю. Крючкова (МГСУ, Москва), Ю.В. Миллер (НП «АВОК», Москва) и Е.А. Алексеева (ЛГТУ, Липецк).

Состоявшаяся конференция – пятая по счету, юбилейная. Она явилась продолжением уже устоявшейся традиции проведения академических чтений в области теплогазоснабжения и вентиляции, каждые два года проводимых на базе МГСУ. Проблема обеспечения комфортных условий в повседневной жизни и деятельности человека была и остается одной их важнейших составляющих сохранения и развития человеческого потенциала страны. Одновременно с этим перед учеными и инженерами стоит задача сокращения энергозатрат и оптимизации стоимости возводимых зданий и сооружений, повышения экологической безопасности и функциональной эффективности объектов строительства. Кратчайшим путем к достижению поставленных целей является постоянное совершенствование технологии проектирования, расчета, производства и монтажа инженерных и технологических систем, применяемых в современном строительстве. делается процесс вузами, научно-исследовательскими Немалый вклад в этот И производственными организациями, действующими в регионах Российской Федерации и за рубежом. Поэтому очень важно на постоянной основе формировать площадку для обмена передовыми мнениями и идеями всех заинтересованных специалистов отрасли. Именно такой площадкой все эти годы была и остается ноябрьская конференция в МГСУ.

### Задачи устойчивости для стержней и пластин

#### **Д.т.н., научный руководитель проекта И.Д. Евзеров,** ООО «ПРАЙМ КАД»

Аннотация. Рассмотрены задачи устойчивости для стержней и пластин. Используются вариационные формулировки задачи устойчивости. Исследуется положительная определенность функционала потенциальной энергии. Выполнен переход от трехмерной задачи устойчивости к соответствующим задачам для стержней и пластин.

Использованы представления перемещений по сечению стержня и толщине пластины для геометрически нелинейных задач. Эти представления получены из предположений о равенстве нулю деформаций в плоскости сечения стержня или по толщине пластины. Вычислены вторые вариации нелинейных деформаций. Выполнено интегрирование по сечению стержня и толщине пластины. Применены известные формулы для усилий и уравнения равновесия. Получены функционалы устойчивости для стержней и пластин.

Проведено сравнение с известными ранее результатами. Приведено решение тестовой задачи для центрально сжатого консольного стержня с сечением Пи, которая моделировалась пластинами.

Ключевые слова: задачи устойчивости; стержни и пластины; вариационные формулировки

#### Введение

Исследование устойчивости конструкций является одним из основных этапов расчета. Особого внимания требуют стержневые и пластинчатые элементы. Уравнения для стержней и пластин получают из трехмерной задачи, используя представления перемещений по сечению стержня и толщине пластины. Применяются гипотезы плоских сечений для стержней [1, 2], прямых нормалей для пластин и оболочек [3, 4], методы разложения по малому параметру [5–8] и другие асимптотические методы [9, 10, 11]. В работах [12–15] исследуется устойчивость стержней переменного сечения. В работах [16, 17] приведены многочисленные примеры ошибок, возникающих при расчетах устойчивости.

Целью работы является построение представлений перемещений по сечению стержня и толщине пластины, обеспечивающих равенство соответствующих элементов нелинейного тензора деформаций нулю, переход от трехмерной задачи устойчивости к соответствующим задачам для стержней и пластин и вычисление функционалов.

#### Обозначения

Ω – область, занимаемая конструкцией;

 $x = (x_1, x_2, x_3)$  – вектор независимых переменных;

U(x) -вектор – функция перемещений,  $U = (U_1, U_2, U_3);$ 

*и*-вектор – функция перемещений стержня или пластины,  $u = (u_1, u_2, u_3)$ ;

 $\alpha$  -вектор – функция поворотов стержня или пластины,  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3);$ 

f – правая часть,  $f = (f_1, f_2, f_3);$ 

*А*,*l* – сечение и длина стержня, *б* – толщина пластины;

 $d^2$  – вторая вариация;

 $\sigma_{ii}$ ,  $e_{ii}(U)$  – напряжения и нелинейные деформации.

Предполагается суммирование по повторяющимся индексам.

Для стержней штрихом обозначаем дифференцирование по x<sub>1</sub>.

#### Трехмерная задача устойчивости

При решении задачи устойчивости недеформированной схемы в линеаризованной постановке исследуется [18, 19] положительная определенность функционала:

$$a(U) + b(U) + f(U)$$

где *a*(*U*) – функционал работы внутренних сил линейной задачи;

$$f(U) = \int_{\Omega} f_i d^2 U_i dx; \qquad (1)$$

$$b(U) = \int_{\Omega} \sigma_{ij} d^2 e_{ij}(U) dx; \qquad (2)$$

$$e_{ij}(U) = \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} - \frac{\partial U_k}{\partial x_j}\right)/2.$$
(3)

В работе [20] показано, что слагаемые  $\sigma_{ii} (\partial U_i / \partial x_i)^2$  в формуле (2) малы по сравнению с соответствующими величинами, входящими в a(U), поэтому в дальнейшем они не учитываются.

# Представление перемещений по сечению стержня и преобразование функционалов

Предполагаем, что:

- 1) сечение остается плоским;
- 2) деформации в плоскости сечения равны нулю,  $e_{22}(U) = e_{33}(U) = e_{23}(U) = 0$ ;
- 3) линейные по  $u_1, u_2, u_3, \alpha_1$  слагаемые такие же, как в геометрически линейном случае.
- Из 1) следует, что

$$U_i(x) = u_i + x_2 B_i + x_3 C_i.$$
 (4)

Из 2) следует, что

$$B_1^2 + (1+B_2)^2 + B_3^2 = 1, \ C_1^2 + C_2^2 + (1+C_3)^2 = 1,$$
 (5)

$$B_1C_1 + (1+B_2)C_2 + B_3(1+C_3) = 0$$

Из 3) следует, что

$$B_{1} = -u_{2}' + b_{1}, \ C_{1} = -u_{3}' + c_{1}, \ B_{3} = \alpha_{1} + b_{3}, \ C_{2} = -\alpha_{1} + c_{2}, \ B_{2} = b_{2}, \ C_{3} = c_{3}.$$
(6)

Подставив (6) в формулу (5) и приравняв нулю квадратичные слагаемые, получим:

$$2b_2 + (u'_2)^2 + \alpha_1^2 = 0, \ 2c_3 + (u'_3)^2 + \alpha_1^2 = 0, \ c_2 + b_3 + u'_2u'_3 = 0.$$
(7)

Приравняв нулю кубичные слагаемые, получим:

$$-2u'_{2}b_{1} + 2\alpha_{1}b_{3} = 0, -2u'_{3}c_{1} - 2\alpha_{1}c_{2} = 0, -u'_{3}b_{1} - u'_{2}c_{1} + \alpha_{1}(c_{3} - b_{2}) = 0.$$
(8)

Из (4)-(8) следует представление перемещений по сечению:

$$U_{1}(x) = u_{1} - x_{2}\alpha_{3} + x_{3}\alpha_{2} + (x_{2}\alpha_{1}\alpha_{2} + x_{3}\alpha_{1}\alpha_{3})/2;$$

$$U_{2}(x) = u_{2} - x_{3}\alpha_{1} - x_{2}(\alpha_{1}^{2} + \alpha_{3}^{2})/2 + x_{3}\alpha_{2}\alpha_{3}/2;$$

$$U_{3}(x) = u_{3} + x_{2}\alpha_{1} + x_{2}\alpha_{2}\alpha_{3}/2 - x_{3}(\alpha_{1}^{2} + \alpha_{2}^{2})/2,$$
(9)

где использованы обозначения  $-u_3' = \alpha_2$ ,  $u_2' = \alpha_3$ , функции  $u_i, \alpha_i$  зависят только от  $x_1$ .

7

$$N_{i} = \int_{A} \sigma_{1i} dA;$$

$$M_{1} = \int_{A} (x_{2}\sigma_{13} - x_{3}\sigma_{12}) dA , M_{2} = \int_{A} x_{3}\sigma_{11} dA , M_{3} = -\int_{A} x_{2}\sigma_{11} dA;$$

$$m_{2} = \int_{A} x_{3}f_{1} dA , m_{3} = -\int_{A} x_{2}f_{1} dA.$$

Предполагаем, что

$$\int_{A} x_2 f_2 dA = \int_{A} x_3 f_3 dA = \int_{A} (x_3 f_2 + x_2 f_3) dA = 0$$

Справедливы уравнения равновесия [1]:

$$M_2' - N_3 = -m_2$$
,  $M_3' + N_2 = -m_3$ . (10)

Из (1), (9) получим:

$$f(U) = \int_{I} (m_2 \alpha_1 \alpha_3 - m_3 \alpha_1 \alpha_2) dx_1 / 2.$$

Дифференцируя формулу (9) с учетом равенств  $-u_3^{'} = \alpha_2$ ,  $u_2^{'} = \alpha_3$ , получим:

$$d^{2}e_{11}(U) = [(\alpha_{3} - x_{3}\alpha_{1}')^{2} + (-\alpha_{2} + x_{2}\alpha_{1}')^{2} + x_{2}(\alpha_{1}\alpha_{2})' + x_{3}(\alpha_{1}\alpha_{3})']/2;$$

$$d^{2}e_{12}(U) = [-x_{3}(\alpha_{2}'\alpha_{3} - \alpha_{3}'\alpha_{2}) - \alpha_{1}\alpha_{2}]/2;$$
(11)

$$d^{2}e_{13}(U) = [x_{2}(\alpha_{2}'\alpha_{3} - \alpha_{3}'\alpha_{2}) - \alpha_{1}\alpha_{3}]/2.$$

Интегрируя по сечению и пользуясь уравнениями (10), получим:

$$b(U) + f(U) = \int_{I} [N_{1}(\alpha_{2}^{2} + \alpha_{3}^{2}) - 2(M_{2}\alpha_{1})'\alpha_{3} + 2(M_{3}\alpha_{1})'\alpha_{2} + M_{1}(\alpha_{2}'\alpha_{3} - \alpha_{3}'\alpha_{2}) + (N_{1}r^{2} + M_{2}I_{32} - M_{3}I_{23})\alpha_{1}^{2} + 2m_{2}\alpha_{1}\alpha_{3} - 2m_{3}\alpha_{1}\alpha_{2} + (M_{2}\alpha_{1}\alpha_{3})' - (M_{3}\alpha_{1}\alpha_{2})']dx_{1}/2$$
(12)  
rge  $r^{2} = (I_{2} + I_{3})/A;$   
 $I_{2} = \int_{A} x_{3}^{2}dA;$   
 $I_{3} = \int_{A} x_{2}^{2}dA;$   
 $I_{32} = \int_{A} x_{3}(x_{2}^{2} + x_{3}^{2})dA/I_{2};$   
 $I_{23} = \int_{A} x_{2}(x_{2}^{2} + x_{3}^{2})dA/I_{3}.$ 

Первое слагаемое в (12) – изгиб от сжатия, четвертое – изгиб от кручения, пятое – кручение от сжатия, остальные – кручение от изгиба.

Функционал (12) отличается от приведенного, например, в работе [21] наличием последних четырех слагаемых, которые обусловлены квадратичными по поворотам слагаемыми в (9).

Последние два слагаемых получены другим методом в работе [20].

Второе слагаемое следует вводить в (12) только для тонкостенных стержней, когда функционал a(U) работы внутренних сил содержит под интегралом слагаемое  $EI_{\omega}(\alpha_1^{''})^2$ .

Для тонкостенных стержней полагаем [22, 23, 24]:  $\alpha_2 = -u_3' + x_2^0 \alpha_1', \alpha_2 = u_2' + x_3^0 \alpha_1', x_2^0, x_3^0$  – координаты центра кручения.

# Представление перемещений для пластин и преобразование функционалов

Используется аналогичное (9) представление перемещений по толщине [25]:

$$U_{1}(x) = u_{1} + x_{3}\alpha_{2} + x_{3}\alpha_{1}\alpha_{3}/2;$$

$$U_{2}(x) = u_{2} - x_{3}\alpha_{1} + x_{3}\alpha_{2}\alpha_{3}/2;$$

$$U_{3}(x) = u_{3} - x_{3}(\alpha_{1}^{2} + \alpha_{2}^{2})/2;$$
(13)

функции  $u_i, \alpha_i$  зависят только от  $x_1, x_2$ .

Квадратичные по поворотам слагаемые в (13) обеспечивают равенство  $e_{33}(U) = 0$ .

Введем стандартные обозначения для внутренних сил и моментов и внешних моментов [3]:

$$N_{ip} = -\int_{\delta} \sigma_{ip} dx_3, \ M_{pq} = -\int_{\delta} x_3 \sigma_{pq} dx_3$$
$$m_2 = \int_{\delta} x_3 f_1 dx_3, \ m_1 = -\int_{\delta} x_3 f_2 dx_3.$$

Интегралы берутся по толщине пластины.

Справедливы уравнения равновесия [3]:

$$\partial M_{1p} / \partial x_p - N_{31} = -m_2, \ \partial M_{2p} / \partial x_p - N_{32} = m_1.$$
 (14) Из (1) и (13) получим

$$f(U) = \int_{\Omega} (m_2 \alpha_1 \alpha_3 - m_1 \alpha_2 \alpha_3) dx_1 dx_2 / 2$$

Дифференцируя (13) с учетом равенств  $\partial u_3 / \partial x_2 = \alpha_1, \partial u_3 / \partial x_1 = -\alpha_2$ , получим:

$$d^{2}e_{11}(U) = [(\partial u_{2} / \partial x_{1} - x_{3} \partial \alpha_{1} / \partial x_{1})^{2} + \alpha_{2}^{2} + x_{3} \partial (\alpha_{1} \alpha_{3}) / \partial x_{1}]/2;$$
  
$$d^{2}e_{22}(U) = [(\partial u_{1} / \partial x_{2} + x_{3} \partial \alpha_{2} / \partial x_{2})^{2} + \alpha_{1}^{2} + x_{3} \partial (\alpha_{2} \alpha_{3}) / \partial x_{2}]/2;$$

 $d^{2}e_{12}(U) = [(\partial u_{1} / \partial x_{1} + x_{3}\partial \alpha_{2} / \partial x_{1})(\partial u_{1} / \partial x_{2} + x_{3}\partial \alpha_{2} / \partial x_{2}) + (\partial u_{2} / \partial x_{1} - x_{3}\partial \alpha_{1} / \partial x_{1}) \cdot; \quad (15)$   $(\partial u_{2} / \partial x_{2} - x_{3}\partial \alpha_{1} / \partial x_{2}) + \alpha_{1}\alpha_{2} + x_{3}(\partial (\alpha_{1}\alpha_{3}) / \partial x_{2} + \partial (\alpha_{2}\alpha_{3}) / \partial x_{1})]/2$ 

$$d^{2}e_{13}(U) = -\alpha_{1}\partial u_{2} / \partial x_{1} + \alpha_{1}\alpha_{3} / 2;$$
  
$$d^{2}e_{23}(U) = \alpha_{2}\partial u_{1} / \partial x_{2} + \alpha_{2}\alpha_{3} / 2.$$

Интегрируя по толщине и пользуясь (14), получим:

$$b(U) + f(U) = \int_{\Omega} [N_{pq} \partial u_3 / \partial x_p \partial u_3 / \partial x_q + N_{11} (\partial u_2 / \partial x_1)^2 + N_{22} (\partial u_1 / \partial x_2)^2 + N_{12} (\partial u_1 / \partial x_1 \partial u_1 / \partial x_2 + \partial u_2 / \partial x_1 \partial u_2 / \partial x_2) +$$

$$2\partial (M_{1p} \alpha_1) / \partial x_p \partial u_2 / \partial x_1 - 2\partial (M_{2p} \alpha_2) / \partial x_p \partial u_1 / \partial x_2 + 2(m_2 \alpha_1 \alpha_3 - m_1 \alpha_2 \alpha_3) - \partial (M_{pq} \alpha_p \alpha_3) / \partial x_q] dx_1 dx_2 / 2$$
(16)

Евзеров И.Д. Задачи устойчивости для стержней и пластин

Последнюю сумму можно преобразовать к интегралу по границе. Первая сумма в (16) – изгиб от сжатия, три последние – влияние изгиба. Слагаемые, содержащие  $\alpha_3$ , следует вводить в (16) только в том случае, когда функционал a(U) работы внутренних сил содержит под интегралом слагаемое [26]:

$$G\delta(\alpha_3 - (\partial u_2 / \partial x_1 - \partial u_1 / \partial x_2) / 2)^2.$$
<sup>(17)</sup>

При использовании метода разложения по малому параметру (толщине) в работах [7, 8] слагаемые

$$N_{11}(\partial u_2 / \partial x_1)^2 + N_{22}(\partial u_1 / \partial x_2)^2 + N_{12}(\partial u_1 / \partial x_1 \partial u_1 / \partial x_2 + \partial u_2 / \partial x_1 \partial u_2 / \partial x_2)$$
(18)

приняты малыми. Однако они также существенны. Например, задачи устойчивости центрально сжатых стержней с сечениями – Пи, двутавр, Зет и т. д. – можно моделировать и пластинами. Если в (16) не учитывать слагаемые (18), критическая сила увеличивается на 30–50%. Наиболее характерный пример – стальной консольный стержень с сечением Пи, высота стенок – 96 мм, ширина нижних полок –23 мм, ширина верхней полки – 56 мм, толщина стенок и полок – 4 мм. Аналитическое решение приведено в работе [27]. При моделировании пластинами с учетом (18) первая критическая сила равна 5.77 т. Близкие результаты получены при моделировании стержнями и трехмерными элементами. При моделировании пластинами без учета (18) первая критическая сила равна 9.11 т.

Представленные результаты внедрены в программном комплексе ЛИРА10, который широко применяется для расчета строительных конструкций. В работе [28] приведены решения тестовых задач устойчивости, полученные в ПК ЛИРА10, и сравнение с аналитическими решениями.

#### Выводы

1. Получены представления перемещений по сечению стержня и толщине пластины для геометрически нелинейных задач.

2. Выполнен переход от вариационной постановки трехмерной задачи устойчивости к соответствующим задачам для стержней и пластин.

#### Литература

- 1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
- 2. Сливкер В.И. Строительная механика. Вариационные основы. М.: АСВ, 2005. 708 с.
- 3. Дюво Г., Лионс Ж.-Л. Неравенства в механике и физике. М.: Наука, 1980. 383 с.
- 4. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. М.: Судпромгиз, 1962. 344 с.
- 5. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976. 475 с.
- Гольденвейзер А.Л. Алгоритмы асимптотического построения линейной двумерной теории тонких оболочек и принцип Сен-Венана // Прикладная математика и механика. 1994. Т. 58. Вып. 6. С. 96–108.
- 7. Сьярле Ф., Рабье П. Уравнения Кармана. М.: Мир, 1983. 172 с.
- 8. Ciarlet P.G. Mathematical elasticity. Theory of plates. Amsterdam: Elsevier, 1997. 497 p.
- 9. Назаров С.А. Асимптотический анализ тонких пластин и стержней. Новосибирск: Научная книга, 2002. 406 с.
- 10. Bauer S.M., Filippov S.V., Smirnov A.L., Tovstich P.E. Asymptotic methods in mechanics with application to thin plates and shells // Asymptotic Methods in Mechanics & Lecture Notes. 1993. Vol. 3. Pp. 3–141.
- 11. Miara B. Justification of the asymptotic analysis of elastic plates // Applicable Analysis. 1989. Vol. 31. Pp. 291–307.
- 12. Cywiński Z. Formänderungsgrössenverfahren mittig gedrückter dünnwandiger Stäbe mit einfach- und doppeltsymmetrischen offen Querschnitten // Stahlbau. 2005. No. 12. Pp. 916–924.
- 13. Coşkun S.B. Analysis of tilt-buckling of Euler columns with varying flexural stiffness using homotopy perturbation method // Mathematical Modeling and Analysis. 2010. Vol. 15. No. 3. Pp. 275–286.

- He J.-H. Recent development of the homotopy perturbation method // Topological Methods in Nonlinear Analysis. 2008. Vol. 31. No. 2. Pp. 205–209.
- Atey M.T. Determination of critical buckling loads for variable stiffness Euler columns using homotopy perturbation method // International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation. 2009. Vol. 10. No. 2. Pp. 199–206.
- 16. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Некоторые ошибки в постановке и решении задач устойчивости равновесия конструкций // Труды международной научно-технической конференции «Вычислительная механика деформируемого твердого тела». Т.2. М., 2006. С. 316–323.
- Perelmuter A.V., Slivker V.I. On an Error of Mysterious Nature that happens in Software when Analyzing Mechanical Systems for Buckling // Proceedings of the 15th Nordic Seminar on Computer Mechanics. Aalborg, Denmark. 18–19 October. Denmark: Aalborg University, 2002. Pp. 229–232.
- 18. Болотин В.В. О вариационных принципах теории упругой устойчивости // Проблемы механики твердого деформируемого тела. Л.: Судостроение, 1973. С. 83–88.
- 19. Болотин В.В. О понятии устойчивости в строительной механике // Проблемы устойчивости в строительной механике. М.: Стройиздат, 1965. С. 6–27.
- 20. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы. М.: СКАД СОФТ, 2009. 704 с.
- 21. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. 542 с.
- 22. Власов В.3. Тонкостенные упругие стержни (прочность, устойчивость, колебания). М.: Госстройиздат, 1940. 276 с.
- 23. Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А. Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержней // Инженерно-строительный журнал. 2012. №1(27). С. 53–73.
- 24. Anwer Ali B., Saad S., Osman M., Ahmad Y. Finite Element Analysis of Cold-formed Steel Connections // International Journal of Engineering (IJE). 2011. Vol. 5. No.2. Pp. 55–61.
- 25. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. Киев: Факт, 2007. 393 с.
- 26. Wilson E.L., Ibragimbegovich J. Thick shell and solid elements with independent rotation fields // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1991. Vol. 31. Pp. 1393–1414.
- 27. Биргер И.А., Пановко Я.Г. Прочность. Устойчивость. Колебания. М.: Машиностроение, 1968. Т. 3. 567 с.
- 28. Евзеров И.Д., Гераймович Ю.Д., Лазнюк М.В., Марченко Д.В. Численное решение задач устойчивости и сильного изгиба // Труды четвертой международной научно-технической конференции «Теория и практика расчета зданий и элементов конструкций. Аналитические и численные методы». М.: МГСУ, 2011. С. 155–166.

Исаак Данилович Евзеров, Киев, Украина Тел. моб.: +38(050)3302498; эл. почта: ide@lira.com.ua

© Евзеров И.Д., 2014

### Особенности расчета сооружений на взрывные воздействия в среде SCAD

#### Аспирант Н.А. Чернуха,

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

**Аннотация**. Статья посвящена способам расчета сооружений на взрывные воздействия методом конечных элементов в среде SCAD.

Приведена классификация взрывов и рассмотрены особенности их воздействия на сооружения. Описаны методы расчета конструкций на взрывные воздействия. Рассмотрены вопросы определения параметров ударных волн при их дифракции с сооружением.

Показан процесс задания импульсных нагрузок от ударных волн в SCAD. Представлен вариант использования модуля «Прямое интегрирование уравнений движения» в SCAD для решения задач динамики взрывов. Проведен анализ напряженно-деформированного состояния сооружения при его расчете в SCAD по различным методикам. Сделаны выводы о преимуществах и недостатках описанных методов, а также функциональных возможностях SCAD при решении задач динамики взрывов.

Ключевые слова: виды взрывов; динамика сооружений; квазистатический метод; импульсное воздействие; прямое интегрирование; дифракция волны; конечно-элементный расчет; SCAD

#### Введение

Расчетный анализ любой конструкции начинается с попытки установить, что в рассматриваемом случае является существенным, а чем можно смело пренебречь. Общая тенденция видна в том, чтобы учесть лишь немногие важнейшие эффекты и получить наиболее простую модель. Цель инженера-расчетчика – найти разумный компромисс между требованиями к полноте и точности модели и располагаемыми вычислительными возможностями [1].

При построении расчетной модели сооружения одной из важнейших процедур является идеализация нагрузок. Более трудным становится моделирование нагрузок, изменяющихся во времени, ведь принятые инженером-расчетчиком решения могут в значительной мере повлиять на динамическое поведение модели конструкции, точность и достоверность результатов расчета.

При проектировании зданий и сооружений, входящих в состав комплексов опасных нефтехимических производств и предприятий атомной энергетики, а также сооружений гражданской обороны, в отечественной [2, 3] и мировой практике [4–7] предусматривается выполнять расчет строительных конструкций на взрывное воздействие с помощью норм.

Аварийный внешний взрыв – экстремальное воздействие, которое обязательно должно приниматься во внимание при проектировании объектов повышенной ответственности [8–11].

#### 1. Обзор литературы

Под взрывом понимается быстрое выделение большого количества энергии, вызванное внезапным изменением состояния вещества или его параметров [12]. Результатом взрыва являются распространяющиеся в пространстве воздушные ударные волны (ВУВ) и волны сжатия в грунте, взаимодействующие с препятствиями, зданиями и сооружениями. Физике процесса взрыва, определению его параметров и воздействия на живых существ и сооружения посвящено множество исследований [13–16].

Методики определения нагрузок от взрывов в различных отраслях промышленности иногда не совпадают, а сами нагрузки зависят от многих факторов: вида и агрегатного состояния вещества, типа окружающего пространства и др. [2–4, 7].

При классификации взрывов выделяют два основных типа – детонационный и дефлаграционный (вспышка, мгновенное возгорание [5]). Первый тип характерен для концентрированных взрывчатых веществ, а также возможен в облаках газо- и паровоздушных смесей (ГПВС) при распространении горения со сверхзвуковой скоростью. Второй тип наблюдается только в облаках ГПВС, как правило, при скоростях горения ниже скорости звука [17].

Характер воздействия взрывов двух указанных типов различен (см. рис. 1). Нагрузка при детонационном взрыве характеризуется мгновенным приложением и малым временем действия, чем определяется ее динамический характер. При дефлаграции действие нагрузки ближе к статическому.



#### Рисунок 1. Изменение избыточного давления во фронте волны при: а) детонационном взрыве б) дефлаграционном взрыве [17]

Важным обстоятельством является то, что сразу предсказать, какой из типов взрывного воздействия более опасен для конкретного сооружения, не представляется возможным, так как требуется оценка динамических характеристик проектируемого сооружения [18, 19].

В современной практике расчетов сооружений существуют различные методы моделирования особой нагрузки от взрыва. Каждый из них в разной степени является приближенным описанием реальной картины взаимодействия ударной волны и сооружения, обладает различной точностью и достоверностью и требует различных вычислительных ресурсов.

В связи со стремительным развитием информационных технологий и численных методов расчета становится возможным создание более сложных моделей и алгоритмов, учитывающих значительно большее количество факторов и условий, тем самым приближая модель к реальности и увеличивая точность и достоверность результатов [20–25]. Производительная способность современных персональных компьютеров (ПК) позволяет проводить относительно быстро динамические расчеты пространственных схем большой размерности.

Рынок современного программного обеспечения для расчета строительных конструкций предлагает значительное количество вычислительных комплексов, различающихся по специфике и сложности решаемых задач, потребности в вычислительных ресурсах и стоимости. Одной из наиболее популярных и доступных систем прочностного анализа строительных конструкций в России является интегрированная система прочностного анализа и проектирования конструкций Structure CAD Office (SCAD), позволяющая решать задачи большой размерности как при статических, так и при динамических воздействиях [26–28].

#### 2. Постановка задачи

Цель исследования – провести анализ напряженно-деформированного состояния строительных конструкций сооружения при действии особой нагрузки от ударной волны, смоделированной по различным методикам, определить их достоинства и недостатки при решении задач динамики взрывов.

В качестве иллюстративного примера выбрано отдельно стоящее полузаглубленное обвалованное убежище гражданской обороны на атомной станции. Нагрузки от ударной волны вычислены в соответствии с требованиями норм проектирования защитных сооружений гражданской обороны и объектов атомной промышленности [2, 3]. Для определенности рассматривался случай нормального отражения ударной волны при детонационном взрыве в неограниченном пространстве [17].

#### 3. Квазистатический метод расчета конструкций

При расчете сооружений на динамические нагрузки зачастую на практике нет необходимости устанавливать характер движения конструкции и определять внутренние усилия в любой момент действия нагрузки. Как правило, требуется определить максимальные перемещения и усилия в элементах конструкций сооружения, которые можно найти посредством упрощенных квазистатических расчетов, то есть с помощью коэффициентов динамичности.

Квазистатический метод расчета основан на схематизации конструкции как системы с одной степенью свободы (эквивалентного линейного осциллятора) и задании приближенного закона перемещений системы с точностью до одного неизвестного параметра, зависящего от времени (эквивалентной координаты). Динамический прогиб в любой момент времени пропорционален прогибу при статическом действии максимальной нагрузки [29–30]. Коэффициентом пропорциональности является искомый коэффициент динамичности, зависящий от времени.

Такой подход наиболее часто используют при упрощенных квазистатических расчетах конструкций на импульсивные и ударные нагрузки. Однако стоит отметить, что точность результатов при таких расчетах сильно зависит от принятого закона перемещений системы и его близости к действительному, при этом сама система не должна быть слишком велика по сравнению с «пятном» нагрузки. Предположение о том, что динамические и статические перемещения системы пропорциональны во все моменты времени действия нагрузки, окажется близким к истине только в том случае, если имеют место нагрузки достаточно длительные и медленно нарастающие по сравнению с периодом первого тона колебаний системы.

В рассматриваемом примере убежища динамические нагрузки от ударной волны и коэффициенты динамичности были определены в соответствии с действующими нормами проектирования защитных сооружений гражданской обороны [2].

При квазистатическом расчете сооружения приняты следующие предпосылки:

- сооружение рассматривается полностью погруженным в ударную волну, то есть динамические нагрузки действуют на все элементы сооружения одновременно;
- нагрузки имеют максимальные значения;
- нагрузки равномерно распределены по площадям;
- нагрузки приложены нормально к поверхностям конструкций.

Нагрузки от ударной волны в общем случае зависят от вида и количества взрывчатых веществ, класса сооружения, типа конструкции, степени герметизации, инженерно-геологических и гидрогеологических условий, уклонов откосов обвалования и площади проемов в наружных ограждающих конструкциях [2, 17, 31].

Безусловным достоинством квазистатических методов является сведение расчета на динамическое воздействие к решению относительно простой статической задачи [17, 25]. Отклик конструкций сооружения может быть определен с использованием простейших конечноэлементных программ, не позволяющих производить строгий динамический расчет.

Однако квазистатическим методам расчета присущ ряд недостатков. Так, например, для получения максимального отклика необходимо вычислить и сложить модальные отклики конструкции (изгибающие моменты, поперечные силы), но при квазистатических расчетах вообще невозможно говорить о векторе максимальных суммарных откликов, так как в разных точках конструкции максимумы сдвинуты во времени [17]. Поэтому для суммирования модальных откликов и получения максимального отклика необходимо прибегать к специальным формулам (суммирование по модулю, метод «корень квадратный из суммы квадратов» (ККСК), метод «Ten percent rule», метод «Complete quadratic combination» (CQC) и др.) [33–35]. Также важно, что при квазистатическом методе невозможно оценить «упругую отдачу» конструкции, из-за чего, например, может быть ошибочно произведен расчет армирования.

#### 4. Импульсное воздействие

Как было сказано выше, нагрузки на сооружения при детонационном взрыве имеют ярко выраженный динамический характер, поэтому колебания и прочность конструкций часто можно определять по теореме импульсов [36, 37].

В рассматриваемом примере избыточное давление во фронте ударной волны является заданной нормами [38] величиной, а продолжительность действия нагрузки  $\theta$  определена по нормам проектирования объектов атомной промышленности [3].

При решении задачи в более общей постановке параметры волны могут быть определены по методикам, описанным во многих источниках [12, 39–41].

В процессе обтекания сооружения ударной волной выделяют фазы сжатия и разрежения.

Удельный импульс  $i_{-}$  и продолжительность фазы разрежения  $\tau_{-}$  существенно меньше, чем в фазе сжатия, поэтому ими часто пренебрегают.

Удельный импульс фазы сжатия *i*<sub>+</sub> численно равен площади под кривой давления в этой фазе. Считая эпюру давления в фазе сжатия треугольной, удельный импульс может быть приближенно (с запасом) вычислен по формуле:

$$i_+ = \frac{\Delta p_{\phi} \tau}{2}.$$

Часто также в запас продолжительность действия нагрузки принимают равной продолжительности фазы сжатия, т. е.  $\theta = \tau_{\perp}$ .

#### 5. Прямое интегрирование уравнений движения

Параметры волны, определенные, например, согласно [12, 39–41], при ее контакте и обтекании сооружения сильно изменяются во времени, и именно эти параметры требуется знать для расчетов прочности и колебаний строительных конструкций [44, 45]. Действительные законы изменения параметров ударных волн при *дифракции* сложны [46].

В практике при динамическом расчете сооружения реальные законы изменения нагрузок во времени заменяют упрощенными, расчетными. Наиболее часто используемые законы изменения нагрузки во времени приведены в работах [1, 12, 17, 31].

Стадии дифракции ударной волны и графики изменения давления на строительные конструкции представлены на рисунке 2.



Рисунок 2. Дифракция ударной волны. Графики изменения давления во фронте волны

Как было сказано выше, рассматривается случай *нормального отражения* ударной волны при детонационном взрыве в неограниченном пространстве [17]. Распространение ударной волны в пространстве горизонтальное [3].

Для определения характерных точек графиков изменения давления на строительные конструкции сооружения необходимо определить следующие величины:

• скорость распространения фронта ударной волны  $D_{\phi}$ , зависящая от давления во фронте  $\Delta p_{\phi}$  [МПа]:

$$D_{\phi} = 340 \sqrt{1 + 8.3 \Delta p_{\phi}}, \, m/c$$
 ;

 отраженное давление при падении ударной волны на фронтальную стену сооружения, складывающееся из собственно отраженного давления и давления скоростного напора воздуха:

$$\Delta p_{omp} = 2\Delta p_{\phi} + \frac{6(\Delta p_{\phi})^2}{\Delta p_{\phi} + 0.72}$$
, МПа (при площади проемов в стене менее 10%);

 $\Delta p_{omp} = \Delta p_{\phi} + rac{2.5 (\Delta p_{\phi})^2}{\Delta p_{\phi} + 0.72}$ , МПа (при площади проемов в стене более 10%);

• время от начала отражения до установления режима обтекания:

$$t_{o \delta m} \approx \frac{3H}{D_{db}}$$
, c;

• момент времени *t*<sub>бок</sub> :

$$t_{\delta o \kappa} = \frac{b}{D_{\phi}}, c$$

время от t<sub>бок</sub> до t<sub>тыл</sub> (выбирается наименьшее:)

$$t_{mbln} = \frac{4h}{D_{db}}$$
, с, или  $t_{mbln} = \frac{2b}{D_{db}}$ , с.

Уравнения движения конечно-элементной модели представлены в виде:

$$\begin{cases} M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \\ x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \end{cases}$$

где K, M – соответственно матрица жесткости и матрица масс; C – матрица демпфирования, определяемая исходя из гипотезы Релея  $C = \alpha M + \beta K$ .

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \text{ is } \beta = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2},$$

где  $\omega_1, \omega_2, \xi_1, \xi_2$  – первые две собственные циклические частоты [рад/с] и модальное демпфирование для первой и второй собственных частот (в долях от критического демпфирования).

1. *α* и *β* – коэффициенты пропорциональности Релея, отвечающие за затухание по низким модам и по высоким модам соответственно.

2. В модуле реализован безусловно устойчивый вариант метода пошагового интегрирования Ньюмарка [47].

3. Весь временной интервал разбивается на конечное число шагов  $N_{step} = \frac{T_{dur}}{\Delta t + 1}$ , где

 $T_{dur} = t_{end} - t_{start}$ . Шаг интегрирования  $\Delta t$  в пределах одной постановки задачи постоянен. Запись результатов (перемещений, усилий) осуществляется в определенные моменты времени, совпадающие с точками интегрирования.

Шаг интегрирования рекомендуется принимать в пределах (0.01 - 0.001)  $T_1$ , где  $T_1$  – период первого тона колебаний сооружения.

#### 6. Ход и результаты расчета

Автоматизированный расчет выполнялся в SCAD (версия 11.5), реализующем метод конечных элементов. На рисунке 3 представлена расчетная схема сооружения в SCAD; планировка помещений убежища условно не показана.

Конструктивная схема убежища – одноэтажное трехпролетное сооружение из монолитного железобетона с жесткими узлами, образованными наружными и внутренними стенами, внутренними колоннами, фундаментной плитой, балками и плитой покрытия.

Рассматривается упругая стадия работы конструкций, не допускающая развития остаточных деформаций.

Характеристики грунтового основания вычислены в программе КРОСС, использующей билинейную модель основания, и экспортированы в SCAD. Методом последовательных итераций произведено сведение моделей основания и фундамента, чем и реализована совместная работа системы «сооружение – основание».



Рисунок 3. Расчетная схема в SCAD

Расчет на действие ударной волны в SCAD выполнен по трем методикам, описанным выше.

Схема загружения сооружения ударной волной при квазистатическом методе расчета представлена на рисунке 4. Обозначения эквивалентной статической нагрузки на различные конструкции сооружения приняты согласно [2].



#### Рисунок 4. Схема приложения нагрузки от ударной волны (квазистатический метод)

Для учета кратковременных и мгновенных нагрузок в SCAD предусмотрено задание импульсных загружений в модуле «Динамика» [42, 43] (см. рисунок 5).

Ввод параметров динамической нагрузи	ки Инпульсное или ударное всадействие	Ввод паратетров динатической наг	грузки Импульсное или ударное воздействие
Категория воздействия С Сействические воздействие	Загружение 12 Воздействие ударной волны	Число учитываетых форм собственных колебаний	10
С Ветровые зоздействие	Ини загружении Возрайствии цеориой волно	Коэффициент неупругого сопротивления материала	0.19
Прочне воздействие	Преобразование статических нагрузок в массы		
Тип воздействия	Нонер и иня присоединяеного Коэф.		
Гернонические колебания	1 Собственный вес		
Удар Модальный анализ Интульс с отслеживаниен истории Удар с отслеживаниен истории Удар с учетотеликии и посоцударяк Пряхов интёгрирование уравнений,	1 0 91 2 0 87 5 0 91 5 0 91		
	Определение собственных форм и частот выполнить нетадом « Итерации подпространств		
	С Ланцоша		
e	С Наискорейшего спуска		
	Г Анализ в заданном частотном диалазоне от 0 гц до 0 гц		
	Автонатическое определение количества форм исходя из %     выбранных насс по направлениес     х      0 % У      0 % Z     0 %		

Рисунок 5. Ввод параметров динамической нагрузки. Импульсное воздействие

При задании импульсного загружения необходимо указать форму и направление воздействия, а также его параметры (вес массы в узле, значение импульса или амплитуду силы воздействия, продолжительность воздействия, период и количество повторений) (см. рисунок 6).

Форма воздействия			
	6		$\square$
Направление	Y	Z	
Параметры воздействия			
Вес массы в узле	0 к	н	
<ul> <li>Значение импульса.</li> </ul>	25 к	H*ce	
С Амплитуда силы воздействия	к	н	OK
Продолжительность воздействия	1 00	эк	0.54000
Период повторения	1 0	ек	
Количество повторений	1		Справка

#### Рисунок 6. Параметры импульсного воздействия в SCAD

Для моделирования переменной особой нагрузки от ударной волны в среде SCAD использовался встроенный модуль «Прямое интегрирование уравнений движения» (см. рис. 7). Учет инерционных характеристик реализуется преобразованием статических загружений в массы с соответствующими коэффициентами.

Ввод паранетров динанической нагрузи	и Пряное интегрирование уравнений движения	Ввод параметров динамической нагруз	аки Прямое интегрирование уравнений движения
Категория воздействия	Загружение 19 Нагрузка от ударной волны 💌	Тип выбора шага интегрирования — Г автонатический	Шигинтегрирования
С Ветровые воздействие	Иня загружных		Продолжительность процессе [1.032] Мененты времени для выдачи результатов
		Модальное динпфирование	010101000010000001110000
Прочне воздействие	🔽 Преобразование статических нагрузок в нассы	1-я частота 0.05	0/016 0.021 0.032 0.053 1 1.032
Тип воздействия	Номер и иня присоединяемого Козф. статического загружения пересчета.	2-я частота 0.05	
Гарнонические колебания Инпульс	1 Собственный вес	(в долях от критического)	
Модальный анализ Иотальс с отсляживанием истории Удар с отслеживанием истории Удар с учётом влияния массы ударяк	1 0.91 2 0.87 5 0.91 Удолињ	Вреня 0	Мискитель 1 Продолжение расчета
Пряное интегрирование уравнения ;	Определение собственных форн и частот выполнить методии	Статическое загружение 1(Собствен • в	Рункия
	Итерации подпространств	Добавить 11 1 0 "F:\3_C	таты Особенности расчета сооружений на вэрывные воздействия/Гг 🔺
	С Ланцоша	12 1 0.003 °FA	\3_Статья Особенности расчета соружений на ворывные воздействы 3_Статья Особенности расчета соружений на ворывные воздействы 13_Статья Особенности расчета соружений на ворывные воздействы.
< >	С Наискорейшего спуска	Удалить 14 1 0.014 °FA	3_Статья Особенности расчета сооружений на ворьеные водействи (3_Статья Особенности расчета сооружений на ворьеные воздействи.
	Г Анализ в заданном частотном диалазоне от 0 гц до 0 гц	15 1 0.019 "FA 16 1 0.024 "FA 17 1 0.03 "EA	13_стать я Особенности расчета сооружений на вэрывные воздействы 3_стать я Особенности расчета сооружений на вэрывные воздействы Стан. «Сообенности расчета сооружений на возначи на полнийствии Стан. «Сообенности расчета сооружений на возначи на полнийствии стан
	Автонатическое определения количества форм исходя кз % выбранных масс по направлениям:		
	X 0 % Y 0 % Z 0 %		

Рисунок 7. Модуль «Прямое интегрирование уравнений движения» в SCAD

Результаты расчета сооружения получены в виде перемещений узлов и усилий в элементах расчетной модели в SCAD.

Результаты расчета сооружения по трем методикам удобно представить в таблице 1.

Таблица 1. Анализ	результатов	расчета	сооружения в	SCAD
-------------------	-------------	---------	--------------	------

Метод расчета	Квазистатический метод (по СНиП II-11-77*)		Импульсное воздействие		Прямое интегрирование уравнений движения	
Позиция сравнения		%		%		%
Максимальное перемещение Z плиты покрытия, мм	11.08	100	19.22	173	6.38	58
Максимальное продольное усилие $N_{\rm max}$ в колоннах, кН	16577.62	100	18607.59	112	10814.82	65
Максимальный изгибающий момент $M_{y_{\rm max}}$ в колоннах, кН*м	164.51	100	2667.84	1622	312.64	190
Максимальный изгибающий момент $M_{z_{max}}$ в колоннах, кН*м	735.72	100	5872.25	798	2195.59	298
Минимальный изгибающий момент $M_{y\_\min}$ в колоннах, кН*м	-2597.27	100	-		-501.86	19
Минимальный изгибающий момент $M_{z\_\min}$ в колоннах, кН*м	-733.14	100	-		-3203.88	437
Максимальная поперечная сила $Q_{z\_\max}$ в колоннах, кН	337.33	100	1916.34	568	234.97	70
Максимальная поперечная сила $Q_{y_{max}}$ в колоннах, кН	464.3	100	3977.96	857	2686.1	578
Минимальная поперечная сила $Q_{z\_\min}$ в колоннах, кН	-3064.85	100	-		-479.94	16
Минимальная поперечная сила $Q_{y_{\rm min}}$ в колоннах, кН	-290.34	100	-		18.32	7
Максимальный изгибающий момент $M_{x_{max}}$ в плите покрытия, кН*м/м	529.82	100	1183.78	223	459.15	87
Максимальный изгибающий момент $M_{y_{\rm max}}$ в плите покрытия, кН*м/м	527.31	100	1104.61	209	325.76	62
Минимальный изгибающий момент $M_{x\_\min}$ в плите покрытия, кН*м/м	-645.83	100	-		-620.19	96
Минимальный изгибающий момент $M_{y_{\rm min}}$ в плите покрытия, кН*м/м	-609.39	100	-		-387.83	64
Максимальная поперечная сила $Q_{y_{max}}$ в плите покрытия, кН/м	767.03	100	1218.27	159	589.33	77
Максимальная поперечная сила $Q_{x_{\rm max}}$ в плите покрытия, кН/м	747.59	100	1118.31	150	462.83	62
Минимальная поперечная сила $Q_{y_{\min}}$ в плите покрытия, кН/м	-732.08	100	-		-600.91	82
Минимальная поперечная сила $Q_{x_{\rm min}}$ в плите покрытия, кН/м	-802.95	100	-		-492.46	61

Расчет по трем методикам позволяет сделать следующие выводы.

1. Максимальный прогиб конструкций покрытия не превышает предельно допустимых значений при расчете по трем методикам; условие ограничения деформаций выполнено.

2. Железобетонные конструкции сооружения обладают достаточными размерами сечений для восприятия поперечных сил; усилия, полученные в результате расчета сооружения, могут быть использованы в качестве основания для расчета армирования и конструирования строительных конструкций сооружения.

3. Расчет сооружения при задании особой нагрузки от ударной волны в виде импульсного загружения показал завышенные значения перемещений узлов и внутренних усилий в элементах модели. Это объясняется тем, что продолжительность фазы сжатия, принятая в запас и равная длительности воздействия импульсной нагрузки,  $\tau_+ = \theta = 1c$  [2, 3, 17], можно охарактеризовать как большую (не малую) величину, вследствие чего нагрузка от ударной волны не имеет ярко выраженного динамического характера, а ее действие ближе к статическому. В рассматриваемом случае моделирование динамической нагрузки от ударной волны в виде импульсного воздействия приводит к неправдоподобным результатам.

4. Перемещения и усилия в стенах и плитах при более точном и строгом динамическом расчете сооружения с использованием модуля «Прямое интегрирование уравнений движения» значительно меньше, чем при расчете по нормативной методике. Увеличившиеся значения изгибающих моментов и поперечных сил в колоннах объясняются отсутствием взаимной компенсации эквивалентных статических нагрузок (см. рисунок 3), имеющей место при квазистатическом методе расчета.

#### Заключение

На основании анализа результатов расчета можно сделать следующие выводы.

1. Очевидным преимуществом квазистатического расчета является его относительная простота и высокая скорость выполнения, что полезно на ранних этапах вариантного проектирования с целью выбора наиболее удачного технического решения.

2. Допущения и абстракции, принимаемые при квазистатическом расчете, рекомендованном [2], приводят к значительному запасу прочности несущих стен и плит и перерасходу материалов в строительных конструкциях.

3. Рассматривалась упругая стадия работы конструкций, не допускающая развития остаточных деформаций. Модальный анализ, являющийся частным случаем динамического метода, не применим при нелинейном динамическом анализе.

4. Избыточное давление во фронте ударной волны, действующее по поверхностям боковых стен, плит фундамента и покрытия и изменяющееся по координате и по времени, в SCAD следует задавать дискретными загружениями. Каждому загружению соответствует свой график изменения значений и время запаздывания.

5. SCAD позволяет учесть относительное демпфирование к коэффициентам Релея только для первой и второй собственных частот, что приводит к завышению демпфирования и занижению отклика для частот возмущения выше второй собственной. Данное обстоятельство может привести к ошибочным результатам при расчете сложных механических систем при высокочастотных возмущениях (например, взрыв).

6. Динамические расчеты сооружений на взрывное воздействие, выполняемые в модуле «Прямое интегрирование уравнений движения» SCAD, позволят снизить расход материалов и сметную стоимость строительства.

7. Остается открытым вопрос внедрения рассмотренной инновационной методики в практику проектирования и ее регламентирования в строительных нормах.

#### Литература

- 1. Кабальнов Ю.С., Кузьмина Е.А. Моделирование как основной метод решения задач на компьютере // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. 2007. №10. С. 15–29.
- 2. Защитные сооружения гражданской обороны: СНиП II-11-77\*. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1987.

- Нормы строительного проектирования АС с реакторами различного типа: ПиН АЭ-5.6. М.: Минатомэнерго СССР, 1986.
- 4. Eurocode 1: Actions on structures. Pt. 1–4: General actions Wind actions. BS EN 1991-1-4:2005. Brussels: CEN / European Committee for Standardization. April 2005.
- 5. External Human-Induced Events in Site Evaluation for Nuclear Power Plants. IAEA Safety Standards Series. Safety Guide No.NS-G-3.1 / International Atomic Energy Agency. Vienna, 2002.
- 6. External Events Excluding Earthquakes in the Design of Nuclear Power Plant. IAEA Safety Standards Series. Safety Guide No. NS-G-1.5 / International Atomic Energy Agency. Vienna, 2003.
- 7. Eurocode No. 2. Design of Concrete Structures. Pt. 1: General Rules and Rules for Buildings (Revised Final Draft). October 1990.
- Скоробогатов С.М. Место человеческого фактора в классификации техногенных катастроф железобетонных сооружений // Академический вестник УРАЛНИИПРОЕКТ РААСН. 2008. №1. С. 94–97.
- 9. Назаров В.П., Коротовских Я.В. Компьютерные технологии прогнозирования пожаровзрывоопасности производственных объектов // Технологии техносферной безопасности. 2010. №5. С. 21–26.
- 10. Ефремов К.В., Лисанов М.В., Софьин А.С., Самусева Е.А., Сумской С.И., Кириенко А.П. Расчет зон разрушения зданий и сооружений на опасных производственных объектах // Безопасность труда в промышленности. 2011. №9. С. 70–77.
- Yan S., Wang J.-H., Wang D., Zhang L. Mechanism analysis on progressive collapse of RC frame structure under blast effect // Gongcheng Lixue – Engineering Mechanics. 2009. № 26 (SUPPL. 1). Pp. 119–123, 129.
- 12. Барштейн М.Ф., Бородачев Н.М., Блюмина Л.Х. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия. М.: Стройиздат, 1981. 215 с.
- Chen H.L., Xia Z.C., Zhou J.N., Fan H.L., Jin F.N. Dynamic responses of underground arch structures subjected to conventional blast loads: Curvature effects // Archives of Civil and Mechanical Engineering. 2013. Vol. 13. Issue 3. Pp. 322–333.
- 14. Lu Y., Wang Z., Chong K. A comparative study of buried structure in soil subjected to blast load using 2D and 3D numerical simulations // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2005. Vol. 25. Issue 4. Pp. 275–288.
- 15. Jayasooriya R., Thambiratnam D.P., Perera N.J., Kosse V. Blast and residual capacity analysis of reinforced concrete framed buildings / // Engineering Structures. 2011. Vol. 33. Issue 12. Pp. 3483–3495.
- Yin X., Gu X., Lin F., Huang Q., Kuang X. Numerical simulation for collapse responses of RC frame structures under blast loads // Proceedings of the 8th International Conference on Shock and Impact Loads on Structures. 2009. Pp. 739–745.
- 17. Бирбраер А.Н., Роледер А.Ю. Экстремальные воздействия на сооружения. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. 594 с.
- 18. Копаница Д.Г., Капарулин С.Л., Васильева Е.В. Влияние жесткости колонн на динамические параметры пространственного железобетонного каркаса в процессе ремонта // Вестник ТГАСУ. 2006. №1. С. 164–169.
- 19. Kabantsev O., Perelmuter A. Modeling transition in design model when analyzing specific behaviors of structures // Procedia Engineering. 2013. No. 57. Pp. 479–488.
- 20. Фиалко С.Ю. Прямые методы решения систем линейных уравнений в современных МКЭ-комплексах. М.: Изд-во СКАД СОФТ, 2009. 160 с.
- 21. Фиалко С.Ю. Применение многофронтального метода в программе SCAD для анализа большеразмерных расчетных моделей зданий и сооружений // Бюллетень строительной техники. 2005. №9. С. 61–63.
- 22. Перельмутер А.В., Фиалко С.Ю. Прямые и итерационные методы решения большеразмерных конечно-элементных задач строительной механики // ХХ международная конференция «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов». 24 26 сентября, Санкт-Петербург. Санкт-Петербург, 2003.
- 23. Фиалко С.Ю. Применение современных вычислительных технологий к расчету многоэтажных зданий SCAD // Вестник одесской государственной академии строительства и архитектуры. 2003. №9. С. 189–193.

- 24. Фиалко С.Ю. Агрегатный многоуровневый метод конечных элементов для анализа больших задач моделей строительных зданий и сооружений // Вестник одесского национального морского университета. 2003. №10. С. 112–118.
- 25. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Фиалко С.Ю. Блочный метод Ланцоша со спектральными трансформациями для решения больших МКЭ задач собственных колебаний // Вестник одесского национального морского университета. 2003. №10 С. 93–99.
- 26. Фиалко С.Ю. О методах решения большеразмерных задач строительной механики на многоядерных компьютерах // Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 116–124.
- 27. Fialko S. Iterative methods for solving large-scale problems of structural mechanics using multi-core computers // Archives of Civil and Mechanical Engineering. 2014. №14(1). Pp. 190–203.
- 28. Fialko S. Parallel finite element solver for multi-core computers // 2012 Federated Conference on Computer Science and Information Systems, FedCSIS 2012. Art. no. 6354298. Pp. 525–532.
- Anderson C.E., Baker W.E., Wauters D.K., Morris B.L. Quasi-static pressure, duration, and impulse for explosions (e.g. HE) in structures // International Journal of Mechanical Sciences. 1983. Vol. 25. Issue 6. Pp. 455–464.
- Nassr A.A., Razaqpur A.G., Tait M.J., Campidelli, M. Foo S. Strength and stability of steel beam columns under blast load // International Journal of Impact Engineering. 2013. Vol. 55. Pp.34–48.
- 31. Котляревский В.А., Ганушкин В.И., Костин А.А. Убежища гражданской обороны: Конструкции и расчет. М.: Стройиздат, 1989. 606 с.
- 32. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. М.: Стройиздат, 1979. 320 с.
- 33. Бирбраер А.Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука, 1998. 255 с.
- 34. Hashin Z. Expanding the Capabilities of the Ten-Percent Rule for Predicting the Strength of Fibre–Polymer Composites // Composites Science and Technology. 1980. Vol. 62. No. 12-13. Pp. 1515–1544.
- 35. Xi-Yuan Zhou, Rui-Fang Yu, Liang Dong. The complex-complete-quadratic-combination (CCQC) method for seismic responses of non-classically damped linear mdof system // 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, B.C., Canada. 2004. Paper No.848.
- 36. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 1995. 416 с.
- 37. Маркеев А. П. Теоретическая механика. М.: ЧеРО, 1999. 572 с.
- 38. Инженерно-технические мероприятия гражданской обороны: СНиП 2.01.51-90. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985.
- 39. Бейкер У., Кокс П., Уэстайн П. Взрывные явления. Оценка и последствия. М.: Мир, 1986. 319 с.
- 40. Попов Н.Н. Расчет конструкций специальных сооружений. М.: Стройиздат. 1974. 194 с.
- 41. Шамин В.М. Расчет защитных сооружений на действие взрывных нагрузок. М.: Стройиздат. 1989. 71 с.
- 42. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Оffice. Вычислительный комплекс SCAD М.: Издательство СКАД СОФТ, 2011. 656 с.
- 43. Перельмутер А.В., Криксунов Э.З., Карпиловский В.С., Маляренко А.А. Интегрированная система для расчета и проектирования несущих конструкций зданий и сооружений SCAD OFFICE. Новая версия, новые возможности // Инженерно-строительный журнал. 2009. №2. С. 10–12.
- 44. Копаница Д.Г., Гринкевич М.А. Динамика железобетонной модели пространственного сооружения, заглубленной в песчаный грунт // Вестник ТГАСУ. 2007. №1. С. 126–136.
- 45. Гринкевич М.А. Собственные колебания модели пространственного железобетонного сооружения в деформируемой среде // Вестник ТГАСУ. 2007. №2. С. 157–160.
- 46. Сушков Ю.В., Данилов В.Л. Влияние геологических и климатических условий на прочность транспортных тоннелей при сейсмовзрывных воздействиях // Наука и техника транспорта. 2008. №3. С. 31–41.
- 47. Юдаков А.А., Бойков В.Г. Численные методы интегрирования уравнений движения многокомпонентных механических систем, основанные на методах прямого интегрирования уравнений динамики метода конечных элементов // Вестник Удмуртского университета. 2013. Вып. 1. С. 131–144.

Никита Антонович Чернуха, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(906)225-2579; эл. почта: chernukha.n@mail.ru

© Чернуха Н.А., 2014

### Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном.

Часть 2. Модели без учета несплошности соединения

К.т.н., заведующий ИЛ «Механическая лаборатория им. проф. Н.А. Белелюбского» А.В. Бенин,

ФГБОУ ВПО «Петербургский государственный университет путей сообщения»; к.ф.-м.н., доцент А.С. Семенов,

инженер С.Г. Семенов,

д.т.н., профессор Б.Е. Мельников,

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Аннотация. В целях повышения точности оценки прочности эксплуатируемых железобетонных конструкций рационально использовать модели с дискретным расположением арматурных стержней с учетом реальных характеристик сцепления арматуры с бетоном, определяемых, как правило, экспериментальным путем. Одним из наиболее распространенных способов определения характеристик сцепления является вытягивание арматурного стержня из бетонного блока (pull-out test).

Разрушение связей сцепления арматуры с бетоном при выдергивании стержня из бетонного блока представляет собой сложный многостадийный процесс, сопровождающийся присутствием неоднородного и неупругого деформирования, нарушением адгезионных связей, возникновением и развитием трещин различной формы и ориентации, наличием изменяющихся зон контакта и трибологических явлений.

В рамках данной работы выполнены экспериментальные исследования и произведено сравнение с результатами расчета с использованием различных моделей разрушения связей сцепления арматуры с бетоном в задаче о вытягивании стержневой профилированной арматуры из бетонного блока. В первой части статьи рассматриваются модели с учетом несплошности соединения, во второй – модели без явного учета несплошности.

**Ключевые слова:** сцепление арматуры с бетоном; математические модели; конечноэлементное моделирование; диаграмма сцепления; прочность; поврежденность; разрушение

#### Введение

Данная статья является продолжением работы [1], посвященной экспериментальному исследованию и математическому моделированию процессов разрушения связей сцепления арматуры с бетоном в задаче о вытягивании стержневой профилированной арматуры из бетонного блока. Процесс разрушения связей сцепления арматуры с бетоном при выдергивании арматурного стержня из бетонной матрицы представляет собой сложный многостадийный процесс, сопровождающийся присутствием неоднородного и неупругого деформирования, нарушением адгезионных связей, возникновением и развитием трещин различной формы и ориентации, наличием изменяющихся зон контакта и трибологических явлений. Это приводит к необходимости разработки и использования сложных моделей, учитывающих наличие несплошности на поверхности соединения, процессы микрорастрескивания, накопление повреждений и неупругое деформирование бетона. Различные модели, описывающие взаимодействие арматуры с бетоном, рассматривались в работах [2-11]. Для получения решений нелинейных краевых задач использовались конечно-элементные (КЭ) программные комплексы ANSYS [12], ABAQUS [13] и PANTOCRATOR [14], каждый из которых обладает определенной спецификой используемых моделей материалов и методов решения рассматриваемого класса задач.

В рамках данной части исследования выполнено сравнение 7 классов моделей процессов разрушения связей сцепления арматуры с бетоном, перечисленных ниже в порядке усложнения:

- модели без учета несплошности соединения (гетерогенная среда, идеальное сцепление);
- 2) модель с введением фиктивного интерфейсного слоя;
- 3) модель с явным учетом несплошности и с использованием пружинных элементов;
- 4) модели с применением алгоритма «выключения» элементов;
- 5) модель с учетом микрорастрескивания в бетоне;
- 6) модель упруго-поврежденного материала;
- 7) модель упруго-поврежденно-пластического материала.

В первой части исследования [1] представлены результаты расчетов с использованием моделей 3 и 4, учитывающих наличие несплошности соединения арматуры с бетоном. В данной работе рассматриваются результаты расчетов с использованием моделей 1, 2, 5, 6 и 7, не учитывающих явно наличие несплошности. Во всех рассматриваемых здесь моделях, за исключением модели идеального сцепления 1 (введенной в рассмотрение исключительно для полноты сравнения), производится попытка неявного (опосредованного) учета несплошности путем локального изменения упругих модулей бетона в окрестности области сцепления, позволяющая использовать стандартные подходы конечно-элементного анализа.

#### 1. Постановка задачи

Рассматривается задача о вытягивании стержневой профилированной арматуры из бетонного блока. Задача допускает различные подходы к решению, отличающиеся способом учета явления сцепления. Отличия возникают в способе описания несплошностей, появляющихся в процессе разрушения связей сцепления, которые можно вводить явно (путем рассмотрения раздельного движения арматуры и бетона при наличии специальных связей, явного введения системы трещин) или неявно (путем изменения эффективных свойств материалов в зоне сцепления, учета континуальных повреждений). Ниже приводятся исходные данные, являющиеся общими для всех используемых КЭ моделей. Специфические данные, отражающие особенности модели, рассматриваются в соответствующих разделах.

Исследуется вытягивание стержневой профилированной арматуры из бетонного блока при монотонном нагружении. Высота бетонного куба класса B25 200 мм, диаметр арматуры 14 мм, шаг рифеля 10 мм, высота профиля 2 мм. Нагрузка прикладывается к нижнему концу арматурного стержня. Смещения измерялись на верхнем конце арматуры. Условия нагружения и геометрия объекта соответствуют требованиям RILEM/CEB/FIB [15] (рис. 1.1).



Рисунок 1.1. Геометрия и условия нагружения образца-куба для экспериментального определения прочности сцепления арматуры с бетоном в соответствии с требованиями RILEM/CEB/FIB [15]

В расчетах при анализе напряженно-деформированного состояния использовались осесимметричные и трехмерные КЭ модели (см. рис. 1.2).



#### Рисунок 1.2. Твердотельная модель в задаче о вытягивании арматуры из бетонного блока: а) трехмерная модель с рассовмещенным представлением арматуры и бетонной матрицы; б) ее осевое сечение; в) фрагмент сетки осесимметричной КЭ модели

Используемые в расчетах значения основных констант, определяющих механические свойства материалов, приведены в таблице 1.1. Следует отметить, что механические характеристики приведены для бетона после выдержки 28 суток. Эти характеристики зависят от большого числа факторов, например, от влажности бетона [16], наличия агрессивной среды и пр. Все эти факторы должны учитываться при расчете реальных железобетонных конструкций.

		Единица измерения	Материал <b>бетон В25</b>	Материал <b>сталь</b>
Модуль упругости	Ε	МПа	30 000	206 000
Коэффициент Пуассона	v	-	0.2	0.3
Предел текучести	$\sigma_{02}$	МПа	-	235
Предел прочности на сжатие	$R_{b}$	МПа	18.5	-
Предел прочности на растяжение	$R_{b}^{t}$	МПа	1.55	-
Деф. пика на диаграмме сжатия	E <sub>b</sub>	-	0.1472%	-
Деф. пика на диаграмме растяжения	$\mathcal{E}_{b}^{t}$	-	0.0123%	-
Параметр критерия Друккера – Прагера	γ	-	0.845	-

Таблица 1.1. Механические свойства материалов

Неупругое поведение стальной арматуры моделировалось при помощи упругопластической модели с линейным изотропным упрочнением и ассоциированным законом пластического течения. При необходимости в случае наличия сложных программ переменного непропорционального нагружения могут быть использованы более сложные модели упругопластического деформирования металлов [17, 18].

Целью данной работы являлось систематическое сравнение возможностей различных подходов при конечно-элементном (КЭ) моделировании процессов разрушения связей сцепления в сравнении с экспериментальными данными. Рассматривались экспериментальные данные работ [1] и [19] (см. рис. 1.3).



## Рисунок 1.3. Экспериментально полученные кривые выдергивания арматурного стержня из бетонного блока, используемые в расчетах

Используемые ниже при построении диаграмм сцепления касательные напряжения сцепления  $\tau$  определяются на основе измеряемой в эксперименте силы вытягивания F при помощи соотношения:

$$\tau(s) = \frac{F(s)}{\pi dh},\tag{1.1}$$

где *d* – диаметр арматуры (14 мм); *h* – длина линии контакта арматуры и бетона (*h* = 5*d*).

#### 2. Решение задачи без учета несплошности соединения

Простейшим вариантом решения задачи о вытягивании арматуры из бетонного блока является подход, основанный на условии идеальности сцепления без учета возможности нарушения сплошности соединения, ослабления сил сцепления и изменения эффективных свойств материалов в области контакта. Очевидно, что данное решение справедливо лишь при низких уровнях нагрузки. Являясь весьма грубым приближением, данное решение может быть использовано в качестве базового при сравнении с результатами, предлагаемыми другими подходами.

При получении решения данной задачи использованы три модели материала для описания поведения бетона:

- линейно-упругая модель;
- упруго-пластическая модель с использованием критерия Друккера Прагера без упрочнения;
- упруго-пластическая модель с использованием критерия Друккера Прагера при наличии упрочнения.

Для всех моделей материала производилось также сравнение решений для случаев профилированной и гладкой арматуры.

#### 2.1. Решение задачи в упругой постановке

Результаты упругого решения задачи о вытягивании профилированной арматуры из зафиксированного в вертикальном направлении по нижнему краю бетонного блока при наличии идеального сцепления представлены на рисунке 2.1. Жесткое монотонное нагружение реализовано путем задания вертикальных перемещений  $u_z = -60$  мкм на нижнем торце арматуры (здесь и ниже предполагается, что используется цилиндрическая система координат *r*, *f*, *z* с осью *z*, ориентированной вдоль арматуры). Расчет произведен (и для стали, и для бетона) с использованием линейно-упругой модели изотропного материала на основе осесимметричных КЭ моделей (рис. 2.2).

Анализ результатов решения задачи о вытягивании профилированной арматуры показал, что наиболее нагруженной точкой (точка A на рисунке 2.1) конструкции является место выхода арматуры из бетонного блока. В этой точке интенсивность напряжений  $\sigma_i$  в арматуре достигает значения 89.6 МПа. Максимальное значение главных напряжений  $\sigma_1 = 92$  МПа в бетоне

(в точке А) намного превышает предел прочности бетона, что указывает на то, что даже при таком низком уровне нагрузки ( $u_z = -60$  мкм) должно наблюдаться разрушение бетона или разрыв связей сцепления бетона с арматурой. Следует отметить, что указанные значения характеристик напряженного состояния в характерных точках выступа профиля много меньше, чем в точке А. Максимальное главное значение тензора деформаций  $\varepsilon_1$  также реализуется в точке А. Однако это значение max  $\varepsilon_1 = 0.00283$  (рис. 2.1, б) реализуется со стороны бетона. Оно также значительно превышает значение абсциссы пиков на диаграммах растяжения и сжатия бетона.

Сравнительный анализ компонент тензора напряжений указывает на доминирование компоненты  $\sigma_r$  (max  $\sigma_r = 76$  МПа), которая и определяет высокий уровень интенсивности напряжений и максимальных главных значений тензора напряжений. Среди компонент тензора деформаций преобладают радиальная компонента  $\varepsilon_r$  (max  $\varepsilon_r = 0.22\%$ ) и касательная компонента  $\gamma_{rz}$  (max  $\gamma_{rz} = 0.25\%$ ). Эти компоненты определяет уровень интенсивности деформаций (max  $\varepsilon_i = 0.25\%$ ) и максимальных главных значений тензора деформаций (max  $\varepsilon_i = 0.25\%$ ).



Рисунок 2.1. Распределение полей интенсивности напряжений (а) и максимальных главных деформаций (б) в задаче о вытягивании профилированной арматуры из бетонного блока (показан фрагмент). Упругое решение для случая жесткого монотонного нагружения (*u*<sub>z</sub> = -60 мкм)

Результаты сравнения решений задачи с профилированной и гладкой арматурой показали, что отличия в интенсивностях напряжений и вертикальных перемещений не превосходят 0.5% и характер распределения полей имеет только локальные отличия, что свидетельствует об отсутствии необходимости учета профилирования арматуры в расчетах при рассмотрении идеального сцепления арматуры с бетоном.

#### 2.2. Решение задачи в упруго-пластической постановке с использованием критерия Друккера – Прагера

Критерий пластичности Друккера – Прагера принадлежит к классу двухинвариантных критериев, является гладким приближением к критерию Кулона – Мора и может быть записан в следующем виде [18]:

$$\sqrt{3J_2 + \gamma I_1 - \sigma_Y} = 0, \qquad (2.1)$$

где инварианты тензора напряжений определяются равенствами:

$$I_{1} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{I} = \sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}, \ J_{2} = \frac{1}{2} \boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{s} = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2} \right].$$
(2.2)

При  $\gamma = 0$  следствием критерия Друккера – Прагера получается критерий Мизеса. Параметры  $\gamma$  и  $\sigma_{\gamma}$ , характеризующие пластические свойства модели, связаны с параметрами Кулона  $\varphi$  и *с* (для меридиана растяжения) равенствами:

$$\gamma = \frac{2\sin\varphi}{3-\sin\varphi}, \quad \sigma_Y = \frac{6c\cos\varphi}{3-\sin\varphi}.$$
 (2.3)

Критерий Друккера – Прагера на плоскости с координатами  $I_1, \sqrt{J_2}$  описывается прямой линией. Параметры  $\gamma$  и  $\sigma_{\gamma}$  могут быть определены на основе пределов текучести при растяжении  $\sigma_{\gamma}^t = R_{bn}^t$  и сжатии  $\sigma_{\gamma}^c = R_{bn}$ , полученных из опытов на одноосное нагружение:

$$\gamma = \frac{\sigma_Y^c - \sigma_Y^t}{\sigma_Y^t + \sigma_Y^c}, \quad \sigma_Y = \frac{2\sigma_Y^t \sigma_Y^c}{\sigma_Y^t + \sigma_Y^c}.$$
(2.4)

Обобщением (2.1) на случай учета наличия упрочнения (разупрочнения) является уравнение

$$\sqrt{3J_2} + \gamma I_1 - \sigma_Y(\varepsilon_i^p) = 0.$$
(2.5)

Результаты решения задачи о вытягивании профилированной арматуры из бетонного блока в упруго-идеально-пластической постановке с применением критерия Друккера – Прагера (2.1) представлены на рисунке 2.2. Задавалось жесткое монотонное нагружение посредством приложенных к нижнему краю арматуры вертикальных перемещений  $u_z = -60$  мкм.





Сравнение упругого (рис. 2.1) и идеально-упруго-пластического (рис. 2.2) решений показало, что при появлении зон пластичности максимум интенсивности напряжений  $\sigma_i$  смещается из точки А в точку В на нижний выступ профиля. Арматура продолжает находиться в упругом состоянии.

В пластическом решении наблюдается увеличение уровня деформаций, возрастающее от  $\max \varepsilon_1 = 0.283\%$  в упругом решении до  $\max \varepsilon_1 = 0.582\%$ . Максимум по-прежнему реализуется в бетоне в окрестности точки А.

При сравнении упругого и упруго-пластического решений заметны значительные отличия в уровне и характере распределения максимальных главных значений тензора напряжений  $\sigma_1$  в бетоне. Напряжения понижаются с  $\max \sigma_1 = 92$  МПа в упругости до  $\max \sigma_1 = 5.9$  МПа в пластичности. Местоположение реализации максимального главного значения тензора напряжений также смещается из нижней точки контакта арматуры с бетоном в вершину выступа нижнего профиля.

Зоны пластичности при данном уровне нагрузки ( $u_z = -60$  мкм) являются достаточно обширными (рис. 2.3а). Они охватывают область контакта арматуры и достигают <sup>3</sup>/<sub>4</sub> ее высоты и

доходят до 1.8 радиусов арматуры. Зоны пластичности зарождаются в окрестности нижней точки контакта арматуры с бетоном, а также в вершинах выступов профиля арматуры. При увеличении нагрузки локальные зоны сливаются в одну, которая распространяется с ростом нагрузки снизу вверх. Уровень нагрузки, при котором объединенная зона пластичности (допускающая интерпретацию в данной постановке задачи как зоны разрушения) достигает верхнего края бетонного блока, может рассматриваться как предельно допустимый критический уровень, соответствующий максимуму на диаграмме сцепления.





Рисунок 2.3. Зоны пластичности в задаче о вытягивании профилированной арматуры из бетонного блока (показан фрагмент). Упругопластическое решение с применением критерия Друккера – Прагера без учета упрочнения (а) и с его учетом (б) для случая жесткого монотонного нагружения (и<sub>z</sub> = -60 мкм)

Результаты решения задачи о вытягивании профилированной арматуры из бетонного блока в упруго-пластической постановке с применением критерия Друккера – Прагера с учетом упрочнения (2.5) представлены на рисунке 2.4. Сравнение упруго-пластических решений с упрочнением и без упрочнения показало, что в распределении интенсивности напряжений  $\sigma_i$  отличия практически отсутствуют (ср. рис. 2.2а и рис. 2.4а), в то время как при сравнении максимальных главных значений тензора деформации  $\varepsilon_1$  (ср. рис. 2.2б и рис. 2.4б) наблюдаются значительные отличия в уровне и характере распределения полей. Наблюдается увеличение уровня деформаций, возрастающее от  $\max \varepsilon_1 = 0.582\%$  для варианта без упрочнения до  $\max \varepsilon_1 = 1.24\%$  с упрочнением. В последнем случае максимум смещается в вершину выступа нижнего профиля (из точки А для идеально-пластического критерия) и зоны повышенных значений тензора напряжении максимальных главных значением. В последнем случае максимальных главных значений тензора напряжений случае максимальных главных значением. В последнем случае максимум смещается в вершину выступа нижнего профиля (из точки А для идеально-пластического критерия) и зоны повышенных значений тензора напряжений  $\sigma_1$  в бетоне значительных отличий не наблюдается.



Рисунок 2.4. Распределение полей интенсивности напряжений (а) и максимальных главных деформаций (б) в задаче о вытягивании профилированной арматуры из бетонного блока (показан фрагмент). Упругопластическое решение с применением критерия расширенного Друккера – Прагера для случая жесткого монотонного нагружения (и<sub>z</sub> = –60 мкм)

Зона пластичности в случае применения модели с упрочнением оказывается более обширной, чем при использовании модели без упрочнения (ср. рис. 2.3а и 2.3б). Анализ распределения полей интенсивности пластических деформаций показывает, что области максимальных значений имеют локализованный характер в виде полос, соединяющих вершины выступов и другие концентраторы (рис. 2.4б).

Полученные результаты позволяют сформулировать следующие выводы о возможностях применения моделей без учета несплошности соединения.

- Использование гипотезы идеального сцепления (без учета возможности нарушения сплошности соединения, ослабления сил сцепления и изменения эффективных свойств материалов в области контакта) при упругом или упруго-пластическом решении задачи о вытягивании профилированной арматуры из бетонного блока не позволяет корректно описать наблюдаемые в экспериментах эффекты и зависимость сил сцепления от смещений.
- 2. Применение упругой модели материала для бетона приводит к неадекватно завышенным уровням напряжений, заниженным уровням деформаций и монотонно возрастающим диаграммам сцепления, что принципиально не соответствует экспериментальным результатам.
- Практически отсутствуют отличия для случаев профилированной и гладкой арматуры при упругом решении задачи.
- 4. Применение упруго-пластической модели материала с критерием Друккера Прагера позволяет качественно описать немонотонный характер диаграммы сцепления, однако количественного совпадения получить не удается, поскольку ее вид полностью определяется диаграммой деформирования бетона при растяжении, что опять же приводит к несовпадению с экспериментальными данными.

#### 3. Решение задачи с учетом микрорастрескивания в бетоне

Одним из наиболее привлекательных вариантов описания процесса потери сцепления арматуры с бетоном в задаче о вытягивании арматуры из бетонного блока является подход, основанный на КЭ моделировании, которое учитывает возможность микрорастрескивания бетона в процессе деформирования. Несплошность сцепления не задается явно, а учитывается опосредованно, на основе изменения эффективных упругих свойств бетона в зависимости от уровня и вида нагрузки. Данный подход позволяет учесть реальные механизмы разрушения, происходящие в процессе выдергивания арматуры из бетона, и может быть применим для произвольных условий нагружения и вариаций геометрии армирования. Целью проведенных исследований, как и ранее, являлось получение диаграмм сцепления, а также анализ распределения микротрещин в бетоне.

#### 3.1 Описание модели материала

Решение задачи получено в КЭ программном комплексе ANSYS [12] с использованием специальных конечных элементов SOLID65, позволяющих учесть эффекты микрорастрескивания при сложном напряженном состоянии на основе модификации матрицы жесткости. Принимается, что появление микротрещин происходит при выполнении критерия Вильяма – Варнке на площадках ортогональных действию главных растягивающих напряжений. В этом случае матрица связи напряжения – деформации изначально неповрежденного изотропного упругого материала

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{12} & D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} \end{bmatrix}, \qquad D_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \qquad (3.1)$$

$$D_{12} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \qquad (3.1)$$

при появлении микрорастрескивания в одном направлении (микротрещины в плоскости с нормалью параллельной оси 1) заменяется матрицей, учитывающей уменьшение жесткости в направлении нормали к берегам трещины,

$$\begin{bmatrix} D_{cr_{1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{11}^{*} & D_{12}^{*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{12}^{*} & D_{11}^{*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{t} D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{t} D_{44} \end{bmatrix}, \qquad D_{12}^{*} = \frac{E}{1 - \nu^{2}}, \qquad (3.2)$$

где параметр  $R_t$  представляет собой секущий модуль ниспадающего участка диаграммы,  $\beta_t$  – константа, характеризующая уменьшение сдвиговой жесткости при появлении трещины. При микрорастрескивании в двух ортогональных направлениях (микротрещины в плоскостях с нормалями параллельными осям 1 и 2) используется матрица

$$\begin{bmatrix} D_{c\eta_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_t D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_t D_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_t D_{44} \end{bmatrix}, \qquad D_{44} = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$
(3.3)

Если в процессе дальнейшего нагружения возникают сжимающие напряжения, приводящие к закрытию трещин, то также производится модификация матриц (3.2) и (3.3) путем использования левого верхнего блока 3×3 матрицы (3.1) для нерастрескавшегося материала и замены коэффициента  $\beta_t$  на  $\beta_c$  ( $0 < \beta_t < \beta_c < 1$ ).

#### 3.2. Результаты расчетов

Задача решалась в трехмерной постановке для 45-градусного сектора с условиями циклической симметрии в окружном направлении. Рассматривалось жесткое нагружение путем задания вертикальных перемещений на нижнем торце арматуры. На рисунке 3.1 представлены картины распределения микротрещин в бетоне для профилированной арматуры (плоскость окружности соответствует плоскости трещины).



Рисунок 3.1. Эволюция роста микротрещин с увеличением заданного перемещения нижнего торца арматуры

Наблюдаемые в вычислительных экспериментах картины микротрещин хорошо коррелируют с наблюдаемыми в эксперименте системами трещин (см. в работе [1] рис. 1.2, 1.3). Сначала образуется система конических трещин, а затем, при увеличении нагрузки, растут радиальные трещины (см. также рис. 3.2 и 3.3).





# Рисунок 3.2. Конусообразная трещина на профиле и зарождение радиальной трещины на поверхности



Полученная в результате проведенных КЭ расчетов диаграмма сцепления (рис. 3.4) обладает наличием пика и ниспадающей ветвью, однако демонстрирует в сравнении с экспериментом заметные количественные отличия, объясняемые рассмотрением только процесса микрорастрескивания бетона и неучетом специфики самого соединения.





Полученные результаты позволяют сформулировать следующие выводы о возможностях применения рассматриваемой модели:

- использование модели деформирования бетона, учитывающей эффекты микрорастрескивания при растяжении и разрушения при сжатии, позволяет качественно верно описать процесс вытягивания арматуры из бетонного блока;
- расчетный уровень пиковых значений касательных напряжений на диаграмме сцепления на 30% ниже экспериментально наблюдаемого, что требует уточнения жесткостных характеристик бетона при растрескивании, а также учета адгезионных и фрикционных сил сцепления;
- при моделировании использовались лишь константы материала, получаемые при стандартных испытаниях, что, в свою очередь, делает этот метод описания данного процесса более ценным из-за отсутствия необходимости ставить дополнительные эксперименты.

#### 4. Решение задачи с введением фиктивного слоя

Для учета специфики соединения бетона с арматурой был введен фиктивный нелинейноупругий слой со свойствами, отличными от свойств бетона, задаваемыми в соответствии с диаграммой сцепления (рис. 1.3). Высота фиктивного слоя соответствовала высоте зоны контакта, а толщина равнялась диаметру арматуры.

Результаты проведенных КЭ вычислений показали качественное совпадение с результатыми эксперимента, однако наблюдаются значительные количественные отличия. Результаты расчетов позволили установить наличие малонагруженного состояния основной массы бетона и локализацию изменений в распределении полей перемещений в пределах фиктивного слоя. Распределение полей касательной компоненты тензора напряжений вдоль линии контакта демонстрирует локализацию, причем зона максимальных значений смещается с ростом нагрузки снизу вверх (рис. 4.1), что соответствует постепенному включению в работу элементов, расположенных выше, за счет расслабления (перехода на ниспадающую ветвь заданной диаграммы деформирования) нижних. Получаемая диаграмма сцепления близка в допиковой и пиковой областях к полученной в разделе 3 – для модели с микрорастрескиванием. Она также значительно отличается от экспериментальной.



Рисунок 4.1. Эволюция полей касательных напряжений с ростом нагрузки, случай гладкой арматуры

# 5. Решение задачи с использованием методов механики континуальных повреждений

Использование связанных моделей механики континуальных повреждений, учитывающих взаимное влияние процессов деформирования и разрушения материала, позволяет неявно описывать наличие несплошностей путем уменьшения значений модулей упругости (и ряда других механических характеристик) в тех местах, где превзойден критический уровень деформаций или напряжений. Это эквивалентно использованию в расчетах эффективных напряжений, определяемых отношением действующих усилий не к полной площади элементарной площадки, а только к ее части без учета площади дефектов (несплошностей). Ниже рассматриваются модели упруго-поврежденного и упруго-поврежденно-пластического материала, отличие между которыми заключаются в возможности одновременного учета эффектов накопления остаточных деформаций и деградации упругих свойств (рис. 5.1).

1



Рисунок 5.1. Схематическое представление диаграмм деформирования (с разгрузками) для: а) упруго-поврежденной, б) упруго-пластической и в) упруго-поврежденно-пластической моделей

#### 5.1. Решение задачи с использованием модели упруго-поврежденного материала

Уравнение, описывающее связь между напряжениями и деформациями для упругого материала с учетом повреждений, имеет вид:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D) \cdot^4 \mathbf{C}_0^e \cdots \boldsymbol{\varepsilon} = {}^4 \mathbf{C}^e \cdots \boldsymbol{\varepsilon}, \qquad (5.1)$$

где D – скалярная мера повреждений ( $0 \le D \le 1$ ),  $\sigma$  – тензор напряжений,  $\varepsilon$  – тензор деформаций,  $\varepsilon^p$  – тензор пластических деформаций,  ${}^4C_0^e$  – тензор начальных модулей упругости (неповрежденного материала),  ${}^4C^e = (1-D) \cdot {}^4C_0^e$  – тензор упругих модулей поврежденной среды. Поврежденность определяется на основе экспоненциального закона [20] для эквивалентной меры деформированного состояния  $\tilde{\varepsilon}$ :

$$D = \begin{cases} 0, & \widetilde{\varepsilon} < k_0 \\ 1 - \frac{k_0}{\widetilde{\varepsilon}} \left( 1 - \alpha + \alpha e^{-\beta(\widetilde{\varepsilon} - k_0)} \right), & \widetilde{\varepsilon} \ge k_0 \end{cases}, \quad \widetilde{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{E} \varepsilon \cdot \cdot^4 \mathbf{C} \cdot \cdot \varepsilon} . \tag{5.2}$$

Тензор эффективных напряжений (реально действующих в материале) определяется выражением:

$$\overline{\mathbf{\sigma}} = {}^{4}\mathbf{C}_{0}^{el} \cdots \left( \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{p} \right) = \frac{1}{1 - D} \boldsymbol{\sigma}.$$
(5.3)

При отсутствии повреждений (D=0) тензор эффективных напряжений  $\overline{\sigma}$  равен напряжению Коши  $\sigma$ .

В расчетах использовались следующие значения параметров, соответствующие диаграмме деформирования бетона В25:  $k_0 = \varepsilon_b = 0.1472\%$ ,  $\alpha = 0.96$ ,  $\beta = 350$ . Расчеты выполнялись с использованием КЭ программного комплекса PANTOCRATOR [14]. Для регуляризации решения на ниспадающей ветви рекомендуется использовать нелокальные меры континуальной поврежденности [21].

Эволюция полей повреждений с ростом заданных перемещений нижнего торца арматуры показана на рисунке 5.2. Наблюдается локализация поврежденности в бетоне в узком слое, прилегающем к арматуре. Распространение зоны критической поврежденности, происходящее снизу вверх, может рассматриваться как развитие несплошности. Зависимость касательных напряжений сцепления от перемещений (рис. 5.3) качественно соответствует характерным зависимостям, наблюдаемым в опытах. При использовании данных диаграммы растяжения ( $k_0 = \varepsilon_b^t = 0.0123\%$ ) высота прогнозируемого пика в 4 раза ниже экспериментальной, однако высота пика отличается от экспериментальной менее чем на 7% при использовании данных диаграммы сжатия ( $k_0 = \varepsilon_b = 0.1472\%$ ). Вместе с тем абсцисса пика в обоих случаях значительно меньше экспериментальной. Причиной этого является неучет пластических свойств бетона.





Рисунок 5.2. Эволюция полей повреждений с ростом перемещений арматуры при использовании упругоповрежденной модели

Рисунок 5.3. Зависимость касательного напряжения сцепления от смещения арматуры

#### 5.2. Решение задачи с использованием модели упруго-поврежденно-пластического материала

Для описания неупругого поведения бетона использовалась связанная упруго-поврежденнопластическая модель материала [22–23]. При низком уровне нагрузок модель демонстрирует линейно упругий отклик. При достижении нагрузкой пороговых значений начинается накопление повреждений в соответствии с двумя различными механизмами – трещинообразование при растяжении и раскрашивание (разрушение структуры) при сжатии. Неупругое поведение бетона с учетом деградации упругих свойств описывается путем введения скалярной меры поврежденности и тензора остаточных (пластических) деформаций, закон эволюции которого вводится по аналогии с теорией пластичности и позволяет описать на макроуровне эффекты, отражающие процесс распространения микротрещин в бетоне.

Определяющее уравнение упруго-поврежденно-пластического материала имеет вид:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-D) \cdot^4 \mathbf{C}_0^e \cdots \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p\right) = {}^4 \mathbf{C}^e \cdots \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p\right).$$
(5.4)

Тензор пластических деформаций  $\epsilon^p$  определяется на основе неассоциированного закона пластического течения

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = \begin{cases} \mathbf{0}, & F < 0 \text{ или } F = 0, \dot{F} < 0; \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}} \frac{\partial G(\overline{\boldsymbol{\sigma}})}{\partial \overline{\boldsymbol{\sigma}}}, & F = 0, \dot{F} = 0; \end{cases},$$
(5.5)

где функция нагружения  $F(\overline{\mathbf{\sigma}}, \widetilde{\varepsilon}^{p}) \leq 0$  вводится для описания начала пластического течения и определяется выражением [12], являющимся обобщением критерия Друккера – Прагера:

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} \left( \sqrt{3\overline{J}_2} + \alpha \cdot \overline{I}_1 + \theta(\widetilde{\epsilon}^p) \langle \overline{\sigma}_{\max} \rangle - \gamma \langle -\overline{\sigma}_{\max} \rangle \right) - \overline{\sigma}_c(\widetilde{\epsilon}_c^p) = 0, \qquad (5.6)$$

где  $\alpha$  и  $\gamma$  – безразмерные константы материала;  $-\frac{1}{3}\overline{I}_1$  является эффективным гидростатическим давлением ( $\overline{I}_1 = \mathbf{1} \cdot \overline{\mathbf{\sigma}}$ , где  $\mathbf{1}$  – единичный тензор);  $\sqrt{3\overline{J}_2}$  – эффективное эквивалентное напряжение по Мизесу ( $\overline{J}_2 = \frac{1}{2} \operatorname{dev} \overline{\mathbf{\sigma}} \cdot \operatorname{dev} \overline{\mathbf{\sigma}}$ ),  $\operatorname{dev} \overline{\mathbf{\sigma}} = \overline{\mathbf{\sigma}} - \frac{1}{3}\mathbf{1}\overline{I}_1$  – девиатор эффективных напряжений. Форма поверхности нагружения на девиаторной плоскости определяется параметром  $\gamma$ . Параметр  $\alpha$  рассчитывается на основе кривой Купфера [24].  $\overline{\sigma}_{max}$  – максимальное главное
собственное число  $\overline{\sigma}$ . Скобки Макойли  $\langle \cdot \rangle$  задаются выражением  $\langle x \rangle = \frac{1}{2} (|x| + x)$ . Функция

$$\theta(\widetilde{\mathbf{\epsilon}}^{p})$$
 определяется выражением  $\theta(\widetilde{\mathbf{\epsilon}}^{p}) = \frac{\overline{\sigma_{c}(\mathbf{\epsilon}^{p})}}{\overline{\sigma_{t}}(\widetilde{\mathbf{\epsilon}}^{p})}(1-\alpha) - (1+\alpha)$ , где  $\overline{\sigma_{c}}, \overline{\sigma_{t}}$  – эффективные

пределы текучести при сжатии и растяжении,  $\widetilde{\epsilon}_{c}^{p}, \widetilde{\epsilon}_{t}^{p}$  – эквивалентные пластические деформации при сжатии и растяжении.

Пластический потенциал G, не совпадающий в общем случае с F, задает в (5.5) направление пластического течения и определяется [12] выражением, обобщающим критерий Друкера – Прагера:

$$G = \sqrt{\left(R_b - m \cdot R_b^t \cdot \tan\beta\right)^2 + 3\overline{J}_2} + \frac{1}{3}\overline{I}_1 \cdot \tan\beta, \qquad (5.7)$$

где  $R_b^t$  и  $R_b$  – пределы прочности бетона при одноосном растяжении и сжатии,  $\beta$  – угол дилатации, измеренный на плоскости  $\frac{1}{3}\overline{I}_1 - \sqrt{3\overline{J}_2}$  при больших значениях сжимающего давления; *m* является параметром, определяющим скорость, с которой потенциал асимптотически стремится к прямолинейной образующей (конуса).

Для вычисления поврежденности используется соотношение  $D = D(\overline{\mathbf{\sigma}}, \widetilde{\mathbf{\epsilon}}^{p})$ , которое задается на основе диаграммы деформирования материала по наклонам модуля упругости при разгрузке для различных уровней напряжений (деформаций). Предполагается, что при растяжении и при сжатии механизмы накопления повреждений бетона различны (микрорастрескивание и потеря несущей способности (раскрашивание) соответственно), поэтому в КЭ расчетах использовались различные формы зависимости  $D = D(\overline{\mathbf{\sigma}}, \widetilde{\mathbf{\epsilon}}^{p})$  при растяжении и сжатии.

При проведении исследований использовался КЭ программный комплекс ABAQUS [13].

Распределение полей повреждений, вызванных растяжением и сжатием, показано на рисунке 5.4. Наблюдается локализация поврежденности в бетоне в виде наклонных и вертикальных полос в слое, прилегающем к арматуре. Первые являются прообразами конических трещин. Распространение зоны критической поврежденности, происходящее снизу вверх, может рассматриваться как развитие несплошности. Зависимость касательных напряжений сцепления от перемещений (рис. 5.5) качественно соответствует характерным зависимостям, наблюдаемым в опытах. Однако высота прогнозируемого пика почти в 2 раза выше экспериментально наблюдаемого.



модели ( $u_z = -500 \,\mathrm{MKM}$ )

Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2. Модели без учета несплошности соединения

Объяснением факта наилучшего совпадения с экспериментом результатов упругоповрежденной модели в сравнении с более сложной упруго-поврежденно-пластической моделью является то, что в первом случае поврежденность (определяющая уменьшение модуля упругости и соответственно имитирующая возникновение несплошности соединения) полностью определяется всей диаграммой деформирования бетона, а во втором случае поврежденность будет меньше, поскольку она определяется частью диаграммы за вычетом пластических эффектов.

#### Заключение

Произведено систематическое сравнение возможностей различных подходов при конечноэлементном (КЭ) моделировании процессов разрушения связей сцепления арматуры с бетоном в задаче о вытягивании стержневой профилированной арматуры из бетонного блока. Получены (упругие и упруго-пластические) решения задачи о вытягивании профилированного арматурного стержня из бетонного блока при использовании различных подходов (без учета и с учетом несплошности в зоне сцепления) моделирования соединения арматуры с бетоном. Выполнено сравнение результатов расчета с экспериментами с использованием 7 различных классов моделей:

- 1) идеальное сцепление без учета несплошности соединения (гетерогенная среда),
- 2) с введением фиктивного слоя,
- 3) с учетом несплошности и с использованием одномерных пружинных элементов,
- 4) с применением алгоритма «выключения» элементов,
- 5) с учетом микрорастрескивания бетона,
- 6) с использованием модели упруго-поврежденного материала,
- 7) с использованием модели упруго-поврежденно-пластического материала.

Сравнение диаграмм сцепления для рассматриваемых моделей показано на рисунке 6.1.



Рисунок 6.1. Зависимость касательного напряжения сцепления от смещения арматуры

Установлено, что использование гипотезы *идеального сцепления* (без учета возможности нарушения сплошности соединения, ослабления сил сцепления и изменения эффективных свойств материалов в области контакта) при упругом или упруго-пластическом решении задачи о вытягивании профилированной арматуры из бетонного блока *не позволяет корректно описать* наблюдаемые в экспериментах эффекты и зависимость сил сцепления от смещений.

Показано, что использование гипотезы **полного нарушения сплошности** вдоль линии раздела арматуры и бетона и учет сил сцепления посредством **дискретного набора нелинейных пружинных элементов** (без учета изменения эффективных свойств материалов в области контакта, без рассмотрения процессов трещинообразования, без прямого учета сил трения и адгезии) при упругом решении задачи о вытягивании профилированной арматуры из бетонного блока **позволяют корректно описать** зависимость сил сцепления от смещений.

Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2. Модели без учета несплошности соединения

многоосной Непосредственное использование модели деформирования бетона, учитывающей эффекты микрорастрескивания и разрушения, позволяет качественно верно описать диаграмму сцепления, эволюцию возникновения и развития трещин различной формы и ориентации, однако для количественного совпадения требуется дальнейшее ee усовершенствование.

Модель упруго-поврежденности позволяет достаточно точно **описать ординату пика** диаграммы сцепления, однако значение абсциссы пика оказывается заниженным в несколько раз. Модели упруго-поврежденности и упруго-поврежденно-пластичности предлагают оценку снизу и оценку сверху для диаграммы сцепления, однако демонстрируют количественные отличия в сравнении с диаграммой сцепления. Путем искусственного выбора параметров материала удается улучшить точность прогноза, однако вряд ли это можно считать решением проблемы, поскольку механизмы растрескивания бетона и потери сцепления имеют качественно различный характер, который может проявиться при изменении режима нагружения.

Резюмирующие результаты исследования по наличию предсказательной способности различных эффектов у рассматриваемых моделей представлены в таблице 6.1.

Учитывая значительный статистический разброс экспериментальных диаграмм сцепления и чувствительность ниспадающей ветви к условиям проведения экспериментов, в ряде случаев для получения первичных оценок возможно использование любой из рассматриваемых моделей в зависимости от интересующих эффектов (см. табл. 6.1), однако для получения достоверных количественных оценок необходимо использовать модели с учетом несплошности соединения.

Полученные результаты и рассмотренные методы могут быть использованы при решении актуальной для практики задачи оценки несущей способности железобетонных конструкций, содержащих макротрещины [2, 3, 7, 25 и др.].

Рассмотренные в статье модели нашли применение при расчетах реальных железобетонных конструкций [26–31]. Однако следует иметь в виду, что практическая реализация рассматриваемого подхода с учетом дискретного расположения арматуры требует привлечения значительных вычислительных ресурсов и дополнительных экспериментальных данных.

	Описание восходящей ветви	Наличие пика	Качественное описание ниспадающей ветви	Количественное описание ниспадающей ветви	Качественное описание роста трещин
Гетерогенная среда	-	-	-	-	-
Фиктивный слой	+	+	-	-	-
Пружинные элементы	+	+	+	+	-
Выключение элементов	-	-	-	-	+
Микрорас- трескивание	+	+	+	-	+
Упруго- поврежденность	+	+	+	-	-
Упруго-поврежд пластичность	+	+	+	-	-

Таблица 6.1. Сравнение предсказательной способности рассматриваемых моделей

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект №12-08-00943). Авторы благодарят за помощь в проведении расчетов студентов ФГБОУ ВПО «СПбГПУ» Фёдорова И.В. и Лашина В.А.

Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2. Модели без учета несплошности соединения

#### Литература

- Бенин А.В., Семёнов А.С., Семёнов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 1. Модели с учетом несплошности соединения // Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 86–99.
- Прокопович А.А. Сопротивление изгибу железобетонных конструкций с различными условиями сцепления продольной арматуры с бетоном. Самара: НВФ «Сенсоры. Модули. Системы», 2000. 296 с.
- 3. Белов В.В. Силовое сопротивление массивных бетонных и железобетонных конструкций с трещинами и швами: дис. докт. техн. наук. Санкт-Петербург, 1998. 376 с.
- 4. Карпенко Н.И., Судаков Г.Н. О задаче сцепления арматурного стержня с цилиндрическим образцом // Сцепление арматуры с бетоном. М.: НИИЖБ, 1971. С. 22–30.
- 5. Гвоздев А.А. Состояние и задачи исследования сцепления арматуры с бетоном // Бетон и железобетон. 1968. №12. С. 1–4.
- 6. Назаренко П.П. Контактное взаимодействие арматуры в бетоне в элементах железобетонных конструкций. Автореф. дисс. докт. тех. наук. М., 1998. 34 с.
- 7. Веселов А.А. Нелинейная теория сцепления арматуры с бетоном и ее приложения. Автореф. дисс. докт. тех. наук. Санкт-Петербург, 2000. 44 с.
- Brisotto D., Bittencourt E., Bessa V. Simulating bond failure in reinforced concrete by a plasticity model // Computers and Structures. 2012. Vol. 106–107. Pp. 81–90.
- Sharabi M.N. Numerical modeling of reinforced-concrete bond // Nuclear Engineering and Design. 1986. Vol. 91. Pp. 207–216.
- Gribniak V., Kaklauskas G., Hung Kwan A.K., Bacinskas D., Ulbinas D. Deriving stress-strain relationships for steel fibre concrete in tension from tests of beams with ordinary reinforcement // Engineering Structures. 2012. Vol. 42. Pp. 387–395.
- 11. Torre-Casanova A., Jason L., Davenne L., Pinelli X. Confinement effects on the steel–concrete bond strength and pull-out failure // Engineering Fracture Mechanics. 2013. Vol. 97. Pp. 92–104.
- 12. ANSYS release 14. Basic analysis guide. ANSYS Inc.
- 13. Abaqus Analysis User's Manual, Version 6.10.
- 14. Семёнов А.С. PANTOCRATOR конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V-ой Международной конференции «Научнотехнические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения». Санкт-Петербург, 14–17 октября 2003. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466–480.
- 15. RILEM/CEB/FIB. Recommendation on reinforcement steel for reinforced concrete. RC6. Bond test for reinforcement steel. 2. Pull-out tests. 1983. 8 p.
- 16. Ватин Н.И., Горшков А.С., Глумов А.В. Влияние физико-технических и геометрических характеристик штукатурных покрытий на влажностный режим однородных стен из газобетонных блоков // Инженерно-строительный журнал. 2011. №1(19). С. 28–33.
- Мельников Б.Е., Семенов А.С., Семенов С.Г. Многомодельный анализ упругопластического деформирования материалов и конструкций. Современное состояние // Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. 2010. №53. С. 85–92.
- 18. Семенов А.С. Вычислительные методы в теории пластичности: Учебное пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. 210 с.
- 19. Холмянский М.М. Контакт арматуры с бетоном. М.: Стройиздат, 1981. 184 с.
- Mazars J. A description of micro- and macro-scale damage of concrete structures // Engineering Fracture Mechanics. 1986. Vol. 25. No.5/6. Pp. 729–737.
- 21. Семёнов А.С. Механика нелокальных континуальных повреждений // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2006. №6-1(48). С. 148–159.
- Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E. A Plastic-Damage Model for Concrete // International Journal of Solids and Structures. 1989. Vol. 25. No.3. Pp. 229–326.
- 23. Lee J., Fenves G.L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures // Journal of Engineering Mechanics. 1998. Vol. 124. No.8. Pp. 892–900.

- 24. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rusch H. Behaviour of concrete under biaxial stress // Journal of the American Concrete Institute. 1969. Vol. 66. Pp. 656–666.
- Meskenas A., Kaklauskas G., Daniunas A., Bacinskas D., Jakubovskis R., Gribniak S., Gelazius V. Determination of the Stress-Crack Opening Relationship of SFRC by an Inverse Analysis // Mechanics of Composite Materials. 2014. Vol. 49. No.6. Pp. 685–690.
- Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G. Modeling of fracture process in concrete reinforced structures under steel corrosion // Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering. 2010. Vol. 39. Issue 2. 2010. Pp. 168–175.
- 27. Бенин А.В., Семёнов А.С., Семёнов С.Г. Моделирование процесса разрушения элементов железобетонных конструкций под действием коррозии арматуры // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2010. №2. С. 126–137.
- 28. Бенин А.В., Семёнов А.С., Семёнов С.Г., Мельников Б.Е. Конечно-элементное моделирование процессов разрушения и оценка ресурса элементов автодорожного моста с учётом коррозионных повреждений // Инженерно-строительный журнал. 2012. №7(33). С. 32–42.
- 29. Бенин А.В., Семёнов А.С., Семёнов С.Г., Фёдоров И.В. Конечно-элементное моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения элементов железобетонных конструкций // Морские Интеллектуальные Технологии. 2011. №3. С. 105–108.
- Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G. Fracture simulation of reinforced concrete structure with account of bond degradation and concrete cracking under steel corrosion // Advances in Civil Engineering and Building Materials. London: Taylor & Francis Group, 2013. Pp. 233–237.
- Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G. Fracture analysis of reinforced concrete bridge structures with account of concrete cracking under steel corrosion // Advanced Materials Research. 2014. Vol. 831. Pp. 364–369.

Андрей Владимирович Бенин, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(921)911-50-80 эл. почта: benin.andrey@mail.ru

Артем Семенович Семенов, Санкт-Петербург, Россия Тел. раб.: +7(812)552-63-03; эл. почта: semenov.artem@googlemail.com

> Сергей Георгиевич Семенов, Санкт-Петербург, Россия Тел. раб.: +7(812)552-63-03; эл. почта: ssgrus@gmail.com

Борис Евгеньевич Мельников, Санкт-Петербург, Россия Тел. раб.: +7(812)552-63-03; эл. почта: kafedra@ksm.spbstu.ru

© Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е., 2014

# Прогнозирование долговечности железобетонных конструкций с учетом сульфатной коррозии бетона

Д.т.н., заведующий кафедрой В.П. Селяев; к.ф.-м.н., доцент В.А. Неверов; к.т.н., доцент П.В. Селяев; преподаватель кафедры строительных конструкций Е.В. Сорокин; соискатель кафедры строительных конструкций О.А. Юдина, ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва»

Аннотация. Многочисленные данные по обследованию состояния железобетонных конструкций свидетельствуют о том, что под действием различных факторов (температуры, влажности, газовой среды) несущая способность и жесткость в процессе эксплуатации снижаются. В статье рассмотрены проблемы оценки остаточного ресурса и долговечности железобетонных конструкций.

Проведены экспериментальные исследования взаимодействия материала бетонных образцов с агрессивной сульфатосодержащей средой. Путем измерения микротвердости получены изохроны деградаций, дающие возможность экспериментально определить скорость продвижения координат фронта деструкции вглубь изделия; интенсивность изменения прочностных свойств на поверхности материала и другие показатели, характеризующие процесс деградации.

В статье исследованы механизмы протекания коррозионных процессов в железобетоне, находящемся в условиях сульфатной коррозии. Предложены расчетная модель и метод, позволяющие прогнозировать долговечность железобетонных конструкций.

**Ключевые слова:** долговечность; сульфатная коррозия бетона; деструкция цементного камня; деградационные функции

В практике проектирования надежность железобетонных конструкций обеспечивалась расчетами на силовые воздействия и созданием условий для нормальной эксплуатации. Однако результаты обследования железобетонных конструкций свидетельствуют о том, что под действием различных факторов (температуры, влажности, газовой среды) несущая способность и жесткость в процессе эксплуатации снижаются. Поэтому проблема оценки остаточного ресурса, долговечности железобетонных конструкций является актуальной.

Первые методы прогнозирования долговечности позволяли оценивать влияние длительного силового сопротивления (статических, динамических, режимных нагрузок) на ползучесть и длительную прочность железобетонных конструкций. Различные подходы к решению этой задачи изложены в работах А.А. Гвоздева, В.М. Бондаренко, С.В. Бондаренко, Ю.М. Баженова, В.И. Колчунова, Н.И. Карпенко [1–9].

С.В. Александровский [7] предложил расчетные модели, в которых кроме нагрузки учитывалось влияние изменения влажности, температуры на ползучесть железобетонных конструкций.

Новый этап в развитии теории долговечности железобетонных конструкций был сделан после того, как в материаловедении были накоплены экспериментальные данные о влиянии агрессивных сред на бетон и арматуру. В работах С.Н. Алексеева, В.И. Бабушкина, П.Г. Комохова, Ю.М. Баженова, С.В. Шестоперова, В.М. Москвина, Ш.М. Рахимбаева, С.Н. Леоновича [6, 10–22] были описаны различные механизмы взаимодействия цементного камня с агрессивной средой. Предлагалось долговечность железобетонных конструкций определять по изменению концентрации гидроксида кальция или других компонентов, входящих в химический состав цементного камня. Этот весьма полезный для науки подход дал возможность понять, что процесс деградации железобетонных конструкций развивается во времени и возможны различные механизмы взаимодействия бетона и арматуры с агрессивной средой. Было установлено, что в процессе деградации в пределах площади поперечного сечения формируется несколько зон, отличающихся степенью деструкции материала [6, 11, 15, 16, 23-25]. Однако не было известно, как изменяются в процессе взаимодействия бетона с агрессивной средой его прочностные, деформативные свойства по высоте поперечного сечения образца; какова интенсивность их

изменения во времени; какими функциями можно описать продвижение фронта деградации вглубь изделия; какими методами можно определить предельную концентрацию в бетоне диффундирующего водного раствора. Ответы на эти вопросы были впервые получены в работах В.П. Селяева, В.Н. Уткиной, Л.М. Ошкиной, Л.И. Куприяшкиной и других учеников этой научной школы [18, 26–29]. Наиболее полно результаты исследований по химическому сопротивлению материалов, обоснованию механизмов, моделей деградации, созданию методов расчета долговечности армобетонных конструкций систематизированы и изложены в работах [6, 21, 22, 27, 29].

Целью данной статьи является разработка расчетных моделей и методов, позволяющих прогнозировать долговечность железобетонных конструкций с учетом сульфатной коррозии бетона.

Экспериментальные исследования проводились на образцах-призмах размерами 20x20x70 мм из мелкозернистого цементного бетона. После выдерживания образцов в 2%-м водном растворе серной кислоты по стандартной методике определилось изменение размеров, веса, прочности. Склерометрическим методом путем измерения микротвердости пластинок, вырезанных из образцов, получали графики изменения твердости (прочности) по высоте поперечного сечения пластинки, которые предложено называть изохронами деградации [27]. Характерные графики, полученные в процессе экспериментальных исследований, представлены на рисунках 1–6. Полученные данные позволяют провести более глубокий анализ физических и химических процессов, происходящих при взаимодействии водных растворов серной кислоты с цементным мелкозернистым бетоном.



Рисунок 1. Изменение прочности в 2%-м растворе H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (равноподвижные составы с ОПФ)



Рисунок 2. Изменение массы в 2%-м растворе H2SO4 (равноподвижные составы с ОПФ)

Под действием водных растворов, содержащих сульфат-ионы, реализуется наиболее сложный процесс деструкции цементного камня, в котором можно выделить несколько этапов.

На первом этапе в пределах площади поперечного сечения образца формируется три области деградации: латентной (от «0» до «а»), активной (от «а» до «в»), нулевой (от «в»). На втором этапе исчезают области латентной и нулевой деградации. Изохроны деградации в пределах площади поперечного сечения описываются квадратной параболой или линейным графиком (см. рис. 5).

Изохроны деградации получены склерометрическим методом путем измерения микротвердости на образцах из мелкозернистого цементного бетона, выдержанных в 2%-м водном растворе серной кислоты по методике, изложенной в работе [6]. Образцы представлены на рисунках 3–6. Они дают возможность экспериментально определить скорость продвижения координаты фронта деструкции вглубь изделия; интенсивность изменения прочностных свойств на поверхности и в центре площади поперечного сечения образца; проверить адекватность физических моделей, принятых для определения этих характеристик.



Рисунок 3. Изменение микротвердости в 2%-м растворе H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (наполнение ОПФ – 10%, TPT)



Рисунок 4. Изменение микротвердости в 2%-м растворе H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (наполнение шлак – 20%, ИРТ)



Рисунок 5. Изменение микротвердости в 2%-м растворе H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (наполненный состав без нагрузки)



Рисунок 6. Изменение микротвердости в 2%-м растворе H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (наполненный состав, 0.5P<sub>разр.</sub>)

Анализ изохрон деградации позволяет сформулировать основные принципы создания расчетной модели.

1. Механизм деградации зависит от соотношения интенсивности протекания двух процессов – процесса переноса энергии, которая оказывает разрушающее воздействие, и процесса разрушения структуры, скорость которого зависит от уровня энергетического воздействия в микрообъеме; процесс деградации может протекать одновременно с набором прочности бетона во времени (явление характерное только для цементных композитов).

2. Деструкция материала на поверхности образца протекает интенсивнее, чем в объеме, так как потенциал энергетического воздействия имеет наибольшее значение, и в предельном случае возможна ее стабилизация. При этом прочностные свойства материала на поверхности образца могут снижаться до нулевого уровня.

3. После предельного насыщения материала агрессивной средой деструкция имеет объемный характер. Изохроны деградации описываются квадратной параболой или в первом приближении линейным уравнением.

4. Предельная концентрация *ω*<sub>0</sub> агрессивной среды в материале, термодинамически соответствующая максимальному насыщению при t→∞, может быть определена по кривым сорбции.

5. Скорость продвижения фронта деструкции зависит от уровня сжимающих напряжений.

Аналитические предпосылки расчетной модели базируются на принципах теории обобщенной проводимости, согласно которой поток вещества энергии J, переносимый в направлении X, прямо пропорционален градиенту субстанции q:

$$J = -D_m gradq,\tag{1}$$

где J – вектор энергетического потока, вызванный градиентом параметра q; D<sub>m</sub> – показатель эффективной проводимости. Под параметром q может пониматься температура, концентрация агрессивной среды, напряжение электрического или магнитного тока, химическая или биологическая энергия.

Зависимость степени разрушения структуры материала от уровня энергетического воздействия является общей для всех материалов и видов энергии, что неоднократно теоретически и экспериментально подтверждено. Исходя из этого, можно утверждать о наличии объективных предпосылок для создания обобщенной теории деградации материалов. Однако необходимо учитывать, что каждый вид энергии будет вносить свои особенности в процесс деградации материала.

Энергию химического воздействия принято определять формулой в виде произведения *vq*, где *v* – химический потенциал; q – концентрация агрессивной среды (характеристика количества химической энергии). Следовательно, уравнение переноса химической энергии можно выразить законом Фика, который при условии, что в уравнении (1) D<sub>m</sub> не зависит от q, имеет вид:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = D_m \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}.$$
(2)

Решение этого уравнения дает возможность определения координаты фронта области деградации «а» по формуле [27]:

$$a = k(\xi) \sqrt{D_m t},\tag{3}$$

где  $k(\xi)$  – коэффициент, который зависит от многих факторов, в том числе и от химического потенциала реакционно-активных компонентов среды и материала.

Предельную концентрацию  $\omega_0$  предлагается определить по сорбционным кривым, описывая процесс сорбции дробно-линейной функцией вида:

$$q = \frac{q_0 t}{\left(t_0 + t\right)},\tag{4}$$

где  $q_0$  – предельная сорбционная емкость при  $t \to \infty$ ; одинаковая при разных температурах и напряжениях по аналогии с набуханием [30];  $t_0$  – характеристика кинетики набухания, зависящая от температуры и нагрузки.

Для проверки пригодности и выявления констант  $q_0$  и  $t_0$  формулу (4) можно представить линейной зависимостью  $\frac{1}{m} - \frac{1}{t}$  в следующем виде:

$$\frac{1}{\omega} = \frac{1}{\omega_0} + \left(\frac{t_0}{\omega_0}\right) \left(\frac{1}{t}\right).$$
(5)

Определив предельную сорбционную емкость  $q_0$ , можно упростить методику нахождения по сорбционным кривым коэффициента диффузии D, определяя его численное значение по формуле:

$$D = \left[ \ln \frac{8}{\pi} - \ln \frac{q_0 - q(t)}{q_0} \right] \frac{4R^2}{\pi^2 t} .$$
 (6)

Можно предположить, что показатель скорости продвижения фронта диффузии агрессивной жидкости является достоверной оценкой показателя скорости продвижения фронта деградации ( $D \approx D_m$ ).

Так как скорость процесса переноса энергии можно описать уравнением (2), в котором q является показателем количества энергии разрушения, доставленной в заданную точку, скорость процесса разрушения можно описать уравнением:

$$\frac{\partial c_b}{\partial t} = -kc_b^m q_0, \tag{7}$$

где  $c_b$  – концентрация связей в материале;  $q_0$  – предельная концентрация агрессивной среды в микрообъеме; m – порядок реакции (m = 1); k – константа скорости процесса разрушения химических связей в материале.

Решение уравнения (7) при условии, что m = 1, дает возможность определить изменение концентрации связей во времени функцией вида:

$$\frac{C_b(t)}{C_b(0)} = \frac{A(t)}{A(0)} = \frac{\sigma(t)}{\sigma(0)} = \exp\{-kq_0t\},\tag{8}$$

Анализом изохрон деградации установлено, что при оценке долговечности железобетонных конструкций эффект латентной деградации можно не учитывать, а изменение во времени относительной прочности внешних слоев бетона  $k_{xc}$  оценивать функцией вида:

$$K_{xc} = \frac{K_a}{t/t_a},\tag{9}$$

где К<sub>а</sub> и t<sub>а</sub> – коэффициенты уравнения, определяемые по экспериментальным данным.

Если учитывать эффект латентной деградации, то следует применять формулу (9) вида:

$$K_{xc} = K_{n} \exp\{-K\omega_{0}t\},\tag{9'}$$

где К<sub>л</sub> – коэффициент, учитывающий временное упрочнение бетона.

Для подтверждения принятых гипотез были обработаны экспериментальные данные, представленные на рисунках 1–6 и в монографии [6]. Результаты обработки представлены на рисунках 7–12.



Рисунок 7. Изменение глубинного показателя во времени. 1, 2, 3, 4, 5 – составы отличаются видом наполнителя и технологией приготовления



Рисунок 8. Зависимость коэффициента переноса фронта деградации D и коэффициента диффузии D<sub>m</sub> для контрольного ненаполненного состава цементной композиции от длительности действия среды



сжимающих напряжений





Рисунок 10. Изменение массы цементных композитов, наполненных шлаком, и без наполнителя при действии сжимающих напряжений:



Рисунок 11. Изменение коэффициента химической стойкости K<sub>x.c.</sub> = R<sub>b</sub>(t)/R<sub>b</sub>(0) во времени



Рисунок 12. Аппроксимизация экспериментальных данных. 1 – Ко1, 2 – Ко2, 3 – Ко3

Из анализа полученных данных можно сделать выводы.

1. Экспериментальные значения координаты фронта деструкции, полученные по изохронам деградации, ложатся (см. рис. 7) на прямые линии в координатах «а –  $\sqrt{t}$ », следовательно, для определения координаты фронта разрушения структуры цементного бетона (глубинного показателя деградации) можно применять функцию (3), в которой  $k(\xi)$  зависит от инструментальной точности измерения твердости материала и химической активности реакционноспособных компонентов бетона и среды.

2. Величина коэффициента D меняется во времени (см. рис. 8) и зависит от уровня сжимающих напряжений (уменьшается по линейному закону с увеличением уровня сжимающих напряжений, см. рис. 9). Коэффициенты, характеризующие скорость продвижения фронта жидкости (D) и деструкции (D<sub>m</sub>), сопоставимы по величине (см. рис. 8), имеют наибольшие значения в начальный момент времени взаимодействия бетона с агрессивной средой.

3. Предельная концентрация агрессивной среды, сорбированной в бетон, не зависит от уровня напряжений и температуры (см. рис. 10), и с достаточной достоверностью (коэффициент корреляции равен 0,97) определяется путем описания кривых сорбции уравнением (4). Графики сорбции, построенные в координатах  $\left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{t}\right)$ , линейны, что хорошо согласуется с функцией (5).

4. Коэффициент, учитывающий интенсивность химического взаимодействия агрессивной среды с бетоном внешних слоев, хорошо описывается функциями вида 8 и 9 (см. рис. 11 и 12).

Полученные данные дают возможность экспериментально определить численные значения параметров деградации  $D_m$ , D, a,  $\omega_0$ ,  $K_{xc}$ , которые можно применять для идентификации моделей деградации и при расчете долговечности железобетонных конструкций.

Рассмотрим изгибаемый элемент с прямоугольной формой поперечного сечения и одиночной арматурой (например, плита с арматурой в растянутой зоне). Предположим, что деградация бетона плиты вызвана жидкими агрессивными средами, действие которых обусловлено технологической линией, расположенной на вышележащих этажах. Тогда с учетом анализа экспериментальных данных, представленных в работе [6], возможные расчетные схемы прочности поперечного сечения, нормального к оси изгибаемого элемента с учетом линейных моделей деградации будут иметь вид (см. рис. 13).

На расчетных схемах показано, что координата фронта деградации ( $x_{ij} = a$ ) находится в пределах сжатой зоны ( $x_{ij} \le x_i$ ); изохроны деградации, представленные эпюрами расчетного сопротивления, модуль деформаций бетона в пределах зоны деградации изменяются по различным линейным законам.

На рисунке 13 приняты обозначения:  $R_s$ ,  $R_b$  – расчетные сопротивления арматуры и бетона;  $x_i$  – высота координаты сжатой зоны; h,  $h_0$  – полная и рабочая высота сечения;  $A_s$  – площадь поперечного сечения арматуры; b – ширина поперечного сечения элемента;  $x_{ij}$  – координата фронта деградации.



Рисунок 13. Феноменологические модели деградации

Введем обозначение:  $\xi_0 = x/h_0$ ;  $\xi_{ij} = x_{ij}/h_0$ ;  $\mu = A_s/bh_0$ . Тогда условие прочности можно записать в виде неравенства:

$$M \le M_{\mu i},\tag{10}$$

где М<sub>иі</sub> - момент воспринимаемый сечением и определяемый по соответствующей расчетной модели *i* = 0,1,2,3,4.

Для расчетной модели при *i* = 0 можно записать:

/

$$M_{u0} = R_b b x_0 (h_0 - 0.5 x_0), \tag{11}$$

так как  $R_b b x_0 = R_s A_s$ , то обозначив  $\xi_0 = x_0 / h_0$ , получим  $\xi_0 = \mu (R_s / R_b)$ . Тогда формула 11 примет вид:

$$M_{u0} = \xi_0 (1 - 0.5\xi_0) R_b b h_0^2 = \alpha_m R_b b h_0^2$$
<sup>(12)</sup>

Рассмотрим расчетную модель 1, анализ которой дает возможность получить два уравнения:

$$M_{u1} = R_b b(x_1 - x_{11}) [h_0 - 0.5(x_1 - x_{11}) - x_{11}]$$
$$R_b b(x_1 - x_{11}) = R_s A_s.$$

Так как

$$\frac{x_1}{h_0} = \xi_1; \ \frac{x_{11}}{h_0} = \xi_{11}; \ \frac{R_s}{R_b} \ \mu = \xi_0 \ \text{, to } \xi_0 = \xi_l - \xi_{ll}.$$

С учетом сделанных преобразований получаем формулу определения Мил в следующем виде:

$$M_{u1} = M_{u0} \left( 1 - \frac{\xi_{11}}{1 - 0.5\xi_0} \right).$$
(13)

,

Для расчетной модели 2, решая совместно уравнения, определяющие *М*<sub>и2</sub>и *ξ*<sub>2</sub>, получаем:

$$M_{u2} = M_{u0} \left( 1 - \frac{\xi_{12} \left( 1 - R_{b2} / R_b \right)}{1 - 0.5 \xi_0} + \frac{0.5 \xi_{12}^2 R_{b2} / R_{b0} \left( 1 - R_{b2} / R_{b0} \right)}{\xi_0 \left( 1 - 0.5 \xi_0 \right)} \right)$$

$$\xi_0 = \xi_2 - \xi_{12} \left( 1 - R_{b2} / R_b \right)$$
(14)

Анализ модели 3 позволяет получить следующее выражение для определения прочности нормальных сечений:

$$M_{u3} = M_{u0} \left( 1 - \frac{0.5\xi_{13}(1 - R_{b3}/R_b)}{1 - 0.5\xi_0} + \frac{\xi_{13}^2(1 - R_{b3}/R_b) \left[ 0.125(1 - R_{b3}/R_b) - \frac{1}{6} \right]}{\xi_0 (1 - 0.5\xi_0)} \right)$$
(15)  
$$\xi_0 = \xi_3 - 0.5\xi_{13} (1 - R_{b3}/R_b) = \frac{R_s}{R_b} \mu.$$

Четвертая модель дает возможность получить формулу для определения *М*<sub>и4</sub> вида:

$$M_{u4} = M_{u0} \left( 1 - \frac{\left(\xi_{14} + \delta/h_0\right)0.5}{1 - 0.5\xi_0} + \frac{\left(0.5\xi_{14} + 0.5\delta/h_0\right)^2 \frac{1}{6} - \frac{1}{3}\xi_{14}^2 \,\delta/h_0}{\xi_0 \left(1 - 0.5\xi_0\right)} \right)$$
(16)

$$\xi_0 = \xi_4 - 0.5\xi_{14} - 0.5\delta/h_0 = \frac{R_s}{R_b}\mu.$$

Полученные выражения  $M_{ui}$  дают возможность определить деградационные функции  $\frac{M_{u1}}{M_{u0}} = D_i$ , выражения которых приведены в таблице 1.

Таблица 1. Деградационные функции по несущей способности изгибаемых элементов

Расчетная схема	$\xi_i = rac{x_i}{h_0}$	$\frac{M_{u1}}{M_{u0}} = D_i$
0	ξ <sub>0</sub>	1
1	$\xi_0 + \xi_{11}$	$1 - \frac{\xi_{11}}{1 - 0.5\xi_0}$
2	$\xi_0 + \xi_{12} (1 - R_{b2}/R_b)$	$1 - \frac{\xi_{12}(1 - R_{b2}/R_b)}{1 - 0.5\xi_0} + \frac{0.5\xi_{12}^2 R_{b2}/R_{b0}(1 - R_{b2}/R_{b0})}{\xi_0(1 - 0.5\xi_0)}$
3	$\xi_0 + 0.5\xi_{13} (1 - R_{b3}/R_b)$	$1 - \frac{0.5\xi_{13}(1 - R_{b3}/R_b)}{1 - 0.5\xi_0} + \frac{\xi_{13}^2(1 - R_{b3}/R_b) \left[ 0.125(1 - R_{b3}/R_b) - \frac{1}{6} \right]}{\xi_0(1 - 0.5\xi_0)}$
4	$\xi_0 + 0.5\xi_{14} - 0.5\delta/h_0 = \frac{R_s}{R_b}\mu$	$1 - \frac{\left(\xi_{14} + \delta/h_0\right)0,5}{1 - 0,5\xi_0} + \frac{\left(0,5\xi_{14} + 0,5\delta/h_0\right)^2 \frac{1}{6} - \frac{1}{3}\xi_{14}^2 \delta/h_0}{\xi_0\left(1 - 0,5\xi_0\right)}$

Действие агрессивной среды в расчетных моделях определяется видом изохрон деградации; коэффициентом интенсивности химического взаимодействия (формулы 8 и 9); глубинным показателем а (формула 3). При выводе функций деградации принято а =  $x_{ij}$ ;  $x_{ij}/h_0 = \xi_{ij}$ .

Принимаем: 
$$\xi_{ij} = \frac{x_{ij}}{h_0} = \frac{a}{h_0} = \frac{0.1\sqrt{Dt}}{h_0}; \qquad D = (4.5 \div 1.8) \cdot 10^{-6} \, \text{s}^2 \, \text{/}\, \text{vac}; \qquad h_0 = 0.4 \, \text{s}; \\ R_{bi} / R_b = \frac{K_a}{t/t_a} = \frac{0.6}{t/1100} \, .$$

Подставив эти функции в деградационные функции таблицы 1, можно определить как меняются их значения от длительности действия сульфат-ионов (*t*, *час*); высоты поперечного сечения изгибаемого элемента (*h*<sub>0</sub>, *м*); относительного содержания арматуры J<sub>1</sub>; отношения *R<sub>bi</sub>/R<sub>b</sub>*.

На рисунке 14 представлены графики изменения деградационных функций во времени, анализ которых показывает, что для обеспечения безопасности, надежности прогноза, оценку долговечности железобетонных элементов следует проводить с применением модели 1 или 2. Модель 3 дает более высокие оценки долговечности. Потеря 20% несущей способности по прогнозу с применением моделей 1 и 2 наступит через 10 лет, модели 3 – через 15 лет. Снижение несущей способности на 50% наступит в первом случае через 80 лет, во втором – через 100 лет.



Рисунок 14. Деградационные функции для расчетных схем 1, 2, 3

#### Выводы

1. Предложена методика расчета долговечности строительных конструкций, основанная на применении метода предельных состояний и деградационных функций.

2. Определены основные параметры деградационных моделей: а – глубинный показатель;  $D_m$  – коэффициент переноса энергии разрушения;  $K_{xc}$  – показатель интенсивности изменения

прочности материала на поверхности изделия (коэффициент химического сопротивления);  $\mathcal{O}_0$  – сорбционная емкость материала. Применение этих параметров дает возможность прогнозировать долговечность, надежность, остаточный ресурс железобетонных конструкций в условиях действия сульфатных сред.

3. Предложены методы экспериментального определения параметров деградации.

#### Литература

- 1. Бондаренко В.М., Ивахнюк В.М. Фрагменты теории силового сопротивления бетона поврежденного коррозией // Бетон и железобетон. 2003. №5. С. 21.
- 2. Бондаренко В.М. К вопросу о влиянии анизотропии и коррозионных повреждений на силовое сопротивление железобетона при закономерном нагружении // Academia. Архитектура и строительство. 2011. №1. С. 101–105.
- 3. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Концепция и направления развития теории конструктивной безопасности зданий и сооружений при силовых и средовых воздействиях // Промышленное и гражданское строительство. 2013. №2. С. 28–32.
- 4. Рахимбаев Ш.М. Кинетика процессов кольматации при химической коррозии цементных систем // Бетон и железобетон. 2012. №6. С. 16–17.
- 5. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. Монография. М.: АСВ, 2004. 472 с.
- 6. Селяев В.П., Соломатов В.И., Ошкина Л.М. Химическое сопротивление наполненных цементных композитов. Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2001. 152 с.
- Folic R. Durability design of concrete structures Part 1: analysis fundamentals // Architecture and Civil Engineering. 2009. Vol. 7. No. 1. Pp. 1–18.
- 8. Folic R., Zenunovic D. Durability design of concrete structures Part 2: modeling and structural assessment // Architecture and Civil Engineering. 2010. Vol. 8. No. 1. Pp. 45–66.
- 9. Ferreira M, Jalali S. Probabilistic assessment of the durability performance of concrete structures // Engenharia Civil. 2004. No. 21. Pp. 39–48.
- 10. Александровский С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести. М.: Стройиздат, 1973. 432 с.
- 11. Рахимбаев Ш.М. Процесс кольматации при химической коррозии цементных систем. Физическая модель // Бетон и железобетон. 2013. №4. С. 30–32.

- 12. Гилязидинова Н.В., Рудковская Н.Ю., Санталова Г.Н. Коррозийная стойкость шлакобетонов // Бетон и железобетон. 2013. №3. С. 24–25.
- 13. Рахимбаев Ш.М., Карпаева Е.Н., Толынина Н.М. О выборе типа цемента на основе теории кольматации при сложном составе агрессивной среды // Бетон и железобетон. 2012. №5. С. 25–26.
- 14. Рахимбаев Ш.М. Кинетика процессов кольматации при химической коррозии цементных систем // Бетон и железобетон. 2012. №6. С. 16–17.
- 15. Леонович С.Н., Прасол А.В. Модели периода инициирования коррозии арматуры // Строительные материалы. 2012. №9. С. 74–75.
- 16. Леонович С.Н., Прасол А.В. Железобетон в условиях хлоридной коррозии: деформирование и разрушение // Строительные материалы. 2013. №5. С. 94–96.
- 17. Кантор П.Л., Кантор С.Л., Латышов В.М. Прогнозирование скорости коррозии водоотводящих железобетонных коллекторов с учетом плотности бетона // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №1. С. 44–47.
- 18. Уткина В.Н., Селяев В.П., Соломатов В.И. Определение деградационных функций методом микротвердости. Расчет элементов конструкций, подвергающихся воздействию агрессивных сред: Меж.вуз. науч. сб. Саратов, 1985. С. 50–53.
- Zivica V., Bajza A. Acidic attack of cement based materials a review. Part 1. Principle of acidic attack // Construction and Building Materials. 2000. Vol. 15. No. 12. Pp. 331–340.
- 20. Mohebimoghaddam B., Dianat S.H. Evolution of the corrosion and strength of concrete exposed to sulfate solution // International Journal of Civil Engineering and Technology. 2012. Vol. 3. Issue 2. Pp. 198–206.
- Fatima T., Arab N., Zemskov E.P., Muntean A. Homogenization of a reaction diffusion system modeling sulfate corrosion of concrete in locally periodic perforated domains // Journal of Engineering Mathematics. 2011. Vol. 69. Issues 2–3. Pp. 261–276.
- Stevulova N., Ondrejka Harbulakova V., Estokova A., Luptakova A., Repka M. Study of sulphate corrosion simulations on concrete composites // International Journal of Energy and Environment. 2012. Vol. 6. No. 2. Pp. 276–283.
- 23. Tang L. Chloride transport in concrete Measurement and Prediction. PhD thesis. Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 1996.
- Frederiksen J.M., Mejlbro L., Poulsen E. The HETEK model of chloride ingress into concrete made simpler by approximations // Proceedings of 2nd International RILEM Workshop on Testing and Modelling the Chloride Ingress into Concrete. Paris, 2000. Pp. 317–336.
- 25. Hobbs D.W. Chloride ingress and chloride-induced corrosion in reinforced concrete members // Proceedings of the 4th International Symposium On Corrosion of Reinforcement in Concrete Construction, July 1–4, 1996. Cambridge, UK, 1996. Pp. 124–135.
- 26. Seljaev V., Weiss V. Statisticka teorie pevnosti a degradance konstrukcnich plastu. P.c.s // Vuzkum a hodnoceh: Vztahu Vlivu prostredi nazivotnost konstrukci a material. Praha, 1978. Pp. 71–89.
- 27. Селяев В.П. Основы теории расчета композиционных конструкций с учетом действия агрессивных сред: Автореф. дисс. ... докт. техн. наук. Москва, 1984. 36 с.
- 28. Селяев В.П., Ошкина Л.М. Селяев П.В., Сорокин Е.В. Исследование химической стойкости цементных бетонов с учетом сульфатной коррозии // Региональная архитектура и строительство. 2013. №1(15). С. 4–11.
- 29. Соломатов В.И., Селяев В.П. Химическое сопротивление композиционных строительных материалов. М.: Стройиздат, 1987. 264 с.

Владимир Павлович Селяев, г. Саранск, Россия Тел. раб.: +7(8342)47-71-56; эл. почта: mossrorm@yandex.ru

Вячеслав Александрович Неверов, г. Саранск, Россия Тел. раб.: +7(8342)47-71-56; эл. почта: ua4uu@mail.ru

Павел Владимирович Селяев, г. Саранск, Россия Тел. раб.: +7(8342)47-71-56; эл. почта: ntorm80@mail.ru

Евгений Вячеславович Сорокин, г. Саранск, Россия Тел. раб.: +7(8342)47-71-56; эл. почта: evssar@mail.ru

Ольга Александровна Юдина, г. Саранск, Россия Тел. раб.: +7(8342)47-71-56; эл. почта: zaichyshka90@mail.ru

© Селяев В.П., Неверов В.А., Селяев П.В., Сорокин Е.В., Юдина О.А., 2014

#### Analysis of the Resistance of Thin-Walled Cold-Formed Compressed Steel Members with Closed Cross-sections. Part 2

PhD, Ing., head of the department AI Ali Mohamad; PhD, Doc. Ing., head of the department Michal Tomko, Technical University in Košice

**Abstract**. Part 1 of the paper presents fundamental information about the experimental and theoretical research oriented to determine the resistance of thin-walled cold-formed compressed steel members with closed cross-sections, [1]. The investigated members were made from homogeneous material. The theoretical analysis was oriented to determine the resistance of mentioned members according to European and Slovak standards, while the experimental investigation was to verify the theoretical results and to investigate the behavior of the above-mentioned members during the loading process, [2]. Part 2 is focused on the numerical analysis of the achieved results, as well as on 3D modeling and simulation of the experimental tests.

Key words: thin-walled web; cold-formed profiles; initial imperfections

#### Introduction

The first paper "Analysis of the resistance of thin-walled cold-formed compressed steel members with closed cross-sections - Part 1", brought a global overview of the achieved results and presented the differences between the results of experimental tests and other results, obtained according to different calculation methods. Because of the mentioned differences, it was necessary to carry out a detailed numerical analysis to clarify the identified deficiencies. The numerical analysis has been oriented towards the investigation and modelling of initial imperfections, caused by production processes, on the load-bearing capacities of the mentioned members. This analysis was based on the modelling of actually measured initial imperfections as spatial areas, also on the 3D simulation of the experimental tests with non-linear calculation procedures using software ANSYS based on the FEM, [3]. The results are very extensive; therefore the paper deals only with Cross-sectional group B2, Table 1 and Figure 1.

Testeducentes	b	h	t	r	L	fy	fu
l'ested member		[]	[MPa]				
B21	207,93	103,08	2,12	3,0	650,00	242,33	360,00
B22	207,47	103,18	2,10	3,0	649,88	242,33	360,00
B23	207,35	102,62	2,16	3,0	649,25	242,33	360,00

 Table 1. Dimensions and material characteristics, Cross-sectional group B2



Figure 1. Scheme of the tested members; Cross-sectional group B

#### 1. Analysis of the size and shape of initial imperfections

As it was stated in the first part, [1] experimental limit loads were smaller than the expected theoretical values for all tested members. One of the possible implications was due to the size and shape of initial (production) imperfections. In terms of tolerance, the maximal discrete measured initial imperfection of the webs was 1,51mm and the maximal tolerated imperfection is given in the standard as b/50, which is 4,15mm, [4]. It follows that the problem is not in the size of these imperfections but in their distribution and shape.

The referred standard, EN 1090-2 + A1:2012, permits a maximal tolerated value b/50 for imperfections in a sinusoidal waves form as shown in Figure 2.

Al Ali M., Tomko M. Analysis of the Resistance of Thin-Walled Cold-Formed Compressed Steel Members with Closed Cross-sections. Part 2

The initial imperfections of all tested members were modelled in the mathematical software MATLAB as spatial areas. The results showed that none of the webs had uniform initial imperfection shapes, and not at all of a sinusoidal waves form. Figures 3 and 4 illustrate the shape of initial imperfections for the relevant webs of member B21. Midline initial imperfections of all webs are illustrated by graphs in Figure 5.



Figure 2. Tolerated initial imperfections according to [4]



Figure 3. Initial imperfections shape of member B21, web 1



Figure 4. Initial imperfections shape of member B21, web 2



Figure 5. Midline initial imperfections of all webs

The overall analysis of the initial imperfections shape for all tested members indicates that the expected tolerated shape in the relevant standard is theoretical and cannot be achieved in reality. The spatial areas in Figures 3 and 4, also the graphs in Figure 5 clearly show that the initial (production) imperfection is a random variable and must be more precisely reflected in the calculation procedure. For these reasons the detailed theoretical and numerical analysis were necessary to be performed using the software based on the FEM – ANSYS.

#### 2. Creation of calculation models and the experiment simulation

The target of the FEM analysis was to obtain more accurate data about the post-critical behaviour of the mentioned members, to determine their limit loads and to compare them with the experimental results. The volume shell finite element SOLSH190, quad and triangular, was used to create the calculation models, geometrical and physical non-linear calculation was applied. The finite element

Al Ali M., Tomko M. Analysis of the Resistance of Thin-Walled Cold-Formed Compressed Steel Members with Closed Cross-sections. Part 2

SOLSH190 is usually used for the simulation of shell structures with a wide range of thicknesses. This element, with eight connecting nodes has three degrees of freedom at each node, see Figure 6. The element may be used to solve the geometrical and physical nonlinear problems. This type may be also used for the composite multilayer modelling (up to 250 different material's layers), [5, 6 and 7].





Each of the 3D calculation models contains 4 182 nodes and 4 100 shell elements. Boundary conditions of the modelled, axially compressed members, were defined by two-sided hinged connections. The elastic-plastic material with hardening was considered with the usage of the plastic zone method. This material is characterized by a bilinear approximation of the strain-stress diagram of steel with yield stress fy = 242,33 MPa and hardening modulus Ehard = 2800 MPa.

The concept of the generated grid for initial imperfections defining, configuration of a calculation model and the mesh of volume shell finite elements SOLSH190 are presented in Figure 7.



Figure 7. Generated grid (a), configuration of the calculation model (b) and volume shell finite elements mesh (c)

#### 4. Results and their analysis

Two types of calculation models were used to verify the initial imperfections:

- Calculation models which consider the initial imperfections of the webs;
- Calculation models which do not consider the initial imperfections of the webs.

The applied load was transformed to the middle-plane of the shell elements with sequential loads increasing up to the initial appearance of the plastic zone (on the internal surface of the web). By a sequence of load increasing, the development of the plastic zone manifested over the external surface of the web. The further overloading effected the broadening of the plastic zones over the web's surface at about 1/3 of the member length. The sequential loading was monitored up to the divergence of the calculation (collapse of the member), [8].

The final web buckling shapes in a topographical form, together with the equivalent elastic strain of modelled member B23 is presented in Figure 8. Figure 9 illustrates the equivalent stress and plastic strain of the mentioned member.







Figure 9. Equivalent stress (a) and equivalent plastic strain (b), member B23

Figure 10 illustrates the individual limit loads, obtained by the calculation according to relevant standards, [9, 10 and 11], by (FEM) numerical simulations and by the experimental investigation of tested members B21, B22 and B23. From Figure 10 it is evident, that the experimental limit loads of individual tested members are smaller than the limit loads obtained by relevant standards.





Figure 10 also presents the influence of initial imperfections through the process of 3D FEM simulations. The results' correlation between FEM simulation, without considering the initial imperfections, and theoretical calculation according to EN 1993-1-3:2006 means that the Standard neglects the effect of initial imperfections, or does not consider them when they are not of a sinusoidal shape with a size limitation up to b/50.

Al Ali M., Tomko M. Analysis of the Resistance of Thin-Walled Cold-Formed Compressed Steel Members with Closed Cross-sections. Part 2

#### Conclusion

1. Based on the obtained experimental results, data acquired from the calculation models and from the theoretical-numerical analysis, it is evident that the resistances of compressed thin-walled cold-formed steel members are significantly influenced by the initial imperfections and/or by the initial buckling shapes of their individual webs.

2. Figure 10 indicates the results' correlation between FEM simulation, without considering the initial imperfections, and theoretical calculation according to EN 1993-1-3:2006. This Figure also indicates the correlation between experimental results and FEM simulation, taking the initial imperfections into consideration. The FEM simulation proves that the calculation procedures in the relevant standards are not sufficient enough to consider the influence that the initial imperfections have on the calculation process.

3. The maximal discrete measured imperfection of all webs was smaller than the maximal tolerated value, provided by the standard EN 1090-2 + A1:2012-03 as b/50. Although this condition has been met, the results revealed a serious effect of the initial imperfections. The expected tolerated buckling shape in this standard is theoretical and cannot be achieved because the initial (production) imperfection is a random variable and must be more precisely reflected in the calculation.

4. The obtained results broadens the knowledge referring to the elastic-plastic resistances of thinwalled cold-formed steel members, as well as the influence of their initial imperfections. The obtained knowledge encourages more consistent and thorough analysis, oriented toward determining real tolerance values and shapes of initial imperfections for these profiles and members.

This paper is prepared within the research project VEGA 1/0582/13 "The elastic-plastic behaviour of compressed thin-walled cold-formed steel elements and stress-strain analysis of welded steel beams", supported by the Scientific Grant Agency of ME SR and SAS.

#### References

- Al Ali M., Tomko M., Demjan I., Badák M. Analysis of the resistance of thin-walled cold-formed compressed steel members with closed cross-sections - Part 1. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No.5(40). Pp. 38–43.
- 2. Al Ali M., Tomko M., Badák M. *Investigation and analysis of the resistance of compressed cold-formed steel members*. The research of the Institute of structural engineering. Košice, Slovakia, 2010, Pp. 13–18
- 3. Al Ali M., Tomko M., Demjan I. Resistance of Compressed Thin-Walled Cold-Formed Steel Members with Regard to the Influence of Initial Imperfections. *Design, Fabrication and Economy of Metal Structures: International Conference Proceedings.* Miskolc, Hungary, Springer, 2013. Pp. 113–119.
- 4. EN 1090-2 + A1:2012: Execution of steel structures and aluminium structures Part 2: Technical requirements for steel structures, CEN, Brussels 2011 + National Annex A1.
- 5. Al Ali M., Tomko M., Demjan I., Badák M. Stress-strain analysis of thin-walled compressed steel members with closed cross-sections. *SSP Journal of Civil Engineering*. 2011. Issue 1. Pp. 85–96.
- 6. ANSYS Inc. Theory. Release 9.0 [online], Canonsburg: November 2004. 1062 p. http://www1.ansys.com/customer/content/documentation/90/ansys/a\_thry90.pdf.
- 7. ANSYS Inc. Release 11.0 Documentation for ANSYS [online], 2011: www.kxcad.net.
- 8. Al Ali M [et al]. Thin-walled cold-formed compressed steel members and the problem of initial imperfections. *Procedia Engineering*. 2012. Vol. 40. Pp. 8–13.
- 9. STN 73 1402:1988. Design of thin-walled profiles in steel structures. UNM, Prague, 1987.
- 10. EN 1993-1-3:2006. Design of steel structures Part 3: Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. CEN, Brussels, 2006.
- 11. EN 1993-1-5:2006. Design of steel structures Part 5: Plated structural elements. CEN, Brussels, 2006.
- Mamalis A.G., Manolakos D.E., Ioannidis M.B., Kostazos P.K., Dimitriou C. Finite element simulation of the axial collapse of metallic thin-walled tubes with octagonal cross-section. *Thin-Walled Structures*. 2003. Vol. 41. Issue 10. Pp. 891–900.

Al Ali M., Tomko M. Analysis of the Resistance of Thin-Walled Cold-Formed Compressed Steel Members with Closed Cross-sections. Part 2

- 13. Rasmussen J.R. Kim. Bifurcation of locally buckled point symmetric columns. Experimental investigations. *Thin-Walled Structures*. 2006. Vol. 44. Issue 11. Pp. 1175–1184.
- Chen Ju, Young Ben: Cold-formed steel lipped channel columns at elevated temperatures. *Engineering Structures*. 2007. Vol. 29. Issue 7. Pp. 2445–2456.
- Nuno Silvestre, Young Ben, Camotima Dinar. Non-linear behaviour and load-carrying capacity of CFRPstrengthened lipped channel steel columns. *Engineering Structures*. 2008. Vol. 30. Issue 10. Pp. 2613–2630.
- Kwon Young Bong, Kim Bong Sun, Hancock Gregory J. Compression tests of high strength cold-formed steel channels with buckling interaction. *Journal of Constructional Steel Research*. 2009. Vol. 65. Issue 2. Pp. 278–289.
- 17. Rogers C.A., Yang D., Hancock G.J. Stability and ductility of thin high strength G550 steel members and connections. *Thin-Walled Structures*. 2003. Vol. 41. Issues 2–3. Pp. 149–166.
- DiPaolo B.P., Tom J.G. A study on an axial crush configuration response of thin-wall, steel box components: The quasi-static experiments. *International Journal of Solids and Structures*. 2006. Vol. 43. Issues 25–26. Pp. 7752–7775.
- Yuan-Qi Lia, Zu-Yan Shena, Lei Wanga, Yan-Min Wangb, Hong-Wei Xuc. Analysis and design reliability of axially compressed members with high-strength cold-formed thin-walled steel. *Thin-Walled Structures*. 2007. Vol. 45. Issue 4. Pp. 473–492.
- Gardner L., Saari N., Wang F.: Comparative experimental study of hot-rolled and cold- formed rectangular hollow sections. *Thin-Walled Structures*. 2010. Vol. 48. Issue 7. Pp. 495–507.
- 21. Young Ben, Rasmussen J.R. Kim. Behaviour of cold-formed singly symmetric columns. *Thin-Walled Structures*. 1999. Vol. 33. Issue 2. Pp. 83–102.
- 22. Young Ben, Rasmussen J.R. Kim. Inelastic bifurcation of cold-formed singly symmetric columns. *Thin-Walled Structures*. 2000. Vol. 36. Issue 3. Pp. 213–230.
- Young Ben, Ellobody Ehab: Design of cold-formed steel unequal angle compression members. *Thin-Walled Structures*. 2007. Vol. 45. Issue 3. Pp. 330–338.
- Zhang Yaochun, Wang Chungang, Zhang Zhuangnan. Tests and finite element analysis of pin-ended channel columns with inclined simple edge stiffeners. *Journal of Constructional Steel Research*. 2007. Vol. 63. Issue 3. Pp. 383–395.
- Jurgen Becque, Maura Lecce, Rasmussen J.R. Kim. The direct strength method for stainless steel compression members. *Journal of Constructional Steel Research*. 2008. Vol. 64. Issue 11. Pp. 1231– 1238.
- 26. Juhás P. [et al]. The elastic-plastic behaviour and stress-strain analysis of framed and flat structural members made from steel and composite materials. Research report VEGA 1/0673/10. Košice, 2010–2011.

Mohamad Al Ali, Košice, Slovakia Phone number: +421905359228; e-mail: mohamad.alali@tuke.sk

Michal Tomko, Košice, Slovakia Phone number: +421556024249; e-mail: michal.tomko@tuke.sk

© Al Ali M., Tomko M., 2014

# Экспериментальное исследование напряженного состояния некоторых ответственных конструкций крупных гидроэнергетических сооружений

К.т.н., доцент С.Н. Эйгенсон; к.т.н., доцент Н.В. Корихин; к.т.н., доцент А.И. Головин, ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Аннотация. Работа посвящена экспериментальному исследованию напряженного состояния ответственных конструкций гидротехнических сооружений: вилке напорного трубопровода крупного гидроагрегата и упруго защемленных толстых арок, ослабленных круговыми отверстиями.

Точное знание напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции на стадии проектирования является важнейшим условием надежности сооружения. Аналитические методы расчета, включая численные (в частности, метод конечных элементов – МКЭ), развиваются и совершенствуются. Экспериментальные методы исследования НДС конструкций на моделях дополняют расчетные и эффективно с ними сочетаются.

Исследование осуществлялось методом фотоупругости с применением способа «замораживания» деформаций, который использует способность эпоксидных полимеров сохранять неизменной оптическую анизотропию, вызванную нагружением модели, и после разгрузки. Результаты позволили уточнить распределение напряжений в характерных опасных сечениях конструкций, оценить достоверность расчета концентрации напряжений около отверстий в арках с помощью МКЭ.

**Ключевые слова:** вилка напорного трубопровода; арка с отверстиями; метод фотоупругости; моделирование; «замораживание» деформаций; напряженное состояние; концентрация напряжений

Крупные гидроэнергетические сооружения, как правило, являются уникальными, так как места их расположения определяются уникальными природными условиями и особенностями местности. Естественно, уникальность объекта требует максимального количества информации и данных о нем для обеспечения требований нормативной документации по безопасности и надежности [1, 2]. Большинство опубликованных работ посвящено решению частных задач применительно к созданию того или иного уникального гидротехнического сооружения, задачи решались как с использованием расчетных, так и экспериментальных методов [3–16].

Опыт эксплуатации гидротехнических объектов показал, что в условиях возможных аварийных ситуаций, которые могут привести к катастрофическим последствиям, наиболее проблемными являются напорные трубопроводы водоподводящего тракта как с точки зрения прочности части зоны сооружения в районе нижнего бьефа плотины, так и с точки зрения прочности самой арочной плотины ввиду ослабления сечения при прохождении через нее трубопроводов. Напряженное состояние элементов гидротехнического сооружения и плотины в целом характеризуется значительными концентрациями напряжения ввиду резкого изменения формы и размеров, а также применения в конструкциях материалов, имеющих различные механические характеристики.

Среди экспериментальных методов определения напряжений в конструкциях и деталях машин достаточно полную и надежную информацию о НДС дает метод фотоупругости, точнее — поляризационно-оптический метод исследования напряжений [17–21].Этот метод является наиболее эффективным для исследования областей конструкций с высокими градиентами напряжений. Однако следует отметить, что этот метод достаточно дорогостоящий и трудоемкий как с точки зрения стоимости материальных ресурсов для обеспечения эксперимента, так и с точки зрения временных затрат, особенно при расшифровке оптических картин. Это в какой-то мере сдерживало применение метода для анализа НДС крупных гидротехнических сооружений. В настоящее время в связи с появлением цифровой обработки изображений методы фотоупругости опять стали широко применяться в промышленности [21–27].

Это подтолкнуло авторов к экспериментальному исследованию напряженного состояния двух ответственных конструкций: нижнего участка напорного трубопровода гидроагрегата и поперечного сечения арочной плотины, ослабленного отверстиями (упруго защемленных толстых арок, ослабленных отверстиями). Оригинальность работы обусловлена тем, что в ней исследовались типовые элементы, характерные для всех уникальных крупных гидротехнических сооружений.

#### Постановка задачи и актуальность исследования

Современные крупные ГЭС [4, 5] используют высоконапорные радиально-осевые гидротурбины большой единичной мощности. Вода к турбине подводится напорным трубопроводом, состоящим из двух труб большого диаметра, которые сходятся в одну перед спиральной камерой. Применяемые в настоящее время напорные турбинные трубопроводы [6, 7] рассчитываются [8] на напор до 1000 м и изготавливаются в широком диапазоне диаметров: от 0,5 до 10 м. Толщина металла в них колеблется от 32 до 45 мм. Поэтому перспективными направлениями совершенствования конструкции являются применение стали с повышенным до 500...550 МПа пределом текучести и уменьшение запаса прочности за счет более качественного проектирования конструкций. Последнее возможно как посредством уточнения расчетных методов так и с помощью углубленного изучения напряженного состояния на моделях.

Экспериментальное исследование напряжений вокруг нижнего участка трубопровода (вилки) актуально ввиду ответственности конструкции, необходимости учесть совместную работу стальной трубы и окружающего ее бетона, получить данные для проектирования примыкающих к вилке элементов здания ГЭС.

Водоподводящий тракт типового агрегата состоит из двух напорных металлических трубопроводов диаметром до 7,5 м и с максимальной толщиной стенки на нижнем участке до 32 мм, расположенных в бетонном массиве. Перед входом в турбинную камеру эти трубопроводы соединяются в один трубопровод, разделенный диафрагмой толщиной до 60 мм (рис. 1). При наличии определенных природных условий в гидроэнергетике применяются высотные арочные плотины, обладающие рядом существенных достоинств по сравнению с гравитационными [4]. Вопросам расчета арочных плотин и повышения их надежности при статическом и динамическом нагружениях посвящено много работ [8–13]. Применяются расчетные методы, основанные на современном приближенном численном методе конечных элементов (МКЭ) [14, 15].





Рисунок 1. Фрагмент нижнего участка трубопровода (размеры в м); 1 – диафрагма

Рисунок 2. Исследуемые арки и их сечения

После трагических событий на Саяно-Шушенской ГЭС [16] стала особенно очевидной необходимость обеспечения безопасности гидротехнических сооружений, в том числе напорных трубопроводов и арочных плотин. Актуально экспериментальное исследование напряженного состояния такой ответственной высоконагруженной конструкции. Изучались две упруго защемленные арки, ослабленные рядом круговых отверстий.

Целью исследования являлось изучение влияния ряда отверстий, имитирующих трубопроводы, на напряженное состояние в арочных (горизонтальных) сечениях плотины. Кроме того, исследование предусматривало определение напряжений в арке, опирающейся на податливое скальное основание. Очевидно, эти напряжения значительно отличаются от напряжений, которые могут быть вычислены аналитическим путем при жестком защемлении арки. Намечалось также выяснить характер распределения напряжений в местах опирания арки на скальное основание.

Исследование выполнялось на плоских моделях, имитирующих арочные сечения плотины на различных отметках (рис. 2). Характерные размеры арок приведены в таблице 1.

Арка	Наружный радиус R <sub>н</sub> ,м	Внутренний радиус R <sub>в</sub> , м	Средний радиус R <sub>ср</sub> , м	Размер ключа h, м	$\frac{R_{cp}}{h}$	Радиус отверстия r, м	h/r	Угол раствора 2α, град
I	155,9	121,8	142,3	26,7	5,33	2,5	10,7	106
Ш	122,7	71,8	100,4	44,5	2,34	2,5	17,8	84

#### Таблица 1. Характерные размеры арок

Четыре отверстия диаметром 5 м располагаются в обеих арках симметрично относительно ключевого сечения. В арке I (рис. 2а) центры отверстий лежат на дуге радиуса R, пересекающей ключевое сечение на расстоянии 5 г от внутренней грани; в арке II (рис. 2б) – на дуге радиуса R, проходящей посередине ключевого сечения. Расстояние между центрами отверстий равно 11 г (г – радиус отверстия).

#### Методика экспериментального исследования

Исследование осуществлялось методом фотоупругости с применением способа «замораживания» деформаций [17, 18]. В основе метода фотоупругости лежит явление двойного лучепреломления в некоторых прозрачных оптически чувствительных материалах (отвержденных эпоксидных компаундах) под нагрузкой. Параметры двулучепреломления зависят от напряженного состояния моделей, их можно измерять при просвечивании модели в поляризованном свете. Метод фотоупругости отличается наглядностью, высокой точностью и, в отличие от других экспериментальных методов, дает информацию о напряженном состоянии во всем объеме исследуемой детали.

Способ «замораживания» деформаций использует способность эпоксидных полимеров сохранять неизменной оптическую анизотропию, вызванную нагружением модели, и после разгрузки, если процесс испытания происходит следующим образом. Модель нагружается и выдерживается при температуре 120°С – эпоксидная смола находится в высокоэластичном (резиноподобном) состоянии. Далее модель под нагрузкой медленно охлаждается до комнатной температуры, и нагрузка снимается. Смола возвращается в стеклообразное состояние, а упругие деформации и соответствующие им оптические эффекты фиксируются – «замораживаются». Плоскую модель можно просвечивать в полярископе. Объемную модель необходимо распилить на тонкие плоские шлифы (срезы) и просвечивать их в полярископе; по результатам измерений определяются компоненты объемного напряженного состояния.

Особенности моделирования напряженного состояния исследуемых конструкций (изготовление моделей, нагружения их, расшифровка напряженного состояния, пересчет на натуру) изложены ниже. Необходимо отметить, что в ранее опубликованных работах [17–21] описано применение метода для решения задач прочности гидротехнических сооружений и деталей машин.

Постоянное развитие и совершенствование метода фотоупругости (развернутый обзор его приведен в работе [22]) привело к применению цифровых методов обработки изображений [23], что позволило снизить трудоемкость и повысить точность эксперимента.

#### Нижний участок напорного трубопровода крупного гидроагрегата

Объемная модель была изготовлена в масштабе 1:200 из эпоксидной смолы ЭД-16 путем отливки в специальной форме. Отлитые модели подвергались механической обработке и окончательно обрабатывались вручную; всего было изготовлено три модели из одного исходного материала.

Для моделирования металлической облицовки применялся клей холодного отверждения, который наносился тонким равномерным слоем на внутреннюю поверхность трубопроводов. Диафрагма изготавливалась отдельно, а затем вклеивалась в модель. Модули нормальной упругости материала модели и клея были подобраны так, чтобы их соотношение соответствовало Еб : Ест, где Еб – модуль упругости бетона, а Ест – модуль упругости стали.

Испытание необходимо было провести на действие гидростатического давления с напором на оси вилки 128,7 м. Горизонтальное расположение вилки позволяет приближенно считать, что стенки трубопроводов нагружены равномерно. Нагружения моделей осуществлялись сжатым воздухом, подаваемым компрессором. Предохранительный клапан, расположенный на ресивере, поддерживал постоянное давление независимо от утечек воздуха в системе. Модели помещались в бак, наполненный глицерином, и нагревались в термостате до температуры «замораживания».



Рисунок 3. Устройство для загрузки модели

Передача давления на модель осуществлялась с помощью специального устройства (рис. 3). В трубопроводы пропускались эластичные резиновые трубки 4, наружный диаметр которых равен внутреннему диаметру трубопроводов. С одного конца в трубки вклеивались металлические заглушки 6, с другого – штуцеры 7, через которые подавался воздух. Прокладки из эпоксидной смолы 5, металлические плиты 1 и эбонитовые шпильки 2 воспринимали осевую силу, возникающую в резиновых трубках, предотвращая осевое смещение. Коэффициенты температурного расширения эбонита и материала модели примерно одинаковые, и поэтому при нагревании модели в термостате дополнительная осевая сила от изменения температуры не возникала.

Величину давления приняли равной 2,5 бар, исходя из механических свойств смолы при температуре «замораживания» и необходимости получения интерференционной картины с достаточным порядком изохром. Необходимая температура нагрева моделей (118°C) и режим испытания устанавливались дополнительными опытами.

После испытания в термостате модели с «замороженной» интерференционной картиной разрезались на шлифы – пластинки толщиной 3–4 мм (рис. 4). Из 17 шлифов, вырезанных в поперечном направлении, подробно исследовались шлифы I, II, III, V, VI (рис. 5), а также продольные шлифы IV и VII. Для получения составляющих напряжений в объемной модели из каждого основного шлифа I–VII вырезались дополнительные пластинки сечением 3х3 мм (рис. 6). Основные и дополнительные шлифы исследовались на установках ППУ-7 и КСП-7. Просвечивание основного шлифа производилось по направлению оси *z*, а дополнительного – по направлению оси *y*.



#### Рисунок 4. Схема разрезки модели на основные шлифы-пластинки; 1 – диафрагма

Разделение нормальных напряжений производилось по известному способу интегрирования в прямоугольных координатах [17]:

$$\sigma_x = \sigma_x^0 - \sum \left( \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} + \frac{\Delta \tau_{xz}}{\Delta z} \right) \Delta x .$$
 (1)



Рисунок 5. Картина полос (изохром) в шлифе V

Распределение напряжений ох в исследуемом сечении получается путем последовательного суммирования. Величины  $\Delta \tau_{xy}$  и  $\Delta \tau_{xz}$  определялись по значениям  $\tau_{xy}$  и  $\tau_{xz}$  во вспомогательных сечениях, расположенных по обе стороны от исследуемого основного на расстояниях  $\Delta y/2$  и  $\Delta z/2$ . Начало суммирования выбиралось там, где  $\sigma_x^0$  известно. Интегрирование велось прямым и обратным ходом с разгонкой получающейся невязки.



Рисунок 6. Схема разрезки модели на дополнительные шлифы-пластинки; 1 – основной шлиф; 2 – дополнительный шлиф

При просвечивании основных поперечных шлифов I, II, III, V и VI получались данные для определения  $\Delta \tau_{xv}$ ; дополнительные шлифы давали в этом случае  $\Delta \tau_{xz}$ .

Нормальные напряжения  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$  определялись исходя из известных соотношений:

$$\sigma_x - \sigma_y = \left(\sigma_1^* - \sigma_2^*\right) \cos 2\varphi_{xy} \tag{2}$$

И

$$\sigma_x - \sigma_z = \left(\sigma_1^* - \sigma_3^*\right) \cos 2\varphi_{xz}, \qquad (3)$$

откуда

$$\sigma_{y} = \sigma_{x} - (\sigma_{1}^{*} - \sigma_{2}^{*})\cos 2\varphi_{xy}, \quad (4) \quad \sigma_{z} = \sigma_{x} - (\sigma_{1}^{*} - \sigma_{2}^{*})\cos 2\varphi_{xz},$$

где  $\sigma_1^*$ ,  $\sigma_2^*$  и  $\sigma_3^*$  – так называемые квазиглавные напряжения, а  $\phi$  – параметр изоклины в соответствующей плоскости.

Пересчет результатов модельных испытаний на натуру осуществлялся по формуле [15]:

$$\sigma_H = \sigma_M \cdot \frac{q_H}{q_M} , \qquad (5)$$

где σ – напряжения, q – давление в трубопроводе. Индексом «м» обозначены величины, относящиеся к модели, индексом «н» – к натурной конструкции.

Результаты представлены на рисунках 7 и 8.









Из этой части статьи можно сделать следующие выводы.

1. Наличие металлической облицовки трубопроводов лишь незначительно (с 1,287 до 1,18 МПа) уменьшает внутреннее давление, передаваемое на бетонный массив (рис. 7).

2. Растягивающие напряжения в бетонном массиве достигают наибольших значений по контакту с металлической облицовкой трубопроводов (2,0–2,2 МПа), причем эти напряжения практически постоянны по длине трубопроводов вплоть до места их стыка, где они достигают величины 3,0 МПа (рис. 8).

3. Наличие металлической диафрагмы снижает передачу внутреннего давления на бетонный массив вилки только в сечениях, совпадающих с плоскостью диафрагмы и близких к ней.

## Толстые арки, упруго защемленные в торцах и ослабленные рядом круговых отверстий

Модели изготавливались из эпоксидной смолы ЭД-16 в масштабе 1:1000. Моделирование различной жесткости сооружения и основания осуществлялось различной толщиной арки и скального основания, пропорциональной модулям нормальной упругости бетона и скалы. Модуль упругости скального основания принимался в 2 раза меньшим модуля упругости бетона сооружения. Как показали проведенные исследования, объемностью напряженного состояния в местах перехода толщин можно пренебречь, что подтверждалось плавностью и непрерывностью полей изохром в этих местах.

По условиям работы сооружения исследованию подлежали следующие типы моделей (нагрузка во всех случаях – равномерно распределенное давление на внешнюю грань):

- М-1 арка I, в отверстиях давление отсутствует;
- М-2 арка II, в отверстиях давление отсутствует;
- М-3 арка II, во всех четырех отверстиях имеется давление;
- М-4 арка II, в двух крайних отверстиях имеется давление.

Нагружение моделей, помещенных в термостат для «замораживания» деформаций, осуществлялось с помощью специально сконструированного для этой цели устройства (рис. 9), принцип действия которого следующий. Компрессором нагнетался воздух в полость загрузочной камеры 1, установленной на шпильках 2 над моделью 3. В части, которая прилегала к модели, нагрузочная камера имела щель, герметически закрытую эластичной резиной 4. Под воздействием сжатого воздуха резина деформировалась и вплотную прилегала к модели, осуществляя равномерное давление по всей внешней грани.



Рисунок 9. Устройство для загрузки моделей

При испытании моделей М-3 и М-4 равномерно распределенное давление прикладывалось не только на внешнюю грань, но и в отверстиях, для чего использовалось дополнительное устройство. В отверстие модели пропускалась эластичная резиновая трубка с наружным диаметром 5 мм. С одного конца на трубку ставилась металлическая заглушка, а другой ее конец надевался на медную трубку, куда подавался сжатый воздух. При подаче воздуха резиновая трубка плотно прилегала к поверхности отверстия, осуществляя равномерно распределенное давление.

Величина давления была принята равной 0,3–0,4 бар, исходя из предела пропорциональности смолы ЭД-16 при температуре «замораживания» и необходимости получения интерференционной картины с достаточным порядком изохром.

Затем модели с «замороженной» интерференционной картиной (рис. 10) исследовались на поляризационно-оптических установках ППУ-7 и КСП-5, где измерялись параметры изоклин и изохром (оптическая разность хода). Разделение нормальных напряжений в исследуемых сечениях производилось путем численного интегрирования в прямоугольных координатах по формулам (1), (2) и (4).



Рисунок 10. Картина полос (изохром) в моделях М-3 и М-4

Для определения коэффициента оптической активности материала в условиях «замораживания» одновременно с испытанием моделей были проведены испытания эталонного образца – диска, сжатого по диаметру двумя сосредоточенными силами.

Пересчет напряжений в натуру производился по формуле (5), причем q – давление на напорную грань.

Для проверки точности эксперимента рассматривались условия равновесия отсеченных исследуемыми сечениями частей сооружения; производилась также проверка условий равновесия элементов, выделенных в окрестности точек пересечения исследуемых сечений (так называемое микроравновесие). Полученные в результате проверки наибольшие расхождения не превышали 4–5%, что указывает на достаточную точность полученных экспериментальных данных.

Напряжения определялись в характерных сечениях моделей, указанных на рисунке 2, и по контурам отверстий, а также по внешней и внутренней граням арок.

Сечения 0-0, 1-1, 2-2 и 3-3 проведены по радиальным прямым, причем сечения 1-1 и 2-2 проходят через центры отверстий; сечение 3-3 расположено под углом, отстоящим от защемления

## на $\frac{1}{30} \alpha$ .

По исследованным сечениям были построены эпюры напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  (рис. 11–13) и  $\tau_{xy}$  (ось x всюду была направлена вдоль исследуемого сечения).





Рисунок 11. Эпюры напряжений  $\sigma_y$  в ключевом сечении 0-0; *а* – арка I; б – арка II

Рисунок 12. Эпюры напряжений  $\sigma_y$  в сечении 1-1; а – арка I; б – арка II. Пунктиром обозначены напряжения, подсчитанные по элементарной теории кривого бруса



Рисунок 13. Эпюры напряжений  $\sigma_y$  в скальном основании (сечение 7-7) вблизи пят арок;

*а* – арка I; б – арка II

Сопоставление тангенциальных напряжений, полученных по элементарной теории кривого бруса и найденных экспериментальным путем при наличии отверстия, показывает ярко выраженный местный характер концентрации напряжений около отверстия.

Как видно из рисунка 14, напряжения  $\sigma_v$  вдоль внутренней грани арки I всюду сжимающие,

а в средней части арки II имеют место растягивающие напряжения на дуге с центральным углом, равным примерно половине внутренней дуги арки. При отсутствии внутреннего давления в отверстии вокруг него возникает значительная концентрация напряжений (рис. 15). Эпюра симметрична относительно оси, пересекающей центр отверстия под углом, примерно равным 30°, к радиальному сечению 2-2; наибольшие сжимающие напряжения получаются на этой оси со стороны внешней грани арки.



#### Рисунок 14. Графики изменения напряжений σ<sub>у</sub> вдоль внутренней грани арок; *a* – арка I; *б* – арка II



#### Рисунок 15. Эпюра напряжений по контуру отверстия в сечении 2-2 в арке II при отсутствии давления в отверстии (верхний бьеф в верхней части рисунка)

На контуре отверстия имеет место зона растяжения, причем наибольшие растягивающие напряжения возникают на радиальной прямой, перпендикулярной оси симметрии. Смещение оси симметрии эпюры относительно сечения 2-2 вызвано наличием значительной поперечной силы. Напряжения по контуру отверстий в сечении 1-1 арки II и в сечениях 1-1 и 2-2 арки I имеют тот же характер, но ось симметрии эпюры почти совпадает с радиальным сечением.

Напряжения  $\sigma_x$  во всех исследованных сечениях арок сжимающие, и величина их примерно

равна q. Напряжения  $\tau_{xv}$  достигают максимального значения, примерно равного 1,54 q в арке II.

Напряжения по контуру отверстий, найденные экспериментальным путем, сопоставлялись с напряжениями, вычисленными с помощью МКЭ на базе программного комплекса NASTRAN [28].

	~											
Таблин	22	Knan	hahin	IIIOUMLI	KUUI	IDUM	naiii	IIII U20	nawouiiii	OKO UO	nmoor	ากทาบบ
raomag	u z.	nosy	vyuu	4u Chini Di	NONU	çenni	puy	uu nun	principul	01010	Unioch	Junau

Арки		I	II	
Сечения	1-1	2-2	1-1	2-2
По экспериментальным данным	3,26	3,30	3,62	3,42
По расчету МКЭ [28]	3,21	3,23	3,50	3,28

Коэффициент концентрации напряжений (ККН) подсчитывался по формуле

$$KKH = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_n},$$
 (6)

где  $\sigma_{\max}$  – наибольшие напряжения  $\sigma_y$  на контуре отверстия;  $\sigma_n$  – номинальное напряжение

 $\sigma_v$  в соответствующих точках поперечного сечения арки при отсутствии отверстия.

### Таблица 3. Значения отношений наибольшего напряжения на контуре отверстия к наибольшему напряжению в арке в данном сечении при отсутствии отверстия

Арки			II	
Сечения	1-1	2-2	1-1	2-2
По экспериментальным данным	1,54	1,82	2,15	2,19
По расчету МКЭ [28]	1,49	1,78	2,08	2,14

Величины, приведенные в таблице 3, дают возможность судить об опасности наличия отверстия и о его влиянии на прочность арки.

Выводы по данной части статьи.

1. В арке I напряжения σ<sub>у</sub> сжимающие. Со стороны верховой грани они достигают наибольшей величины в ключевом сечении 0-0 (8,35q), а со стороны низовой грани – в сечении у основания 3-3 (9q).

2. В арке II при отсутствии давления в отверстиях (модель М-2) со стороны внутренней грани имеют место растягивающие напряжения  $\sigma_y$ , достигающие при заданном внешнем давлении наибольшей величины в ключевом сечении 0-0 (3q). Со стороны внешней грани максимальные сжимающие напряжения в ключевом сечении равны 5,3q.

3. Около отверстий возникает значительная концентрация напряжений. Сжимающие напряжения на контуре достигают величины 12,8q в арке I и 9,8q в арке II при отсутствии давления в отверстиях. Максимальные растягивающие напряжения у контура отверстия равны 3q в арке I и 2,5q в арке II. Следует отметить быстрое затухание концентрации напряжений; зона растяжения распространяется примерно на расстоянии 1,4r от контура отверстия.

4. Сопоставление экспериментальных данных о распределении напряжений около круговых отверстий с соответствующими напряжениями, подсчитанными для арки без отверстий, позволяет сделать заключение о том, что взаимное влияние отверстий при заданном их расположении незначительно.

5. В скальном основании сооружения вблизи пят арки I имеют место сжимающие напряжения, максимальная величина которых составляет 4,8q. В основании арки II сжимающие напряжения достигают величины 3,5q.

6. Наличие равномерно распределенного давления внутри отверстий изменяет напряженное состояние арки II только вблизи отверстий, причем сжимающие напряжения на контуре уменьшаются, а растягивающие увеличиваются до 3,5q.

#### Заключение

Полученные в процессе исследования основные результаты состоят в следующем.

1. Разработана методика моделирования и исследования напряженного состояния некоторых ответственных конструкций крупных гидроэнергетических сооружений методом футоупругости в соответствии с их конструктивными особенностями и условиями нагружения. В частности, предложен способ моделирования соотношения жесткостей бетонного массива и стального трубопровода, а также бетонной плиты и скального основания.

2. По результатам экспериментального исследования установлены некоторые закономерности напряженного состояния рассмотренных конструкций, являющиеся важными с точки зрения проектирования и обеспечения надежной безопасности работы сооружения.

3. Проиллюстрирована эффективность экспериментального метода фотоупругости для исследования напряженного состояния конструкций сложной формы при наличии концентрации напряжений.

#### Литература

- 1. СП58.13330.2011 «СНиП 33-01-2003 Гидротехнические сооружения. Основные положения». М., 2004.
- 2. Законопроект №38528-5 Технический регламент «О безопасности гидротехнические сооружений электрических станций».
- 3. Махутов Н.А., Ушаков Б.Н. Развитие методов экспериментальной механики // Заводская лаборатория. 2003. Т.69. №5. С. 45–51.
- 4. Гидроэнергетика / Под ред. В.И. Обрезкова. М.: Энергоатомиздат, 1968.
- 5. Аршеневский Н.Н. Гидроэлектрические станции: Учеб. для гидротехн. спец. вузов. М.: Энергоатомиздат, 1987. 464 с.
- 6. Фрейшист А.Р., Хохарин А.Х., Шор А.М. Стальные трубопроводы гидроэлектростанций. М.: Энергоиздат, 1982. 247 с.
- 7. Михайлов И.Е. Станционные стальные трубопроводы ГЭС и ГАЭС: Учебное пособие. М.: МГСУ, 2010. 93 с.

- Вайнберг А.И. Оценка нормативного риска возникновения аварий на бетонных плотинах // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2008. Т. 250. С. 108–119.
- 9. Марчук А.Н. Влияние береговых массивов со стороны верхнего бьефа в примыканиях арочных плотин на их напряжённо-деформированное состояние // Гидротехническое строительство. 2010. №12. С. 33–36.
- 10. Фам Ван Хунг, Мгалобелов Ю.Б. Обоснование надёжности арочной плотины Нам Чиен во Вьетнаме // Гидротехническое строительство. 2008. №1. С. 21–36.
- 11. Марчук А.Н., Манько А.В. Геодинамическое воздействия на высокие бетонные плотины // Вестник МГСУ. 2010. №4. С.138–141.
- 12. Рассказов Л.Н., Нгуен Куанг Кыюнг. Влияние направления сейсмического воздействия на напряжения в арочных плотинах // Гидротехническое строительство. 2006. Т. 40. №6. С. 337–341.
- 13. Pan J., Jin F., Xu Y., Wang J. Analysis of dam heel cracking and ultimate bearing capacity of kölnbrein arch dam // Journal of Hydroelectric Engineering. 2010. Vol. 29. No. 3. Pp.148–153.
- 14. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 428 с.
- 15. Киселёв А.П. Высокоточные конечные элементы в расчетах прочности и устойчивости арочных бетонных плотин // Аграрная наука. 2004. №6. С. 28.
- 16. Воскресенский С.М., Юркевич Б.Н. Обеспечение надежности и безопасности гидроэлектростанций после аварии на Саяно-Шушенской ГЭС 17 августа 2009 года (сообщение на пятой научнотехнической конференции: Гидроэнергетика. Новые разработки и технологии) // Гидротехническое строительство. 2011. №4. С. 49–52.
- Александров А.Я., Ахметзянов М.Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. М.: Наука, 1973. 576 с.
- Кошеленко А.С., Поздняк Г.Г. Теоретические основы и практика фотомеханики в машиностроении. М.: Издательский дом «Граница», 2004. 296 с.
- 19. Метод фотоупругости. В 3 т. / Под общей ред. Г.Л.Хесина. М.: Стройиздат, 1975. Т. 1, 460 с. Т. 2, 368 с. Т. 3, 321 с.
- 20. Касаткин Б.С., Кудрин А.В. [и др.] Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений: Справочное пособие. Киев: Наукова думка, 1981. 583 с.
- Фриштер Л.Ю. Расчётно-экспериментальный метод исследования НДС составных конструкций в зонах концентрации напряжений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2008. №2. С. 20–27.
- Ramesh K., Kasimayan T., Neethi Simon B. Digital photoelasticity A comprehensive review// Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 2011. Vol. 46(4). Pp. 245–266.
- 23. Rakmesh K. Digital photoelasticity: Advanced Techniques and Applications. Berlin–Heidelberg: Springer, 2000. 410 p.
- 24. Patterson E.A. Digital photoelasticity: principles, practice and potential // Strain. 2002. Vol. 38. No. 1. Pp. 27–39.
- 25. Smith Neto, P., Palma E.S., Figueiredo Bicalho, V.M. Stress analysis in automobile components using reflexive photoelasticity technique // Applied Mechanics and Materials. 2006. Vol. 5–6. Pp. 117–124.
- 26. Patterson E., Brailly P., Tanori M. High frequency quantitative photoelasticity applied to jet engine components // Experimental Mechanics. 2006. Vol. 46. No. 6. Pp. 661–668.
- Alejandra A. Silva-Moreno, Ornelas Rodrigues F.J., Rikardo Gutierrez Torres, Noe Alcala Ochoa. Photoelasticity applied in industry // Proceedings of SPIE 6046, Fifth Symposium Optics in Industry, February 10, 2006. No. 604619.
- 28. Шишкович Д.Г. Расчет конструкций в MKS.visialNastran for Windows. М.: ДМК пресс, 2004. 704 с.

Сергей Николаевич Эйгенсон, Санкт-Петербург, Россия +7(911)712-47-61; эл. почта: sopromat.eigenson@yandex.ru

Николай Васильевича Корихин, Санкт-Петербург, Россия +7(911)918-61-06; эл. почта: Kor440@mail333.com

Александр Иванович Головин, Санкт-Петербург, Россия +7(921)753-80-26; эл. почта: gai422@mail.ru

© Эйгенсон С.Н., Корихин Н.В., Головин А.И., 2014

#### Воздействие льда на откосные сооружения

#### Аспирант Ли Лян; д.ф.-м.н., профессор К.Н. Шхинек,

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Аннотация. Для определения ледовой нагрузки широко используется метод Кроасдейла, который основан на двумерном квазистатическом решении. Поправки, введенные им для использования решения в трехмерных условиях, учитывают только часть явлений, характерных для этого случая. Целью настоящей работы является исследование ледовой нагрузки на наклонные поверхности сооружений с учетом трехмерности и динамичности явления.

С помощью конечноэлементного программного комплекса ANSYS исследуются различие между двумерным и трехмерным решениями, динамичность процесса, влияние основных параметров (прочность на изгиб, толщина льда и угол наклона поверхности сооружения) на ледовую нагрузки и предельную высоту образования обломков льда при взаимодействии льда с наклонной плоскостью сооружения. Согласование результатов математического моделирования для двумерного случая и метода Кроасдейла удовлетворительно.

**Ключевые слова:** ширина сооружения; ледовая нагрузка; нагромождение обломков; наклонные гидротехнические сооружения; ANSYS

#### Введение

В настоящее время начинается активное освоение месторождений нефти и газа на арктическом шельфе. Характерной особенностью арктического шельфа является наличие ледяного покрова, воздействие которого часто является наиболее опасным для сооружений. Определенного снижения нагрузки можно достичь, используя сооружения с наклонными гранями. Экспериментальному изучению ледовой нагрузки на наклонные сооружения посвящено большое количество работ, например [1–3]. Аналитические решения обсуждались в работах [4–8].

В последнее время появились статьи, рассматривающие численные решения взаимодействия льда с наклонной плоскостью [9, 10]. Первоначально методы базировались на предположении, что лед при действии на рассматриваемые сооружения разрушается изгибом. Лишь более поздние лабораторные и натурные исследования показали, что возможно разрушение льда как от изгиба, так и от сжатия [11–12]. В частности в работе [13] показано, что наличие продольной силы, возникающей в процессе взаимодействия с наклонной поверхностью, значительно увеличивает общую нагрузку. Процесс взаимодействия и его развитие во времени рассматриваются в исследовании [14], где отмечается, что скопление обломков льда на поверхности сооружения оказывает решающее влияние на нагрузки.

Большое влияние на исследования взаимодействия льда с наклонной плоскостью оказали наблюдения в Каспийском море, где скопления льда на плоскости играли важную роль. Это вызвало появление теоретико-экспериментальных работ [15, 16]. Особенностью этих исследований является то, что они относятся к зоне существенного мелководья. Скопления обломков льда на дне существенно изменяют картину взаимодействия, и поле обломков может достичь значительных высот.

В последнее время появились работы, рассматривающие численные решения взаимодействия льда с наклонной плоскостью [9, 10]. Эти решения основаны на идеализированной модели льда, состоящего из специальных элементов. Эта модель очень удобна для рассмотрения последовательных разрушений. Ее недостатком является то, что в ней используются специальные критерии, отличающиеся от обычно применяемых критериев разрушения. Поэтому требуется проведение специальных численных экспериментов для установления связи между глобальными (замеряемыми в натурных условиях) и модельными свойствами льда.

Наиболее широко в практике проектирования сооружений используются методы, предложенные Кроасдейлом и Ральстоном [4–5, 17]. Решение для пространственной задачи, подобное решению Кроасдейла, было разработано Фредеркингом и модифицировано в соавторстве с Тимко [1, 2].
Ким [18] провела численные эксперименты, чтобы определить чувствительность метода Кроасдейла к вариации исходных данных. Наиболее важными параметрами оказались толщина льда, высота навала обломков, угол наклона поверхности сооружения, коэффициент трения льда и сооружения. Влияние модуля упругости и прочности льда при изгибе оказалось крайне незначительным.

Одними из существенных вопросов, не исследованных до сих пор, являются вопрос различия между двумерным и трехмерным решениями и вопросы динамики взаимодействия. Решение Кросдейла является, по сути, двумерным. Предложенная им поправка на трехмерность не играет существенной роли в значении нагрузки.

Второй особенностью существующих решений является то, что почти все они статические, или квазистатические. Проблема динамичности рассмотрена более или менее для сооружения, имеющего форму конуса [19–20]. Для плоскости эта задача частично исследована в работе [21].

Исследования последних лет [22–24] показали перспективность метода конечных элементов для изучения процесса взаимодействия льда с сооружениями и определения ледовых нагрузок.

Задачей настоящей работы является рассмотрение воздействия льда на наклонные поверхности сооружений с учетом динамичности явления. Это решение должно позволить совершенствовать методики расчета нагрузок.

## Метод исследования и основные допущения

Исследования производятся путем математического моделирования в программе ANSYS. Используется явный способ интегрирования и метод центральных разностей, при котором ускорение полагается постоянным в течение шага по времени [25]. Для исследования воздействия льда на наклонные поверхности сооружений используется специально разработанная 3D численная модель.

При расчете динамики в программе приняты следующие допущения.

1. Лед является поликристаллическим материалом, обладающим и пластическими и хрупкими свойствами [26]. Для правильного описания поведения материала льда используется модель Кулона – Мора [26]. В этой модели прочность при растяжении существенно меньше, чем при сжатии. В таблице 1 представлены принятые свойства льда.

Модель	модель Кулона – Мора
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	900
Модуль сдвига, Па	2,0E+9
Коэффициент Пуассона	0,3
Угол внутреннего трения	30
Сцепление материала, Па	3,5E+5
Прочность на сдвиг, МПа	0,85
Прочность на сжатие, МПа	1,82
Прочность на растяжение, МПа	0,57

#### Таблица 1. Исходные данные материала льда

2. Тип контакта \*CONTACT\_AUTOMATIC\_NODES\_TO\_SURFACE используется для моделирования контакта льда и сооружения в конечно-элементной модели 3D.

3. Влияние воды учитывается с помощью лагранжево-эйлерового подхода (ALE).

4. Для моделирования трещины в ледовом поле используется критерий разрушения льда по поверхности между объемными элементами.

На рисунке 1 представлена конечно-элементная модель для исследования взаимодействия льда и откоса сооружения. Показаны вода, воздух, лед и сооружение.



Рисунок 1. Коненчно-элементная модель

## Проверка правильности модели

В таблице 2 приведены исходные данные и результаты расчета и опыта, проведенного в лаборатории Канадского Национального Центра [2].

Таблица 2. Исходные данные и результаты опыта с сооружением с наклонным углом 45°, результаты расчета

Исходные данные опыта									
Ширина наклонной плоскости	Высота наклонной плоскости	Коэффициент трения		ן p	Трочность льда при астяжении	Модуль сдвига, МПа		Толщина ледяного поля	Скорость, см/с
100 см	9 см	0.	02	40 КПа		139		4.2 см	2.7
Результаты опыта									
Горизонтальная	ризонтальная Средняя 167			Вертикальная			Средняя	153	
нагрузка, Н	Максимал	ъная	283		нагрузка, Н		Максимальная		251
Результаты расчета									
Горизонтальная	Средн	яя 157			Вертикальная		Средняя		149
нагрузка, Н	Максимал	ъная	284		нагрузка, Н		Максимальная		270

Верификация решения проведена путем сопоставления результатов расчета с указанными опытами. В таблице 2 приводится сопоставление расчета и эксперимента. Видно, что конечноэлементная модель удовлетворительно описывает процесс взаимодействия льда с наклонными поверхностями сооружения.

## Различие между двумерным и трехмерным решениями взаимодействия льда с наклонной плоскости сооружения

Как отмечалось ранее, все принятые методики расчетов нагрузок на наклонные сооружения базируются на квазистатическом двумерном решении. Однако очевидно, что это справедливо лишь при определенной (теоретически бесконечной) ширине сооружения. Нашей задачей на этом этапе является определение той ширины сооружения, для которой эффекты, возникающие на краях сооружения, не существенны и двумерное решение справедливо. На рисунке 2 представлена зависимость отношения нагрузки, приходящейся на единицу ширины сооружения от ширины последнего. Видно, что с увеличением ширины сооружения относительная горизонтальная нагрузка стабилизируется. По-видимому, для принятых исходных данных (толщина льда 1 м и угол наклона поверхности 60°) двумерное решение может использоваться при ширине сооружения, превышающей 40 м. Для меньших ширин должно использоваться трехмерное решение, соответствующее большим погонным нагрузкам. В последующих расчетах для оценки влияния параметров льда и сооружения на нагрузку на основе анализа 3D принята ширина сооружения 20 м.



Рисунок 2. Зависимость погонной горизонтальной нагрузки от ширины наклонной плоскости сооружения (толщина льда 1м; угол наклона сооружения 60°; скорость 1м/с)

## Характер разрушения льда при его взаимодействии с наклонной плоскостью

Известно, что в процессе взаимодействия с наклонной поверхностью по ширине сооружения в ледовом поле образуются два вида трещин (разрушений) – кольцевые, связанные с изгибом, и радиальные (связанные со срезом) (рис. 3). На рисунке 4 представлены трещины, образующиеся в расчетах по программе при взаимодействии льда с откосом.

Первое появление того или иного вида трещин зависит от многих причин, и известны лишь предельные случаи. Широкая, близкая к горизонтальной поверхность вызывает появление трещины, параллельной наклонной поверхности сооружения (изгибной); узкая, близкая к вертикальной – радиальное. Характер разрушения и превалирующие напряжения определяют уровень нагрузки.



Рисунок 3. Трещины, образующиеся при взаимодействии льда с наклонным сооружением



## Моделирование процесса взаимодействия

Главные этапы процесса взаимодействия льда с наклонной поверхностью сооружения (угол 45°, h=1 м, D=20 м, скорость 1 м/с) представлены на рисунке 5: вначале ледовое поле касается сооружения, происходит первое разрушение участка поля около сооружения при изгибе. В результате образуется обломок (блок) льда, который скользит под действием оставшегося поля по поверхности сооружения. По мере движения блок может подвергнуться дальнейшему разрушению, ломаясь на более мелкие куски (рисунок 5–2); блоки льда далее могут скользить по откосу сооружения (рисунок 5–3); когда группа блоков достигает максимальной высоты, блоки продавливают ледяное поле благодаря своему весу и падают в воду (рисунок 5–4).



Рисунок 5. Фазы взаимодействия льда с откосом сооружения

Ha рисунке представлена 6 зависимость горизонтальной нагрузки на сооружение от времени. Видно, что она постепенно увеличивается во времени (то есть с высотой наползания) до достижения максимальной высоты. Первый пик нагрузки связан с разрушением при чистом изгибе. Последующие пики нагрузки связаны с разрушением ледяного поля при совместном действии на него напряжений изгиба продольного от И сжатия. вызванного все возрастающим суммарным сопротивлением обломков поверхности «проталкиванию» по сооружения. В работе [13] было показано, что наличие продольной силы существенно сопротивление влияет на льда разрушению. Расстояние между пиками длина образовавшегося обломка льда. Эти расстояния позволяют лучше представить процесс разрушения ледяного покрова.



Рисунок 6. Зависимость полной горизонтальной нагрузки на сооружение от времени (толщина льда 1 м; прочность льда при растяжении 0,57 МПа; прочность льда при сжатии 1,82 МПа; угол наклона поверхности сооружения 45°; скорость движения льда 1 м/с)

## Влияние свойств льда на нагрузки на наклонные поверхности сооружений (прочность льда при изгибе)

Прочность льда при изгибе используется в нормах разных стран при определении нагрузок. На рисунке 7 представлено влияние прочности льда при изгибе (растяжении) на горизонтальную нагрузку в процессе взаимодействия льда и откоса сооружения. Сравнение нагрузок, соответствующих разным прочностям (рис. 7Г), показывает, что и в трехмерном случае влияние прочности льда при изгибе (растяжении) слабо влияет на горизонтальную нагрузку на сооружение, но сильно влияет на время между пиками нагрузки. С увеличением прочности время между пиками увеличивается. На этом же рисунке произведено сравнение средних значений динамических пиков нагрузок с квазистатическим решением Кроасдейла. Согласие удовлетворительное.

Таким образом, можно заключить, что прочность льда при изгибе (растяжении) существенно влияет на временные характеристики нагрузки, но незначительно влияет на максимальное ее значение.



Рисунок 7. Влияние прочности льда при изгибе на нагрузки на наклонные поверхности сооружений (А-0,57 МПа, Б-1 МПа, В-1,5 МПа; угол наклона сооружения 60°; толщина льда 1 м; скорость 1 м/с)

Влияние толщины льда на нагрузки на наклонные поверхности сооружений



Рисунок 8. Влияние толщины льда на нагрузки на наклонные поверхности сооружений (толщина А – 0.5 м, Б – 1.0 м, В – 1.5 м, Г – 2 м; прочность льда при растяжении 0,57 МПа; угол наклона поверхности сооружения 60°; скорость 1 м/с)

На рисунке 8 приведена оценка влияния толщины льда на горизонтальную нагрузку на сооружение. Видно, что с увеличением толщины льда пики нагрузки увеличиваются. Сопоставление средних значений рассчитанных пиков нагрузок С нагрузками, определенными по Кроасдейлу, приведено на рисунке 9. Как и ранее, согласование приемлемое.







Влияние угла наклона поверхности сооружения на воздействия (угол 45°, 60°, 75°)

Рисунок 10. Влияние угла наклона сооружения на горизонтальную нагрузку и сравнение средних значений пиков горизонтальных нагрузок с методом Кроасдейла (углы наклона сооружения – 45°, 60°, 75°; толщина льда 1 м; прочность льда при растяжении 0,57 МПа; скорость 1 м/с)

Известно, что угол наклона поверхности сооружения является важным фактором при расчете нагрузки на сооружения. Это подтверждается результатами, приведенными на рисунке 10 (А, Б, В). Увеличение углов наклона поверхности сооружения приводит к существенному возрастанию горизонтальной нагрузки. Одновременно тип разрушения льда изменяется от изгиба к сжатию. Сопоставление средних значений пиков горизонтальных нагрузок с решением Кроасдейла, приведенное на рисунке 11Г, дает удовлетворительные результаты.



Рисунок 11. Влияние разных факторов на длину первого отколовшегося куска льда (А – толщина льда 1 m; прочность льда на растяжение 0,57 МПа; скорость 1 м/с; Б – прочность льда на растяжение 0,57 МПа; угол наклона поверхности сооружения 60°; скорость 1 м/с; В – угол наклона поверхности сооружения 60°; толщина льда 1 м; скорость 1 м/с)

#### Длина первого отколовшегося куска льда

Под этой величиной понимается расстояние от сооружения до первой окружной трещины. Реальный первой кусок на поверхности сооружения будет меньше из-за появления вторичных трещин в процессе взаимодействия. Оценка этого параметра может оказаться полезной при определении характера изменения нагрузки во времени. Значения этой длины в зависимости от угла наклона поверхности сооружения, толщины льда и прочности на растяжение приведены на рисунке 11.

## Заключение

Применяемые в настоящее время методы расчета нагрузок на наклонные поверхности сооружений основаны на двумерных статических решениях. Основной задачей настоящего исследования являлась оценка влияния на расчетные методики:

- трехмерости явления взаимодействия сооружения со льдом,
- влияния динамичности процесса взаимодействия, зависимости нагрузок от основных влияющих факторов.

В результате исследований установлено следующее.

1. Картина разрушения льда и прочие качественные характеристики процесса взаимодействия льда и сооружения при использовании комплекса ANSYS совпадают с результатами наблюдений в натурных условиях и на моделях.

2. Погонные нагрузки, соответствующие малой ширине сооружения, когда проявляется существенное влияние трехмерности явления, значительно превышают погонные нагрузки двумерного решения. Ориентировочно двумерное решение может применяться для сооружений шириной более 30–40 м.

3. Динамичность процесса взаимодействия проявляется в виде пиков нагрузки. Эти пики очень кратковременны, но существенно превышают статические оценки. В то же время среднее значение пиков достаточно хорошо совпадает со статическим решением. Это говорит о том, что динамическое решение должно применяться при расчетах податливых сооружений, когда есть вероятность возникновения вибрации сооружений и резонанса. В остальных случаях статическое решение приемлемо. Вместе с тем уровень нагрузки тоже должен зависеть от скорости движения льда. Это является следующей задачей исследований.

4. На некоторых частных примерах показана связь нагрузок с основными параметрами, определяющими процесс.

#### Литература

- 1. Frederking R.M. Dynamic ice forces on an Inclined Structures // Physics and Mechanics of Ice IUTAM Symposium. 1980. Pp. 104–116.
- Frederking R., Timco G.W. Quantitative Analysis of Ice Sheet Failure Against an Inclined Plane // Journal of Energy Resources Technology. 1985. Vol. 107. Pp. 381–387.
- 3. Maattanen U. Ice Sheet Failure against an Inclined Wall // 8th IAHR Ice Symposium. 1986. Vol. 1. Pp.149–158.
- 4. Croasdale K.R., Cammaert A.B. An Improved Method for the Calculation of Ice Loads on Sloping Structures in First Year Ice // Proceedings of 1st RAO Conference. 1993. Pp. 161–168.
- Ralston T.D. Ice Force Design Considerations for Conical Offshore Structures // Proceedings of Internaional Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 1977. Vol. 2. Pp. 741–752.
- Nevel D.E. Comparison between theory and measurements for ice sheet on conical structures // Hydrotechnical Construction. 1994. Vol. 28. Pp. 169–173.
- Dempsy J.P., Colin Fox, Palmer A.C. Ice-slope interaction: Transition in Failure Mode // Proceedings of the OMAE Conference. 1999. Newfoundland, Canada. Pp 1–6.
- 8. Lau M. A Three Dimensional Discrete elements Simulation of ice sheet interacting a 60° structure // Proceedings of the POAC Conference. 2001. Vol. 1. Pp. 431–440.
- 9. Paavilainen J., Tuhkuri J., Polojarvi A. 2D numerical simulations of ice rubble formation process against an inclined structure // Cold Regions Science and Technology. 2011. Vol. 68. Pp. 20–34.

Ли Лян, Шхинек К.Н. Воздействие льда на откосные сооружения

- 10. Paavilainen J., Tuhkuri J., Polojarvi A. Discrete Element Simulation of Ice Pile-up against an Inclined Structure // 18th IAHR International Symposium on Ice, Sapporo, Japan. Pp. 177–184.
- Lindholm J.E., Makela K., Zheng C. B. Structure-Ice Interaction for a Bohai Bay Oil Production Project // Proceedings of 3 International Offshore and Polar Engineering Conference. 1993. Pp. 538–547.
- Saeki H., Ono T., Ozaki A. Experimental Study on Forces on a Cone-Shaped and an Inclined Pile Structures // Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 1979. Vol. 2. Pp. 1081–1095.
- 13. Ли Лян, Шхинек К.Н. Предельная несущая способность ледяных балок // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 1(36). С. 65–74.
- 14. Shkhinek K.N., Kapustiansky S.M., Blagovidov L.B. Ice loads onto Sloping Structures // Proceedings of the POLARTECH conference. Workshop D. Pp. 171–178.
- 15. Croasdale K.R. Ice rubbling and ice interaction with offshore facilities // Cold Regions Science and Technology. 2012. Vol. 76–77. Pp.37–43.
- 16. McKenna R. [et al]. Ice encroachment in the North Caspian Sea // Proceedings of International Conference in Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions 2011. Montreal, Canada.
- 17. ISO/FDIS 19906:2010(E). Petroleum and natural gas industries Arctic offshore structures. Final draft.
- Kim E. Comparison of the Croasdale's and Ralston's Methods of loads in Slopping Structures Calculation. Report. St-Petersburg Polytechnic University. 22 p.
- Matskevitch D.G., Shkhinek K.N., Ice Action onto Multi legged Structures due to Change of Water Level // International Journal of Offshore and Polar Engineering. 1992. No. 3. Pp. 222–227.
- 20. Matskevitch D. G., Shkhinek K. N., Computer-based Simulation of the Ice Fracture Near a Vertical Pile // International Journal of Offshore and Polar Engineering. 1992. No. 2. Pp. 123–128.
- Shkhinek K., Uvarova E. Dynamics of the Ice Sheet Interaction with the Sloping Structure // Proceedings of International Conference. on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 2001. Vol. 2. Pp. 639–648.
- 22. Kim H., Kedward K.T. Modeling Hail Ice Impacts and Predicting Impact Damage Initiation in Composite Structures // AIAA Journal. 2000. Vol. 38. No. 7. Pp. 1278–1288.
- Li F., Yue Q. J. Failure Mode Effect on Conical Structure Dynamic Ice Forces // Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 2007. Vol. 1. Pp. 113–121.
- 24. Yu B. J., Wu W. H., Yue Q. J. Numerical Simulation of Dynamic Ice Force on Conical Structure // Proceedings of International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 2007. Vol. 1. Pp. 277–285.
- 25. Илюшкин М.В. Моделирование процессов обработки металлов давлением в программе ANSYS/LS-DYNA. Ульяновск: УлГУ, 2012. 91 с.
- 26. Лосет С., Шхинек К. Н., Гудместад О., Хойланд К. Воздействие льда на морские и береговые сооружения. СПб.: Лань, 2010. 272 с.

Ли Лян, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(921)9499683; эл. почта: hitliliang@gmail.com

Карл Натанович Шхинек, Санкт-Петербург, Россия Тел. моб.: +7(921)9499683; эл. почта: karl-1303@mail.ruReferences

© Ли Лян, Шхинек К.Н., 2014

# Оценка динамического поведения неоднородных систем с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта

К.т.н., доцент Т.З. Султанов; к.ф.-м.н., доцент Д.А. Ходжаев; д.т.н., заведующий кафедрой М.М. Мирсаидов, Ташкентский институт ирригации и мелиорации

**Аннотация.** В статье приводится подробный обзор современного состояния проблемы учета нелинейных реологических свойств грунтов при оценке напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений.

Даны математическая постановка, методы и алгоритмы для оценки динамического поведения грунтовых сооружений с учетом неоднородных особенностей конструкции, линейных, нелинейно-упругих, нелинейно-вязкоупругих свойств грунта при различных динамических воздействиях. Результатами динамического расчета является исследование неустановившихся вынужденных колебаний ряда грунтовых плотин с учетом нелинейных вязкоупругих свойств грунта и неоднородных особенностей конструкции.

Полученные результаты позволили выявить некоторые механические эффекты, имеющие теоретическое и практическое значение. Выявлено, что при высокочастотном интенсивном воздействии характер колебаний сооружений, обладающих низкочастотным спектром, имеет три выраженных этапа: начальный – с малыми амплитудами, переходной этап, когда происходит раскачка сооружения, и этап свободных колебаний с достигнутой амплитудой и частотой собственных колебаний. Несмотря на высокую интенсивность высокочастотного воздействия, вызывающего большие напряжения в теле рассматриваемых плотин, учет нелинейного деформирования материала не сильно искажает картину линейно упругого расчета.

**Ключевые слова:** грунтовая плотина; реология грунтов; неоднородность; нелинейность; вязкоупругость; акселерограмма; гидростатическое давление; кинематические воздействия

#### Изученность вопроса

Теоретические и экспериментальные основы проявления нелинейных реалогических свойств различных грунтов приводятся в фундаментальных работах [1–7]. Несмотря на это, оценка напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений зачастую проводится только в рамках линейной вязкоупругости, так как учет нелинейных свойств грунта является сложной задачей, на решение которой направлено современное развитие науки и практики.

В последнее время опубликован ряд работ, где учитывается проявление упругих, вязкоупругих линейных и нелинейных, а также упруговязкопластических и др. свойств материала грунтовых сооружений как при статических, так и при динамических воздействиях. Краткое содержание некоторых из них приводится ниже.

В работе [8] приведена расчетная модель деформирования основания фундамента на основе метода послойного суммирования с учетом компонент девиатора и шарового тензора, соотношение между которыми различно в разных точках основания. Рассмотрено нелинейное объемное деформирование грунта во времени с учетом уплотнения несущего слоя грунта в основании фундамента вследствие дилатации.

Исследована динамическая реакция грунтовых плотин [9] с учетом нелинейных и вязкоупругих свойств грунта, установлена зависимость величины возникающих динамических реакций от нагрузки и механических свойств грунта.

В работе [10] для прогноза геологических бедствий в грунтах предложена динамическая модель и получено уравнение, описывающее реологические свойства грунта при динамических воздействиях.

Динамическое поведение грунтовых плотин с учетом нелинейных свойств материала рассмотрено в работе [11]. Исследованы переходные динамические процессы и эффекты ползучести при циклических воздействиях. Задачи решены методом Ньюмарка.

Разработана математическая модель для оценки напряженно-деформированного состояния вязкоупругих водонасыщенных оснований с учетом порового давления и предложен новый способ приближенного решения задач вязкоупругости, повышающий точность вычисления [12].

В работе [13] с использованием нелинейно реологических моделей исследовано напряженное состояние плотины. Возможность использования этой модели продемонстрирована сопоставлением численных результатов с результатами лабораторных испытаний.

В работе [14] предложены обобщенные реологические модели неводонасыщенных и водонасыщенных грунтов и составлены соответствующие уравнения, использованные при количественной оценке дополнительных остаточных деформаций и напряжений в грунтовой среде. Решена одномерная задача консолидации слоя не полностью водонасыщенного грунта при циклическом изменении внешней нагрузки.

Предложены модель [15] и набор определяющих соотношений для реологической модели мягких грунтов. Возможность использования этой модели подтверждена рядом экспериментов реологической консолидации с разной скоростью загрузки.

В работе [16] показана тенденция к увеличению мгновенного модуля деформации с увеличением ползучести. Введена модель нелинейной ползучести для мягких пород грунтов, в которых распад ползучести описывается нелинейной функцией упрочнения и коэффициентом вязкости, а кривые нелинейной ползучести хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В работе [17] исследуются свойства крупнозернистых материалов каменно-набросной плотины с использованием реологических моделей. Показано, что для моделирования деформации необходимо единое описание взаимодействия различных факторов. Полученные результаты численного моделирования сравниваются с имеющимися экспериментальными данными для каменно-набросного материала.

В работе [18] приводятся постановка и методы решения задачи о взаимодействии длинных свай с окружающим неоднородным массивом с учетом нелинейных и реологических свойств грунтов на основе новой модели. Показано, что учет этих свойств грунта приводит к перераспределению во времени усилия в боковых и нижних частях сваи.

На основе реологических моделей Максвелла предложены уравнения [19] для деформации сдвига в неполном насыщенном глинистом грунте. С помощью предлагаемого уравнения показана возможность описания процесса ползучести, релаксации и кинетического сдвига, а также переходное, устойчивое состояния и прогрессивная ползучесть в зависимости от интенсивности тангенциального напряжения.

Поведение конкретных сооружений с использованием наследственной теории вязкоупругости в условиях динамических нагружений недостаточно исследовано [20, 21, 23, 32]. При этом подавляющее число публикаций, связанных с динамическими задачами наследственной теории вязкоупругости, посвящено расчету (линейных и геометрически нелинейных) тонкостенных конструкций – балок, пластин и оболочек [22, 23].

Схема решения динамических задач вязкоупругости для тонкостенных конструкции достаточно стандартна. Подбирая координатную функцию, удовлетворяющую граничным условиям, исходную задачу можно свести к задаче о колебаниях системы с конечным числом степеней свободы, т. е. к системе линейных или нелинейных интегродифференциальных уравнений с одной независимой переменной времени [22, 23]. Как правило, при этом в качестве координатных функций применяются тригонометрические либо балочные функции. Такой выбор координатных функций ограничивает класс решаемых задач конструкциями простейших конфигураций – балками постоянных сечений, прямоугольной пластиной, цилиндрической оболочкой [22, 23].

Эти авторы, допуская ряд неточностей при подборе координатных функций, стараются повысить точность решений системы интегродифференциальных уравнений. Однако для конструкций с реальной геометрией невозможно подобрать аналитические координатные функции, удовлетворяющие граничным условиям задачи.

Приведенный обзор известных работ показывает необходимость оценки напряженнодеформированного состояния и динамического поведения грунтовых сооружений не только с учетом нелинейных реологических свойств грунта, а также неоднородной особенности конструкции и реальной геометрии.

В данной работе приводятся методика, алгоритм и результаты исследования динамического поведения 2 грунтовых плотин (различной высоты) с учетом нелинейных упругих и вязкоупругих свойств грунта и неоднородной особенности конструкции при различных динамических воздействиях, включая реальные записи акселерограммы землетрясения.

## Постановка задачи и методы решения

Рассматривается неоднородная система (рис. 1), состоящая из деформируемых тел объемом  $V = V_1 + V_2 + V_3$ . Нижняя часть системы находится на жестком основании  $\Sigma_0$ , где приложено кинематическое воздействие  $\vec{u}_o(\vec{x},t)$ . На  $S_p$  части поверхности  $\Sigma_1$  действует гидростатическое давление  $\vec{P}_c(x_1, x_2)$ , на поверхности  $\Sigma_p$  действует нагрузка  $\vec{P}_1(x_1, x_3; t)$ , а остальная часть поверхности ( $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_3$ ) свободна от напряжения. Система (рис. 1) представляет собой массивное тело, поэтому при расчете учитываются массовые силы  $\vec{f}$ . Материал разных частей ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ) системы считается линейно вязкоупругим, нелинейно упругим или нелинейно вязкоупругим. На границах раздела областей компоненты перемещения и напряжений непрерывны.

Задача состоит в определении полей перемещений и напряжений в системе (рис. 1) при учете массовых сил  $\vec{f}$ , давления воды  $\vec{P}_c$ , нагрузки  $\vec{P}_1$  и кинематического воздействия в основании  $\vec{u}_o(\vec{x},t)$ .



Рисунок 1. Неоднородная деформируемая система

Для постановки задачи используется принцип возможных перемещений, согласно которому сумма работ всех активных сил, включая силы инерции, на возможных перемещениях равна нулю:

$$\delta A = -\int_{V} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \int_{V} \rho_{n} \vec{\vec{u}} \delta \vec{u} dV + \int_{V} \vec{f} \delta \vec{u} dV + \int_{S_{P}} \vec{P}_{c} \delta \vec{u} dS + \int_{\Sigma_{P}} \vec{P}_{l} \delta \vec{u} d\Sigma = 0.$$
(1)

Здесь  $\vec{u}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}$  – соответственно, вектор перемещений и компоненты тензоров деформаций и напряжений;  $\delta \vec{u}$ ,  $\delta \varepsilon_{ij}$  – изохронные вариации перемещений и деформаций;  $\rho_n$  – плотность материала элементов ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ) рассматриваемой системы;  $\vec{f}$  – вектор массовых сил;  $\vec{P}_c$  – гидростатическое давление воды;  $\vec{P}_1$  – приложенная нагрузка.

Для описания свойств нелинейно вязкоупругого материала используется кубическая нелинейная зависимость [24]:

$$S_{ij} = 2G_n \left\{ \left[ e_{ij}(t) - \int_0^t \Gamma_1(t-\tau) e_{ij}(\tau) d\tau \right] - \lambda \left[ e_{ij}(t) e(t) - \int_0^t \Gamma_3(t-\tau) e_{ij}(\tau) e(\tau) d\tau \right] \right\},$$

$$\sigma = K_n \theta, \ \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \ S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij},$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, i \neq j \\ 1, i = j \end{cases}, \ i, j, k, \ell = 1, 2, 3.$$

$$(2)$$

Зависимость (2) используется для описания как линейно, так и нелинейно упругих и вязкоупругих свойств материала частей системы (индекс n = 1,...,3 относится к соответствующему объему V<sub>n</sub>). Здесь приняты следующие обозначения:  $S_{ij}, e_{ij}$  – компоненты девиатора напряжений и деформаций;  $\sigma$  – гидростатическая составляющая тензора напряжений;  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (1/3)\theta\delta_{ij}$ ;  $e = e_{k\ell}e_{\ell k}$  – второй инвариант тензора деформаций; K<sub>n</sub>, G<sub>n</sub> – мгновенный объемный и сдвиговый модули упругости;  $\lambda$  – коэффициент нелинейности;  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_3$  – ядра релаксации для линейной и нелинейной составляющих вязкости материала;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $\theta = \varepsilon_{ii}$  – объемная деформация; i, j, k, l = 1, 2, 3.

Связь тензора деформации с компонентами вектора перемещений описывается линейными соотношениями Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3.$$
<sup>(2)</sup>

Задаются также кинематические условия в основании

$$\vec{x} \in \Sigma_0 : \vec{u}_0(\vec{x}, t) = \vec{\psi}_1(t)$$
 (4)

и начальные условия при *t*=0:

$$\vec{x} \in V : \vec{u}(\vec{x},0) = \vec{\psi}_2(\vec{x}); \ \vec{u}(\vec{x},0) = \vec{\psi}_3(\vec{x}),$$
 (5)

где  $\vec{\psi}_1$  – заданная функция времени;  $\vec{\psi}_2$ ,  $\vec{\psi}_3$  – заданные функции координат.

Приближенное решение рассматриваемой задачи ищется в виде разложения по собственным формам колебаний упругой задачи для неоднородных систем [20, 25], т. е.:

$$\vec{u}(\vec{x},t) = \vec{u}_o(\vec{x},t) + \sum_{k=1}^N \vec{u}_k^*(\vec{x}) y_k(t); \quad \delta \vec{u} = \sum_{k=1}^N \vec{u}_k^*(\vec{x}) \delta y_k(t),$$
(6)

где  $\vec{u}_0(\vec{x},t)$  – известная функция (4), удовлетворяющая краевым условиям задачи;  $\vec{u}_k^*(\vec{x})$  – собственные формы колебаний упругой задачи для неоднородных систем;  $y_k(t)$  – искомые функции времени;  $\delta y_k(t)$  – произвольные константы; N – количество собственных форм, удерживаемых в разложении (6).

При использовании данного подхода основная трудность состоит в выборе координатных функций  $\vec{u}_k^*(\vec{x})$ , которые достаточно просты в случае тел простой формы и условий закрепления.

Для тел сложной формы выбор координатных функций  $\vec{u}_k^*(\vec{x})$ , сводящих исходную систему вариационных уравнений (1) к системе разрешающих уравнений с конечным числом степеней свободы, представляет трудную задачу. Использование же собственных форм колебаний позволяет точно описать реальную геометрию и различные особенности тел сложной формы при разного рода воздействиях. Именно этим объясняется выбор в качестве координатных функций собственных форм колебаний. Поэтому в данной работе сначала с учетом всех факторов МКЭ определяются собственные формы колебаний неоднородной линейной упругой системы (рис. 1).

Далее решение задачи о вынужденных колебаниях системы с учетом нелинейных вязкоупругих свойств материала строится в виде разложения по найденным собственным формам.

Задача о неустановившихся вынужденных колебаниях нелинейной неоднородной вязкоупругой системы после постановки (6) в (1) сводится к решению системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений [21]:

$$M_{ij}\ddot{y}_{j}(t) + K_{ij}y_{j}(t) - C_{ij}\int_{o}^{t}\Gamma_{1}(t-\tau)y_{j}(\tau)d\tau = F_{i} + Q_{i}f(t) - \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}L_{ijkm}y_{j}(t)y_{k}(t)y_{m}(t) + \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}H_{ijkm}\int_{0}^{t}\Gamma_{3}(t-\tau)y_{j}(\tau)y_{k}(\tau)y_{m}(\tau)d\tau,$$
(7)

с начальными условиями:

$$y_i(0) = y_{0i}, \quad \dot{y}_i(0) = \dot{y}_{0i}; \quad i, j, k, m = 1, 2, \dots, N.$$
 (8)

Порядок системы уравнений (7) равен N – количеству удержанных собственных форм колебаний упругой неоднородной системы в разложении (6). Коэффициенты  $Q_i$ ,  $F_i$ ,  $M_{ij}$ ,  $K_{ij}$ ,  $C_{ij}$ ,  $L_{ijkm}$ ,  $H_{ijkm}$  системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (7) определяются через собственные формы колебаний  $\vec{u}_k^*(\vec{x})$  путем интегрирования их по объему рассматриваемой неоднородной системы. Здесь  $F_i$  – суммарная внешняя нагрузка от массовых сил и гидростатического давления; f(t) – функция, представляющая кинематическое воздействие и нагрузку, изменяющуюся по времени.

При учете только линейных вязкоупругих свойств материала сооружений система (7) преврашается в линейную систему интегро-дифференциальных уравнений, которая при начальных условиях (8) решается методом, изложенным в работе [26]. При учете нелинейно вязкоупругих свойств материала система нелинейных уравнений (7) при начальных условиях (8) решается методом замораживания [27, 28].

## Тестовый пример

Для проверки достоверности разработанного алгоритма и программы на ЭВМ было решено нелинейное интегро-дифференциальное уравнение

$$\ddot{y} + \omega^2 \left[ y - \int_0^t \Gamma(t-\tau) y(\tau) d\tau \right] + \rho \omega^2 \left[ y^3 - \int_0^t \Gamma_1(t-\tau) y^3(\tau) d\tau \right] = f(t)$$
(9)

при начальных условиях:

$$y(0) = 1, \dot{y}(0) = -\beta$$
 (10)

и исходных данных

$$\Gamma(t) = Ae^{-\beta t} \cdot t^{\alpha - 1}, \ \Gamma_1(t) = Ae^{-2\beta t} \cdot t^{\alpha - 1}; \ f(t) = \left[\beta^2 + \omega^2 - \frac{A\omega^2 t^{\alpha}}{\alpha} + \rho\omega^2 e^{-2\beta t} \left(1 - \frac{At^{\alpha}}{\alpha}\right)\right] e^{-\beta t},$$

$$\beta = 0.05; \ \alpha = 0.25; \ \omega = 2\pi; \ A = 0.01; \ \rho = 0.01.$$
(11)

Уравнение (9) при условиях (10) и (11) имеет точное решение [22]:  $y(t) = e^{-\beta t}$ .

В таблице 1 приведено сравнение точного решения  $y(t) = e^{-\beta t}$  с решением, полученным по разработанной программе.

n poopulation of the second										
Время <i>t</i> , сек.	0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.00	2.25
Точное решение	1.0	0.9669	0.9763	0.9673	0.9511	0.9387	0.9277	0.9167	0.9048	0.8928
Полученное решение	1.0	0.9875	0.9753	0.9632	0.9512	0.9394	0.9277	0.9162	0.9048	0.8936

Таблица 1. Сравнение точного решения с решением, полученным по разработанной программе

Сравнение полученных результатов подтверждает их высокую точность.

## Результаты исследований

Исследовалось динамическое поведение и напряженно-деформированное состояние нескольких грунтовых плотин [21, 29–32] высотой от 70 до 296 м с учетом их реальной геометрии и неоднородности конструкции.

При этом для различных участков плотины учитывались различные механические характеристики грунта, а для описания вязкоупругих свойств грунта использовались трехпараметрические ядра релаксации А.Р. Ржаницына [33] с параметрами ядра, приведенными в работе [29].

**Собственные колебания.** С помощью разработанного алгоритма и программы расчета на ЭВМ для рассмотренных плотин определялись собственные частоты и формы колебаний в упругой постановке. Например, для Нурекской плотины полученные первые собственные частоты колебаний имеют значение:  $\omega_1 = 0.8087$  Гц;  $\omega_2 = 1.2405$  Гц;  $\omega_3 = 1.4639$  Гц;  $\omega_4 = 1.6617$  Гц;  $\omega_5 = 1.7876$  Гц;  $\omega_6 = 1.8876$  Гц;  $\omega_7 = 1.1815$  Гц;  $\omega_8 = 2.2482$  Гц;  $\omega_9 = 2.4740$  Гц;  $\omega_{10} = 2.5392$  Гц. На рисунке 2 приведены только третья (рис. 2*a*) и четвертая (рис. 2*b*) собственные формы колебаний для этой плотины, показывающие преобладание вертикально-сдвиговых деформаций сечения, которые проявляются и в других высших формах колебаний сооружения.

a)

б)



Рисунок 2. Собственные формы колебания

Неустановившиеся вынужденные колебания. Исследовалось динамическое поведение модели Нурекской грунтовой плотины с учетом неоднородных особенностей конструкции и физически нелинейного деформирования грунта при следующих кинематических воздействиях: кратковременный и продолжительный прямоугольные импульсы, гармоническое и синусоидальнозатухающее воздействие, реальная запись акселерограммы Газлийского землетрясения [34]. При этом начальные условия задачи были приняты однородными.

Исследовалась сходимость решения как по перемещениям, так и по напряжениям для различных точек плотины при удержании в разложении (6) различного числа собственных форм колебаний.

Динамическое поведение и напряженно-деформированное состояние этой плотины с учетом нелинейных вязкоупругих свойств грунта исследовались при различной продолжительности нестационарных кинематических воздействий ускорения в виде

$$\vec{x} \in \sum_{0} : \vec{u}_{10}(t) = \vec{u}_{20}(t) = B \sin pt, \ 0 < t \le t^{*}.$$
 (12)

1. При кратковременном воздействии (12) продолжительностью  $t^* = 0.1$  сек. колебания сооружения носят затухающий характер. При этом максимальные амплитуды нормальных напряжений достигаются в нижней части ядра, где вертикальные напряжения больше горизонтальных на определенных участках верховых и низовых откосов, а также в пригребневой зоне, где горизонтальные напряжения превышают вертикальные.

Большие касательные напряжения возникают на верхней части ядра, а также в центральных зонах верхового и низового откосов.

2. При продолжительном воздействии (12) с параметрами B = 0.25 и p = 0.64 Гц и периодом  $t^* = 4$  сек. на рисунке 3 показано изменение вертикального перемещения  $u_2$  и касательного напряжения  $\sigma_{12}$  для точки плотины ( $x_1$ =140.2 м;  $x_2$ =29.6 м), где обозначены решения: 1 – линейно-упругое, 2 – нелинейно-упругое, 3 – нелинейно-вязкоупругое.

Анализ результатов показал заметное снижение амплитуды перемещений точек плотины при учете нелинейности по сравнению с линейной задачей. Влияние вязкости материала в начальный момент приводит к незначительному затуханию колебаний по времени. После снятия нагрузки и линейные и нелинейные колебания имеют почти гармонический характер с заметным различием амплитуд. Для нелинейно-вязкоупругого случая характерно постепенное затухание колебаний во времени.



Рисунок 3. Изменение вертикального перемещении (а) и касательного напряжении (б) по времени в точке плотины:

### 1 – — линейно-упругое, 2 – ---- нелинейно-упругое, 3 – - -.-.. нелинейно-вязкоупругое

Касательные напряжения в отдельных точках сооружения в линейно-упругом случае несколько превышают нелинейно-упругие, а учет нелинейно-вязкоупругих свойств материала снижает эти напряжения по сравнению с линейно и нелинейно-упругим случаями.

На рисунке 4 показано изменение горизонтального перемещения  $u_1$  точки плотины ( $x_1 = 140.2$  м;  $x_2 = 29.6$  м) и нормального напряжения  $\sigma_{11}$  в точке плотины ( $x_1 = -476.2$  м;  $x_2 = 59.2$  м) при резонансном режиме воздействия (12) с параметрами B = 0.2 и p = 1.24 Гц ( $p \approx \omega_2$ ).



Рисунок 4. Изменение горизонтального перемещения (*a*) и нормального напряжения (*б*) по времени в точках плотины

В резонансном режиме вынужденные колебания плотины происходят с линейно возрастающим размахом. Учет нелинейной зависимости (*σ* ~ *ε*) между напряжением и деформацией либо уменьшает, либо увеличивает амплитуду колебаний при различной (жесткой или мягкой, т. е. ± *λ*) диаграмме *σ* ~ *ε* для грунта. Максимальные напряжения в различных точках плотины возникают через некоторый промежуток времени после прекращения действия импульса, и далее напряжения постепенно убывают за счет вязкости.

Исследовано напряженно-деформированное состояние Гиссаракской плотины при высокочастотном сейсмическом воздействии (акселерограмма Газлийского землетрясения [34]) с учетом неоднородной особенности конструкции (материал призмы плотины – линейно-упругий, ядра – нелинейно-вязкоупругий). Результаты показали, что при высокочастотном интенсивном воздействии характер колебаний сооружений, обладающих низкочастотным спектром, имеет три выраженных этапа: начальный этап (примерно до 2 сек.) с малыми амплитудами, переходной этап (примерно до 6 сек.), когда происходит раскачка сооружения, и этап свободных колебаний с достигнутой амплитудой и частотой собственных колебаний. При этом высокочастотный характер воздействия не позволяет в полной мере выявить нелинейные деформации и, несмотря на интенсивность воздействия, вызывающего большие напряжения высокую в теле рассматриваемых плотин, учет нелинейного деформирования материала не сильно искажает картину упругого расчета.

Исследования напряженно-деформированного состояния плотин в динамических режимах показали значительное превышение горизонтальных напряжений в некоторых участках плотины над вертикальными, а учет нелинейного деформирования материалов приводит к уменьшению интенсивности  $\sigma_i$  и увеличению касательных  $\sigma_{12}$  напряжений в сечении плотины. При этом в ядре плотины увеличивается арочный эффект, проявляемый в упругой постановке.

В динамике на напряженно-деформированное состояние нелинейно неоднородных сооружений в значительной мере оказывают влияние не только максимальные значения ускорений, но в большей степени – его частотный спектр и продолжительность. При этом учет нелинейного деформирования увеличивает период колебаний сооружения и усиливает арочный эффект в зоне ядра, характерный для вертикальных напряжений при различных деформационных свойствах грунтов ядра и призм.

## Заключение

Проведенные исследования динамического поведения и напряженно-деформированного состояния неоднородных грунтовых плотин с учетом нелинейно упругих и вязкоупругих свойств материала позволяют сделать следующие выводы.

1. Максимальные значения нормальных и касательных напряжений при кратковременном кинематическом воздействии достигаются в разных точках плотины: вертикальные – у основания, горизонтальные – на откосных зонах, касательные – в верхней части ядра.

2. Учет нелинейно-упругих свойств материала приводит к уменьшению, а нелинейновязкоупругих свойств – к увеличению периода колебаний плотины и заметному изменению напряжений. Вязкоупругие свойства грунта способствуют постепенному затуханию колебаний.

3. На напряженно-деформированное состояние сооружения в значительной мере оказывает влияние не только интенсивность воздействия, но в большей степени – его частотный спектр и продолжительность.

4. Учет неоднородности конструкции и различие деформационных свойств грунтов ядра и призм приводят к усилению арочного эффекта в зоне ядра, характерного для вертикальных напряжений.

5. При сильных землетрясениях в большинстве зон грунтовых плотин возникают растягивающие динамические напряжения.

#### Литература

- 1. Шукой Л. Реологические проблемы механики грунтов. М.: Стройиздат, 1976. 485 с.
- 2. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высшая школа, 1978. 447 с.
- 3. Месчян С.Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов. М.: Недра, 1985. 342 с.
- 4. Ширинкулов Т.Ш., Зарецкий Ю.К.Ползучесть и консолидация грунтов. Ташкент: Фан, 1986. 302 с.
- 5. Зарецкий Ю.К. Вязкопластичность грунтов и расчеты сооружений. М.:Стройиздат, 1988. 552 с.
- 6. Месчян С.Р. Экспериментальные основы реологии глинистых грунтов. Ер.: Гитутюн, 2008. 807 с.
- 7. Тер-Мартиросян З.Г. Механика грунтов. М.: АСВ, 2009. 552 с.
- Мирсаяпов И.Т., Королева И.В. Прогнозирование деформаций оснований фундаментов с учетом длительного нелинейного деформирования грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2011. №4. С. 16–23.
- 9. Bao-Lin Xiong, Xi-Liang Wang, Chun-Jiao Lu. Dynamic Reaction Analysis of Tailing Dams Under Earthquake // Advances in Environmental Geotechnics. 2010. No.6. Pp. 697–701.
- Hua Hu, Hengxing Gu, Dengrong Yu. The Research on Dynamic Rheological Mechanical Response and Rheological Dynamic Model of Geological Disaster of Soft Rock-Soil // Geotechnical Engineering for Disaster Mitigation and Rehabilitation. 2008. Part 4. Pp. 359–366.
- 11. Bilge Siyahi, Haydar Arslan. Nonlinear dynamic finite element simulation of Alibey earth dam // Environmental Geology. 2008. Vol. 54. No.1. Pp. 77–85.
- 12. Емельянова Т.В. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния вязкоупругих водонасыщенных оснований: Дисс. канд. техн. наук. Тюмень, 2009. 162 с.
- 13. Bauer E., Fu Z.Z., Liu S. Constitutive modeling of materials for Rockfill dams // 6th International conference on dam engineering. Lisbon, Portugal. February 15–17, 2011. Pp.1–14.
- 14. Тер-Мартиросян А.З. Взаимодействие фундаментов с основанием при циклических и вибрационных воздействиях с учётом реологических свойств грунтов: Дисс. канд.техн.наук. Москва, 2010. 190 с.
- 15. Bo-ning Ma, Xin-yu Xie, Kai-fu Liu. Rheological catastrophic model for soft clays // Journal of Central South University. 2012. Vol.19. Issue 8. Pp. 2316–2322.
- 16. Yan-lin Zhao, Ping Cao, Wei-jun Wang, Wen Wan, Ye-ke Liu. Viscoelasto-plastic rheological experiment under circular increment step load and unload and nonlinear creep model of soft rocks // Journal of Central South University of Technology. 2009. Vol. 16. Issue 3. Pp. 488–494.
- 17. Bauer E., Fu Z.Z., Liu S. Influence of pressure and density on the rheological properties of rockfills // Frontiers of Structural and Civil Engineering. 2012. Vol. 6. Issue 1. Pp. 25–34.

MODELS

- Тер-Мартиросян З.Г., Нгуен Занг Нам. Взаимодействие свай большой длины с неоднородным массивом с учетом нелинейных и реологических свойств грунта // Вестник МГСУ. 2008. №2. С. 4–14.
- 19. Тер-Мартиросян З.Г., Тер-Мартиросян А.З. Реологические свойства грунтов при сдвиге // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2012. №6. С. 9–13.
- 20. Мирсаидов М.М., Трояновский Е.И. Динамика неоднородных систем с учетом внутренней диссипации и волнового уноса энергии. Ташкент: Фан, 1990. 108 с.
- 21. Мирсаидов М.М. Теория и методы расчета грунтовых сооружений на прочность и сейсмостойкость. Ташкент: Фан, 2010. 312 с.
- 22. Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегродифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат, 1987. 269 с.
- 23. Абдикаримов Р.А., Эшматов Х., Бобаназаров Ш.П., Ходжаев Д.А., Эшматов Б.Х. Математическое моделирование и расчет гидротехнических сооружений типа плотины-пластины с учетом сейсмической нагрузки и гидродинамического давления воды // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3(21). С. 59–70.
- 24. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М.: Наука, 1970. 280 с.
- 25. Челомей В.Н. Динамическая устойчивость элементов авиационных конструкций. М.: Аэрофлот, 1939.
- 26. Мирсаидов М.М., Трояновский И.Е., Балакиров А. Об одном способе решения задачи Коши для системы интегродифференциальных уравнений // Изв. АН РУз. Сер. техн. наук. Ташкент: 1985. №6. С. 32–36.
- Филатов А.Н. Асимптотические методы и теория дифференциальных и интегродифференциальных уравнений. Ташкент: Фан, 1974. 216 с.
- 28. Ишматов А.Н., Мирсаидов М.М. Нелинейные колебания осесимметричного тела при нестационарных воздействиях // Прикладная механика. 1991. №4(27). С. 68–74.
- 29. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З. Использование линейной наследственной теории в вязкоупругости при динамическом расчете грунтовых сооружений // Основание, фундаменты и механика грунтов. 2012. №6. С. 30–34.
- 30. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З., Ходжаев Д.А. Моделирование динамических процессов в неоднородных вязкоупругих системах // Электронное моделирование. 2012. №6(34). С. 41–54.
- Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z., Khodzaev D.A. Stability evaluation of slopes of earth dams with account of soil rheological properties // Magazine of Civil Engineering. 2012. No.9. Pp.49–58.
- 32. Красников Н.Д. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений из грунтовых материалов. М.: Энергоиздат, 1981. 240 с.
- 33. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. М.: Стройиздат, 1968. 416 с.
- 34. Штейнберг В.В., Плетнев К.Т., Грайзер В.М. Акселерограммы колебаний грунта при разрушительном Газлийском землетрясении 17 мая 1976 г. // Сейсмостойкое строительство. 1977. №1. С. 45–61.

Тахиржон Зокирович Султанов, г. Ташкент, Узбекистан +7(987)2372267; эл. почта: tohir-zs@mail.ru

Дадахан Акмарханович Ходжаев, г. Ташкент, Узбекистан +7(987)2371948; эл. почта: dhodjaev@mail.ru

Мирзиед Мирсаидович Мирсаидов, г. Ташкент, Узбекистан +7(987)2370981; эл. почта: theormir@mail.ru

© Султанов Т.З., Ходжаев Д.А., Мирсаидов М.М., 2014

# Расчет надежности грунтового основания фундамента по несущей способности (сдвигу) на стадии эксплуатации

#### Д.т.н., профессор В.С. Уткин,

ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный технический университет»

Аннотация. Разработаны новые методики расчета надежности основания фундамента по критерию сдвига при действии на фундамент горизонтальных (сдвигающих) сил. Исходная статистическая информация ограниченная. Случайные величины в расчетной модели описываются функциями распределения возможностей (из теории возможностей), функциями распределения, полученными из неравенства Чебышева; комбинированием функций.

Объем измерений (статистической информации) контролируемых параметров для расчетов надежности на практике нередко мал и не позволяет проводить их статистический анализ для использования вероятностно-статистических методов расчета надежности оснований фундаментов. Существенное снижение надежности оснований вызывает увлажнение грунта, как происходит сейчас на Дальнем Востоке Российской Федерации.

При дефиците времени на сбор информации для оценки безопасности зданий и сооружений можно использовать разработанные методики. В работе такая ситуация рассматривается на примере.

**Ключевые слова:** основание фундамента; надежность; отказ; ограниченная информация; возможность; функция распределения; вероятность; риск

## Введение

В соответствии со стандартом ГОСТ Р-54257-2010 «Надежность строительных конструкций» под надежностью понимается «способность строительного объекта выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации». Конструкции зданий и сооружений первой и второй группы ответственности должны рассчитываться на надежность как на одну из мер безопасности их эксплуатации. Для этого расчета стандартом рекомендован вероятностно-статистический метод, если объем статистической информации о контролируемых параметрах позволяет провести их статистический анализ. Однако ограниченный объем исходных данных зачастую не позволяет провести такой анализ на практике и вероятностные методы для расчетов надежности не могут быть использованы. О числе измерений для статистического анализа случайной величины можно найти в работах [1, 2 и др.]

Надежность основания фундамента зданий и сооружений рассчитывается по критериям деформаций и по критериям несущей способности в соответствии с требованиями СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений». В предлагаемой статье разрабатываются методики расчета надежности основания фундамента по критерию несущей способности (сдвигу).

Оценке надежности оснований фундаментов с вероятностно-статистическим подходом были посвящены многие работы, в том числе Н.Н. Ермолова и В.В. Михеева «Надежность оснований сооружений» (1976); В.И. Шейнина, Ю.В. Лесового, В.В. Михеева, Н.Б. Попова «Подходы к оцениванию надежности в инженерных расчетах оснований» (1990); а также их работа «Вероятностный расчет оснований под отдельным фундаментом по второй группе предельных состояний» (1991) и др.

Однако в ряде случаев из-за ограниченности статистической информации на практике не удается реализовать вероятностные методы для оценки надежности любых систем, в том числе и оснований фундаментов. В связи с этим получили развитие новые теории и методы для описания неопределенностей, в том числе и случайных величин при неполной (ограниченной) о них информации. К ним относятся теория нечетких множеств (Л. Заде), теория возможностей (Д. Дюбуа, А. Прад), теория свидетельств (А.Р. Демистер), получившие развитие за рубежом (США, Франция), а также известные в России работы В.П. Кузнецова, Л.В. Уткина, Ю.П. Пытьева и др. На основе этих работ удается разработать методы расчетов надежности для систем с ограниченной информацией, в том числе для оснований фундаментов.

Рассматривается грунтовое основание, сложенное дисперсными грунтами, при воздействии на фундамент вертикальных и горизонтальных сил на стадии эксплуатации здания при нарушении условия  $tg\delta < \sin \varphi$ , предусмотренного в своде правил СП 22.13330.2011, где  $\varphi_{l}$  – угол Уткин В.С. Расчет надежности грунтового основания фундамента по несущей способности (сдвигу) на стадии эксплуатации

внутреннего трения грунта,  $\delta$  – угол наклона к вертикали равнодействующей внешней нагрузки на основание в уровне подошвы фундамента и определяемый из условия  $tg\delta = F_h/F_v$ , где  $F_h$  – горизонтальная составляющая внешней нагрузки,  $F_v$  – вертикальная составляющая нагрузки.

По ГОСТ Р 51257-2010 «основным показателем надежности строительного объекта является невозможность превышения в них предельных состояний». Математическая модель предельного состояния по условию недопущения сдвига по подошве фундамента в СП 22.13330.2011 представлена в виде  $\sum F_{S,a} \leq (\gamma_c \sum F_{S,r}) / \gamma_h$ , где значения всех параметров описаны в своде правил. Данная расчетная модель используется при расчетах надежности на сдвиг фундамента с учетом изменчивости параметров  $\widetilde{F}_{S,a}$  и  $\widetilde{F}_{S,r}$  (отмечено волнистой линией) и при  $\gamma_n = 1$ . Контролируемые параметры  $\widetilde{F}_{S,a}$  и  $\widetilde{F}_{S,r}$  могут изменяться в результате появления новых сил и изменения существующих воздействий на фундамент и надземную часть индивидуального здания или сооружения. Например, с течением времени, как правило, наблюдается возрастание эксплуатационной нагрузки в жилых [3] и промышленных [4] зданиях, таким образом, уплотнение и увлажнение грунта основания приводит к изменению  $\varphi_1$ , коэффициента трения f и других физико-механических свойств грунта.

Для расчета надежности основания фундамента по любому критерию его работоспособности, в том числе и по сдвигу, необходимо иметь: расчетную схему системы основание-фундамент; математическую модель предельного состояния системы; статистическую информацию о контролируемых параметрах и информацию о зависимости (независимости) между параметрами расчетной модели.

В качестве расчетной схемы основания фундамента при расчете его надежности на сдвиг используем вариант, представленный на рисунке 1.





Расчетную модель заимствуем из СП 22.13330.2011 в виде ранее записанного условия, но с учетом изменчивости параметров:

$$\sum \widetilde{F}_{S,a} \le \gamma_c \sum \widetilde{F}_{S,r} . \tag{1}$$

Рассмотрим вначале более простую модель, когда (1) имеет вид:

$$\widetilde{F} \le \widetilde{F}_u \,, \tag{1'}$$

где  $\widetilde{F}$  – сдвигающая сила на уровне подошвы фундамента;  $\widetilde{F}_u$  – удерживающая сила предельного сопротивления грунта основания;  $\widetilde{F}$  и  $\widetilde{F}_u$  – независимые случайные величины.

В число сдвигающих сил входят горизонтальные нагрузки на фундамент, включая боковое давление грунта (активное давление). В число удерживающих сил  $\widetilde{F}_u$  входят силы трения грунта по подошве фундамента, а также пассивное давление грунта.

Упростим задачу еще одним условием, по которому примем одинаковый уровень грунта с обеих сторон относительно высоты фундамента. В этом случае активное и пассивное давление грунта на фундамент уравновешивается и не учитывается в дальнейших расчетах.

С учетом всех замечаний для расчетной схемы по рисунку 1 математическая модель предельного состояния примет вид:

$$\widetilde{F}_b \le \widetilde{F}_v \widetilde{f} , \qquad (2)$$

где  $\tilde{F}_{\nu}$  – значение нормальной к плоскости скольжения фундамента нагрузки с учетом веса фундамента и грунта на его обрезах, которую можно измерить на стадии эксплуатации здания с помощью, например, тензорезисторных извлекаемых датчиков давления; коэффициент трения f определяют в лабораторных условиях в зависимости от вида грунта, его влажности, материала и вида поверхности подошвы фундамента. Например, для песка и бетона фундамента среднее значение f = 0,4, для влажной глины 0,25 (пособие к СНиП 2.02.01-83, табл. 75).  $\tilde{F}_b$  – горизонтальная внешняя нагрузка в уровне подошвы фундамента.

Не рассматривая практику и технологию выявления и измерения случайных величин  $\widetilde{F}_h, \widetilde{F}_v$ 

и  $\tilde{f}$ , которые можно измерить, например, с помощью прибора по патенту № 851131 от 30.07.1981, остановимся на математическом решении задачи – оценке надежности (расчетов) основания фундамента по критерию сдвига.

В настоящее время основным методом расчета надежности является вероятностностатистический, который получил теоретическое развитие и практическую проверку и связан в строительной отрасли с именами таких ученых, как В.В. Болотин, А.Р. Ржаницын, В.Д. Райзер и многими другими. Из зарубежных ученых в области надежности строительных конструкций известны Г. Шпете, Г. Аугусти, А. Баратта, Ф. Кашмати и другие. Однако, как писал проф. Клевцов из НИИЖБ, надежность в строительстве только декларируется, но не приобретает реального внедрения в практику и этому есть ряд причин [5]. Существенной причиной является отсутствие методик расчетов при неполной (ограниченной) информации о контролируемых параметрах индивидуальных строительных объектов и их несущих элементов. Ясно, что для основания фундамента индивидуального здания или сооружения полную статистическую информацию о значениях  $\widetilde{F}_b, \widetilde{F}_v$  и  $\widetilde{f}$  собрать затруднительно. Кроме того, эта проблема может быть вызвана дефицитом времени для сбора информации, поэтому во многих случаях не удается воспользоваться вероятностно-статистическими методами для расчетов надежности основания. В связи с этим для разработки методик расчетов надежности грунтового основания фундамента в данной работе использованы новые математические направления, получившие развитие в последнее время [6, 7, 8, 9 и др.] для описания случайных величин по ограниченной статистической информации о них.

Выбор того или иного метода расчета надежности зависит прежде всего от объема и точности исходной статистической информации о контролируемых параметрах расчетной модели предельного состояния. В рассматриваемой задаче такой моделью является условие (2), а контролируемыми параметрами  $\widetilde{F}_b, \widetilde{F}_v$  и  $\widetilde{f}$ . Представим разработанную методику расчета надежности основания фундамента, в которой исходная информация о параметрах в (2) характеризуется малым числом измерений значений  $\widetilde{F}_b, \widetilde{F}_v$  и  $\widetilde{f}$  (не более 5, 6 каждого), в частности при интервальных исходных данных [9]. В этом случае наилучшим пока образом неопределенности (случайные величины) описываются методами теории возможностей [6] и называются нечеткими переменными. Нечеткая переменная описывается треугольными, экспоненциальными и другими видами функций распределения возможностей. Обозначим параметры в (2) соответственно  $\widetilde{F}_h = X, \widetilde{F}_Y = Y$  и  $\widetilde{f} = Z$  и запишем (2) в виде

$$X \le YZ$$
 (3)

Примем для описания *X*,*Y*,*Z* экспоненциальную функцию распределения возможностей [10, 11] вида

$$\pi_X = \exp\left[-\left(\frac{x-a_x}{b_x}\right)^2\right],\tag{4}$$

где  $a_x = 0.5(X_{\max} + X_{\min})$  можно условно назвать средним значением,  $b_x = 0.5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln \alpha}, \ \alpha \in [0,1]$ . Значением уровня среза  $\alpha$  задаются в зависимости от числа измерений, ответственности конструкции и от других факторов, описанных в работе [12]. Для Y и Z используем аналогичные функции  $\pi_Y(y)$  и  $\pi_Z(z)$ . На рисунке 2 показаны функция  $\pi_X(x)$  и функции  $R(x), Q(x), \ N(x) = 1 - Q(x)$  при R(x) + Q(x) > 1, для которых использованы ветви функции (4). В отличие от вероятностно-статистических функций распределения [13, 14 и др.], где  $F_X(x) = P(X \le x)$ , в теории возможностей имеем  $\pi_X(x) = Boзможносты(X = x)$  [15].



Рисунок 2. Функция распределения возможностей  $\pi_X(x)$  $Q(x) = \pi_X(x \le a_x), N(x) = 1 - Q(x)$  при  $x \le a_x$ 

Для расчета надежности основания по модели (3), при независимых *X*,*Y*,*Z* в развитие работы [10] используем принцип обобщения Л. Заде [6, 16]. Для этого используем следующий алгоритм. Сформируем из (3) нечеткую функцию

$$T(t) = \frac{X}{YZ} \le 1.$$
(5)

Обратные функции от нечетких переменных X, Y, Z можно найти из функций вида (4). Если обозначить для краткости  $\pi_X(x) = \alpha_*$ , то из (4) найдем  $x = a_x \pm b_x \sqrt{-\ln \alpha_*}$ . Аналогичные обратные функции для Y и Z. Так,  $y = a_y \pm b_y \sqrt{-\ln \alpha_*}$ ,  $z = a_z \pm b_z \sqrt{-\ln \alpha_*}$ . Обозначим для краткости  $\sqrt{-\ln \alpha_*} = \beta$ . По принципу обобщения Л. Заде [16] для (5) будем иметь обратную функцию:

$$t = \frac{a_x - b_x \beta}{\left(a_x + b_y \beta\right) \left(a_z + b_z \beta\right)}.$$
(6)

Зададимся из (5) наименьшим значением t = 1 и найдем значения  $\beta$  при известных по результатам измерений параметрах  $a_x, b_x, a_y, b_y, a_z, b_z$ . Перед  $b_x$  в (6) берется знак минус, если с ростом X функция T(t) возрастающая. Для Y и Z все наоборот. Среднее значение для нечеткой переменной T также как для X обозначим  $a_t$ . Среднее значение  $a_t$  находят из (6) при  $\beta = 0$  или  $\alpha_* = 1$ .

Если окажется, что среднее значение  $a_t = \frac{a_x}{a_y a_z}$  будет меньше или равно t = 1 по (5), то возможность безотказной работы основания будет R = 1. В этом случае возможность отказа  $Q = \alpha_* = e^{-\beta_{\min}^2}$ .

Пример. Пусть известны  $a_x = 6$ ,  $b_x = 1$ ,  $a_y = 26$ ,  $b_y = 3$ ,  $a_z = 0.5$ ,  $b_z = 0.1$  (условно единицы измерения опускаем),  $a_t = \frac{a_x}{a_y a_z} = \frac{6}{26 \cdot 0.5} = 0.46$ , т. к.  $a_t = 0.46 < 1$ , то R = 1. По (6) имеем

 $t = \frac{6 - 1\beta}{(26 + 3\beta)(0.5 + 0.1\beta)} = 1. \text{ Отсюда имеем } \beta_1 = 1,51, \ \beta_2 = -15,5. \ Q = e^{-\beta_{\min}^2} = e^{-1,51^2} = 0,526.$ 

N = 1 - Q = 0,474. Надежность основания по критерию сдвига фундамента характеризуется интервалом [0,474;1].

Представим, что произошло увлажнение грунта основания, как случилось на Дальнем Востоке летом 2013 г., и по результатам измерений установлено снижение коэффициента трения  $\tilde{f} = z$  до  $a_z = 0.25, b_z = 0.02$  (как у влажной глины). Тогда  $a_t = \frac{6}{26 \cdot 0.25} = 0.92$ . Так как  $a_t = 0.92 < 1, R = 1$ .

Из 
$$t = \frac{6-1\beta}{(26+3\beta)(0,25+0,02\beta)} = 1$$
 имеем  $\beta_1 = -0,2, \ \beta_2 = -37,6 \ Q = e^{-0,2^2} = 0,96, \ N = 0,04$ .

Надежность основания характеризуется интервалом [0,04;1], что не позволяет считать основание фундамента и всю конструкцию безопасными в эксплуатации и требуются срочные мероприятия для повышения надежности сооружения, если оно еще функционирует. Такая ситуация возможна на строительных объектах в городах Дальнего Востока после спада и ухода воды в 2013 г. Этот пример показывает необходимость обязательной защиты грунта основания фундамента от увлажнения, если имеются сдвигающие горизонтальные силы  $F_b$  и без расчета на удерживающее влияние от сдвига бокового давления (пассивного давления) грунта на фундамент, а также при условии обязательной проверки надежности оснований фундаментов при смачивании грунта.

Вернемся к формуле (1), которая содержит сумму сдвигающих и удерживающих сил, каждая из который многократно измеряется (менее 5, 6 раз) и, следовательно, может описываться методами теории возможностей [6].

Известно, что для этого можно для нечетких переменных применить правило их сложения, если для каждой из них использовать функции распределения с одинаковым уровнем среза  $\alpha$  [11].

Пусть имеем  $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$  множество независимых нечетких переменных и  $Z = \sum_{i=1}^n \alpha_i X_i$ ,

где  $\alpha$  – ненулевые веса и пусть  $\pi_{X_i} = \exp \left[ - \left( \frac{x - a_i}{b_i} \right)^2 \right]$ . Тогда функция распределения

возможностей  $\pi_Z(z)$  примет вид

$$\pi_{Z}(z) = \exp\left[-\left(\frac{z - \sum_{i=1}^{n} a_{i}\alpha_{i}}{\sum_{i=1}^{n} b_{i}\alpha_{i}}\right)^{2}\right].$$
(7)

В (7) Z – новая нечеткая переменная, построенная на нечетких переменных  $X_i$  (она не имеет смысла ранее принятого обозначения  $Z = \tilde{f}_{_{TP}}$ ).

Аналогичные формулы можно записать для  $Y = \widetilde{F}_Y$  и  $Z = \widetilde{f}$ . Дальнейший расчет надежности основания фундамента на сдвиг не будет отличаться от ранее рассмотренного варианта для условия (2).

Рассмотрим следующий вариант расчета надежности основания фундамента по критерию (2) в форме (3), когда число измерений контролируемых параметров X, Y и Z позволяют с достаточной точностью определить средние и средние квадратические отклонения, но законы распределения параметров X, Y и Z остаются неизвестными и подобрать их с проверкой по критериям согласия не позволяет малый объем измерений. В этом случае на практике находит применение в расчетах надежности распределение, построенное на неравенстве Чебышева [8, 17, 18 и др.].

Функции распределения, построенные в виде двух граничных функций распределения  $\underline{F}_{X}(x)$  и  $\overline{F}_{X}(x)$  (нижней и верхней) на основе неравенства Чебышева, имеют вид:

$$\underline{F}_{X}(x) = \begin{cases}
0, & ecnu \ x < m_{x} \\
1 - m_{x}/x & ecnu \ m_{x} \le x \le m_{x} + S_{x}^{2}/m_{x} \\
\frac{(x - m_{x})^{2}}{(x - m_{x})^{2} + S_{x}^{2}} & ecnu \ x > m_{x} + S_{x}^{2}/m_{x} \\
\overline{F}_{X}(x) = \begin{cases}
\frac{S_{x}^{2}}{(m_{x} - x)^{2} + S_{x}^{2}} & ecnu \ x \le m_{x} \\
1 & ecnu \ x > m_{x}
\end{cases}$$
(8)

Условные функции плотностей распределения получают дифференцированием  $\underline{F}_X(x)$  и  $\overline{F}_X(x)$  по аргументу x.

Соответственно, имеем

$$\underline{f}_{X}(x) = \begin{cases}
0, & e c \pi u \ x < m_{x} \\
m_{x}/x^{2}, & e c \pi u \ m_{x} \le x \le m_{x} + S_{x}^{2}/m_{x} \\
\frac{2(x-m_{x})S_{x}^{2}}{\left[(x-m_{x})^{2} + S_{x}^{2}\right]^{2}}, & e c \pi u \ x > m_{x} + S_{x}^{2}/m_{x} \\
\bar{f}_{X}(x) = \begin{cases}
\frac{2(m_{x}-x)S_{x}^{2}}{\left[(x-m_{x})^{2} + S_{x}^{2}\right]^{2}}, & e c \pi u \ x \le m_{x} \\
0, & e c \pi u \ x > m_{x}
\end{cases}$$
(9)

Аналогичные формулы можно записать для случайных величин У и Z.

На рисунке 3 показаны в графическом виде граничные функции распределения  $\underline{F}_X(x)$  и  $\overline{F}_X(x)$  множества функций распределения  $F_X(x)$ , неизвестных, но допустимых для описания случайных величин X (заштрихованная часть рисунка).



Рисунок 3. Граничные функции распределения  $\underline{F}_{X}^{*}(x)$ ,  $\underline{F}_{X}^{**}(x)$ ,  $\overline{F}_{X}(x)$ 

В (3) имеем произведение двух независимых случайных величин YZ. Будем это произведение случайных величин рассматривать в виде новой случайной величины со статистическим математическим ожиданием  $m_{yz} = m_y m_z$  и средним квадратическим отклонением  $S_{z} = \sqrt{S^2 + S^2}$  и описывать функциями распределения полученными на основе неравенства

 $S_{yz} = \sqrt{S_y^2 + S_z^2}$  и описывать функциями распределения, полученными на основе неравенства Чебышева.

На рисунке 4 представлены функции распределения для X и YZ = T.



Рисунок 4. Функции распределения  $\underline{F}_X(x), \overline{F}_X(x), \underline{F}_T(t), \overline{F}_T(t)$ 

Рассмотрим случай, в котором  $m_t > m_x + S_x^2 / m_x$ . Найдем значения отказов (нижнего и верхнего) по

$$\underline{Q} = 1 - \int_{m_t}^{m_t + S_t^2 / m_t} \underbrace{f_T^*(t) \cdot 1 \cdot dt}_{m_t + S_t^2 / m_t} - \int_{m_t + S_t^2 / m_t}^{\infty} \underbrace{f_T^{**}(t) \cdot 1 \cdot dt}_{m_t + S_x^2 / m_t}$$

$$\overline{Q} = \int_{m_x}^{m_x + S_x^2 / m_x} \underbrace{f_X^*(x)}_{m_x} \int_{m_x}^{m_x + S_x^2 / m_x} \underbrace{f_T(t) dt dx}_{m_x + S_x^2 / m_x} + \int_{m_x + S_x^2 / m_x}^{\infty} \underbrace{f_X^{**}(x)}_{m_x + S_x^2 / m_x} \int_{m_x}^{m_t} \underbrace{f_T(t) dt dx}_{m_x + S_x^2 / m_x}$$

Расчетные формулы значений отказа по критериям (2) или (3) примут вид:

$$\underline{Q} = 1 - \int_{m_t}^{m_t + S_t^2 / m_t} \frac{m_t}{t^2} dt - \int_{m_t + S_t^2 / m_t}^{\infty} \frac{2(t - m_t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt$$

$$\overline{Q} = \int_{m_x}^{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{m_x}{x^2} \int_{m_x}^{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(x - m_x)S_x^2}{\left[(x - m_x)^2 + S_x^2\right]^2} \int_{m_x + S_x^2 / m_x}^{m_t} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(x - m_x)S_x^2}{\left[(x - m_x)^2 + S_x^2\right]^2} \int_{m_x + S_x^2 / m_x}^{m_t} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(x - m_x)S_x^2}{\left[(x - m_x)^2 + S_x^2\right]^2} \int_{m_x + S_x^2 / m_x}^{m_t} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(x - m_x)^2 + S_x^2\right]^2} \int_{m_x + S_x^2 / m_x}^{m_t} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac{1}{m_x + S_x^2 / m_x} \frac{2(m_t - t)S_t^2}{\left[(t - m_t)^2 + S_t^2\right]^2} dt dx + \frac$$

Пример. Пусть известны значения  $m_x = 10$ ,  $S_x = 1$ ,  $m_t = 26 \cdot 0, 5 = 13$ ,  $S_t = \sqrt{3^2 + 0, 1^2} \approx 3$ . С учетом (9) и (10) получим (при  $m_t + \frac{S^2}{m_t} = 13 + \frac{9}{13} = 13,7$ ):

$$\underline{Q} = 1 - \int_{13}^{13,7} \frac{13}{t^2} dt - \int_{13,7}^{\infty} \frac{2(t-13) \cdot 3^2}{\left[(t-13)^2 + 3^2\right]^2} dt = 1 - 5,1095 \cdot 10^{-2} - 0,94837 = 0,00053$$
$$\overline{Q} = \int_{10}^{10,1} \frac{10}{x^2} \int_{10}^{10,1} \frac{2(13-t) \cdot 3^2}{\left[(t-13)^2 + 3^2\right]^2} dt + \int_{10,1}^{\infty} \frac{2(x-10) \cdot 1^2}{\left[(x-10)^2 + 1^2\right]^2} \int_{10,1}^{13} \frac{2(13-t) \cdot 3^2}{\left[(t-13)^2 + 3^2\right]^2} dt dx = 1,6777 \cdot 10^{-4} + 0,47827 = 0,47844.$$

Вероятности безотказной работы  $\overline{P} = 0,99947$   $\underline{P} = 0,52156$ .

При увеличении сопротивления сдвига до  $m_t = 15$  получим  $\overline{Q} = 0,41551$  и  $\underline{P} = 0,58449$ . Нижнее значение надежности повысилось на 12%.

Из расчетов видно, что влиянием  $F_T^*(t)$  можно пренебречь при малых значениях  $S_t$  по сравнению с  $m_t$  для упрощения решения в запас эксплуатационной надежности основания.

Рассмотрим вариант с комбинированием функций распределения в развитие работы [19], в котором коэффициент трения описывается нормальным распределением с функцией плотности

вероятности  $f_Z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_z}e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}}$ , а нагрузка  $\widetilde{F} = X$  и нормальное давление на основание

фундамента N = Y характеризуются средними значениями  $m_x, m_y$  и средними квадратическими отклонениями соответственно  $S_X$  и  $S_y$  и описываются функциями распределения, полученными на основе неравенства Чебышева. На рисунке 5 условно показаны эти функции.



Влиянием участков функций с  $\underline{F}_X^*(x)$  и  $\underline{F}_Y^*(y)$  будем пренебрегать (для простоты вычисления при условии, что  $S_x$  и  $S_y$  малы по сравнению с  $m_x$  и  $m_y$ ).

$$\underline{Q} = \int_{0}^{\infty} f_{Z}(z) \int_{0}^{\infty} \underline{f}_{Y}(y) \cdot \overline{F}_{X}(yz) dy dz$$
$$\overline{Q} = \int_{0}^{\infty} f_{Z}(z) \int_{0}^{\infty} \overline{f}_{Y}(y) \cdot \underline{F}_{X}(yz) dy dz.$$

В развернутом виде и с учетом пределов интегрирования в соответствии с соотношением средних значений *X*, *Y*, *Z* и рисунком 4 будем иметь:

$$\underline{Q} = \int_{m_y}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_z} e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}} \int_{m_y}^{\infty} \frac{2(y-m_y)S_y^2}{[(y-m_y)^2 + S_y^2]^2} \frac{S_x^2}{(yz-m_x)^2 + S_x^2} dydz,$$
  
$$\overline{Q} = \int_{m_y}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_z} e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}} \int_{0}^{m_y} \frac{2(m_y-y)S_y^2}{[(m_y-y)^2 + S_y^2]^2} \frac{(yz-m_x)^2}{(yz-m_x)^2 + S_x^2} dydz.$$

Пример. Пусть известны значения  $m_x = 10, S_x = 1, m_y = 26, S_y = 3, m_z = 0,5, S_z = 0,1$ .

$$\underline{Q} = \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{\pi} \cdot 0,1} e^{-\frac{(z-0,5)^{2}}{2 \cdot 0,1^{2}}} \int_{26}^{\infty} \frac{2(y-26) \cdot 3^{2}}{(y-26)^{2} + 3^{2}} \frac{1^{2}}{(yz-10)^{2} + 1^{2}} dy dz = 6,5793 \cdot 10^{-2},$$
$$\overline{Q} = \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{\pi} \cdot 0,1} e^{-\frac{(z-0,5)^{2}}{2 \cdot 0,1^{2}}} \int_{0}^{m_{y}} \frac{2(26-y) \cdot 3^{2}}{(26-y)^{2} + 3^{2}} \frac{(yz-10)^{2}}{(yz-10)^{2} + S_{x}^{2}} dy dz = 0,43553.$$

Соответственно, имеем  $\underline{P} = 0,56447, \ \overline{P} = 0,93421.$ 

Подведем итог результатов расчета надежности основания по критерию сдвига различными методами.

Уровень статистической информации								
Средний	Повышенный							
Метод расчета								
По Чебышеву	Комбинированный							
Результаты расчетов интервала надежности								
[0,52156;0,99947]	[0,56447;0,93421]							
	ровень статистической информаци Средний Метод расчета По Чебышеву пьтаты расчетов интервала надежн [0,52156;0,99947]							

#### Таблица 1. Результаты расчетов различными методами

Наиболее точный и менее размытый (более информативный) уровень расчетной надежности основания при комбинированном методе.

Из таблицы 1 видно, что с ростом статистической информации о случайных величинах точность оценки надежности возрастает. Если рассматривать расчетную модель (1), то в последних двух вариантах сумму случайных величин, описываемых функциями распределения на основе неравенства Чебышева, можно также описывать этими функциями с суммой статистических математических ожиданий и дисперсий при сохранении приведенных алгоритмов расчетов надежности оснований.

Остается вопрос о принятии решения о надежности основания по полученным расчетным интервалам надежности  $[P_{\min}, P_{\max}]$ . Обсуждение этого вопроса можно найти в работе [20], где интервал  $[P_{\min}, P_{\max}]$  значений вероятностей принят как оценка некоторой случайной величины  $\tilde{P}_{,}$  для которой известны точные границы изменчивости  $P_{\min}$  и  $P_{\max}$ . Если принять среднее значение  $P_{cp} = 0.5(P_{\min} + P_{\max})$ , то  $\tilde{P}$  можно описывать усеченным интервальным распределением [21, 22], с помощью которого находится риск r принятия решения о значении надежности основания из множества  $\{P_{\min}, P_{\max}\}$  по формуле  $r = \frac{P_{\max} - P_{cp}}{P_{\max} - P_i} - 0.5$ , где  $P_i$  – значение вероятности безотказной работы, принимаемой из интервала  $[P_{\min}, P_{\max}]$  с учетом предельного значения вероятности  $P_{np}$  для данного основания по безопасности состояния несущего элемента, а также по его внешним признакам, по ответственности элемента и всей системы и с учетом экономической составляющей. При  $P_i = P_{\min}$  имеем r = 0, при  $P_i \ge 0.5(P_{\max} + P_{\min})$  имеем r = 1. В рассматриваемом контексте понятие о риске принятия решения о риске принятия решения и меет иной смысл, по сравнению с принятым, например, в [23] и в [24].

#### Выводы

1. Рассмотрены методики расчетов надежности основания фундамента по критерию несущей способности (сдвигу) при различной неполноте статистической информации о контролируемых параметрах на стадии эксплуатации.

2. Проведен анализ результатов расчетов надежности по различным методам (по различному уровню неполноты информации).

3. Работа окажет помощь специалистам при оценке надежности оснований фундаментов и конструкций в целом.

#### Литература

- 1. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. Пер с англ. М.: Мир, 1980, 510 с.
- Спирин Н.Л., Лавров А.Н. Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента. Конспект лекций. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ – УПИ, 2004. 267 с.
- 3. Белый Г.И. Причины снижения надежности и приближенная оценка ресурса стальных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений // Современные проблемы науки и образования. 2012. №2. URL: www.science-education.ru/102-6038 (дата обращения: 10.02.2014).

- 4. Chen J.-Q., Li W.-B., Zhao J. Reliability evaluation of reinforced concrete structures of the fuzzy evaluation model // Advanced Materials research. 2011. Vol. 255–260. Pp. 123–127.
- 5. Клевцов В.А., Кузеванов Д.В. Вопросы проектирования конструкций и использование теории надежности // Бетон и железобетон. 2009. №2. С. 9–13.
- Дюбуа Д., Прад Д. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике / Перевод с фр. Д. Дюбуа, А. Прад. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
- Balu A.S., Rao B.N. High dimensional model representation for structural reliability bounds estimation under mixed uncertainties // International Journal of Structural Engineering. 2013. Vol. 4. Issue 3. Pp. 251–272.
- 8. Utkin V.S. Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev // Russian Engineering Research. 2012. Vol. 32. No. 1. Pp 5–8.
- 9. Utkin V.S. Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev // Russian Engineering Research. 2012. Vol. 32. No. 1. Pp 5–8.
- 10. Кошелева Ж.В. Оценка несущей способности, надежности и остаточного ресурса элементов железобетонных конструкций при ограниченной информации о контролируемых параметрах: Автореферат дисс. ...канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2004. 24 с.
- 11. Плотникова О.С. Определение надежности металлических конструкций в составе зданий и сооружений при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах: Автореферат дис. н.... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2008. 21 с.
- Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей // Строительные материалы. 2004. №8. С. 35.
- 13. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. 239 с.
- 14. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций / Пер. с нем. О.О. Андреева. М.: Стройиздат, 1994, 288 с.
- 15. Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Pang Y., Xiao N. –C. An approach to system reliability analysis with fuzzy random variables // Mechanism and Machine Theory. 2012. Vol. 52. Pp. 35–46.
- 16. Zadeh L.A. Fuzzy Sets // Information and Control. 1965. Vol. 8. Issue 3. Pp. 338–353.
- 17. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов по деформациям на стадии эксплуатации // Инженерно-строительный журнал. 2013. №4(39). С. 12–21.
- 18. Ярыгина О.В. Методы расчета надежности железобетонных конструкций в составе зданий и сооружений при ограниченной статистической информации: Автореферат дис. .... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2013. 25 с.
- 19. Галаева Н.Л. Расчет надежности несущих элементов при ограниченной информации о параметрах математической модели предельных состояний: Автореферат дис. ....канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2010. 25 с.
- Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований и фундаментов по критерию прочности при ограниченной информации о нагрузке // Инженерно-строительный журнал. 2013. №1(36). С. 48–56.
- 21. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов многоэтажных зданий при ограниченной (неполной) информации о параметрах математической модели предельного состояния // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. №5. С. 47–50.
- 22. Уткин В.С., Уткин Л.В. Расчет надежности деталей машин с использованием усеченных интервальных функций распределения // Вестник машиностроения. 2012. №7. С. 13–15.
- 23. Никонов Н. Риск благородное дело // Высотные здания. 2007. №3. С. 3–7.
- 24. ГОСТ Р 51901-2002. Управление надежностью. Анализ риска технологических систем.

Владимир Сергеевич Уткин, г. Вологда, Россия Тел. раб.: +7(8172)518396; эл. почта: UtkinVoGTU@mail.ru

© Уткин В.С., 2014

## Требования к материалам, представляемым к публикации

Материалы принимаются только через систему электронной редакции журналов СПбГПУ. Авторам необходимо зарегистрироваться в системе (<u>http://journals.spbstu.ru/</u>) и подать статью через нее, предварительно ознакомившись с нижеприведенными требованиями и условиями опубликования. Публикация в журнале бесплатна для авторов.

#### Этические нормы и авторские права

Подавая статью в журнал, автор соглашается на условия лицензионного договора, в частности, на то, что все статьи без исключения публикуются в открытом доступе на сайте журнала и в Научной электронной библиотеке России. Также автор подтверждает, что статья является оригинальной, ранее не опубликованной, содержит только проверенные и точные данные; любые данные, полученные не автором, имеют соответствующие ссылки на источник.

#### Тематика статей

В «Инженерно-строительном журнале» публикуются оригинальные, ранее не опубликованные статьи, содержащие полученные авторами новые научные результаты, по тематике «Строительство». Статьи принимаются в тот или иной номер в соответствии с тематикой на текущее полугодие.

N⁰	Дата выхода	Срок подачи материалов	Тема номера
2(46)	11.04.2014	17.02.2014	Гидравлика. Теплотехника. Инженерные сети и системы зданий
3(47)	05.05.2014	24.03.2014	Технология и организация строительства. Строительные материалы и изделия
4(48)	27.06.2014	12.05.2014	Основания и фундаменты. Подземные сооружения. Гидротехническое строительство
5(49)	22.08.2014	14.07.2014	Строительные конструкции. Строительная механика

#### Структура и содержание статей

Обязательны следующие элементы статьи: введение, включающее обзор иностранной и отечественной литературы и постановку задачи; основная часть (описание исследования); заключение, включающее нумерованные выводы; список литературы; источник финансирования (если есть).

#### Технические требования к статьям

Статьи подаются в формате docx (MS Word 2007-2010). Файл статьи, подаваемый через электронную редакцию, должен содержать только сам текст, без названия, списка литературы, фамилий и данных авторов. Все эти поля заполняются отдельно при подаче через электронную редакцию.

Рекомендуемый объем статей: от 15000 до 30000 знаков с пробелами. Таблицы выполняются средствами Word (не рисунками) и располагаются внутри текста статьи. Иллюстрации должны быть представлены в отдельных графических файлах (один рисунок – один файл). Допустимые форматы: JPEG, TIFF, BMP. В текстовый файл иллюстрации можно вставить для обозначения рекомендуемого места их использования.

Список литературы на русском языке должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 7.0.5-2008. Цитируемая литература приводится общим списком в конце статьи в порядке упоминания. Порядковый номер в тексте заключается в квадратные скобки. Текст статьи должен содержать ссылки на все источники из списка литературы. Также к статье прилагается список литературы на латинице, оформленный в соответствии с инструкцией по транслитерации списка литературы, размещенной на сайте издания.

#### Аннотация к статье

В журнал подается расширенная аннотация на двух языках: русском и английском. Особое внимание следует уделить аннотации на английском языке (если статья на русском). Аннотация должна повторять структуру статьи: актуальность, цель, методика, результаты, выводы. Аннотация должна содержать от 100 до 250 слов.

Подробные требования к статьям см. на сайте журнала: http://www.engstroy.spb.ru/autors.html



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

тосударственный подитехнический национальный исследовательский

Инженерно-строительный институт Курсы повышения квалификации и профессиональной переподготовки 195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29,

A HBEPCHTE

95251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 2 тел/факс: 552-94-60, <u>www.stroikursi.spbstu.ru</u>, stroikursi@mail.ru

Приглашает специалистов проектных и строительных организаций, <u>не имеющих базового профильного высшего образования</u> на курсы профессиональной переподготовки (от 500 часов) по направлению «Строительство» по программам:

П-01 «Промышленное и гражданское строительство»

Программа включает учебные разделы: • Основы строительного дела

- Инженерное оборудование зданий и сооружений
- Технология и контроль качества строительства
- Основы проектирования зданий и сооружений
- Автоматизация проектных работ с использованием AutoCAD
- Автоматизация сметного дела в строительстве
- Управление строительной организацией
- Управление инвестиционно-строительными проектами. Выполнение функций технического заказчика

П-02 «Экономика и управление в строительстве»

Программа включает учебные разделы:

- Основы строительного дела
- Инженерное оборудование зданий и сооружений
- Технология и контроль качества строительства
- Управление инвестиционно-строительными проектами. Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика
- Управление строительной организацией
- Экономика и ценообразование в строительстве
- Управление строительной организацией
- Организация, управление и планирование в строительстве
- Автоматизация сметного дела в строительстве

П-03 «Инженерные системы зданий и сооружений»

Программа включает учебные разделы:

- Основы механики жидкости и газа
- Инженерное оборудование зданий и сооружений
- Проектирование, монтаж и эксплуатация систем вентиляции и кондиционирования
- Проектирование, монтаж и эксплуатация систем отопления и теплоснабжения
- Проектирование, монтаж и эксплуатация систем водоснабжения и водоотведения
- Автоматизация проектных работ с использованием AutoCAD
- Электроснабжение и электрооборудование объектов

П-04 «Проектирование и конструирование зданий и сооружений»

Программа включает учебные разделы:

- Основы сопротивления материалов и механики стержневых систем
- Проектирование и расчет оснований и фундаментов зданий и сооружений
- Проектирование и расчет железобетонных конструкций
- Проектирование и расчет металлических конструкций
- Проектирование зданий и сооружений с использованием AutoCAD
- Расчет строительных конструкций с использованием SCAD Office

П-05 «Контроль качества строительства»

- Программа включает учебные разделы:
  - Основы строительного дела
  - Инженерное оборудование зданий и сооружений
  - Технология и контроль качества строительства
  - Проектирование и расчет железобетонных конструкций
  - Проектирование и расчет металлических конструкций
  - Обследование строительных конструкций зданий и сооружений
  - Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика

По окончании курса слушателю выдается диплом о профессиональной переподготовке установленного образца, дающий право на ведение профессиональной деятельности