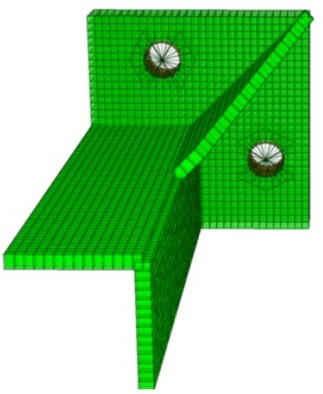
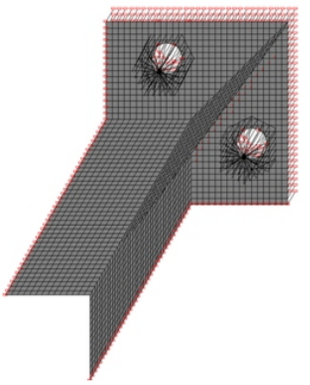
ISSN 2071-4726

Инженерно-строительный журнал

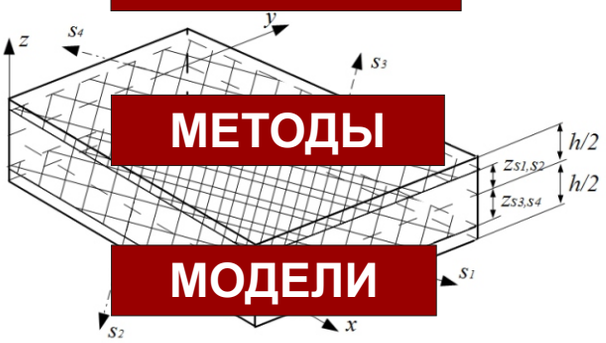
научно-прикладное издание

№5(49) июль-август 2014

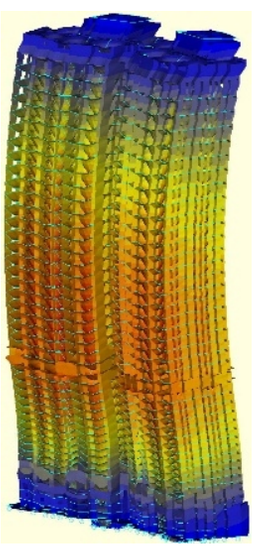


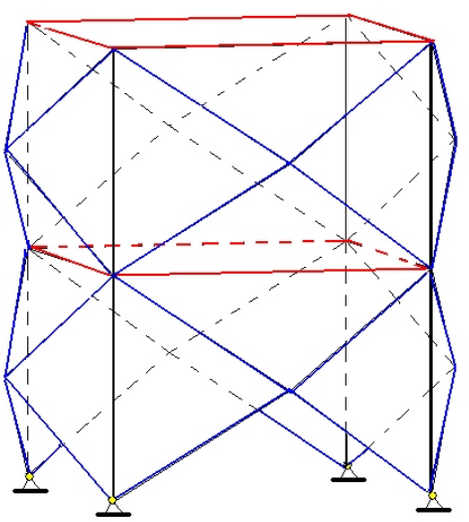


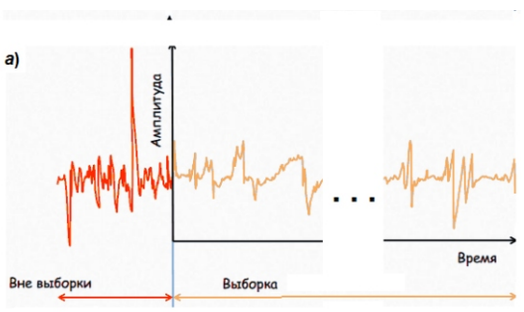
РАСЧЕТЫ

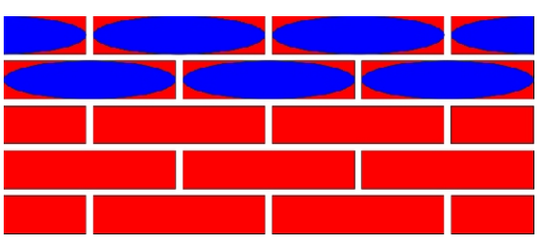


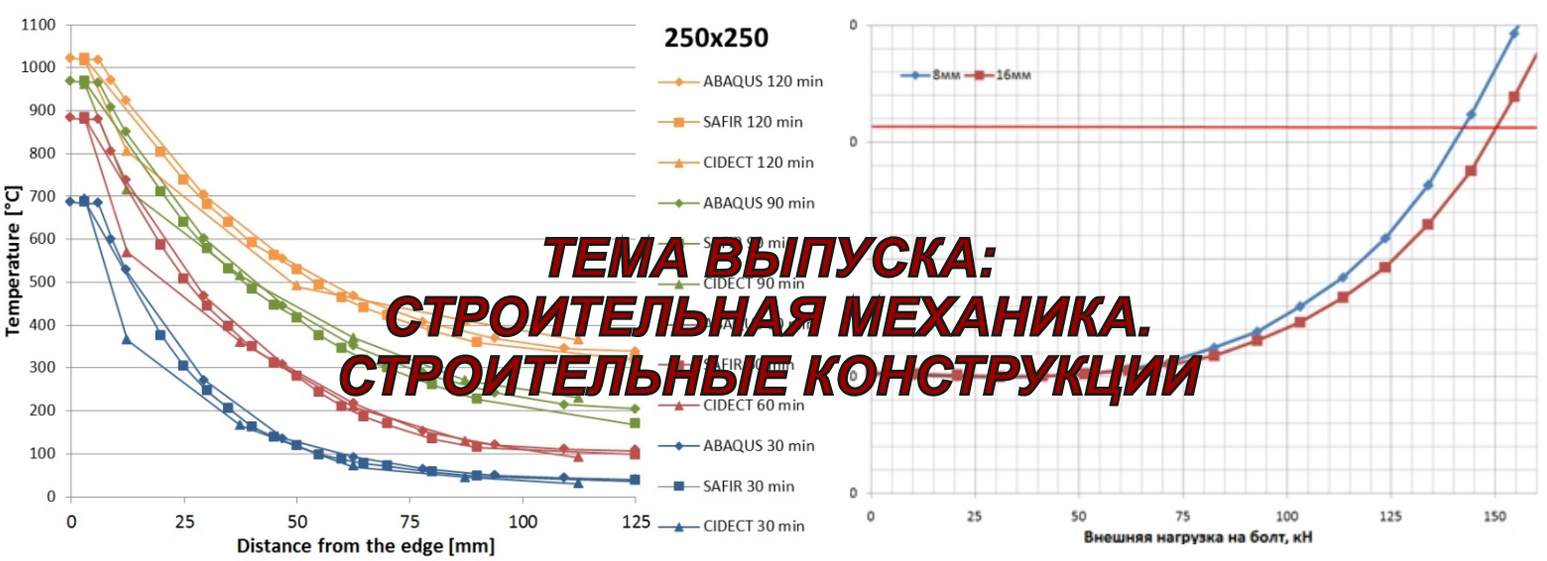
АНАЛИЗ











ТЕМА ВЫПУСКА:
СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА.
СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Инженерно-строительный институт
Курсы повышения квалификации и профессиональной переподготовки

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29,
тел/факс: 552-94-60, www.stroikursi.spbstu.ru,
stroikursi@mail.ru

Приглашает специалистов организаций, вступающих в СРО, на курсы повышения квалификации (72 часа)

Код	Наименование программы	Виды работ*
Курсы по строительству		
БС-01-04	«Безопасность и качество выполнения общестроительных работ»	**п.1,2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14**
БС-01	«Безопасность и качество выполнения геодезических, подготовительных и земляных работ, устройства оснований и фундаментов»	**1,2,3,5**
БС-02	«Безопасность и качество возведения бетонных и железобетонных конструкций»	**6,7**
БС-03	«Безопасность и качество возведения металлических, каменных и деревянных конструкций»	**9,10,11**
БС-04	«Безопасность и качество выполнения фасадных работ, устройства кровель, защиты строительных конструкций, трубопроводов и оборудования»	**12,13,14**
БС-05	«Безопасность и качество устройства инженерных сетей и систем»	**15,16,17,18,19**
БС-06	«Безопасность и качество устройства электрических сетей и линий связи»	**20,21**
БС-08	«Безопасность и качество выполнения монтажных и пусконаладочных работ»	**23,24**
БС-12	«Безопасность и качество устройства мостов, эстакад и путепроводов»	**29**
БС-13	«Безопасность и качество выполнения гидротехнических, водолазных работ»	**30**
БС-14	«Безопасность и качество устройства промышленных печей и дымовых труб»	**31**
БС-15	«Осуществление строительного контроля»	**32**
БС-16	«Организация строительства, реконструкции и капитального ремонта. Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика»	**33**
Курсы по проектированию		
БП-01	«Разработка схемы планировочной организации земельного участка, архитектурных решений, мероприятий по обеспечению доступа маломобильных групп населения»	**1,2,11**
БП-02	«Разработка конструктивных и объемно-планировочных решений зданий и сооружений»	**3**
БП-03	«Проектирование внутренних сетей инженерно-технического обеспечения»	**4**
БП-04	«Проектирование наружных сетей инженерно-технического обеспечения»	**5**
БП-05	«Разработка технологических решений при проектировании зданий и сооружений»	**6**
БП-06	«Разработка специальных разделов проектной документации»	**7**
БП-07	«Разработка проектов организации строительства»	**8**
БП-08	«Проектные решения по охране окружающей среды»	**9**
БП-09	«Проектные решения по обеспечению пожарной безопасности»	**10**
БП-10	«Обследование строительных конструкций и грунтов основания зданий и сооружений»	**12**
БП-11	«Организация проектных работ. Выполнение функций генерального проектировщика»	**13**
Э-01	«Проведение энергетических обследований с целью повышения энергетической эффективности и энергосбережения»	
Курсы по инженерным изысканиям		
И-01	«Инженерно-геодезические изыскания в строительстве»	**1**
И-02	«Инженерно-геологические изыскания в строительстве»	**2,5**
И-03	«Инженерно-гидрометеорологические изыскания в строительстве»	**3**
И-04	«Инженерно-экологические изыскания в строительстве»	**4**
И-05	«Организация работ по инженерным изысканиям»	**7**

***(согласно приказам Минрегионразвития РФ N 624 от 30 декабря 2009 г.)**

По окончании курса слушателю выдается удостоверение о краткосрочном повышении квалификации установленного образца (72 ак. часа)

Для регистрации на курс необходимо выслать заявку на участие, и копию диплома об образовании по телефону/факсу: 8(812) 552-94-60, 535-79-92, , e-mail: stroikursi@mail.ru.

Http://www.engstroy.spb.ru – полнотекстовая версия журнала в сети Интернет. Бесплатный доступ, обновление с каждым новым выпуском

Инженерно-строительный журнал
научно-прикладное издание

ISSN 2071-4726

Свидетельство о государственной регистрации: ПИ №ФС77-38070, выдано Роскомнадзором

Специализированный научный журнал. Выходит с 09.2008.

Включен в Перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ

Периодичность: 8 раз в год

Учредитель и издатель:

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Адрес редакции:

195251, СПб, ул. Политехническая, д. 29, Гидрокорпус-2, ауд. 227А

Главный редактор:
Вера Михайловна Якубсон

Научный редактор:
Николай Иванович Ватин

Литературный редактор:
Елена Викторовна Соболева

Редакционная коллегия:
д.т.н., проф. Н.В. Арефьев;
д.т.н., проф. М.И. Бальзанников;
к.т.н., проф. А.И. Боровков;
д.т.н., проф. Н.И. Ватин;
PhD, professor M. Вельжкович;
д.т.н., проф. А.Д. Гиргидов;
д.т.н., проф. Э.К. Завадскас;
д.т.н., проф. В.В. Лалин;
д.т.н., проф. Б.Е. Мельников;
д.т.н., проф. Г.В. Несветаев;
д.т.н., проф. Р.Б. Орлович;
Dr. Sc. Ing., professor
Л. Пакрастиньш;
Dr.-Ing. Habil., professor
Х. Пастернак;
д.т.н., проф. А.В. Перельмутер;
к.т.н. А.Н. Пономарев;
д.ф.-м.н., проф. М.Х. Стрелец;
д.т.н., проф. О.В. Тараканов;
Dr.-Ing., professor Д. Унгерман.

Установочный тираж 1000 экз.

Подписано в печать 27.06.14
Формат 60x84/8, усл. печ. л. 11.
Заказ №1373

Отпечатано в типографии СПбПУ.
СПб, ул. Политехническая, д. 29

Контакты:

Тел. +7(812)535-52-47
E-mail: engstroy@inbox.ru
Web: http://www.engstroy.spb.ru

Содержание

АНАЛИЗ

Перельмутер А.В., Пичугин С.Ф. Об оценке уязвимости строительных конструкций 5

Кабанцев О.В., Тамразян А.Г. Учет изменений расчетной схемы при анализе работы конструкции 15

МЕТОДЫ

Фиалко С.Ю. Четырехузловой конечный элемент для моделирования поведения тонкостенных железобетонных конструкций 27

Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли 37

КОНСТРУКЦИИ

Туснин А.М., Прокич М. Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимомента 44

Семенов А.А., Маляренко А.А., Порываев И.А., Сафиуллин М.Н. Напряженно-деформированное состояние высокопрочных болтов фланцевых соединений в укрупнительных стыках стропильных ферм 54

РАСЧЕТЫ

Гостеев Ю.А., Обуховский А.Д., Саленко С.Д. Влияние формы на аэродинамические характеристики балочных мостов 63

Мирсаидов М.М., Султанов Т.З. Оценка напряженно-деформированного состояния грунтовых плотин с учетом нелинейного деформирования материала и конечных деформаций 73

МОДЕЛИ

Абдикаримов Р.А., Ходжаев Д.А. Компьютерное моделирование задач динамики вязкоупругих тонкостенных элементов конструкций переменной толщины 83

Грищенко А.И., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Влияние структурных параметров кладки на эффективные упругие свойства и прочность (англ.) 95

Хейнисуо М., Йокинен Т. Асимметричное огневое воздействие на цилиндрические композитные колонны (англ.) 107

© ФГАОУ ВО СПбПУ, 2014

На обложке: иллюстрации авторов к статьям номера

ПОЛУЧИТЕ ПРИГЛАСИТЕЛЬНЫЙ БИЛЕТ

При регистрации укажите код AS2287ENGS*
* Условия и ограничения

13–15 октября 2014

Международный Выставочный Центр Крокус Экспо, Москва

МЕДИЦИНСКИЕ УЧРЕЖДЕНИЯ В РОССИИ: ПРОЕКТИРОВАНИЕ, СТРОИТЕЛЬСТВО, ОСНАЩЕНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ

- Среди спикеров – ведущие эксперты рынка эффективной инфраструктуры медицинских учреждений:
  - **Генри Чао**, Глава и Дизайн Директор / Здравоохранение, НОК
  - **Др Сарпер Танли**, Вице-президент, Houston Methodist Global Health Care Services, Дубаи
  - **ОАЭ Профессор Вильгельм Берингер**, Глава Департамента терапии и интенсивной терапии неотложной медицинской помощи, Венский общестационарный госпиталь
  - **Сергей Калашников**, Председатель Комитета по охране здоровья, Федеральное собрание РФ, Государственная Дума
  - **Олег Гриднев**, Директор, Дирекция по обеспечению деятельности государственных учреждений здравоохранения Москвы
  - **Михаил Мурашко**, ВРИО руководителя, Федеральная служба по надзору в сфере здравоохранения (Росздравнадзор) и многие другие
- Бесплатное посещение Выставки и Конгресса для сотрудников государственных медицинских учреждений и представителей органов исполнительной и законодательной власти
- более 1000 новых продуктов для обеспечения результативной работы лечебно-профилактических организаций

Adam Smith CONFERENCES
informa life sciences exhibitions

Телефон: +7 495 232 68 52
exhibitions@adamsmithconferences.com

www.hospitalbuildrussia.com

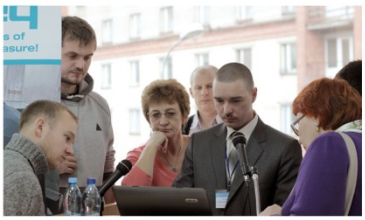
ОБСЛЕДОВАНИЕ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ: ПРОБЛЕМЫ И ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ

V Международная научно-практическая конференция

17 Октября 2014 г.
Санкт-Петербург, Россия

Спонсор
ООО "Просек Рус"

Организаторы
Ассоциация обследователей зданий и сооружений
Санкт-Петербургский Политехнический Университет
ПНИПКУ "Венчур"



Обследование зданий и сооружений является одной из наиболее сложных и наукоемких отраслей строительной деятельности. Ежегодная конференция «Обследование зданий и сооружений: проблемы и пути их решения» проводится для обмена передовым опытом между специалистами, совместного решения актуальных проблем, налаживания деловых контактов. Конференция проводится с 2010 г. и ежегодно собирает десятки специалистов с различных регионов России и ближнего зарубежья. За прошедшие четыре года были освещены различные темы, связанные с обследованием: от проблем ценообразования и организации работ до специфики инструментального контроля, мониторинга и испытаний конструкций.
С материалами прошедших конференций можно ознакомиться в разделе «Конференция» на сайте ПНИПКУ «Венчур» www.ozis-venture.ru.

Темы V конференции

- Методы диагностики деревянных конструкций
- Мониторинг напряженно-деформированного состояния зданий в процессе их строительства
- Определение несущей способности свай при обследовании
- Специфика обследования конструкций сооружений при нестабильных температурных режимах работы
- Анализ коррозионного повреждения ферм
- Исследование биоповреждения кирпичной кладки

и другие

Преимущества участия

Публикации в журналах
Научные и практические доклады при желании авторов могут быть опубликованы в специализированных журналах: «Инженерно-строительный журнал» (www.engstroy.spb.ru), входящий в перечень ВАК и «Строительство уникальных зданий и сооружений» (www.unistroy.spb.ru), входящий в РИНЦ.

Профессиональные связи
Участники имеют возможность расширить круг знакомств и наладить деловые связи в области технического обследования.

Сборник материалов конференции
Материалы конференции издаются в виде сборника трудов, доступного в электронном виде всем желающим.

Электронный видео-архив
Доклады конференций записываются на видео и находятся в открытом доступе в разделе «Конференция» на сайте www.ozis-venture.ru.

Отсутствие взносов
Участие в конференции бесплатное и включает раздаточный материал, кофе-брейк и сертификат участника, а также обед и фуршет для докладчиков.

Представление информации

Регламент выступления - 15 минут.

Доклады представляются в форме презентации MS PowerPoint.

Язык конференции - русский.

Срок подачи презентаций - до 01 Октября 2014 г.

Доклады принимаются по e-mail: **o.zis@mail.ru**

Место проведения

Ресурсный центр международной деятельности СПбПУ.

Адрес:
195220, Россия, Санкт-Петербург, Гражданский пр., д. 28, корп. 2, ауд. 220

Online регистрация слушателей:
www.ozis-venture.ru

Секретариат конференции

Координатор конференции - Кукушкина Галина Андреевна
o.zis@mail.ru

Санкт-Петербургский Политехнический Университет
195251, г. Санкт-Петербург
ул. Политехническая, д. 29

Тел./факс: +7 (812) 535-57-82

doi: 10.5862/MCE.49.1

Об оценке уязвимости строительных конструкций

Д.т.н., главный научный сотрудник А. В. Перельмутер,
ООО НПФ «СКАД Софт»
д.т.н., заведующий кафедрой С. Ф. Пичугин,
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

Аннотация. Развитие вероятностных методов расчета строительных конструкций идет, главным образом, по пути совершенствования методик вычислений, а также накопления фактического материала и исследования статистических свойств воздействий и параметров сопротивления. Однако ничего нового не появляется в формулировке целей вероятностного расчета. При этом основное внимание уделяется первому предельному состоянию. Тем не менее, к оценке прочности и устойчивости конструкций сводятся далеко не все проблемы надежности, и далеко не все возможные случаи отказов могут быть подвергнуты вероятностному анализу.

Представляется актуальной постановка нетрадиционных для вероятностного расчета проблем надежности, одной из которых является анализ уязвимости конструкции по отношению к возмущениям, о которых мы не имеем статистической информации, но возможность появления которых необходимо учитывать при оценке рисков.

Для оценки уязвимости конструкции в работе предлагается наряду с анализом живучести (опасность развития запредельного возмущения по пространству конструкции) оценивать и уровень защищенности конструкции во времени. С этой целью вводится новая характеристика (мобилизованность конструкции) и дается ее определение. Приводятся соображения в пользу такого подхода и рассматриваются некоторые характерные примеры. В целом работа носит постановочный характер и предлагается в качестве основы для профессиональной дискуссии.

Ключевые слова: случайная нагрузка; выброс за расчетный уровень; надежность; уязвимость

Введение

Как показывает многовековой опыт строительства, проблема прочности и безопасности сооружений существовала всегда, актуальна она и сейчас. Развитие философии безопасности проектируемых зданий и сооружений в основном проходило в направлении все более детального прогнозирования работы конструкций, изучения природы действующих на эти сооружения нагрузок, более отчетливого описания требований к конструктивной форме и условий выполнения таких требований.

Однако даже в наиболее совершенных древних сооружениях есть грубые ошибки, которые показывают незнание основ сопротивления материалов и теории сооружений. Исторически известно, что суеверный страх перед непознаваемой тайной материала заставлял строителей обращаться за помощью к потусторонним силам с привлечением молитв, заговоров и даже жертвоприношений. С древних времен профессия строителя считалась весьма ответственной, и возможные строительные ошибки имели очень серьезные последствия для тех, кто их допускал. В частности, Законы Хаммурапи, составленные еще в 1750 г. до н. э., регламентировали высокую ответственность строителей древней Месопотамии, вплоть до смертной казни.

Строители определяли прочность интуитивно, методом многочисленных проб и ошибок, они учились на уроках аварий и обрушений конструкций. Каждая авария давала строителям новые знания, ставила новые задачи. Когда же знаний не хватало, в инженерные расчеты вводили (и вводят сейчас) коэффициент запаса и допустимые напряжения. Поскольку никто не знал, какие непредсказуемые, непознанные явления учитывает этот коэффициент и должен ли он быть именно таким, а не меньшим, он был по сути коэффициентом незнания.

Теоретические основы расчета конструкций сформулированы в методах строительной механики, которая оформилась как самостоятельная научная дисциплина к середине XIX века. С ее приходом появилась возможность установить правила проектирования сооружений. Впервые в строительную науку коэффициент запаса ввел знаменитый французский инженер и ученый Л. Навье, предложивший в 20-е годы XIX века установить расчетные допустимые напряжения, которые должны быть гораздо меньше разрушающих и при которых конструкция должна работать надежно [1, 2]. Были также рассчитаны допустимые значения величин напряжений (деформаций, перемещений). Это было сделано в 1840 году, когда Торговая палата Великобритании установила для ковкого чугуна в железнодорожных мостах допускаемое напряжение, равное 77,2 МПа.

Таким образом, начиная с XIX столетия в строительных расчетах использовался метод допускаемых напряжений на основе коэффициента запаса, который устанавливался с помощью инженерной интуиции, опыта проектирования и эксплуатации конструкций. Этот подход просуществовал до 50-х годов XX века.

Между тем в ряде работ обосновывались предложения по развитию методов расчета конструкций. В 1926 году М. Майер предложил вместо расчета по допускаемым напряжениям использовать вероятностные методы для выбора значений параметров, вводимых в расчет [3, 4]. В 1929 году Н.Ф. Хоциалов, принимая во внимание изменчивость основных параметров, предложил вести проектирование конструкций, исходя из некоторой регламентируемой вероятности аварийного отказа конструкции [3, 5]. Однако формулировка Н.Ф. Хоциалова «проектировать с учетом возможности аварии» встретила сильное сопротивление, и его идеи были надолго отвергнуты. Существенным развитием идей М. Майера и Н.Ф. Хоциалова стали работы Н.С. Стрелецкого, М. Плота и В. Вержбицкого, А.М. Фрейденталя [6–9], где в качестве случайных величин использовались не только прочностные характеристики материала, но и параметры нагрузок, при этом речь шла уже о вероятности отказа в виде нарушения некоторых регламентируемых требований, а не о вероятности аварии.

Существенным этапом в развитии расчета конструкций стало использование полувероятностного метода расчетных предельных состояний, который представляет собой практический вариант использования некоторых положений вероятностного подхода. Будучи по форме детерминированным, он основан на использовании методов статистического анализа при нахождении коэффициентов надежности, характерных для этого метода. Условная система упомянутых коэффициентов надежности была предложена в 1945 году И.И. Гольденблатом, М.Г. Костюковским и А.Н. Поповым [10] и положена в основу схемы расчета для разработки строительных норм и правил.

Метод расчетных предельных состояний был введен в СССР в качестве руководящего принципа расчетов строительных конструкций с 1 января 1955 года при утверждении первого издания Строительных норм и правил. В дальнейшем расчет по предельным состояниям завоевал широкое признание во всем мире. В настоящее время он положен в основу большинства международных и национальных стандартов по проектированию, в частности в системе Еврокодов, где он получил название «метод частных коэффициентов надежности» [11].

Заметим, что внедрение этого метода за рубежом растянулось на десятки лет, что сложно объяснить простым незнанием. Можно предположить, что основную роль здесь сыграло отсутствие в середине 1950-х годов необходимого статистического материала для обоснования значений частных коэффициентов надежности (об этом честно говорили авторы метода, которые при этом полагались на будущие исследования, а на первых порах подгоняли результаты под решения, проверенные предшествующим опытом). Это не давало возможностей в западных странах, где не принята командная система внедрения новшеств, убедить инженерную общественность в срочной необходимости смены подхода к проектированию, тем более, что подгонка под предшествующий опыт не давала заметного экономического эффекта. В частности, некоторая экономия была достигнута для конструкций, на которые действуют преимущественно постоянные нагрузки с минимальными коэффициентами перегрузки, т. е. 3–10 % для стропильных и подстропильных ферм, в то время как подкрановые балки остались практически неизменными. Колонны производственных зданий или остались без изменений, или даже стали несколько тяжелее [12].

Два названия — «метод предельных состояний» и «метод частных коэффициентов надежности» — отражают наиболее существенные стороны данного метода, при этом каждая из этих сторон имеет определенную независимость.

Если рассматривать метод с точки зрения использования предельных состояний, то нужно помнить, что в его основе лежит идея отказа от детального анализа всех состояний конструкции, кроме предельных, по отношению к которым и формулируются расчетные требования к объекту. Такой подход, кроме известных преимуществ, обладает и серьезным недостатком, поскольку приняв, например, за одно из предельных состояний условие прочности и запроектировав конструкцию так, чтобы с определенной степенью уверенности можно было говорить, что в течение всего срока службы это условие не будет нарушено, мы почти ничего не можем сказать о том, какой уровень фактических напряжений будет соответствовать нормальному (непредельному) состоянию при наиболее часто реализующихся условиях эксплуатации.

Например, нормы проектирования железобетонных конструкций построены на идее рассмотрения предельного состояния сечения, когда вследствие пластической деформации арматуры сжимающие напряжения в бетоне достигли предельного значения [13]. Но в нормальных условиях эта гипотеза А.Ф. Лолейта не выполняется, и реализуется совершенно другая картина напряженного состояния. Именно она должна быть положена в основу изучения реологических процессов, таких, например, как ползучесть.

Наиболее часто реализующиеся условия эксплуатации чаще всего определяют и долговечность конструкции. Но с точки зрения предельного анализа почти равноправными могут оказаться конструкция плотины, обычный уровень нагружения которой не очень далек от предельно допустимого [14] (например, он составляет 80 % расчетного), и конструкция дымовой трубы, у которой практически отсутствует расчетная нагрузка, а обычное нагружение соответствует, например, 15 % расчетного.

Если же фиксировать внимание на системе частных коэффициентов надежности, то увидим, что произошла замена одного общего коэффициента запаса произведением нескольких (частных) коэффициентов, каждый из которых связан с определенной стороной проблемы безопасности – характером нагрузки, свойствами материала, степенью ответственности объекта и т. п. Эта составляющая метода предельных состояний привела к активным исследованиям указанных коэффициентов и развитию норм проектирования [15]. Именно детализация в применении комбинации частных коэффициентов надежности обеспечивает (точнее, должна обеспечивать) ситуацию равной вероятности реализации предельного состояния рассмотренных выше двух объектов, обычное состояние которых резко отличается степенью близости к предельному.

Но и здесь имеется определенная неувязка, поскольку мы можем полагаться на равнонадежность только по отношению к тем факторам (например, внешним воздействиям), которые были приняты во внимание при проектировании и статистические характеристики которых использованы при назначении расчетных коэффициентов метода. И в случае некоторого не предусмотренного проектом (и нормами) случайного возмущения вероятность исчерпания 20 % запаса в первом случае намного выше, чем исчерпание 85 % запаса во втором.

Во второй половине XX века были выполнены многочисленные работы, посвященные становлению и совершенствованию вероятностных методов, таким образом, шла работа по подготовке перехода к следующему этапу развития расчетов конструкций – непосредственной расчетной оценке надежности конструкций. Однако при этом установилась традиция отождествлять надежность только с безотказностью, и это стало почти стандартом в работах как отечественных [16–21], так и зарубежных [22–30] исследователей. Основное внимание уделяется первому предельному состоянию, по причине того, что для него проще определить условие безотказности.

Вероятностные методы начали проникать и в нормативную документацию, в частности, можно сослаться на Еврокод [11] или нормы Украины [31]. Начали широко использоваться методы риск-анализа, по сути развивающие понятие предельного состояния и расширяющие область анализа поведения конструкций и на запредельные состояния [32].

На один из важных аспектов вероятностного расчета, а именно на проблему оценки отмеченного выше различия в возможной степени уязвимости конструкций, которая присуща «обычному уровню нагруженности», нацелено дальнейшее изложение.

Постановка задачи

Итак, помимо четко предсказуемых нагрузок и воздействий всегда существует возможность реализации некоторого непредусмотренного ни нормативными документами, ни прогнозом проектировщика случайного воздействия на объект проектирования. Причем в этом контексте понятие «воздействие» понимается очень широко и включает в себя такие события, как грубый брак, ошибка персонала, необычное для данной местности природное явление и т. п., одним словом, форс-мажорные ситуации, которые ведут к существенным последствиям. Эти воздействия, безусловно, не являются массовыми, и поэтому затруднен их статистический анализ, а также учет их влияния в вероятностном анализе надежности. Возможная правдоподобная гипотеза вероятностного типа состоит в том, что их реализация равновероятна в течение времени и что они являются весьма редкими явлениями. Они настолько редки, что обычно не попадают в ту выборку, на основе которой определяются статистические параметры (рис. 1), или же вообще не имеют вероятностной природы. Американский экономист Николас Талеб [33] назвал подобные

события «черными лебедями»[1]. С точки зрения этих форс-мажорных событий важной характеристикой объекта проектирования является его уязвимость.

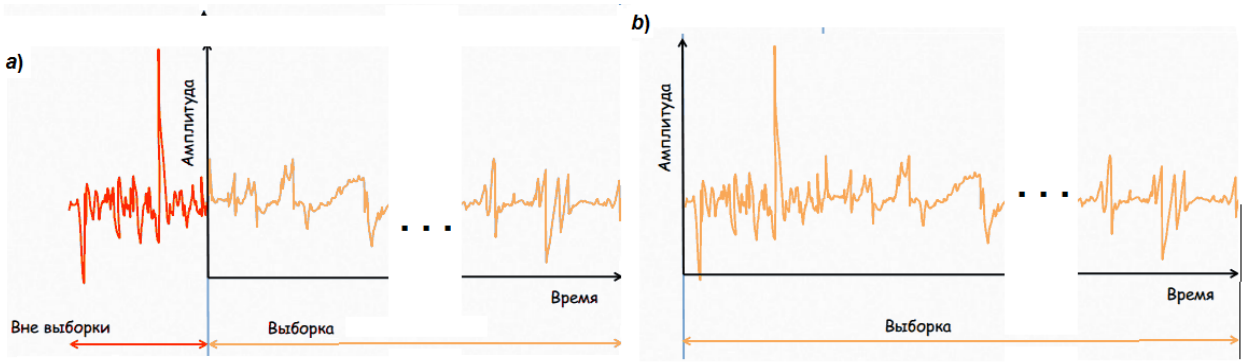


Рисунок 1. К вероятностной оценке очень редких событий

Уязвимость — это параметр, характеризующий возможность нанесения рассматриваемой системе повреждений любой природы теми или иными внешними средствами или факторами. Уязвимость неразрывно связана с известной характеристикой «живучесть» и с дополнительно предлагаемой характеристикой «мобилизованность».

Если, как обычно считается, живучесть является в некотором смысле пространственной характеристикой, показывающей, как локальное возмущение распространяется по пространству системы и может ли это локальное разрушение получить непропорционально большое развитие вширь [34], то в качестве мобилизованности будем рассматривать временну́ю характеристику, показывающую, насколько система готова и способна среагировать на локальное во времени (импульсное) неожиданное возмущение. В обоих случаях возмущение может быть достаточно сильным, чтобы было необходимо считаться с его последствиями, а природа его такова, что предсказать момент и место появления, а также другие количественные характеристики не представляется возможным. Воздействия такого типа в Еврокоде-1-7 [35] относятся к категории неустановленных (unidentified actions).

Заметное отсутствие мобилизованности конструкции, как и недостаточная живучесть, должны служить поводом к повышенному вниманию и использованию некоторых защитных мероприятий. Можно, конечно, повысить уровень прямой защиты такой конструкции, вводя некоторые дополнительные коэффициенты надежности, которые уже точно следует называть коэффициентами незнания (так в прошлом веке было принято говорить о коэффициентах запаса), но вряд ли такой путь является продуктивным. Все же основой стратегии защиты должны стать косвенные меры предупредительного характера, такие как усиленный контроль, или же конструктивные решения.

Из малой вероятности реализации возможного возмущения следует, что проверке подлежит поведение конструкции, на которую действуют только постоянные нагрузки и некоторая наиболее вероятная часть временных нагрузок (например, их средние значения), и следует оценивать уровень мобилизованности. Так, в производственных зданиях усилия в колоннах, вызванные постоянными и длительными нагрузками, редко превышают 15–20 %, и поэтому даже вывод колонны из строя (например, вследствие взрыва) не обязательно должен привести к обрушению всего здания, поскольку при хорошей пространственной развязке 20%-ю нагрузку вместо выбывшего из строя элемента способны нести соседние элементы каркаса. А в офисных, жилых и общественных зданиях усилия от собственного веса несущих и ограждающих конструкций, а также от действия длительной части полезных нагрузок составляют 70–80 % от уровня несущей способности, и здесь уже трудно ожидать такого же эффекта.

[1] Ювенал говорил: "rara avis in terris nigroque simillima cygno" (лат.) – «хороший человек так же редок, как черный лебедь», поскольку существовала гипотеза о том, что все лебеди белые. Это было верно, пока в 1697 г. не был обнаружен черный австралийский лебедь.

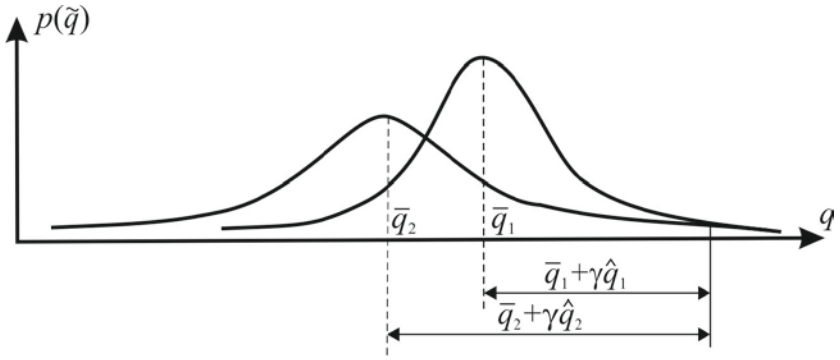


Рисунок 2. Плотности распределения двух нагрузок

Следует заметить, что различия в мобилизованности могут никак не сказаться на вероятности отказа конструкции, если иметь в виду только те воздействия, которые прямо учтены проектом. Действительно, легко представить (рис. 2), что если на две конструкции действуют нагрузки с различными значениями математически ожиданий $\overline{q}_1$ и $\overline{q}_2 < \overline{q}_1$, но среднеквадратичные отклонения у них таковы, что $\hat{q}_2 > \hat{q}_1$, то расчетные значения таких нагрузок могут оказаться одинаковыми и получат одинаковый индекс надежности γ (запас надежности, измеренный в среднеквадратичных отклонениях), и одинаковой будет вероятность отказа (здесь и далее система обозначений параметров случайных величин и случайных процессов принята по [8], где для случайной величины используется обозначение $\tilde{x}$, для ее математического ожидания – $\overline{x}$, для дисперсии – $\hat{x}$, а для стандарта – $\hat{x}$).

Эта ситуация является в достаточной мере типичной, если полагать, что нагружение q_1 связано с одной временной нагрузкой, а нагружение q_2 включает в себя много (например, *n*) различных временных нагрузок. Действительно, дисперсии компонентов, входящих в комбинированное нагружение, суммируются, и если для простоты предположить, что дисперсии всех упомянутых нагрузок одинаковы и равны $\hat{q}_1 = \sigma^2$, то будем иметь $\hat{q}_n = n\hat{q}_1$.

Если обратиться к описанию картины во времени и учесть, что возмущение может реализоваться в любой момент времени, то здесь важную роль начинает играть вероятность совпадения возмущения с тем или иным значением нагрузки, которая меняется во времени по случайному закону (рис. 3).

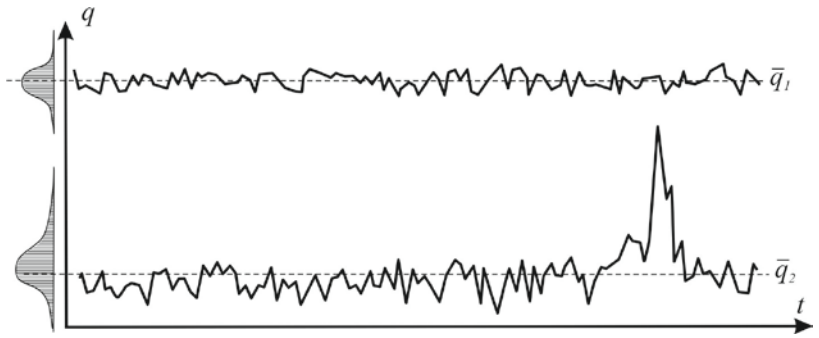


Рисунок 3. Характерные случайные процессы

Здесь важной характеристикой системы является эффективная частота случайного процесса $\tilde{q}(t)$, которым является действующая нагрузка. Эта частота равна средней частоте пересечения среднего уровня нагрузки $\overline{q}$ и для нормального стационарного процесса определяется по формуле:

$$\omega_{ef} = 2\pi\sqrt{\frac{\hat{\dot{q}}}{\hat{q}}}, \qquad (1)$$

где $\dot{\hat{q}}, \hat{q}$ — дисперсия скорости процесса и дисперсия его ординат. Эффективный период $T_{ef} = 2\pi/\omega_{ef}$ определяет среднее время между этими пересечениями.

Знание эффективной частоты открывает возможность для определения частоты выбросов случайного процесса за нормированный уровень γ за время t, в частности, при нормальном распределении ординаты процесса, по известной формуле

$$\nu_+(\gamma,t) = \frac{1}{2\pi}\omega_{ef} \cdot t \cdot exp\left(-\frac{\gamma^2}{2}\right). \quad (2)$$

Вычисление мобилизованности

Очевидно, что мобилизованность конструкции повышается как с увеличением индекса надежности γ (числа стандартов, отделяющих среднее значение нагрузки от ее расчетного значения), так и с увеличением промежутка времени T_γ между выбросами нагрузочного процесса за уровень расчетного значения. Поэтому предлагается в качестве меры мобилизованности в первом приближении принять величину

$$\mu = \gamma\left(T_\gamma / T_s\right), \quad (3)$$

где T_s – расчетный срок эксплуатации сооружения.

Для нормального случайного процесса величина T_γ определяется формулой

$$T_\gamma = \frac{1}{\nu_+(\gamma)} = \frac{2\pi}{\omega_{ef}} \cdot exp\frac{\gamma^2}{2}, \quad (4)$$

следовательно, в этом случае

$$\mu = \frac{2\pi\gamma}{\omega_{ef} T_S} \cdot exp\frac{\gamma^2}{2}. \quad (5)$$

В таблице приведены сведения об уровне мобилизованности некоторых нагрузок при сроке эксплуатации, равном 50 годам. Параметры вероятностного описания нагрузок приняты по данным [21].

Таблица. Оценка мобилизованности конструкций

Нагрузка		$\overline{q}$, Па	*V*	γ	ω	ν_+, 1/год	T_γ, лет	μ
Постоянная			0,10			0	∞	∞
Снеговая	I р-н	163,6	1,60	2,058	0,141 1/с	0,4114	2,43	0,100
	II р-н	343,8	1,26	1,496	0,095 1/с	0,3175	3,15	0,094
	III р-н	631,0	0,92	1,256	0,073 1/с	0,2600	3,85	0,096
Ветровая	I р-н	8,6	1,814	20,130	6,58 1/с	$1{,}151\cdot10^{-2}$	86,8	34,946
	II р-н	14,6	1,781	15,600	5,16 1/с	$3{,}551\cdot10^{-2}$	28,2	8,798
	III р-н	22,3	1,731	13,210	5,42 1/с	$7{,}456\cdot10^{-2}$	13,4	3,540
Вертикаль-ная крановая	Вар-т 1			5,645	106,8 1/ч	$1{,}79\cdot10^{-2}$	55,8	6,300
	Вар-т 2			5,274	106,8 1/ч	$1{,}36\cdot10^{-1}$	7,4	0,780
	Вар-т 3			7,100	106,8 1/ч	$3{,}00\cdot10^{-7}$	$3{,}32\cdot10^{6}$	471440
	Вар-т 4			6,730	106,8 1/ч	$3{,}88\cdot10^{-6}$	$2{,}58\cdot10^{5}$	34726,8

V – коэффициент вариации, ν_+ – среднегодовое число выбросов за расчетный уровень нагрузок

Из этой таблицы видно, насколько различными могут быть значения μ у нагрузок, которые мы полагаем в некотором смысле равноценными, поскольку все они нормами проектирования отнесены к одному классу временных нагрузок.

На практике редко встречаются конструкции, подверженные действию только одной нагрузки, чаще всего используется расчетная комбинация нагрузок, которую мы будем полагать суммой стационарных случайных процессов:

$$\tilde{q}_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} c_i \tilde{q}_i , \tag{6}$$

где коэффициенты влияния c_i переводят значения нагрузок в компоненты расчетного усилия или напряжения.

Математическое ожидание и стандарт суммарной нагрузки определятся как

$$\overline{q}_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} c_i \overline{q}_i \; ; \;\; \hat{q}_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(c_i \overline{q}_i V_i \right)^2} \; . \tag{7}$$

Если составляющие этой суммы не коррелируют между собой, то, следуя рассуждениям В.В. Болотина [37], будем иметь для эффективной частоты суммарной нагрузки

$$\omega_\Sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n} \left(\omega_i c_i \overline{q}_i V_i \right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(c_i \overline{q}_i V_i \right)^2}} \; . \tag{8}$$

Числовые характеристики суммарного усилия согласно формулам (7):

$$\overline{q}_\Sigma = 15{,}12+163{,}6+14{,}6=193{,}3 \; ;$$

$$\hat{q}_\Sigma = \sqrt{(15{,}2\times 0{,}1)^2 + (163{,}6\times 1{,}6)^2 + (14{,}6\times 1{,}78)^2} = 263{,}0.$$

Принимая во внимание расчетное значение суммарного усилия

$$q_\Sigma^p = 19+700+420=1139 \; ,$$

определим его нормированное отклонение:

$$\gamma_\Sigma = \frac{q_\Sigma^p - \overline{q}_\Sigma}{\hat{q}_\Sigma} = \frac{1139\text{-}193{,}3}{263{,}0} = 3{,}60.$$

По формуле (8) вычисляем эффективную частоту суммарного воздействия, используя вероятностные параметры нагрузок из таблицы 1:

$$\omega_\Sigma = \sqrt{\frac{(0{,}141\times 163{,}6\times 1{,}6)^2 + (5{,}16\times 14{,}6\times 1{,}78)^2}{(15{,}2\times 0{,}1)^2 + (163{,}6\times 1{,}6)^2 + (14{,}6\times 1{,}78)^2}} = 0{,}529 \;\; \text{1/сутки}.$$

Годичную частоту выбросов определяем по формуле (2), принимая во внимание среднюю продолжительность зимнего периода $t_з = 145$ суток и вводя в знаменатель коэффициент широкополосности $\beta_\omega = 3$, учитывающий многочастотность суммарного случайного процесса [21]:

$$\nu_\Sigma (\gamma_\Sigma, t_з) = \frac{0{,}529\times 145 \cdot exp\left(-0{,}5\times 3{,}6^2\right)}{3\times 2\pi} = 0{,}00623 \;\; \text{1/год}.$$

Полученный период повторяемости выбросов $T_\Sigma = 1/\nu_\Sigma = 160{,}5$ лет намного превышает период повторяемости взятых порознь снеговой и ветровой загрузок, то же самое относится к величине $\mu = 11{,}56$.

Необходимо отметить, что значение мобилизованности характеризует не конструкцию в целом, а ее отдельный элемент (сечение). Подобно оценке надежности, минимальное из значений этой характеристики можно отнести к конструкции в целом (схема слабого звена).

О реальной обеспеченности расчетных нагрузок

Необходимо отметить, что вычисление мобилизованности требует более тщательной оценки статистических свойств действующих на сооружение нагрузок, и коэффициент γ ни в коем случае не следует отождествлять с известным из норм коэффициентом надежности по нагрузке γ_f. Последний учитывает далеко не все факторы, определяющие реальную картину изменения нагрузок во времени. Так, например, для крановой нагрузки СНиП дает значение $\gamma_f = 1{,}1$, что сильно отличается от данных таблицы 1. И дело не только в том, что коэффициент надежности по нагрузке γ_f связан с переходом от нормативного (характеристического) значения к расчетному, а коэффициент γ определяет переход от среднего значения к расчетному.

Более важным является то обстоятельство, что нормируемые величины γ_f определены для нагрузки вообще и не учитывают целого ряда дополнительных случайных параметров, появляющихся при анализе способа реализации такой нагрузки в определенной конструкции.

Так, например, для крановой нагрузки [38] важным может быть такой фактор, как вероятность конкретного положения на линии влияния, когда может реализоваться расчетное усилие в конструкции. Если же учитывать совместное действие нескольких кранов, то оказывается, что вероятность совпадения их расчетных позиций еще меньше, что резко снижает средний уровень усилия в конструкции.

Другой пример – действие ветровой нагрузки на башенное сооружение. Здесь появление расчетного значения усилия в каком-нибудь элементе конструкции связано со случайным направлением ветра. Кроме того, приведенная в нормах картина распределения ветрового напора по высоте является некой огибающей реальных реализаций скорости ветра и имеет вероятность реализации, далеко не равную единице.

Рисунок 4, заимствованный из работы [39], показывает несколько зарегистрированных профилей ветра и иллюстрирует разнообразие возможных форм распределения средних скоростей ветра по высоте.

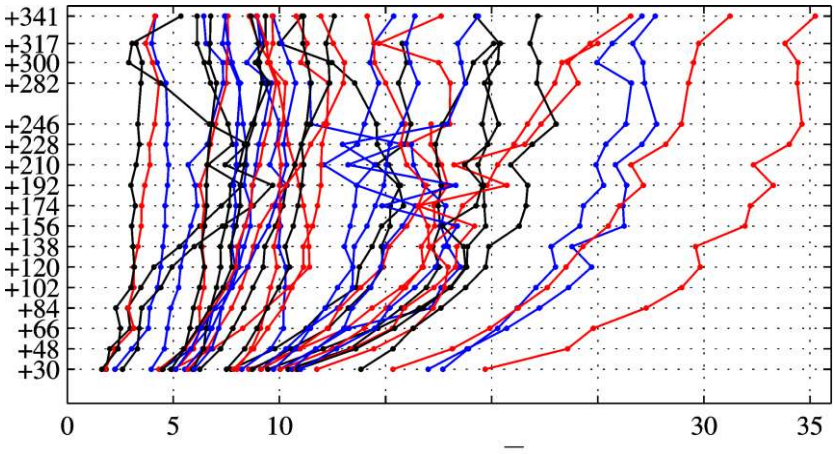


Рисунок 4. Измеренные профили средних скоростей ветра [39]

Неслучайно мировая история высотного строительства не знает случаев обрушения башен от действия ветровой нагрузки (исключением являются торнадо и сочетание ветра с гололедом, и относится в основном к мачтам на оттяжках).

Упомянутые особенности реального нагружения конструкций в весьма малой степени учитываются значениями коэффициентов сочетаний нагрузок, которые также подсчитаны для нагрузок вообще. Конечно, неучет целого ряда реальных неопределенностей является дополнительным фактором надежности проектируемых конструкций. Но поскольку упомянутые факторы сильно разнятся (и по набору, и по значениям) для конструкций различного типа, то мы отходим от одного из основных принципов нормирования – обеспечения равнонадежности конструкций одинаковой степени ответственности, независимо от материала, из которого они изготовлены, и прочих условий, характеризующих конкретный объект проектирования.

Выводы

Предлагаемая новая характеристика уязвимости строительных конструкций может рассматриваться как уточнение обычного набора параметров надежности, в некотором смысле распространение идеологии живучести [31] на поведение системы во времени. Мобилизованность как характеристика процесса нагружения конструкции и ее способности к восприятию внезапного возмущения может служить, по-видимому, основой для принятия проектных и организационных решений, в особенности для сооружений повышенного уровня ответственности.

Нуждается в дальнейшем изучении вопрос о выборе удобного способа измерения мобилизованности. Соответствующая мера может быть сконструирована на основе сопоставления с хорошо зарекомендовавшими себя проектными решениями. Возможен также подход, основанный на соглашении о параметрах некоторого стандартизованного тестового возмущения (различного для разных типов сооружений). Примером может служить рекомендация пункта 3.3(2) из EN 1991-1-7 [27] о проверке живучести системы путем использовании гипотетической нагрузки 34 кН/м^2, которая прикладывается в любом направлении к ключевому элементу здания и является моделью аварийного воздействия [40].

Литература

1. Kurrer K.-E. The Hystory of the Theory of Structures. Berlin: Ernst & Sohn Verlag für Architecktur und techniche Wissenschaften, 2012. 848 p.
2. Перельмутер А.В. Беседы о строительной механике. М.: Изд-во АСВ, 2014. 252 с.
3. Maier M. Die Sicherkeit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkaften anstatt nach zulassigen Spannungen. Berlin: Springer Verlag, 1926. 73 p.
4. Mayer M. Die Sicherheit der Bauwerte und ihre Berechning nach Granzkraften statt nach zulassigen Spannungen. Berlin: Springer Verlag, 1926. Pp. 111–126.
5. Хоциалов Н.Ф. Запасы прочности // Строительная промышленность. 1929. №10. С. 840–844.
6. Стрелецкий Н.С. Основы статистического учета коэффициента запаса прочности сооружений. М.: Стройиздат, 1947. 92 с.
7. Plot M.Nor sur la nation de coefficient de securite // Annals des points et chausses. 1936. Vol. II. Fase 7.
8. Wierzbicki W. Safety of Structures as a Probability Problem. Warsaw: Przeglad Techniezny, 1936. 690 p.
9. Freudenthal A.M. The safety of Structures // Transactions of ASCE. 1947. Vol. 112. No.1. Pp. 125–180.
10. Балдин В.А., Гольденблат И.И., Коченов В.И., Пильдиш М.Я., Таль К.Э. Расчет строительных конструкций по предельным состояниям. М.: Стройиздат, 1951. 272 с.
11. EN 1990:2001. Eurocode. Basis of structural design. Brussels: CEN, 2002. 89 p.
12. Материалы Международного совещания по расчету строительных конструкций, Москва, декабрь 1958. АСиА СССР. М.: Госстройиздат, 1961. 260 с.
13. Лолейт А.Ф. О подборе сечений железобетонных элементов по критическим усилиям. М.–Л.: Госстройиздат, 1933. 68 с.
14. Стефанишин Д.В., Штильман В.Б. К оценке вероятности перелива воды через гребень плотины // Инженерно-строительный журнал. 2012. №9(35). С. 70–78.
15. Кикин А.И., Васильев А.А., Кошутин Б.Н., Уваров Б.Ю., Вольберг Ю.Л. Повышение долговечности конструкций промышленных зданий. 2-е изд. М.: Стройиздат, 1984. 302 с.
16. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. 239 с.
17. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М.: Стройиздат, 1982. 351 с.
18. Тимашев С.А. Надежность больших механических систем. М.: Наука, 1982. 184 с.
19. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений. М.: Изд-во АСВ, 2010. 384 с.
20. Чирков В.П. Вопросы надежности механических систем. М.: Знание, 1981. 121 с.
21. Пичугин С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий. М.: Изд-во АСВ, 2011. 456 с.

22. Benjamin J.R. Cornell C.A. Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers. New York: McGraw-Hill, 1970. 684 p.
23. Thoft-Christensen P., Baker M.J. Structural reliability theory and its applications. Berlin: Springer, 1982. 267 p.
24. Augusti G., Baratta A., Casciati F. Probabilistic methods in structural engineering. London: Chapman & Hall, 1984. 583 p.
25. Madsen H.O., Krenk S., Lind N.C. Methods of structural safety. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1986. 312 p.
26. Ditlevsen O., Madsen H. Structural reliability methods. Chichester: John Wiley, 1996. 372 p.
27. Elishakoff I. Probabilistic Theory of Structures. NewYork: Dover Publications, 1999. 502 p.
28. Melchers R. Structural reliability Analysis and prediction. Chichester: Ellis Horwood Wiley, 1999. 416 p.
29. Todinov M.T. Reliability and risk models: setting reliability requirements. New York: John Wiley, 2005. 322 p.
30. Ang A. H-S., Tang W.H. Probability Concepts in Engineering Planning and Design. New York: John Wiley, 1975. 368 p.
31. Перельмутер А.В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во АСВ, 2007. 256 с.
32. Исхаков Ш.Ш., Ковалев Ф.Е., Васкевич В.М., Рыжиков В.Ю. Оценка надёжности эксплуатации зданий и сооружений по методикам возникновения риска их неработоспособных состояний // Инженерно-строительный журнал. 2012. №7(33). С. 76–88.
33. Nassim Nicholas Taleb. The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable. New York: Random House, 2007. 400 p.
34. Перельмутер А.В., Криксунов Э.З., Мосина Н.В. Реализация расчета монолитных жилых зданий на прогрессирующее (лавинообразное) обрушение в среде вычислительного комплекса SCAD Office // Инженерно-строительный журнал. 2009. №2(4) С. 13–18.
35. EN 1991-1-7: Eurocode 1: Actions on structures. Part 1-7: General actions. Accidental actions. Brussels: European Committee for Standartisation, 2006.
36. Ларионов В.В. Публичная техническая политика в строительстве // Промышленное и гражданское строительство. 2004. №5. С. 11–12.
37. Болотин В.В. О сочетании случайных нагрузок, действующих на сооружение // Строительная механика и расчет сооружений. 1962. №2. С. 1–5.
38. Пичугин С.Ф. Крановые нагрузки на строительные конструкции. Полтава: ООО «АСМИ», 2014. 504 с.
39. Clobes M., Willecke A., Peil U. Classification of measured wind profiles using neural networks // Proceedings of the Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2010), Chapel Hill, North Carolina, USA. May 23-27, 2010.
40. Gulvanessian H., Calgaro J-A., Formichi P., Harding G. Designers' guide to Eurocode 1: Actions on buildings: EN 1991-1-1, 1991-1-3 and 1991-1-5 to 1-7. London: Thomas Telford Publishing, 2009. 312 p.

Анатолий Викторович Перельмутер, г. Киев, Украина
Тел. раб.: +3(8050)382-16-25; эл. почта: avp@scadsoft.com

Сергей Федорович Пичугин, г. Полтава, Украина
Тел. раб.: +3(8050)591-77-28; эл. почта: pichugin_sf@mail.ru

© Перельмутер А.В., Пичугин С.Ф., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.2

Учет изменений расчетной схемы при анализе работы конструкции

К.т.н., профессор О. В. Кабанцев,
д.т.н., профессор А. Г. Тамразян,
Московский государственный строительный университет

Аннотация. Традиционные расчетные технологии базируются на выполнении статических расчетов при неизменных параметрах расчетной схемы, что является существенным упрощением, и не учитывают весьма важные (а в отдельных случаях ключевые) ситуации, связанные с изменением расчетной модели в течение жизненного цикла здания. Задача исследования заключалась в анализе различных процессов, приводящих к изменениям расчетной схемы конструкции, как в режиме возведения сооружения, так и в эксплуатационных режимах.

По результатам исследования разработаны общие принципы моделирования и расчетный инструментарий (набор основных элементарных операций), позволяющие выполнить учет изменения расчетной модели с поэтапным отслеживанием НДС системы несущих конструкций. Выполнен анализ процесса изменения расчетной схемы в режиме возведения при различных методах монтажа конструкций. Исследована расчетная ситуация, соответствующая технологии монтажа методом наращивания конструкции, и обоснована необходимость учета изменения исходных геометрических параметров элементов расчетной схемы. Обосновано применение расчетных инструментов при моделировании изменений расчетной схемы для различных процессов строительного и эксплуатационного периодов работы конструкций. Представлены предложения по выполнению расчетного анализа в рамках расчетного эксперимента для ситуации деградации конструкции, связанной с различными причинами (износ, коррозия, микро- и макроразрушения под нагрузкой и т. п.).

Результаты исследований могут быть применены в расчетном анализе строительных систем, отдельных конструкций и опытных образцов с целью адекватного учета изменения расчетной схемы.

Ключевые слова: моделирование; несущие конструкции; напряженно-деформированное состояние; расчетный прогноз; расчетная технология; расчетная модель; модель внешних связей; модель воздействия

Введение

Сложившаяся практика расчетного обоснования конструктивных решений зданий и сооружений базируется на выполнении статических расчетов в условиях неизменных основных параметров расчетной модели: набор элементов модели соответствует полной проектной расчетной схеме, геометрические и жесткостные характеристики постоянны в рамках процедуры одноэтапного расчета, модель внешних связей несущих конструкций с внешней средой и параметры каждого связевого элемента принимаются постоянными. Нагрузки на модель также принимаются неизменными. Более того, в рамках концепции «суперпозиции» нагрузки, сгруппированные в загружения, действуют независимо на исходную (недеформированную) расчетную схему.

Очевидно, что приведенные принципы традиционного расчетного обоснования основаны на существенных упрощениях реальной практики как строительного, так и эксплуатационного периодов существования конструкции, т. е. жизненного цикла сооружения.

Анализ простейших конструктивных схем (см., например, работы [1, 2]) показывает, что неучет истории формирования НДС конструкции может привести к искажению результатов расчетного прогноза. В работе [3] показано, что процессы, происходящие на стадии возведения сооружения, существенным образом влияют на формирование НДС рамно-связевых каркасов. В работах [4, 5] авторы показывают значение учета процессов монтажа сооружения в расчетах, говоря о том, что на стадиях возведения усилия в некоторых элементах могут значительно превосходить соответствующие усилия на эксплуатационной стадии, а также высказывают принципиальное положение о необходимости учета изменения механических свойств материалов конструкций в течение жизненного цикла здания.

За рубежом учету изменений параметров конструкций в процессе возведения посвящен ряд исследований. Так, в работах [6, 7, 8] анализируется процесс деформации колонн многоэтажных и

высотных железобетонных зданий в режиме возведения и обосновывается необходимость учитывать изменения исходных размеров элементов несущих конструкций в расчетном обосновании. В работе [9] представлены результаты поэтапного расчета деформаций консольных частей поперечного сечения мостовых конструкций, формирующихся при последовательном монтаже, в сопоставлении с данными мониторинга натурных мостовых конструкций, что свидетельствует о существенном повышении точности расчетного прогноза при использовании расчетной технологии, позволяющей отслеживать многоэтапное формирование НДС конструкции. Особенностям моделирования НДС мостовых конструкций с учетом изменения их параметров вследствие процедур возведения посвящена работа [10], результаты которой свидетельствуют о необходимости отслеживания в рамках расчетной технологии поэтапного изменения характеристик элементов конструктивной системы. В работе [11] предложены некоторые подходы к численному моделированию процесса поэтапного изменения элементов расчетной модели конструкций, учитывающие процесс монтажа.

В целом, основное внимание авторы публикаций уделяют вопросу учета в расчетах непосредственно процедуры возведения несущих конструкций сооружения, как наиболее очевидного процесса изменения расчетной схемы несущих конструкций.

Постановка задачи

Анализ различных видов изменения расчетной схемы несущих конструкций в течение жизненного цикла сооружения показывает, что можно выделить как минимум четыре основных режима работы конструкции:

- режим возведения здания;
- режим основного эксплуатационного периода;
- режимы особых условий эксплуатационного периода, которых также может быть несколько: случаи сейсмических и других аварийных воздействий на здание (ветровые воздействия в виде смерча, урагана и др.);
- случаи изменения физико-механических свойств грунтового основания (обводнение грунтов, возникновение карстово-суффозионных явлений, просадочности грунтов и т. п.).

Каждый из таких режимов может состоять из нескольких этапов.

В многоэтапном режиме возведения существенные особенности в процесс формирования и перераспределения усилий (напряжений) в системе несущих конструкций вносят элементы повышенной жесткости. Результаты исследования этого явления представлены в работе [12], в которой на специально разработанных тестовых примерах и на примерах расчетов реальных объектов показаны эффекты влияния жестких конструкций здания на распределение усилий в несущей системе сооружения. В отдельных случаях (для зданий повышенной этажности с устройством в средней и верхней зонах жестких этажей противопожарных убежищ) расчет по традиционной технологии приводит к нарастанию отклонения от логичного и ожидаемого результата вплоть до возникновения «растянутых» колонн. Учет многоэтапного замыкания системы несущих конструкций в режиме возведения сооружения приводит к результатам, хорошо согласующимся с инженерной практикой – в вертикальных несущих конструкциях многоэтажных зданий под нагрузками собственного веса усилий растяжения не возникает.

Режим основного эксплуатационного периода может быть охарактеризован как режим с полностью готовой системой несущих конструкций, геометрические и жесткостные параметры которой соответствуют проектному решению (с учетом корректив, вносимых на этапе возведения конструкции). Модель воздействия определяется действующими нормами.

Однако модель внешних связей существенным образом зависит от вида воздействия: для длительно действующих нагрузок деформационные свойства внешних связей здания с основанием определяются модулем деформации грунтов, для кратковременных воздействий (например, ветровых) – модулем упругости грунтов. Хорошо известно, что величины модулей деформации и упругости грунтов различаются в 5 и более раз. Особенности формирования и изменения модели внешних связей в основной эксплуатационный период представлены в работе [13]. Показано, что в рамках традиционной расчетной технологии (т. е. при неизменных параметрах расчетной модели) результаты расчета и деформаций системы несущих конструкций и параметров отклика сооружения на динамические воздействия имеют радикальные отличия от результатов расчета несущих систем с учетом детализации внешних связей на различных этапах работы сооружения.

Инженерная практика показывает, что реальные условия участка строительства могут определять существенно более сложные ситуации, в рамках которых происходит радикальное изменение роли конструктивного элемента, входящего в состав системы несущих конструкций сооружения. Например, сваи, выступающие в режиме основного эксплуатационного периода в качестве элементов внешних связей и обеспечивающие передачу нагрузок от здания на основание, могут (в случае формирования оползневого давления, т. е. в особом режиме эксплуатационного периода) выполнять функцию нагрузочного элемента и передавать на систему несущих конструкций здания нагрузочный эффект от воспринимаемого сваями давления грунта. Существующими традиционными методами выполнить расчет, адекватно отражающий столь существенное изменение расчетной модели, не представляется возможным. Указанная проблема детально исследована в работе [14].

В целом, из практики проектирования и строительства промышленных, транспортных и иных сооружений известны многочисленные примеры изменения расчетной схемы конструкции в процессе ее монтажа и эксплуатации (см., например, монографию [15]).

Физически нелинейный характер работы основного материала строительных конструкций – железобетона – также генерирует процесс изменения расчетной схемы конструкции вследствие изменения приведенной жесткости железобетонного конструктивного элемента (формирование зон трещинообразования, реализация в конструкции явлений ползучести и т. п.). Анализу физической нелинейности железобетона посвящены многочисленные работы таких авторов, как О.Я. Берг, В.М. Бондаренко, А.А. Гвоздев, Н.И. Карпенко и др., по результатам исследований которых в действующие нормы внесены положения по редуцированию начального модуля упругости бетона. Очевидно, что необходимо учитывать изменение жесткости отдельных элементов железобетонной конструкции в процессе нагружения или во времени при моделировании ее работы.

Общие принципы моделирования поэтапного учета изменений расчетной модели

Реальная картина формирования НДС несущих конструкций с учетом основных влияющих на этот процесс факторов (история возведения и нагружения, изменения модели внешних связей, изменение жесткостных параметров конструктивных элементов в процессе нагружения и во времени) определяют необходимость сформулировать общие принципы моделирования этого процесса.

Весь объем процедур, определяющих процесс изменения расчетной схемы конструкции, можно представить в виде набора следующих базовых элементарных операций (расчетных инструментов).

A. Нагружение системы известным воздействием, представляющим собой набор заданных нагрузок, дислокаций и температурных воздействий.

B. Установка внешней связи в узле системы, запрещающей изменение определенного перемещения или поворота. Необходимо отметить, что речь идет именно о запрете дальнейшего (на последующих стадиях) изменения перемещения, а не об обнулении его величины.

C. Установка внутренней связи между узлами системы, запрещающей изменение определенного взаимного перемещения или поворота этих узлов (в том числе и задание объединения перемещений). Здесь также речь идет о запрете дальнейших (на последующих стадиях) изменений взаимных перемещений.

D. Снятие внешней связи, когда меняется не только расчетная схема, но и НДС. Последнее происходит из-за того, что в общем случае удаляемая связь является напряженной, и перед изменением расчетной схемы необходимо обнулить усилие в удаляемой связи.

E. Снятие внутренней связи (отказ от объединения перемещений), когда меняется не только расчетная схема, но и НДС. Последнее происходит из-за того, что в общем случае удаляемая связь является напряженной, и перед изменением расчетной схемы необходимо обнулить усилие в удаляемой связи.

F. Монтаж элемента любого типа.

G. Демонтаж элемента (связан не только с изменением расчетной схемы, но и с необходимостью учета изменения НДС).

H. Изменение модуля упругости элемента для текущей и всех последующих стадий монтажа, с помощью чего можно моделировать процесс твердения бетона, формирования зон трещинообразования, ползучести материала и другие явления, ведущие к изменению жесткости элемента.

I. Назначение или изменение коэффициентов постели для текущей и всех последующих стадий монтажа.

Элементарная операция **F** – монтаж элемента любого типа – имеет ряд особенностей, которые влияют на формирование НДС расчетной модели. Существует несколько вариантов включения (монтажа) элемента в расчетную модель, из которых наиболее распространенными являются два приема, отображенные на рисунке 1.

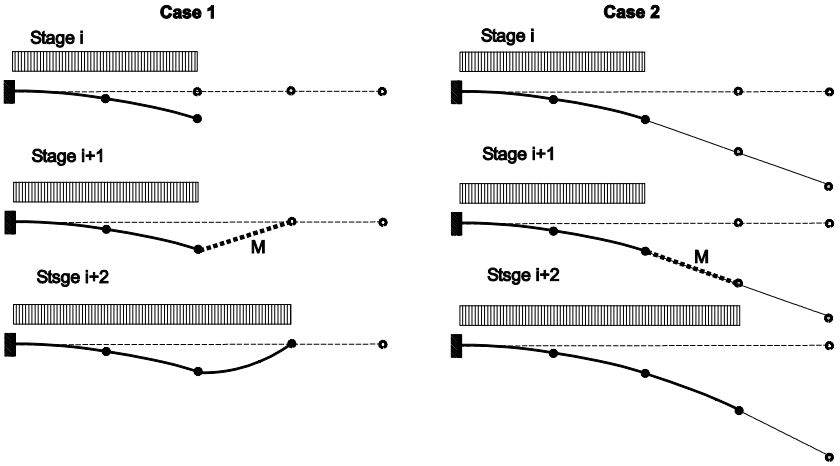


Рисунок 1. Два варианта включения элемента в состав расчетной модели

В первом случае рассматривается расчетная модель, состоящая из набора элементов, который соответствует рассматриваемому этапу работы конструкции. Нагрузки рассматриваемого этапа формируют НДС набора элементов модели. На следующем этапе к ранее принятому набору добавляется новая группа элементов (рис. 1, левая схема – группа «М»), включаемых в систему на этом этапе. Важнейшим условием включения новой группы элементов является их установка в проектное положение, т. е. узлы группы «М» устанавливаются в заранее определенное положение, а узлы, общие для группы «М» и ранее существовавших в модели элементов остаются в координатах, определяемых деформациями предыдущего этапа. Таким образом, рассматриваемая технология включения элемента в состав расчетной модели определяет необходимость корректировки его исходных параметров, например длины и проч.

Во втором случае рассматривается расчетная модель с полным набором элементов, часть из которых активирована (т. е. эти элементы входят в состав модели на рассматриваемом этапе жизни конструкции), оставшаяся часть деактивирована (путем снижения их жесткости умножением на значимый коэффициент, например, на 10^{-6}). При включении на определенном этапе элементов группы «М» в состав модели (рис. 1, правая схема) они активируются, но их положение не определяется исходными (проектными) координатами узлов. Метод активации не подразумевает корректировку исходных параметров включаемых элементов.

Технология включения элемента (группы элементов) в расчетную модель по первому методу соответствует наиболее распространенному типу возведения зданий по технологии поэтапного наращивания сооружения снизу вверх.

Метод наращивания предусматривает установку монтируемого элемента строго в проектное положение с компенсацией тем или иным способом деформации нижерасположенных конструкций. Напомним, что нагрузки от собственного веса для железобетонных конструкций (в отличие от стальных) являются весьма значимыми и составляют основную долю в общей величине нагрузок для зданий жилого и общественного назначения. Под действием нагрузок от смонтированных элементов происходит их деформирование, что требует корректировки геометрических размеров вертикальных конструкций для обеспечения установки последних в проектное положение (рис. 2).

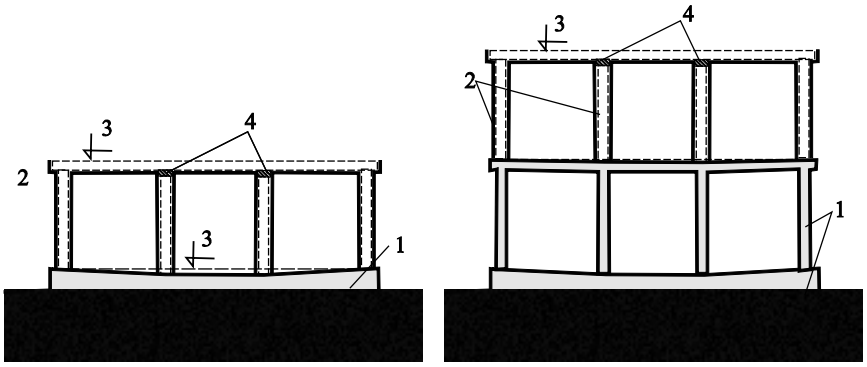


Рисунок 2. Схема изменения расчетной модели в процессе возведения:
1 – выполненная часть сооружения на этапе *n−1*;
2 – возводимая часть сооружения на этапе *n*;
3 – проектный уровень (отметка) установки конструкции на этапе *n*;
4 – приращение длины конструктивного элемента, вызванное деформациями ранее выполненных нижних ярусов конструкции.

Необходимо отметить, что приведенный на рисунке 2 пример технологии поэтапного наращивания здания приводит не только к приращению длины элементов конструкции в вертикальной плоскости, но и к горизонтальному смещению ярусов конструкции, т. е. отклонению оси здания от вертикали. Причиной перекосов могут быть и нерегулярность жесткостей здания в плане (локально расположенные жесткие узлы лестнично-лифтовых блоков), и неравномерные деформации основания сооружения. Компенсировать горизонтальные смещения ярусов, расположенных ниже уровня монтажа соответствующего этапа, практически невозможно, но учитывать их в расчете сооружения совершенно необходимо. Расчеты деформаций несущих конструкций в традиционной расчетной технологии формируют накопление ошибки, связанной с неизменяемыми геометрическими параметрами модели. При этом величина накопленной ошибки может существенно превысить приемлемые пределы и привести к недопустимому искажению расчетного деформированного состояния модели здания. Наибольшее значение учет изменения геометрии элементов системы несущих конструкций имеет для расчетного обоснования многоэтажных и высотных зданий с нерегулярным распределением жесткостей в плане и по вертикали. В работе [12] приведено сравнение расчетов величин деформаций и схемы деформирования несущих конструкций высотного дома жилого комплекса «Аквамарин» (г. Владивосток) от действия нагрузок собственного веса, выполненных в различных расчетных технологиях (рис. 3, 4).

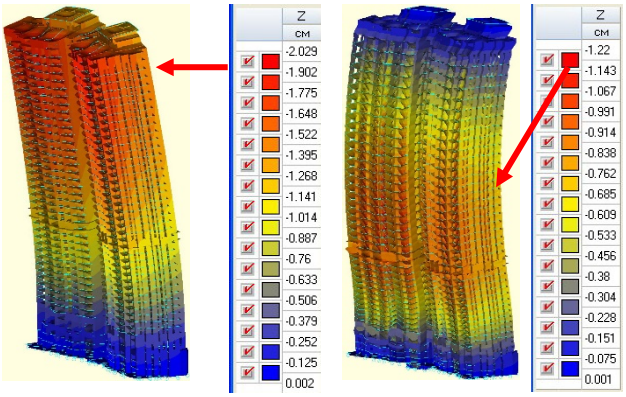


Рисунок 3. Высотный жилой комплекс «Аквамарин».
Результаты расчета вертикальных перемещений от нагрузок собственного веса (по Z) в традиционной расчетной технологии (слева) и в расчетной технологии, учитывающей поэтапное изменение расчетной модели (справа)

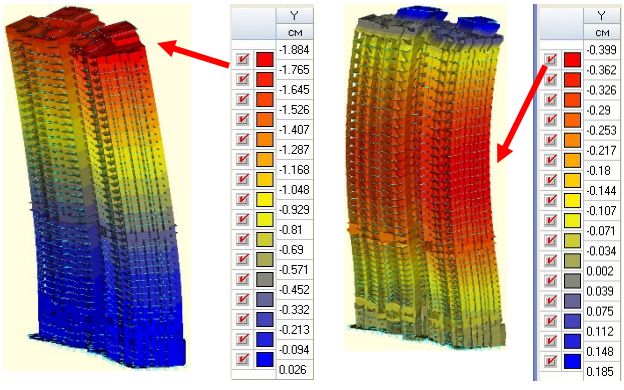


Рисунок 4. Высотный жилой комплекс «Аквамарин».
Результаты расчета перемещений от нагрузок собственного веса в поперечном направлении (по Y) в традиционной расчетной технологии (слева) и в расчетной технологии, учитывающей поэтапное изменение расчетной модели (справа)

Анализ результатов расчета перемещений от нагрузок собственного веса показывает, что в расчетной технологии, учитывающей поэтапное изменение расчетной модели, вертикальные деформации составляют 60 %, а горизонтальные перемещения в поперечном направлении – лишь 21 % от соответствующих результатов расчета в традиционной технологии.

Необходимо отметить различный принцип деформирования системы несущих конструкций многоэтажных и высотных зданий (при несимметричном распределении жесткостей в пределах этажа), определяемый по традиционной технологии расчета и по технологи с учетом поэтапного изменения геометрических параметров. Схема деформирования модели при учете изменения расчетной схемы в процессе возведения определяется максимальными значениями осевых деформаций колонн в средней части модели, что приводит к принципиально иному виду деформирования несущих конструкций здания.

В своих крайних проявлениях отклонения оси здания от вертикали могут привести к существенным проблемам. Так, в процессе строительно-монтажных работ по возведению несущих конструкций многоэтажного здания на юго-востоке Москвы начали формироваться значимые неравномерные деформации основания, что привело к нарастанию горизонтальных смещений этажей сооружения от проектного положения, в результате которого монтаж стандартного лифта в изогнутой шахте стал невозможен.

В сложившейся практике расчетного обоснования считается вполне допустимым не учитывать изменение геометрии расчетной модели на разных этапах существования (монтажа) конструкции. Однако, на наш взгляд, отказ от учета изменения геометрии (координат узлов) может привести к существенному снижению качества расчета, что следует из простого примера (рис. 5).

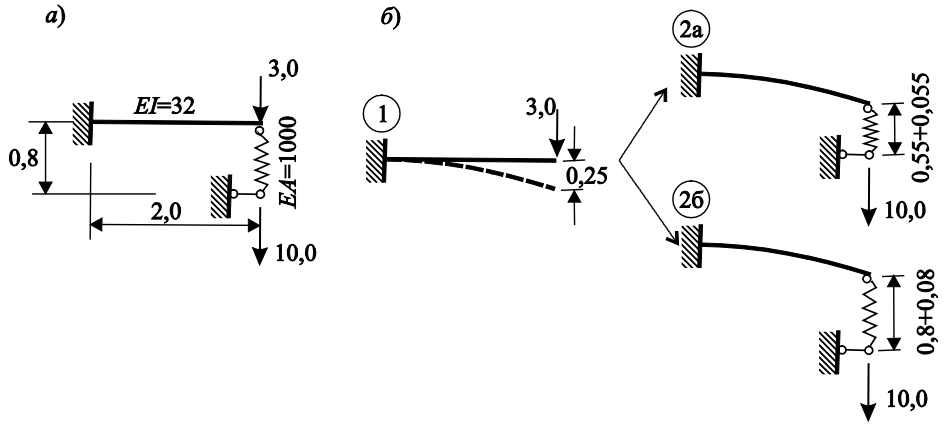


Рисунок 5. Роль изменения геометрии:
а – расчетная схема; б – этапы монтажа

Монтаж системы выполняется в два этапа: установка консольного стержня и подвеска пружины. На первом этапе конец консоли под действием действующей нагрузки 3,0 т получает прогиб

$$\Delta_{k,1} = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{3 \cdot 2^3}{3 \cdot 32} = 0{,}25 \text{ м}.$$

Реализацию второго этапа можно представить себе в двух вариантах.

Вариант 2а (рис. 5) предполагает, что пружина присоединяется одним концом к уже деформированной конструкции, а ее второй конец занимает проектное положение (для этого длина пружины должна быть изменена). Удлинение такой пружины под силой 10,0 т будет равно $\Delta_e = PL/(EA) = 10{,}0 \cdot 0{,}55 / 100{,}0 = 0{,}055$ м.

Вариант 2б использует пружину проектной длины, при этом положение нижнего узла пружины отличается от проектного. Удлинение такой пружины под силой 10,0 т будет равно $\Delta_e = PL/(EA) = 10{,}0 \cdot 0{,}80 / 100{,}0 = 0{,}08$ м.

Нетрудно вычислить значение перемещения нижнего конца пружины. В варианте 2а оно равняется 0,388 м, а в варианте 2б мы получаем значение 0,413 м.

Таким образом, приведенный пример однозначно показывает целесообразность, а в отдельных случаях и необходимость учета в расчетном анализе конструкции ситуации с изменением исходных параметров элементов расчетной схемы.

Очевидно, что малые величины изменения исходных (проектных) размеров элементов расчетной модели (за счет их накопления в системе) могут не только привести к изменению результатов расчетов, но и повлиять самым существенным образом на перераспределение усилий (напряжений) в системе несущих конструкций, что показано в работе [16].

Необходимо также отметить особенности элементарных операций **D** (снятие внешней связи) и **G** (демонтаж элемента): эти операции трактуются не как разрушение элемента/внешней связи, но как активное вмешательство в конструктивную систему, т. е. в модель. Примером может служить установка или удаление временных креплений ограждения котлована (грунтовых анкеров, распорной системы). В режиме строительного периода (при отрытом котловане) эти элементы формируют систему временных внешних связей, которая удаляется после возведения несущих конструкций сооружения. Таким образом, внешнее вмешательство в систему с удалением элементов/внешних связей (временные крепления разгружаются и демонтируются) приводит к новой схеме распределения усилий в несущих конструкциях.

В общем виде в рамках метода конечных элементов расчетная технология поэтапного отслеживания изменения основных параметров расчетной модели (геометрии, жесткостных параметров элементов модели и связей, нагружения и деформирования) с замыканием системы на каждом заранее определенном этапе работы может быть показана в виде блок-схемы, представленной на рисунке 6:

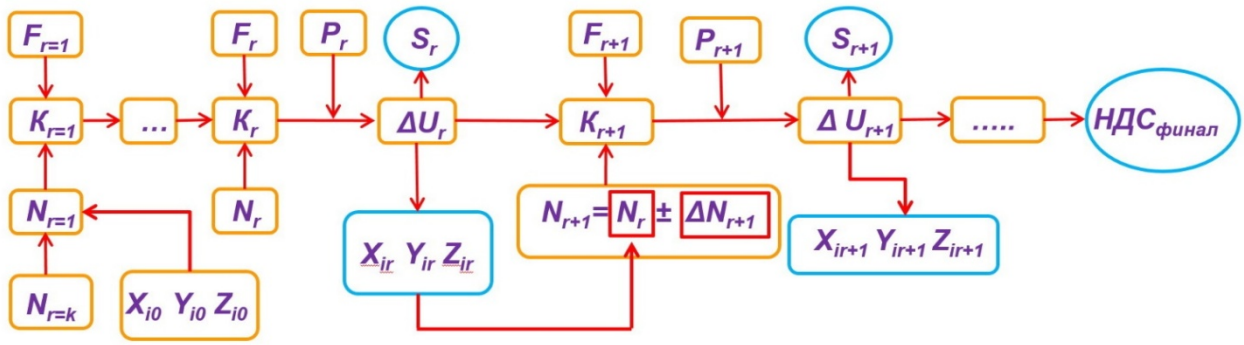


Рисунок 6. Блок-схема поэтапного расчета модели с учетом изменения основных расчетных параметров:
***$N_{r=k}$* – полный набор конечных элементов модели;**
***N_r*, *N_{r+1}* – набор конечных элементов модели на этапах *r* и *r+1* соответственно;**
***F_r*, *F_{r+1}* – жесткость внешних связей на этапах *r* и *r+1*;**
***K_r*, *K_{r+1}* – обобщенная матрица жесткости модели на этапах *r* и *r+1*;**
***P_r*, *P_{r+1}* – нагрузочный фактор на этапах *r* и *r+1* (накапливаемое загружение + нагрузки этапа);**
***ΔU_r*, *ΔU_{r+1}* – приращение перемещений на этапах *r* и *r+1*;**
***S_r*, *S_{r+1}* – усилия/напряжения на этапах *r* и *r+1*;**
***X_{i0}*, *Y_{i0}*, *Z_{i0}* – координаты *i*-го узла, определенные проектом, группы конечных элементов *$N_{r=1}$*, входящих в модель на этапе 1;**
***X_{ir}*, *Y_{ir}*, *Z_{ir}* – координаты *i*-го узла, определенные деформированным состоянием конечных элементов на этапе *r*;**
X_{ir+1}*, *Y_{ir+1}*, *Z_{i+1r}* – координаты *i*-го узла, определенные деформированным состоянием конечных элементов на этапе *r+1

Отслеживание изменения расчетной схемы от этапа к этапу (в соответствии с приведенной на рисунке 6 блок-схемой) реализуется путем многоэтапной (от первого этапа до последнего) корректировки общей матрицы жесткости рассматриваемой модели. При этом на начальном этапе ***(r = 1)*** конечные элементы (КЭ), входящие в состав модели, устанавливаются в координаты, определенные изначально, т. е. в проектные координаты. По результатам решения задачи этапа определяются усилия (напряжения) в КЭ, входящих в модель, и координаты узлов указанных КЭ.

Следующий этап ***(r = 2)***, определенный в рамках решаемой задачи, должен иметь отличия от предыдущего: это либо приращение нагрузки, либо изменение какого-то параметра модели (см. набор элементарных операций). В случае появления новых КЭ в составе модели (элементарная операция **F**) на новом этапе необходимо принять решение о методе их установки (см. рис. 1, 2). В случае установки новой группы КЭ в проектные координаты должно быть выполнено условие: координаты узлов, являющихся общими для групп КЭ на предыдущем и выполняемом этапах расчета, принимаются по результатам предыдущего этапа. Такое соглашение позволяет выполнить процедуру корректировки геометрических параметров КЭ на каждом из этапов расчета, последующих за первым этапом.

Нагрузочный фактор P_r на каждом из последующих этапов расчета по сути представляет собой приращение накапливаемой нагрузки относительно предыдущего этапа. В случае изменения расчетной модели в соответствии с элементарными операциями типа **A, B, C, D, E, H, I** выполняется корректировка обобщенной матрицы жесткости на соответствующем этапе $K_{r=j}$.

Результатом расчета на каком-либо промежуточном этапе $r = j$ является приращение перемещений на этапе ($\Delta U_{r=j}$), что позволяет получить полные перемещения модели, сформированные за весь набор этапов расчета (от $r = 1$ до $r = j$) и, в свою очередь, приращения усилий (напряжений) $\Delta S_{r=j}$ и полные значения усилий (напряжений) в рамках всех этапов расчета.

Возможным случаем расчетов с поэтапным отслеживанием НДС является случай деградации конструкции (элемента конструкции, экспериментального образца и т. п.), что соответствует элементарным операциям **G** и **H**. Такая ситуация может соответствовать случаю износа конструкции в течение эксплуатационного периода (см., например, работу [17]). Принципиальная возможность реализации конечноэлементного расчетного анализа НДС деградирующей системы представлена в работе [18] на примере исследования коррозионного поражения элементов конструкции в течение некоторого времени. Методы оптимизации конструкций, основанные на поэтапном исключении КЭ из общей модели (своеобразная деградация расчетной схемы), предложены в работе [19].

В целом, предлагаемый инструментарий позволяет выполнять обширный класс исследовательских задач по численному моделированию поведения образца под нагрузкой – так называемые расчетно-экспериментальные методы исследований. В основе таких работ лежат принятые критерии прочности, экспериментально определенные константы материалов и механизмы разрушения.

Расчетная технология, представленная в блок-схеме на рисунке 6, в случае исследования деградации модели является обратной по отношению к описанной для случая, соответствующего наращиванию расчетной модели конструкции: на первом этапе принимается расчетная схема, состоящая из полного набора КЭ, т. е. полностью готовой конструкции (исследуемого элемента, образца).

Нагрузочный фактор P_r первого и последующих этапов определяется спецификой решаемой задачи. В случае поэтапного нагружения конструкции устанавливается размер пошагового приращения нагрузки. Для случая исследования деградации конструкции под нагрузкой определенной величины принимается требуемая величина нагрузки.

В случае моделирования и исследования процесса деградации вследствие коррозионного поражения необходимо либо сформулировать законы изменения свойств материала, либо разработать модель влияния фактора коррозии на конструкцию (см., например, работу [20]).

Расчетная технология позволит не только определять накапливаемые в элементах модели образца напряжения, но и исключать разрушенные элементы из расчетной схемы, перераспределяя напряжения в оставшемся наборе. В этом случае элементарные операции **E** (снятие внутренней связи – отказ от объединения перемещений) и **G** (демонтаж элемента) представляются вполне приемлемыми инструментами. Ведь вследствие малых размеров конечных элементов модели допустимо (при малых величинах локальных разрушений) ограничиться квазистатической постановкой задачи. В таком случае накопленная в малых разрушающихся элементах энергия также мала, невелики и инерционные силы, что определяется малостью масс, приходящих в движение при локальном микроразрушении.

Деформирование расчетной модели с деградацией под пошаговой нагрузкой представляет собой картину физически нелинейной работы экспериментального образца вследствие формирования микроразрушений с накоплением их объема и переходом в макроразрушение (полное разрушение) конструкции. Теоретическое обоснование механизма разрушения образца как процесса формирования и накопления микроразрушений представлено в работах [21, 22].

Метод исследования деградации модели под возрастающей нагрузкой на основе экспериментально определенных констант материалов и критериев прочности позволяет выполнить вычислительный эксперимент, результатами которого могут быть данные об упругопластическом процессе деформирования и разрушения конструкции (образца) [23].

Расчетная технология конечноэлементного моделирования с отслеживанием НДС от этапа к этапу позволяет решать задачи с односторонними связями, относящиеся в общем случае к классу геометрически нелинейных задач. При известных условиях включения / выключения связи (например, условия работы вертикального растворного шва в каменной кладке [24]) пошаговый анализ НДС модели при изменяющейся нагрузке позволяет однозначно установить роль такой связи в процессе деформирования конструкции.

Расчетная технология поэтапного учета изменений расчетной модели

Способ расчета, соответствующий блок-схеме на рисунке 6 и позволяющий учитывать изменение расчетной модели, может быть представлен в следующем виде.

Если рассматривать многорежимный процесс формирования системы несущих конструкций, их нагружения и деформирования, то для каждой стадии в отдельности можно использовать любой из классических методов строительной механики, но с учетом специфики многоэтапного расчета следует представить эти методы в форме, где отражается переменность системы. Для разрешающих уравнений метода перемещений будем писать:

$$\mathbf{K}^{(r)}\,\Delta\mathbf{u}^{(r)} = \Delta\mathbf{q}^{(r)}\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{K}^{(r)}$ – матрица жесткости системы на r-м этапе, а $\Delta\mathbf{u}^{(r)}$ и $\Delta\mathbf{q}^{(r)}$ – соответственно векторы дополнительных перемещений и дополнительных приведенных узловых нагрузок, относящихся к r-му этапу. Зная $\Delta\mathbf{u}^{(r)}$, можно определить приращения усилий $\Delta\mathbf{s}^{(r)}$ и получить накопленные по всем r этапам значения перемещений $\mathbf{u}^{(r)}$ и усилий $\mathbf{s}^{(r)}$

$$\mathbf{u}^{(r)} = \mathbf{u}^{(r-1)} + \Delta\mathbf{u}^{(r)}\,, \tag{2}$$

$$\mathbf{s}^{(r)} = \mathbf{s}^{(r-1)} + \Delta\mathbf{s}^{(r)}\,. \tag{3}$$

Такое поэтапное суммирование компонент НДС необходимо проводить в силу свойства своеобразной памяти системы. Соотношения (2) и (3) являются ***законами наследования монтажных состояний конструкции***. Одновременное выполнение линейных соотношений (1) и законов наследования (2) – (3) порождает ***генетическую нелинейность задачи*** [15].

При переходе к следующему (r+1)-му этапу расчета меняется матрица жесткости $\mathbf{K}^{(r)}$, получающая приращение $\Delta\mathbf{K}^{(r)}$, которое является положительным, если в систему на этапе r+1 добавляются элементы, и отрицательным, если они выбывают:

$$\mathbf{K}^{(r+1)} = \mathbf{K}^{(r)} + \Delta\mathbf{K}^{(r)}\,. \tag{4}$$

Более детально:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(r)} & \mathbf{K}_{12}^{(r)} & [\mathbf{0}] & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(r)} & \mathbf{K}_{22}^{(r+1)} & \mathbf{K}_{23}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ [\mathbf{0}] & \mathbf{K}_{31}^{(r+1)} & \mathbf{K}_{33}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(r)} & \mathbf{K}_{13}^{(r)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(r)} & \mathbf{K}_{22}^{(r)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta\mathbf{K}_{11}^{(r+1)} & \Delta\mathbf{K}_{12}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta\mathbf{K}_{21}^{(r+1)} & \Delta\mathbf{K}_{22}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

и система разрешающих уравнений (r+1)-го этапа имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(r)} & \mathbf{K}_{12}^{(r)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(r)} & \mathbf{K}_{22}^{(r+1)} & \mathbf{K}_{23}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ [\mathbf{0}] & \mathbf{K}_{31}^{(r+1)} & \mathbf{K}_{33}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{u}_1^{(r+1)} \\ \Delta\mathbf{u}_2^{(r+1)} \\ \Delta\mathbf{u}_3^{(r+1)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{q}_1^{(r+1)} \\ \Delta\mathbf{q}_2^{(r+1)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Здесь $\Delta\mathbf{u}_1^{(r+1)}$ – приращение перемещений в ранее смонтированной и неизменившейся части сооружения; $\Delta\mathbf{u}_2^{(r+1)}$ – приращение перемещений в узлах, к которым примкнули новые элементы; $\Delta\mathbf{u}_3^{(r+1)}$ – перемещения вновь появившихся узлов. Правый нулевой блочный столбец и нижняя нулевая блочная строка матрицы жесткости относятся к еще не включенной в модель части конструкции и будут задействованы на последующих этапах расчета.

В некоторых случаях изменения расчетной схемы связаны с корректировкой параметров тех или иных ранее смонтированных элементов (изменение модуля упругости, коэффициента постели упругого основания и т. п.). В этом случае можно полагать, что происходит замена ранее введенной, например на *s*-м этапе, матрицы жесткости $\Delta\mathbf{K}^{(s)}$ на новую матрицу $\Delta\mathbf{K}^{(r)}$:

$$\mathbf{K}^{(r+1)} = \mathbf{K}^{(r)} - \Delta\mathbf{K}^{(s)} + \Delta\mathbf{K}^{(r)}. \quad (7)$$

Понятно, что для воздействий, относящихся к различным стадиям одного и того же этапа монтажа, действуют обычные линейные законы механики, а расчетная схема конструкции меняется только при переходе к следующему монтажному этапу. В этой связи под приращениями $\Delta\mathbf{u}^{(r)}$ и $\Delta\mathbf{s}^{(r)}$ следует понимать изменение перемещений и усилий, произошедшее от момента завершения последней стадии предшествующего этапа монтажа.

На любом этапе замыкания системы на конструкцию могут действовать некоторые нагрузки, совокупность которых определяет возможное НДС системы на этом этапе. Но в уравнениях (1) или (6) фигурируют только ***наследуемые нагрузки***.

Таким образом, необходимым условием поэтапного анализа НДС системы (в пределах всех прогнозируемых режимов работы сооружения) является определение нагрузок, неотъемлемо связанных с существованием собственно конструктивных элементов, например нагрузок от собственного веса конструкций, от предварительного напряжения, либо отдельных видов специальных нагрузок. Такие нагрузки, генетически связанные с конструкциями, переходят из одного этапа в другой и являются ***наследуемыми***. Наследуемые нагрузки являются накапливаемыми: формируемое их действиями НДС передается от этапа к этапу.

Заметим, что в некоторых случаях часть наследуемых нагрузок действует только в рамках *r*-го этапа монтажа и при переходе к последующим этапам снимается. Такая ситуация типична, например, для навесного монтажа конструкции, когда вес кранового оборудования учитывается при формировании вектора $\Delta\mathbf{q}^{(r)}$ с расположением кранов, соответствующим именно этому этапу. При переходе к следующему ***(r+1)***-му этапу монтажа вектор узловых нагрузок формируется с учетом нового положения кранового оборудования, но при этом нужно помнить о необходимости приложения на ***(r+1)***-м этапе и отрицательных крановых нагрузок, аннулирующих крановые воздействия на систему, относящиеся к предыдущему этапу. Если этого не сделать, то законы наследования (2) и (3) не будут работать.

Итак, на каждом из этапов режима возведения (рабочего режима) выполняются работы по установке или удалению отдельных конструктивных элементов или их групп, регулированию фактических размеров элементов несущих конструкций, введению или удалению временных связей, изменению параметров связей системы с внешней средой и т. п. В основу технологии расчета, учитывающей указанные выше обстоятельства, положен принцип поэтапного отслеживания изменения основных параметров расчетной модели (геометрии, жесткостных параметров элементов модели и связей, нагружения и деформирования) с замыканием системы на каждом (заранее определенном) этапе рабочего режима или режима возведения здания. При этом четко различается суммарное НДС системы, которое возникает на каждом рассматриваемом этапе с учетом всех предшествующих этапов, и приращение НДС, вызванное дополнительными воздействиями на систему, относящимися исключительно к рассматриваемому этапу.

Все расчеты выполняются в предположении справедливости обычных допущений линейной строительной механики для каждой стадии состояния расчетной модели. Однако задача в целом становится нелинейной за счет изменения модели при переходе от одного этапа к другому.

На основе представленных в настоящей работе общих положений учета изменения модели, набора расчетного инструментария (элементарные операции) и теоретических основ конечноэлементного расчета разработан специальный расчетный модуль с условным названием «Монтаж», включенный в состав расчетного комплекса SCAD (версия 11.3 и выше). Расчетный модуль «Монтаж» верифицирован [25] по принятой технологии с использованием референсного расчетного комплекса ПК «ANSYS».

Заключение

На основании анализа расчетных ситуаций, которые требуют учета изменения расчетной модели в течение жизненного цикла зданий и сооружений, сформулированы принципы моделирования, разработан набор расчетных инструментов (основных элементарных операций) и предложены теоретические основы расчетной технологии, позволяющие выполнить расчетное обоснование изменяющейся расчетной схемы с поэтапным отслеживанием НДС.

Представлены результаты анализа расчетной ситуации технологии монтажа методом наращивания конструкций, и обоснована необходимость учета изменения исходных геометрических параметров элементов расчетной схемы в соответствии с процессом наследования НДС от этапа к этапу.

Обоснована возможность выполнения исследований на базе разработанных расчетных технологий в ситуации деградации конструкции, связанной с износом, коррозионным повреждением, формированием микро- и макроповреждений под нагрузкой и других факторов.

Представленный набор расчетных инструментов моделирования изменения расчетной схемы позволяет выполнять расчетный анализ несущих систем зданий и сооружений в различных режимах работы конструкций, а также расчетные исследования в рамках численных экспериментов.

Авторы выражают глубокую признательность д.т.н. А.В. Перельмутеру за участие в обсуждении всех аспектов проблемы, изложенной в статье.

Литература

1. Гильман Г.Б., Борисенко В.С. Расчет пространственных систем с изменяющейся в процессе нагружения расчетной схемой // ЭВМ в исследованиях и проектировании объектов строительства. Вып III. К.: КиевЗНИИЭП, 1973. С. 27–37.
2. Завьялова О.Б. Учет истории нагружения монолитных железобетонных плитно-стержневых си-стем при определении напряженно-деформированного состояния их элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №7. С. 58–61.
3. Кодыш Э.Н., Янкилевич Л.М. Расчет связевых каркасов многоэтажных зданий в стадии монтажа. Железобетон-ные конструкции промышленных зданий. М.: ЦНИИпромзданий, 1989. 191 с.
4. Городецкий С.А., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. К.: Факт, 2007. 394 с.
5. Городецкий А.С., Батрак Л.Г., Городецкий Д.А., Лазнюк М.В., Юсипенко С.В. Расчет и проектирование конструкций высотных зданий из монолитного железобетона. К.: Факт; 2004. 106 с.
6. Poojara S.D., Patel P.V. Axial deformation of columns in multi-story R.S. buildings // International journal of civil engineering and technology (IJCIET). 2014. Vol. 5. Issue 3. Pp. 294–300.
7. Kim H.S., Shin, A.K. Column Shortening Analysis with Lumped Construction Sequences // Procedia Engineering. 2011. Vol. 14. Pp. 1791–1798.
8. Jayasinghe M.T.R., Jayasena, W.M.V.P.K. Effects of Axial Shortening of Columns on Design and Construction of Tall Reinforced Concrete Buildings // Practice Periodical on Structural Design and Construction. 2004. Vol. 9. No. 2. Pp. 70–78.
9. Pan B., Li G. Finite Element Simulation of Cantilever Construction Structure // International Conference on Innovations in Electrical and Civil Engineering (ICIECE'2012) Phuket. May 26-27, 2012. Pp. 181–186.

10. Song J. Y. Simulation and analysis of construction process of Juancheng Yellow River Highway Bridge // Harbin Gongye Daxue Xuebao. Journal of Harbin Institute of Technology. 2010. Vol. 42. No. SUPPL.1. Pp. 266–269.
11. Ates S. Numerical modeling of continuous concrete box girder bridges considering construction stages // Applied Mathematical Modeling. 2011. Vol 35. Issue 8. Pp. 3809–3820.
12. Кабанцев О.В. Расчет конструкций многоэтажных и высотных железобетонных зданий с учетом изменения основных параметров расчетной модели в режимах возведения и эксплуатации // Научные труды III Всероссийской (II Международной) конференция по бетону и железобетону (Москва, 12-16 мая 2014 г.). Т. 1. С. 282–292.
13. Кабанцев О.В., Карлин А.В. Расчет несущих конструкций с учетом истории возведения и поэтапного изменения основных параметров расчетной модели // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №7. С. 33–35.
14. Kabantsev O., Perelmuter A. Modeling transition in design model when analyzing specific behaviors of structures // Procedia Engineering. 2013. Vol. 57. Pp.479–488.
15. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. М.: СКАДСОФТ, АСВ, ДМК Пресс, 2011. 709 с.
16. Кабанцев О.В. Метод расчета многоэтажных зданий с учетом процесса изменения расчетной схемы при различных режимах работы // Вестник МГСУ. 2013. №10. С. 43–51.
17. Перельмутер А.В. Износ и надежность стальных конструкций // Автоматическая сварка. 2000. №9–10(570–571). С. 107–112.
18. Szary T., Köckritz V. Numerische Bewertung lokaler Verschwächungen in Ölfeldrohren // Erdöl, Erd-gas Kohle. 2004. Vol. 11. Pp. 403–407.
19. Chu D. N., Xie Y. M., Hira A., Steven G. P. Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints // Finite Elements in Analysis and Design. 1996. Vol. 21. Pp. 239–251.
20. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Конечно-элементное моделирование процессов разрушения и оценка ресурса элементов автодорожного моста с учетом коррозионных повреждений // Инженерно-строительный журнал. 2012. №7(33). С. 32–42.
21. Бураго Н.Г. Моделирование разрушения упругопластических тел // Вычислительная механика сплошных сред. 2008. Т.1. №4. С. 5–20.
22. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: Наука. Физматлит, 1997. 228 с.
23. Новосёлов А.В., Вильдеман В.Э. Исследование характера процесса разрушения ортотропных пластин с концентраторами напряжений на базе вычислительного эксперимента. // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2012. №4. С. 66–78.
24. Кабанцев О.В., Частные критерии прочности каменной кладки для анализа упруго-пластического деформирования // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2013. №3. С. 36–41.
25. Кабанцев О.В. Верификация расчетной технологии «Монтаж» программного комплекса «SCAD» // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2011. Vol. 7. Issue 3. Pp. 103–109.

Олег Васильевич Кабанцев, Москва, Россия
Тел. моб.: +7(916)695-77-30; эл. почта: ovk531@gmail.com

Ашот Георгиевич Тамразян, Москва, Россия
Тел. моб.: +7(903)730-58-43; эл. почта: tamrazian@mail.ru

© Кабанцев О.В., Тамразян А.Г., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.3

Четырехузловой конечный элемент для моделирования поведения тонкостенных железобетонных конструкций

Д.т.н., профессор С. Ю. Фиалко,
Краковский технологический университет им. Тадеуша Костюшко

Аннотация. Предлагается 4-узловой конечный элемент для расчета железобетонных тонкостенных оболочечных конструкций. Поведение бетона и арматуры описывается соотношениями деформационной теории пластичности, сформулированными в терминах остаточных деформаций, что позволяет рассматривать циклическое и динамическое нагружение.

Для бетона сжатой зоны используется диаграмма σ – ε, предложенная Европейской комиссией по бетону, а деградация бетона растянутой зоны при образовании трещин описывается ниспадающей ветвью диаграммы. Для стали используется симметричная билинейная диаграмма σ – ε либо ее экспоненциальная аппроксимация. Принимается совместность деформаций бетона и арматуры. Арматурные стержни данного направления представляются в виде слоя, работающего только на растяжение-сжатие в направлении осей стержней. Арматура каждого направления представляется в виде отдельного слоя. Учитывается дискретность размещения арматуры по высоте сечения. При сведении исходной трехмерной задачи к двумерной используется модель оболочек Р. Миндлина и Э. Рейсснера, а для преодоления сдвигового запирания – смешанная интерполяция компонент деформаций сдвига.

Ключевые слова: метод конечных элементов; деформационная теория пластичности; железобетон; принцип возможных перемещений; циклическое нагружение; остаточные деформации

Введение

Вопросам прочности железобетонных конструкций посвящено большое количество работ. В одних работах используются различные модификации теории пластичности [1–6], в которых граничная поверхность заменяется поверхностью текучести. В других работах, например в [7, 8, 9], моделируются процессы трещинообразования в бетоне. В работе [10] поведение бетона описывается двухуровневой моделью, в которой на макроуровне реализуются соотношения механики сплошной среды, а на микроуровне – механики частиц. С одной стороны, такой подход обещает детально описать процессы образования и распространения трещин в бетоне, однако с другой стороны, модель является весьма громоздкой. Кроме того, результат зависит от микроструктуры материала, которая, как правило, заранее не известна.

В работах [4, 11] бетон и арматура моделируются отдельными элементами, причем расчетная сетка привязана к шагу арматуры, что чаще всего приводит к большой размерности задачи. В работе [2] разработан объемный конечный элемент для тонких железобетонных пластин и оболочек, в которых арматура представлена в виде ортотропного слоя конечной толщины. В [2, 9] предложены подходы, когда арматурные стержни не привязываются к конечноэлементной сетке.

В данной работе предлагается подход, позволяющий в рамках одного и того же конечного элемента моделировать поведение как бетона, так и арматуры. Подход является простым в реализации и не требует привязки сетки конечных элементов к шагу арматуры, что позволяет применять его к широкому классу реальных задач.

Постановка задачи

Поведение бетона описывается соотношениями деформационной теории пластичности [12, 13] с элементами деградации [3, 14], моделирующими снижение прочности растянутой зоны бетона при раскрытии трещин. Используется несимметричная диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$, где приведенные напряжения и приведенные деформации представлены выражениями:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2\right)}; \quad (1)$$

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{1-\nu+\nu^2}{3(1-\nu)^2}\left(\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2\right)-\frac{1-4\nu+\nu^2}{3(1-\nu)^2}\varepsilon_x\varepsilon_y+\frac{1}{4}\left(\gamma_{xy}^2+\gamma_{xz}^2+\gamma_{yz}^2\right)}\ . \qquad (2)$$

Здесь σ_x, σ_y, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz} – компоненты тензора напряжений; σ_z = 0 в соответствии со статической гипотезой теории тонких оболочек; ε_x, ε_y, γ_{xy}, γ_{xz}, γ_{yz} – компоненты тензора деформаций, причем $\varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu}\left(\varepsilon_x+\varepsilon_y\right)$; ν – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона). Последнее соотношение следует из статической гипотезы с учетом гипотезы линейного изменения объема [13].

Общий вид диаграммы σ_i – ε_i для бетона приведен на рисунке 1. Штриховой линией обозначена билинейная диаграмма, которая непосредственно в исследованиях не используется, однако служит для лучшего восприятия расчетной диаграммы (сплошная линия). Зона сжатия представлена кривой ЕКБ (Европейская комиссия по бетону) с поправками, предложенными в [2, 15]. Зона растяжения моделируется так же, как в работе [3], причем параметр ξ выбирается как можно ближе к 1, однако так, чтобы численное решение было устойчивым. Параметр α определяет снижение прочности бетона на растяжение при образовании трещин. Здесь σ_c, σ_t – пределы прочности бетона на сжатие и растяжение; ε_c, ε_1 – соответствующие им деформации. Точка С является предельной регулярной точкой диаграммы при сжатии, а точка U соответствует предельным деформациям бетона на сжатие, причем ε_u = 1.41ε_c, σ_u = 0.85σ_c, ε_c = 0.0035. Разгрузка представлена участком PA′. В точках A, A′ определяются остаточные деформации. При продолжении движения вправо от точки A′ и влево от точки A реализуется активное нагружение, причем $\bar{\varepsilon}_i$ – приведенные деформации, исчисляемые от точек A, A′. При этом полагается, что покрытый трещинами бетон растянутой зоны способен воспринимать сжатие.

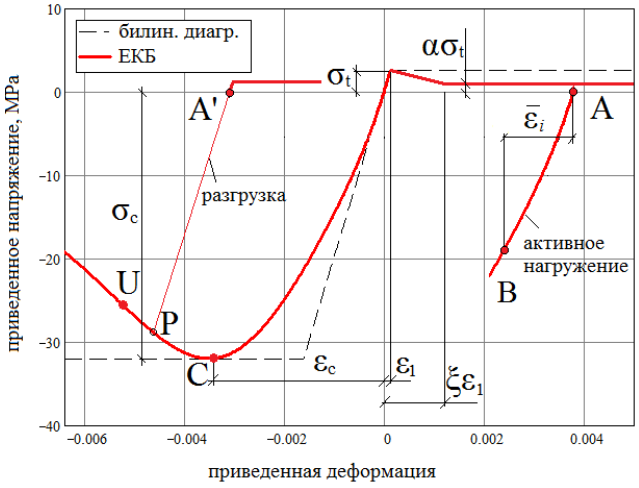


Рисунок 1. Диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$ для бетона

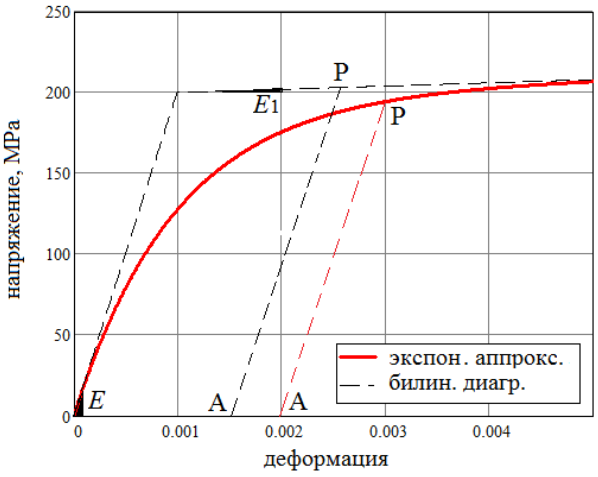


Рисунок 2. Диаграмма $\sigma_s - \varepsilon_s$ для стали

На рисунке 2 представлена диаграмма σ_s – ε_s для стали. Принимается, что работа стали на растяжение и на сжатие описывается одной и той же диаграммой. Прерывистой линией показана билинейная диаграмма, а сплошной – экспоненциальная аппроксимация билинейной диаграммы

$$\sigma_s = \left(E\lambda^{-1}+E_1\varepsilon_s\right)\left(1-e^{-\lambda\varepsilon_s}\right),\ \ \lambda = E^2/\left[\sigma_y\left(E-E_1\right)\right], \qquad (3)$$

где E_1 – модуль упрочнения, σ_y – предел текучести стали.

Для моделирования циклического и динамического нагружения соотношения теории пластичности сформулированы в терминах остаточных деформаций, значения которых определяются в точках окончания разгрузки. При переходе от разгрузки к активному нагружению используется диаграмма σ_i – ε_i другого знака (назовем ее вторичной – например, участок AB на рисунке 1). Такой подход позволяет формально оперировать вторичной диаграммой σ_i – ε_i точно так же, как и первоначальной и при этом избежать особенности в физических соотношениях при ε_i → 0 (например, в точке пересечения кривой AB при ее продолжении с вертикальной осью, рис. 1).

Физические соотношения для бетона при активном нагружении представим в виде:

$$\begin{cases} \vec{\sigma} = D(\varepsilon_i)(\vec{\varepsilon} - \vec{\varepsilon}_A) \\ \vec{\tau} = D_{sh}(\varepsilon_i)(\vec{\gamma} - \vec{\gamma}_A) \end{cases}, \quad (4)$$

где

$$\vec{\sigma}^T = (\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}), \quad \vec{\tau}^T = (\tau_{xz} \quad \tau_{yz}), \quad \sigma_z = 0, \quad \vec{\varepsilon}^T = (\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}), \quad \vec{\gamma}^T = (\gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}),$$

$$\vec{\varepsilon}_A^T = (\varepsilon_x^A \quad \varepsilon_y^A \quad \gamma_{xy}^A), \quad \vec{\gamma}_A^T = (\gamma_{xz}^A \quad \gamma_{yz}^A), \quad D(\varepsilon_i) = \frac{\sigma_i}{3\bar{\varepsilon}_i}\begin{pmatrix} \frac{2}{1-\nu} & \frac{2\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{2\nu}{1-\nu} & \frac{2}{1-\nu} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D_{sh}(\varepsilon_i) = \frac{\sigma_i}{3\bar{\varepsilon}_i}\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix},$$

$$k = 5/6, \quad \bar{\varepsilon}_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{1-\nu+\nu^2}{3(1-\nu)^2}(\bar{\varepsilon}_x^2 + \bar{\varepsilon}_y^2) - \frac{1-4\nu+\nu^2}{3(1-\nu)^2}\bar{\varepsilon}_x\bar{\varepsilon}_y + \frac{1}{4}(\bar{\gamma}_{xy}^2 + \bar{\gamma}_{xz}^2 + \bar{\gamma}_{yz}^2)}, \quad \bar{\varepsilon}_x = \varepsilon_x - \varepsilon_x^A,$$

$$\bar{\varepsilon}_y = \varepsilon_y - \varepsilon_y^A, \quad \bar{\gamma}_{xy} = \gamma_{xy} - \gamma_{xy}^A, \quad \bar{\gamma}_{xz} = \gamma_{xz} - \gamma_{xz}^A, \quad \bar{\gamma}_{yz} = \gamma_{yz} - \gamma_{yz}^A.$$

Остаточные деформации $\vec{\varepsilon}_A, \vec{\gamma}_A$ определяются в самом конце разгрузки, подставляя в (5) нулевые значения компонент тензора напряжений (точки A, A′ на рисунке 1). В начале нагружения $\vec{\varepsilon}_A = \vec{\gamma}_A = 0$.

Поведение бетона при разгрузке (участок PA') описывается соотношениями:

$$\begin{cases} \vec{\sigma} = \vec{\sigma}_{un} + D_{el}\vec{\varepsilon} \\ \vec{\tau} = \vec{\tau}_{un} + D_{el}^{sh}\vec{\gamma} \end{cases}, \quad (5)$$

где

$$\vec{\sigma}_{un} = \begin{pmatrix} \sigma_x^P - \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x^P + \nu\varepsilon_y^P) \\ \sigma_y^P - \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y^P + \nu\varepsilon_x^P) \\ \tau_{xy}^P - G\gamma_{xy}^P \end{pmatrix}, \quad \vec{\tau}_{un} = \begin{pmatrix} \tau_{xz}^P - G\gamma_{xz}^P \\ \tau_{yz}^P - G\gamma_{yz}^P \end{pmatrix},$$

$$D_{el} = \begin{pmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{pmatrix}, \quad D_{el}^{sh} = \begin{pmatrix} kG & 0 \\ 0 & kG \end{pmatrix}.$$

Здесь индекс *P* означает, что соответствующие компоненты тензоров напряжений и деформаций вычислены в точке начала разгрузки *P* (рис. 1), $G = E/[2(1+\nu)]$.

Физические соотношения для стали при активном нагружении:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_s}{\left|\varepsilon_s - \varepsilon_A^s\right|}\left(\varepsilon_s - \varepsilon_A^s\right) = E_s\left(\varepsilon_s\right)\cdot\left(\varepsilon_s - \varepsilon_A^s\right) \ , \qquad (6)$$

где $\varepsilon_s, \varepsilon_A^s$ – продольная деформация и остаточная деформация арматурного стержня, определяемая в конце разгрузки; σ_s – нормальное напряжение. При разгрузке

$$\sigma_s = \sigma_{un}^s + E_s\varepsilon_s \ , \quad \sigma_{un}^s = \sigma_s^P - E_s\varepsilon_s^P \ , \qquad (7)$$

где индекс *P* означает, что соответствующие напряжения и деформации вычислены в точке начала разгрузки *P.*

На рисунке 3 представлен косоугольный конечный элемент в локальной системе координат *Oxyz*.

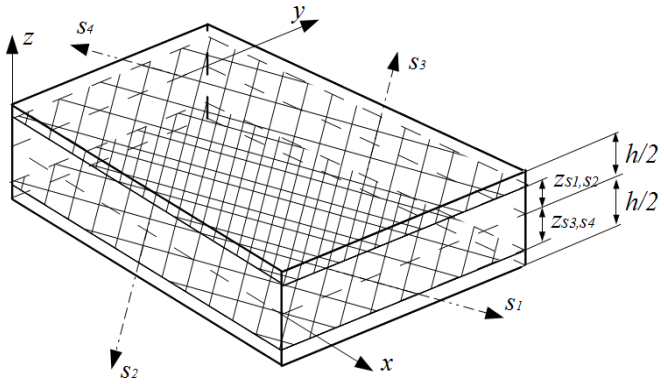


Рисунок 3. Косоугольный конечный элемент. Оси арматурных стержней могут не совпадать с локальными осями элемента

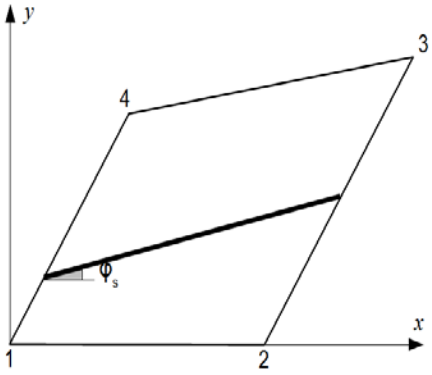


Рисунок 4. Арматурный стержень в теле конечного элемента

Оси s_1, s_2, s_3, s_4 задают направления арматурных стержней, размещенных в слоях $s_1 - s_4$, а z_{s1}, z_{s2}, z_{s3}, z_{s4} – расстояние соответствующего арматурного слоя до срединной поверхности.

Из условий совместности деформаций арматуры и бетона (рис. 4) вытекает:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_x \cos^2\varphi_s + \varepsilon_y \sin^2\varphi_s \ . \qquad (8)$$

Для получения матрицы жесткости и вектора реакций конечного элемента воспользуемся принципом возможных перемещений:

$$\iint\limits_{\Omega}\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left(\delta\vec{\varepsilon}^{\,T}\cdot\vec{\sigma} + \delta\vec{\gamma}^{\,T}\cdot\vec{\tau}\right)dz\,d\Omega + \sum_s\iint\limits_{\Omega}\frac{A_s}{h_s}\sigma_s\delta\varepsilon_s\left(z_s\right)d\Omega - \delta A_{ext} = 0 \ , \qquad (9)$$

где первый интеграл представляет виртуальную работу внутренних сил в бетоне; второй – виртуальную работу внутренних сил в арматурном слое *s*, причем сумма охватывает все арматурные слои; δA_{ext} – виртуальная работа внешних сил; A_s, h_s – площадь арматурного стержня и шаг между стержнями в слое *s*. Поскольку для реальных расчетных моделей шаг между стержнями значительно меньше размеров конечного элемента, вследствие чего на одну «полуволну» функции формы приходится много стержней, то конечные суммы можно заменить интегралом в направлении, ортогональном осям стержней данного слоя *s*.

Таким образом, выполняется «размазывание» арматуры в пределах данного слоя, а математически это выражается тем, что в (9) под знаком суммы появляется интеграл по области конечного элемента. При таком подходе дискретность размещения арматуры по толщине сохраняется.

В данной работе используется подход, подобный тому, что автор применял ранее для решения задач механики подкрепленных пластин и оболочек [16, 17].

Для понижения размерности задачи используется сдвиговая модель теории тонких пластин и оболочек, основные положения которой для балок впервые были сформулированы в [18], а применены для изгиба пластин Р. Миндлином и Э. Рейсснером [19]. Компоненты тензора деформаций в слое бетона представляются как

$$\vec{\varepsilon}(z) = \vec{\varepsilon}_0 + z\vec{\kappa} \ , \tag{10}$$

где $\vec{\varepsilon}_0, \vec{\kappa}$ – компоненты тензора деформаций срединной поверхности и изменения параметров кривизны и кручения; z – удаление рассматриваемого волокна бетона от срединной поверхности;

$$\vec{\kappa} = \begin{pmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \beta_x}{\partial y} + \dfrac{\partial \beta_y}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad \beta_x = \Theta_y, \quad \beta_y = -\Theta_x \ , \tag{11}$$

где Θ_x, Θ_y – углы поворота относительно локальных осей Ox, Oy, обусловленные изгибными деформациями. Деформация вдоль оси стержней для арматурного слоя s с учетом (8):

$$\varepsilon_s(z_s) = \left(\varepsilon_x + z_s \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \right) \cos^2 \varphi_s + \left(\varepsilon_y + z_s \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \right) \sin^2 \varphi_s \ . \tag{12}$$

В качестве функций формы принимаются полиномы Лагранжа

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{(1 \pm \xi)(1 \pm \eta)}{4}, \quad i \in [1, 4] \ , \tag{13}$$

где ξ, η – естественные координаты, изменяющиеся в пределах [−1; 1] [20]. Применяется изопараметрическое отображение. Для аппроксимации деформаций сдвига γ_{xz}, γ_{yz} используется смешанная интерполяция (MITC – mixed interpolation of tensorial components) [19, 21, 22], позволяющая избежать сдвигового запирания.

Численное интегрирование по толщине выполняется на основе метода трапеций [23], а для вычисления интегралов по области конечного элемента используются квадратурные формулы Гаусса при схеме интегрирования 2 × 2 [20]. Текущие значения компонент тензора напряжений и деформаций вычисляются и запоминаются для каждой точки Гаусса в N точках, где N – количество точек интегрирования по толщине оболочки. После вычисления напряжений на основе численного интегрирования по толщине в точках Гаусса, отнесенных к срединной поверхности, определяются продольные, поперечные, сдвигающие усилия, а также изгибающие и крутящие моменты. Эти величины непосредственно при решении задачи не используются, носят вспомогательный характер и служат только для интерпретации результатов в терминах, понятных для инженера.

Вследствие того, что тангенциальная жесткость бетона по мере развития пластических деформаций по высоте сечения распределяется несимметрично и армирование по высоте сечения чаще всего также несимметрично, в матрице жесткости конечного элемента появляются ненулевые коэффициенты, которые «завязывают» напряженное состояние поперечного изгиба с плоским напряженным состоянием. Несмотря на то, что конечный элемент является плоским, при поперечном изгибе возникают деформации растяжения-сжатия и сдвиги в срединной поверхности, а в случае действия сил, лежащих в срединной поверхности, возникает поперечный изгиб. При решении классических линейных задач для однородного материала упомянутые выше коэффициенты матрицы жесткости конечного элемента строго равны нулю, и «завязки» изгибных и мембранных деформаций не происходит. Имеет место лишь суперпозиция поперечного изгиба и плоского напряженного состояния.

Полученная система нелинейных алгебраических уравнений решается инкрементальным методом Ньютона – Рафсона [19], причем в ряде случаев применяется ускорение сходимости процедурой линейного поиска [8, 24].

Численные результаты

Пример 1. Рассматривается железобетонная балка, нагруженная сосредоточенной силой посреди пролета (рис. 5). Используются следующие характеристики бетона и стали: E = 28 000 МПа, σ_c = 32 MPa, σ_t = 2.5 МПа, ν = 0.22, E_s = 200 000 МПа, σ_y = 587 МПа. Параметры задачи взяты из работы [10].

Кривая 1 представляет результаты эксперимента [10]. Кривая 2 соответствует численному решению [10], полученному на основе двухуровневой модели. Микроуровень описывается множеством частиц, на основе которых моделируется раскрытие трещин. На макроуровне используются соотношения задачи плоского напряженного состояния механики деформируемого твердого тела. Используются лагранжевы билинейные функции формы и соотношения дискретного метода Галеркина (element free Galerkin formulation). Связывание частиц с континуумом производится с помощью метода множителей Лагранжа.

Решения, полученные по предлагаемому подходу, представлены кривыми 3 и 4. При этом принималось: ξ = 10, α = 0. Используется балочный конечный элемент, полученный вследствие применения описанного здесь подхода к балкам прямоугольного сечения при использовании тех же гипотез и соотношений [24]. Конечноэлементная модель состоит из 16 балочных конечных элементов, моделирующих половину балки при учете симметрии относительно ее середины. Общий порядок системы нелинейных алгебраических уравнений равен 48. Кривая 3 соответствует билинейной диаграмме $\sigma_s - \varepsilon_s$ для стали (рис. 2), а кривая 4 – экспоненциальной аппроксимации билинейной диаграммы (3). Приведенные результаты показывают, что при использовании билинейной диаграммы для стали предложенная модель является более жесткой, а при использовании экспоненциальной аппроксимации (3) – более мягкой, чем численная модель [10] и модель физического эксперимента. Дело в том, что в предлагаемом подходе принято условие отсутствия проскальзывания арматуры в бетоне как в сжатой, так и в растянутой зонах бетона, что вряд ли выполняется для пронизанной трещинами растянутой зоны [25]. Используя два решения при жесткой и мягкой аппроксимации диаграммы $\sigma_s - \varepsilon_s$ для стали, мы получаем оценку верхней и нижней границ несущей способности.

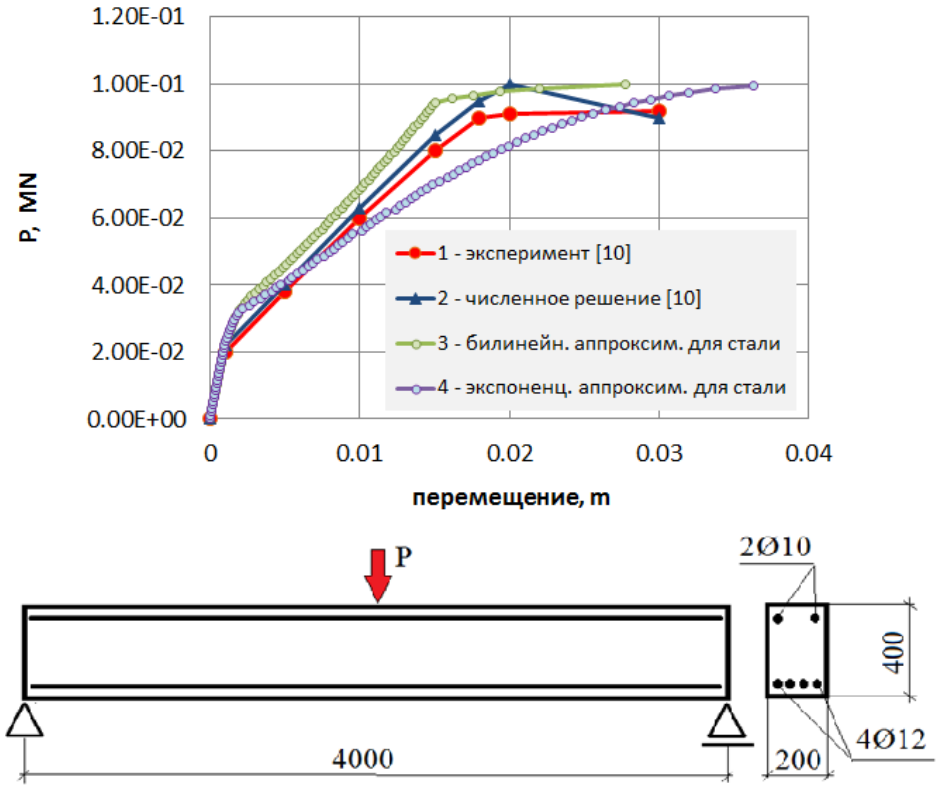


Рисунок 5. Диаграмма «нагрузка – прогиб» и схема балки, нагруженной посреди пролета

Несмотря на то, что используемая в данной работе модель является одноуровневой и более упрощенной по своей постановке, чем расчетная модель [10], полученные результаты хорошо согласуются как с численными, так и с экспериментальными данными [10]. В то же время вычислительная сложность предлагаемого подхода многократно меньше.

Пример 2. Рассматривается поперечный изгиб квадратной пластины, подверженной действию 16 сосредоточенных сил – образцы 825–827 из работы [7]. Принимаются следующие параметры пластины: размеры в плане – 2 × 2 м, h = 12.2 см, $z_{s,x}$ = ±5.4 см, $z_{s,y}$ = ±5.05 см, $A_{s,x} = A_{s,y}$ = 0.407 см^2, $h_{s,x} = h_{s,y}$ = 10 см, σ_c = 26.5 МПа, σ_t = 1.3 МПа, σ_y = 408 МПа, E = 30 000 МПа, E_s = 201 000 МПа. Здесь $z_{s,x}$, $z_{s,y}$ – расстояние от срединной поверхности верхнего (+) и нижнего (−) арматурных слоев в направлениях Ox, Oy; $A_{s,x}$, $A_{s,y}$ – площади поперечных сечений стержней верхней и нижней арматуры в направлении Ox, Oy; $h_{s,x}$, $h_{s,y}$ – шаг верхней и нижней арматуры в направлении Ox, Oy.

На рисунке 6 представлена диаграмма «нагрузка – вертикальное перемещение точки A» и расчетная схема задачи. По оси «нагрузка» откладывается статически эквивалентное равномерно распределенное по поверхности пластины давление. В силу условий симметрии рассматривается ¼ часть пластины. Под свободным опиранием понимаются граничные условия $w = M_т = 0$; $N_n = S = 0$, где w – нормальный прогиб; $M_т$ – изгибающий момент, вектор которого параллелен соответствующей кромке пластины; N_n, S – нормальное и сдвигающее усилия.

Экспериментальные данные взяты из работы [7]. Кривая 1 соответствует билинейной диаграмме для стали, а кривая 2 – экспоненциальной аппроксимации билинейной диаграммы (3). Для бетона принята диаграмма ЕКБ (рис. 1), причем $\xi = 40$, $\alpha = 0.5$. При использовании билинейной диаграммы для стали результаты численного решения хорошо согласуются с экспериментальной кривой. При использовании экспоненциальной аппроксимации численное решение является более «мягким».

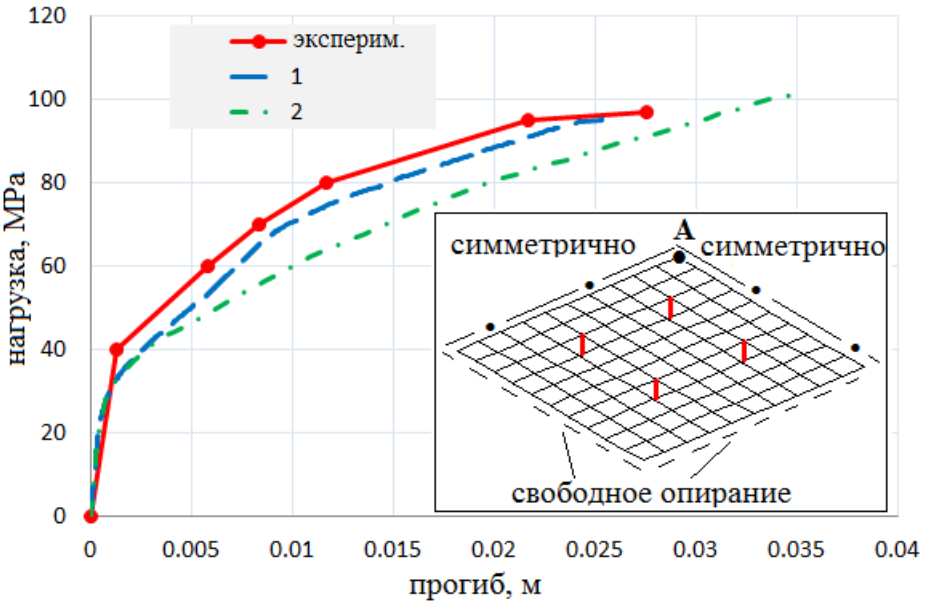


Рисунок 6. Диаграмма «нагрузка – прогиб» и расчетная схема плиты

На рисунке 7 приведено распределение напряжений σ_x в бетоне по высоте сечения в окрестности центра пластины для уровней нагружения 0.2, 0.5, 1.0 от предельного. Напряжения в арматуре условно обозначены полосками. Показать их в одном масштабе с напряжениями в бетоне не удается, поскольку величины напряжений в стали на порядок больше, чем величины напряжений в бетоне.

Отчетливо видно, как высота растянутой зоны по мере роста нагрузки увеличивается, а значения напряжений в ней уменьшаются, что связано с деградацией бетона при растяжении. Эпюра напряжений в сжатой зоне является существенно нелинейной. В околопредельном состоянии эпюра сжатой зоны значительно отличается от прямоугольной.

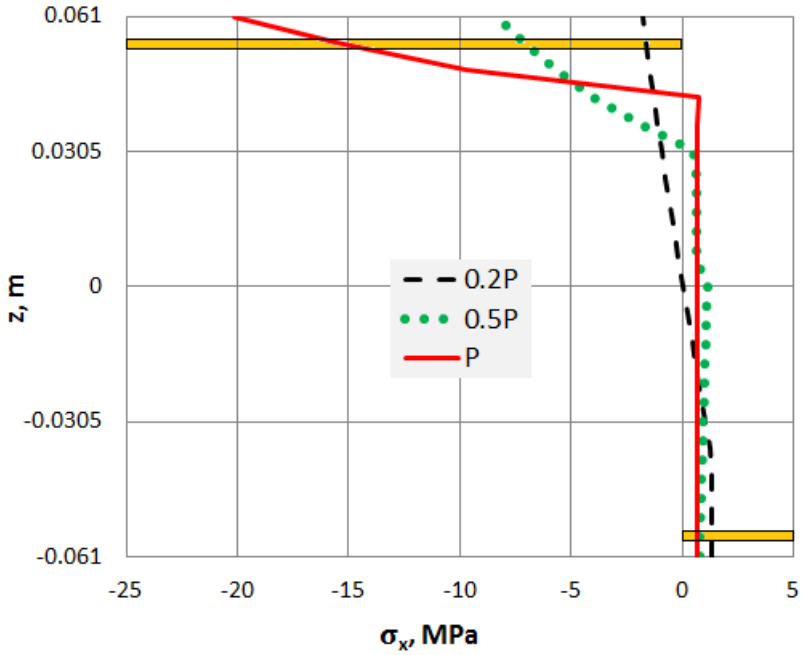


Рисунок 7. Распределение напряжений σ_x в бетоне по высоте сечения в окрестности центра пластины для разных уровней нагружения

Пример 3. Рассматривается пластина, подверженная действию циклического нагружения 16 сосредоточенными силами. Параметры задачи следующие: размеры в плане – 2 × 2 м, h = 12.2 см, $z_{s,x}$ = ±5.4 см, $z_{s,y}$ = ±5.05 см, $A_{s,x}$ = $A_{s,y}$ = 1.77 см^2, $h_{s,x}$ = $h_{s,y}$ = 4.6 см, σ_c = 19.9 МПа, σ_t = 2.65 МПа, σ_y = 408 МПа, E = 30 000 МПа, E_s = 201 000 МПа. Для сжатой зоны бетона принимается диаграмма ЕКБ, для растянутой учитывается деградация бетона (кривая ЕКБ на рисунке 2), причем ξ = 30, α = 0. Для стали принимается билинейная диаграмма, причем E_1 = 1 000 МПа.

Принимается, что постоянная нагрузка составляет 1/10 от общей величины нагрузки, а временная – 9/10. Постоянная нагрузка действует всегда, а временная может прикладываться и сниматься. Зависимость нагрузки от временного параметра представлена на рисунке 8 справа. На рисунке 8 слева показана диаграмма прогиба центра пластины во времени. Характерные точки обозначены буквами A, B, C, D. Отметим, что при повторном приложении временной нагрузки (точка C) величина прогиба больше, чем при первичном приложении нагрузки (точка A).

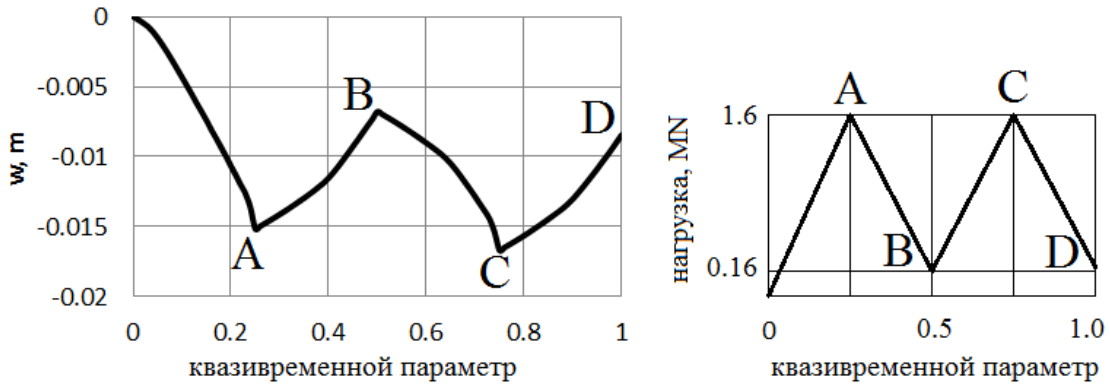


Рисунок 8. Вертикальные перемещения центра пластины при циклическом нагружении (слева) и зависимость величины нагрузки от квазивременного параметра (справа)

На рисунке 9 приведена диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$ в центре пластины для верхнего (красный цвет) и нижнего (черный цвет) слоя бетона (слева), а также диаграмма $\sigma_s - \varepsilon_s$ для верхней (красный цвет) и нижней (черный цвет) арматуры. Буквы A, B, C, D и A′, B′, C′, D′ соответствуют аналогичным обозначениям на рисунке 8. Верхняя арматура все время сжата и работает в зоне упругости.

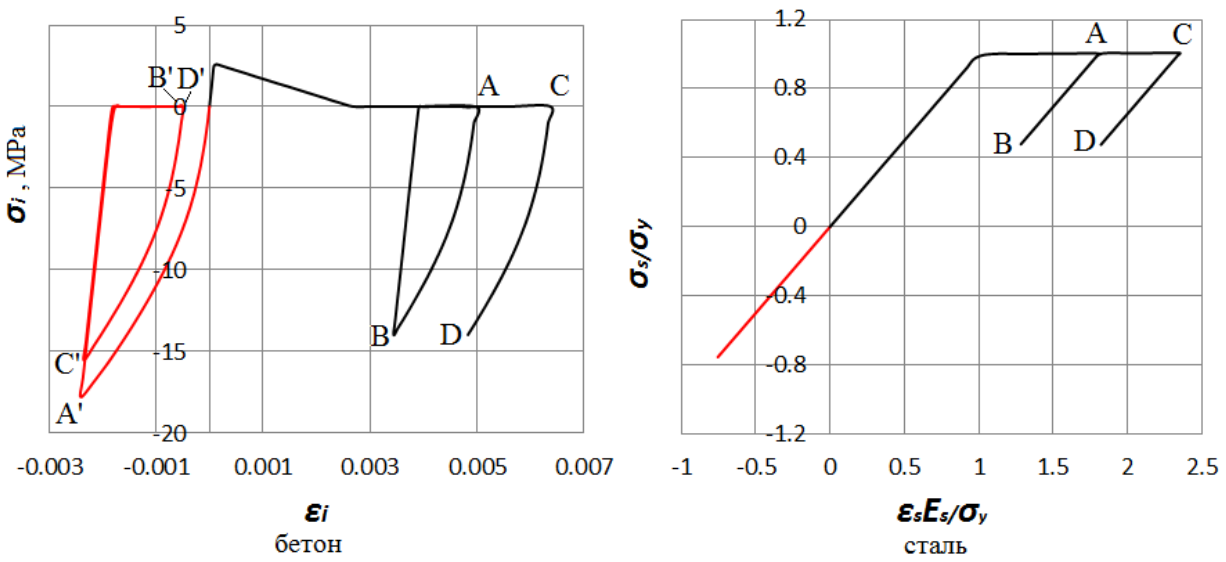


Рисунок 9. Диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$ для верхнего (красный цвет) и нижнего (черный цвет) слоя бетона в центре пластины (слева) и диаграмма $\sigma_s - \varepsilon_s$ для верхней (красный цвет) и нижней (черный цвет) арматуры в центре пластины при циклическом нагружении

Участок первичного нагружения 0A в растянутой зоне бетона описывает деградационный процесс, моделирующий образование трещин. В сжатой зоне бетона происходит активное нагружение вплоть до точки A′. Растянутая арматура при подходе к точке A течет. Участок AB, описывающий процесс снятия временной нагрузки, в нижнем волокне бетона представлен активным нагружением и обусловлен тем, что растянутая арматура при уменьшении нагрузки сжимает бетон, который на предыдущем этапе нагружения был растянут. В сжатой зоне бетона происходит разгрузка, а затем активное нагружение – скольжение вдоль оси ε_i до точки B′. Здесь мы пренебрегаем работой бетона, который был сжат, на растяжение. В арматуре растянутой зоны происходит разгрузка (участок AB). Участок BC (B′C′) описывает повторное приложение временной нагрузки. В нижнем волокне бетона происходит разгрузка, а затем активное нагружение. Однако покрытый трещинами бетон не может воспринимать растягивающие напряжения, поэтому происходит скольжение вдоль оси ε_i до точки C. В верхнем волокне происходит активное нагружение (участок B′C′). В растянутой арматуре также происходит активное нагружение (участок BAC). Повторное снятие временной нагрузки приводит к тому, что в нижнем волокне бетона происходит активное нагружение (участок CD) вследствие того, что растянутая арматура сжимает бетон. В верхнем слое бетона происходит разгрузка, а затем скольжение вдоль оси ε_i до точки D′. В растянутой арматуре наблюдается разгрузка (участок CD).

Заключение

Предлагаемый подход достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными, отражая главные особенности деформирования тонкостенных железобетонных плит. Он не требует привязки конечноэлементной сетки к шагу между арматурными стержнями и позволяет решать практические задачи на достаточно грубых сетках. В то же время кинематическая гипотеза о совместности перемещений бетона и арматуры в растянутой зоне бетона, покрытой трещинами, является слишком жесткой, поэтому при задании билинейной диаграммы для стали полученные значения несущей способности оказываются несколько завышенными. При использовании экспоненциальной аппроксимации билинейной диаграммы предлагаемый подход приводит к большим перемещениям при том же значении параметра нагружения, что и для билинейной диаграммы.

Формулирование основных соотношений деформационной теории пластичности в терминах остаточных деформаций позволило решить задачу о циклическом нагружении железобетонной плиты и выполнить моделирование сложных процессов взаимодействия бетона и арматуры.

Работа выполнена при поддержке Национального научного центра Польши (Narodowy Centrum Nauki, Polska) на основе решения DEC-2011/01/B/ST6/00674.

Литература

1. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 306 с.
2. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных задачах инженерной механики. Запорожье: ООО «ИПО», 2009. 400 с.
3. Bathe K.J., Walczak J., Welch A., Mistry N. Nonlinear analysis of concrete structures // Computers & Structures. 1989. Vol. 32. Pp. 563–590.
4. Podleś K., Szarliński A., Truty A. Analiza konstrukcji 2D z betonu w stanach granicznych dla procesów doraźnych i długotrwałych // Metody numeryczne w projektowaniu i analizie konstrukcji hydrotechnicznych, XIII konferencja naukowa – Korbielów. 2001. Pp. 1–10.
5. Lesmana C., Hu H.-T., Lin F.-M.,Huang N.-M. Numerical analysis of square reinforced concrete plates strengthened by fiber-reinforced plastics with various patterns // Composites: Part B. 2013. Vol. 55. Pp. 247–262.
6. Kim K., Bolander J. E., Lim Y. M. Failure simulation of RC structures under highly dynamic conditions using random lattice models // Computers & Structures. 2013. Vol. 125. Pp. 127–136.
7. Карпенко Н. И. Теория железобетона с трещинами. М.: Стройиздат, 1976. 203 с.
8. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. Finite Elements for continua and structures. New York: John Wiley & Sons Ltd, 2013. 795 p.
9. Jendele L, Cˇervenka J. On the solution of multi-point constraints – application to FE analysis of reinforced concrete structures // Computers & Structures. 2009. Vol. 87. Pp. 970–980.
10. Rabczuk T., Belytschko T. Application of particle methods to static fracture of reinforced concrete structures // International journal of fracture. 2006. Vol. 137. Pp. 19–49.
11. Yun Lee, Jin-Keun Kim. Numerical analysis of the early age behavior of concrete structures with a hydration based microplane model // Computers & Structures. 2009. Vol. 87. Pp. 1085–1101.
12. Ильюшин А.А. Пластичность. Часть первая. Упруго-пластические деформации. М.-Л. ОГИЗ, 1948. 376 с.
13. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
14. Sekulović M., Milašinović D., Kovaćević D. Modeling of joints deterioration in dynamic analysis of reinforced concrete frames. In book: Computational modelling of concrete structures. Edited by de Borst R., Bicanic N., Mang H., Meschke G. A.A. Balkema, /Rotterdam/Brookfield, 1998. Pp. 757 – 766.
15. Клованич С.Ф. Модель прочности и деформаций бетона и грунта при сложном напряженном состоянии // Будівельні конструкції. 2003. 59. С. 163–170.
16. Фиалко С.Ю. О несущей способности несовершенных подкрепленных прямоугольных пластинок, подверженных действию сжимающих торцевых нагрузок // Прикл. механика. 1991. 27. №2. С. 73–80.
17. Фиалко С.Ю. Несущая способность гибких тонкостенных подкрепленных призматических складчатых систем // Прикл. механика. 1996. 32. №2. С. 33-40.
18. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 471 с.
19. Bathe K. J. Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037 p.
20. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The finite element method. Fifth edition. Volume 1: The basis. Jordan Hill: Oxford OX2 8DP Butterworth-HeinemannLinacre House, 2000. 689 p.
21. Sussman T., Bathe K. J. 3D-shell elements for structures in large strains // Computers & Structures. 2012. Vol. 122. Pp. 2–12.
22. Lee Y., Yoon K., Lee P.-S. Improving the MITC3 shell finite element by using the Hellinger–Reissner principle // Computers & Structures. 2012. Vol. 110–111. Pp. 93–106.
23. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Наука, 1987. 627 с.
24. Фиалко С.Ю. Конечный элемент для упруго-пластического расчета железобетонных плоских рам со стержнями прямоугольного сечения. В кн.: Строительная механика и строительные конструкции. М.: СКАД СОФТ, 2013. С. 416–438.
25. Бенин В.А., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть I. Модели с учетом несплошности соединения // Инженерно-строительный журнал. 2013. №5. С. 86–144.

Сергей Юрьевич Фиалко, г. Краков, Польша
Тел. раб.: +4(851)069-31-87; эл. почта: sfialko@riad.pk.edu.pl

© Фиалко С. Ю., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.4

Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли

Д.ф.-м.н., профессор М.Н. Кирсанов,
Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Аннотация. Оценивается деформация упругой статически определимой консольной фермы увеличенного внутреннего объема под действием изгибающих и скручивающих нагрузок для произвольного числа поясов конструкции.

Увеличение объема достигается заменой плоских боковых граней фермы выпуклыми. Усилия в стержнях определяются аналитически методом вырезания всех неопорных узлов фермы. Выведены простые аналитические выражения для прогиба, позволяющие выбрать оптимальные размеры и асимптотически сравнить конструкцию по гибкости с аналогичными известными системами.

Показано, что гибкость предлагаемой конструкции сравнима с известными системами. Графики зависимости прогиба от размеров и числа поясов обнаруживают экстремумы, что позволяет оптимизировать геометрию фермы. Получены точные формулы для параметров оптимальной по прогибу фермы. Использован индуктивный метод при поддержке системы компьютерной математики Maple.

Ключевые слова: деформации; метод индукции; пространственная ферма; консоль; кручение

Несмотря на широкое распространение в практике пространственных ферм, аналитические расчеты усилий и конечные формулы для них достаточно редки [1–5]. Задачи повышения прочности и оптимизации, как правило, решаются численно, с применением различных специализированных пакетов и программ [6–15]. Известно [1], что в некоторых случаях численные методы не в состоянии выявить особенности конструкции, найти ее слабые места. Аналитические методы, ставшие более доступными с появлением систем символьных преобразований [16, 17], позволяют проводить исследования сложных (в основном регулярных [18]) конструкций и получать практические формулы с достаточно широким спектром применения. В настоящей работе для расчета и анализа статически определимых систем развивается индуктивный метод [1–5] на основе системы аналитических вычислений Maple.

Схема конструкции

Ферма представляет собой пространственную статически определимую конструкцию, состоящую из шарнирно соединенных между собой стержневых треугольников (рис. 1, 2). По высоте ферма разбита на n поясов одинаковой высоты h. В общем случае ферма может иметь k граней (рис. 1, 2). Горизонтальные стержни образуют в плане правильные многоугольники, вписанные в окружность радиуса r (при $k = 3$ – треугольники, рис. 1). Через шарниры их вершин проходят стержни вертикальных стоек. Боковые стороны пояса – стержни, соединенные по четыре в правильные пирамиды. Основное назначение таких пирамид – увеличение внутреннего объема конструкции. В более простом и распространенном варианте аналогичной фермы вместо четырех стержней пирамиды используется один диагональный стержень (ниже такая ферма будет принята за ферму сравнения при оценке жесткости системы, рис. 7, 8). Вершины пирамиды также расположены на горизонтальных окружностях радиуса R (рис. 2, 3) и образуют правильный многоугольник. Каждый пояс содержит $6k$ стержней. Стержни нижнего пояса опираются на шарнирные опоры.

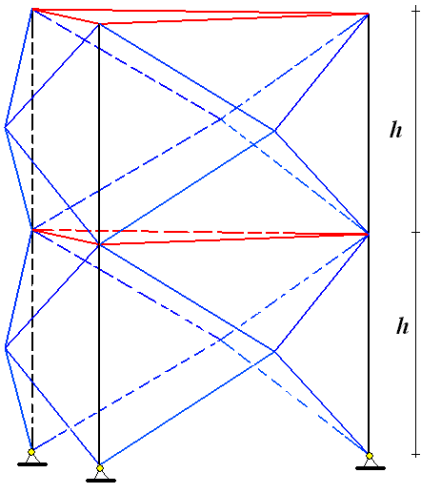


Рисунок 1. *n* = 2, *k* = 3

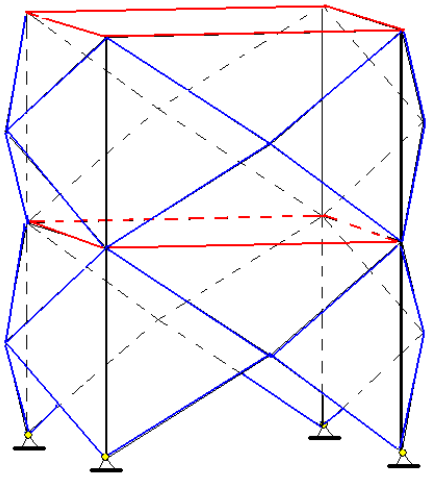


Рисунок 2. *n* = 2, *k* = 4

Рассмотрим случай фермы с треугольным основанием, *k* = 3 (рис. 1). Зададимся геометрией фермы, характеризующейся тремя размерами: h, R, r и числом поясов *n*, $H = nh$ – общая высота фермы. Введем систему координат с началом в центре тяжести верхнего горизонтального сечения, ось z направим вниз. Получим:

$$x_i = r\cos(\varphi(i-1)),\ y_i = r\sin(\varphi(i-1)) = 0,\ z_i = 0,$$
$$x_{i+k+t} = R\cos(\varphi i - \varphi/2),\ y_{i+k+t} = R\sin(\varphi i - \varphi/2) = 0,\ z_{i+k+t} = h(2j-1),$$
$$x_{i+2k+t} = r\cos(\varphi i - \varphi),\ y_{i+2k+t} = r\sin(\varphi i - \varphi) = 0,\ z_{i+2k+t} = 2hj,$$

где $\varphi = 2\pi/k,\ \ i = 1,...,k,\ t = 2k(j-1),\ j = 1,...,n,\ k = 3.$

Алгоритм расчета был составлен с перспективой расширения объекта исследования до ферм с большим числом боковых граней *k*. Принцип составления системы уравнений метода вырезания узлов основан на вычислении направляющих косинусов усилий, вычисляемых по заданным координатам, и организации их записи в матрицу G [6]. Уравнения равновесия сводятся к системе $G\vec{X} = \vec{Y}$, где $\vec{X}$ – вектор усилий в стержнях, $\vec{Y}$ – вектор нагрузок. Для решения системы линейных уравнений в символьном виде применялась операция вычисления обратной матрицы, имеющая в системе Maple простой вид $G^{-1} = 1/G$. С помощью обратной матрицы решение системы получается умножением матрицы на вектор нагрузок $\vec{X} = G^{-1}\vec{Y}$. Такой несколько необычный прием не требует вызова специализированного пакета LinearAlgebra и сокращает время преобразований.

Изгиб

Рассмотрим нагружение конструкции в верхнем поясе горизонтальной сосредоточенной силой, направленной вдоль оси x (рис. 3). При этом консольная ферма в целом условно работает на изгиб. Результатом работы программы являются следующие аналитические выражения для усилий в *i*-м поясе фермы:

$$S_i^I = S_i^{VI} = -S_i^{II} = -S_i^{III} = -(1/3R)\sqrt{R^2 + r^2 + h^2 - Rr}\ ,$$

$$V_i^I = -2(2i-1)h/r\ ,\ V_i^{II} = (2i-1)h/r\ ,\ T_1^I = \sqrt{3}(R+r)/(9r)\ ,\ T_1^{II} = -\sqrt{3}(2R-r)/(9r),$$
$$i = 2,...,n\ .$$

Отметим, что усилия S_i в боковых пирамидальных гранях фермы не зависят от номера пояса *i* и отличны от нуля на боковых (по отношению к направлению оси x) гранях. Естественная симметрия усилий в этих гранях выполняется. На третьей, задней, грани усилия в каждом из четырех стержней пирамиды равны нулю (эти усилия на рисунке 4 не обозначены). В верхнем горизонтальном поясе усилия T отличны от нуля, во всех других они нулевые при данной нагрузке: $T_i^I = T_i^{II} = 0,\ i = 2,...,n$.

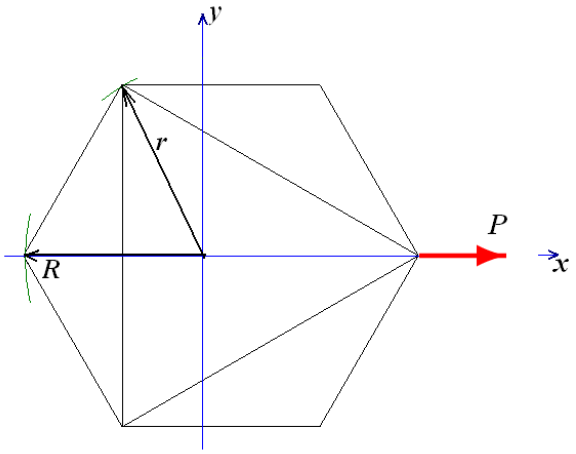


Рисунок 3. Изгиб

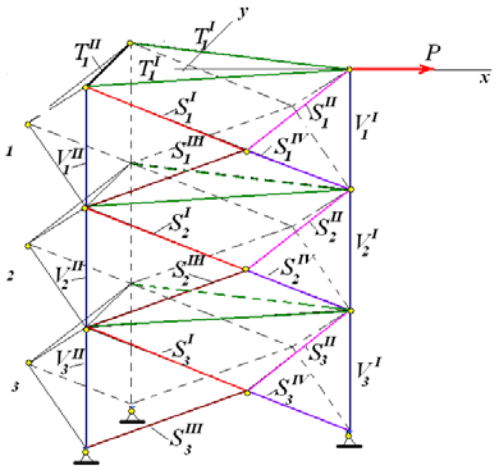


Рисунок 4. Обозначения усилий (*n* = 3)

Прогиб (перемещение точки приложения силы по оси x) определяем по формуле Максвелла – Мора:

$$\Delta = P\sum_{j=1}^{m}\frac{S_j^{\,2}l_j}{EF}, \qquad (1)$$

где E – модуль упругости стержней; F – площадь сечения стержней (одинаковые для всей конструкции); l_j и S_j – длина *j*-го стержня и усилие в нем от действия единичной силы; $j = 1,...,m$. Всего в конструкции $m = 6kn$ стержней. Введем обозначение $\tilde{\Delta} = \Delta EF / P$. Методом индукции после некоторых преобразований получим относительный прогиб верхнего узла фермы

$$\tilde{\Delta} = \frac{A_n(R^2 + r^2 + h^2 - Rr)^{3/2} + 12B_n h^3 + r\sqrt{3}(r^2 + 2R^2)}{9r^2}, \qquad (2)$$

где $A_n = 8n$, $B_n = n(4n^2 - 1)/3$. Если линейная зависимость от числа n в коэффициенте A_n легко угадывается, то коэффициент B_n получен в системе Maple [16, 17] обобщением последовательности 1, 10, 35, 84, 165, 286… . Для получения общего члена последовательности применялась функция **rgf_findrecur** из пакета **genfunc**, возвращающая рекуррентное уравнение

$$B_n = 4B_{n-1} - 6B_{n-2} + 4B_{n-3} - B_{n-4}.$$

Для решения этого уравнения использовался оператор **rsolve** [1, 16]. Для фермы заданной высоты $H = nh$ зависимость прогиба от числа поясов *n* обнаруживает минимум (рис. 5). При этом выявляется несколько неожиданный результат – с увеличением радиуса R (отвечающего за условную высоту стержневых «пирамид» по бокам фермы) прогиб не падает, а наоборот, растет (R на рисунке в метрах). Зависимость прогиба от радиуса R также обнаруживает минимум (рис. 6).

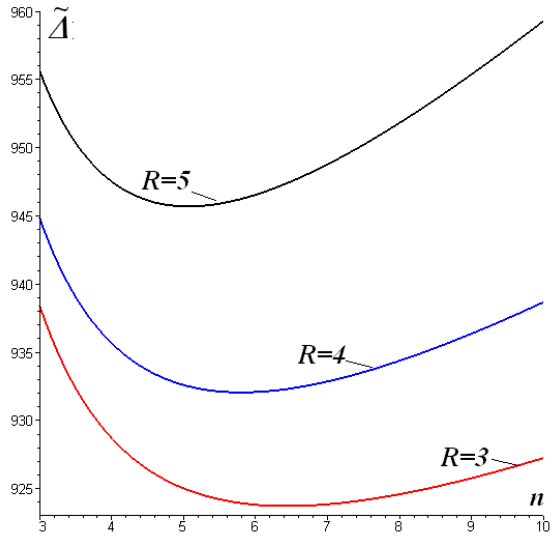


Рисунок 5. $H = 20\,м,\ r = 4\,м$

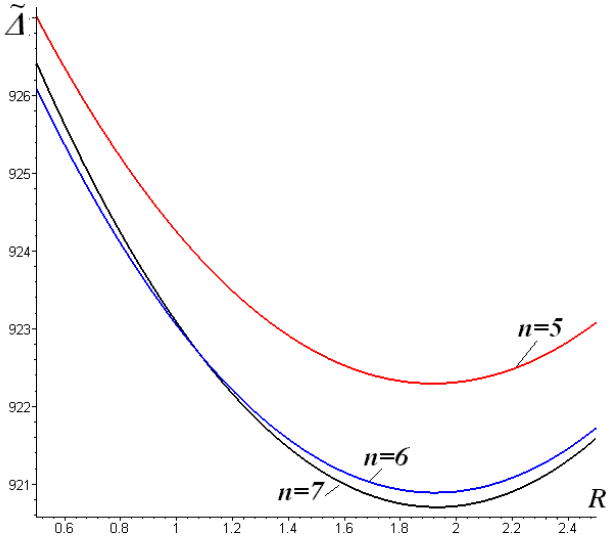


Рисунок 6. $H = 20\,м,\ r = 4\,м$

Асимптотическое сравнение

Исследуемая ферма, безусловно, сложнее общепринятой простой статически определимой фермы, где вместо «пирамид» на боковых гранях расположен простой диагональный стержень (рис. 7, 8). Фермы 1 и 2 отличаются ориентацией диагональных стержней на боковых гранях. Сравним исследуемую ферму и фермы 1 и 2 по жесткости. Проведя индуктивный анализ прогибов ферм 1 и 2 (этот анализ получается проще, так как стержней меньше), получим по формуле Максвелла – Мора прогибы $\tilde{\Delta}_1$ и $\tilde{\Delta}_2$ соответственно для ферм сравнения 1 и 2:

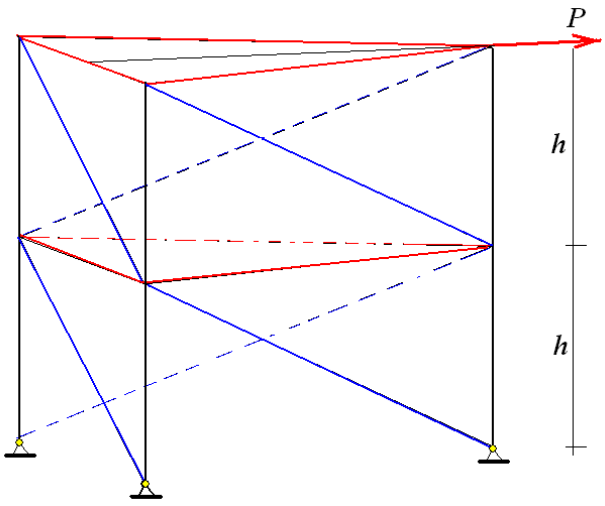


Рисунок 7. Ферма сравнения 1

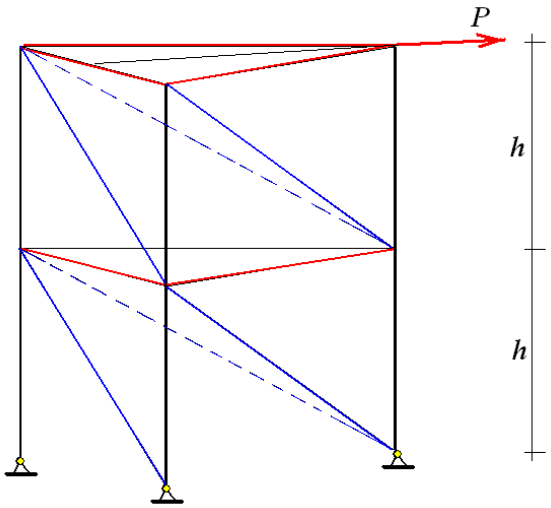


Рисунок 8. Ферма сравнения 2

$$\tilde{\Delta}_1 = \frac{2n(3r^2+h^2)^{3/2} + 2n^3h^3 + 3(2n-1)\sqrt{3}r^3}{9r^2},$$

$$\tilde{\Delta}_2 = \frac{2(n(3r^2+h^2)^{3/2} + n(n^2+(1-n)/2)h^3 + 3n\sqrt{3}r^3)}{9r^2}, \qquad (3)$$

где введены обозначения для относительных величин $\tilde{\Delta}_1 = \Delta_1 EF / P$, $\tilde{\Delta}_2 = \Delta_2 EF / P$.

Зависимость прогибов от числа поясов при постоянной высоте $H = nh$ позволяет найти предел $\lim\limits_{n\to\infty} \tilde{\Delta} / \tilde{\Delta}_2 = \lim\limits_{n\to\infty} \tilde{\Delta} / \tilde{\Delta}_3 = 2\sqrt{3}/9 \approx 0{,}385$, показывающий, что гибкость исследуемой

фермы (рис. 1) приблизительно в три раза меньше гибкости ферм сравнения (рис. 7, 8), и это отношение не зависит от размеров R, r, H конструкции.

Кручение

Для определения жесткости конструкции на кручение приложим к вершинам верхнего стержневого треугольника осесимметричным образом три горизонтальные сосредоточенные силы *P* (рис. 9). По формуле Максвелла – Мора получим окружное смещение одной из вершин (по оси y, для вершины с координатами $(r,0,0)$):

$$EF\Delta^{\varphi} = P\frac{4n(R^2+r^2+h^2-Rr)^{3/2}}{3R^2}. \qquad (4)$$

Как и в задаче об изгибе при заданной высоте $H = nh$ конструкции, кривая $\tilde{\Delta}^{\varphi}(R) = \Delta^{\varphi}EF/P$ зависимости прогиба от радиуса *R* обнаруживает минимум, значение которого достигается при

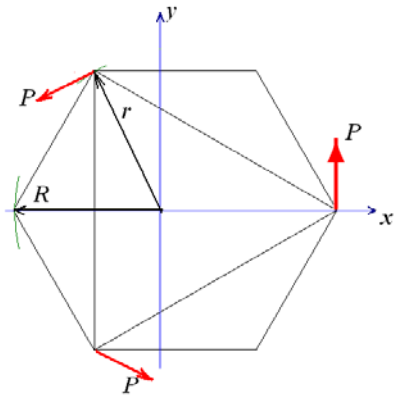


Рисунок 9. Кручение

$$R = \frac{1}{4}\left(\sqrt{33r^2+32(H/n)^2}-r\right) \qquad (5)$$

В частном случае при $R = r$ минимум зависимости $\tilde{\Delta}^{\varphi}(R)$ достигается для $r = \sqrt{2}H/n$ (рис. 10, радиус *r* в метрах).

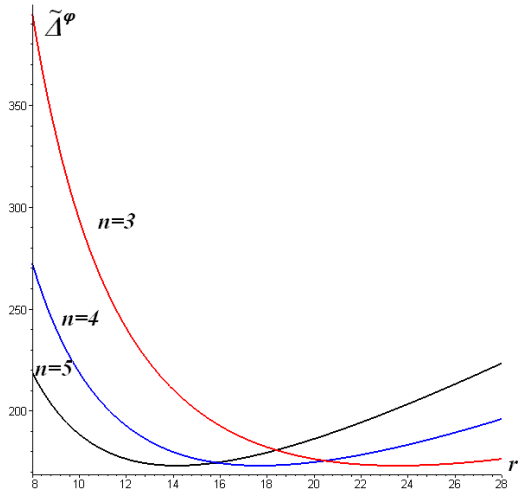


Рисунок 10. Кручение фермы, $H = 50\,м$

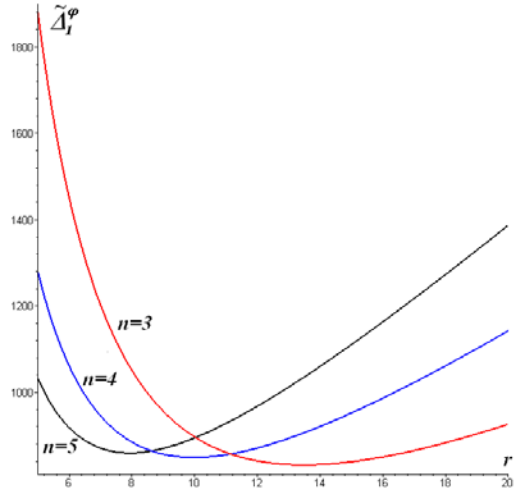


Рисунок 11. Кручение фермы сравнения 1, $H = 50\,м$

Окружное смещение для призмы сравнения 1 под действием такой же крутящей нагрузки в зависимости от числа поясов и размеров получается индуктивно и имеет вид

$$EF\Delta^{\varphi}_1 = P\frac{4n(h^3+(3r^2+h^2)^{3/2})+3\sqrt{3}(4n-3)r^3}{3r^2}. \qquad (6)$$

Соответствующая кривая $\tilde{\Delta}_1^{\varphi}(R)$ (рис. 11) также обнаруживает минимум. Аналитическое выражение для экстремального радиуса, подобное (5), здесь получить не удается (хотя ферма и проще). Предельное отношение относительных прогибов (4) и (6) при $\tilde{\Delta}_1^{\varphi} = \Delta_1^{\varphi}EF/P$ зависит от радиусов *R* и *r*:

$$\lim_{n\to\infty} \tilde{\Delta}^{\varphi} / \tilde{\Delta}_1^{\varphi} = \frac{\sqrt{3}(R^2 + r^2 - Rr)^{3/2}}{18rR^2}.$$

При $R = r$ это число равно $\sqrt{3}/18 \approx 0,096$, т. е. на кручение ферма повышенного объема по отношению к стандартной ферме сравнения приблизительно в 10 раз менее жесткая. Этот факт подсказывает проектировщику, что необходимо принимать меры по увеличению жесткости конструкции, в частности, это возможно за счет перераспределения материала по стержням [5, 18–20].

Численный пример расчета. При высоте мачты антенной конструкции, равной 20 м, с $n = 10$ секциями и тремя стойками (например, мачта типа МТП без оттяжек), $R = r = 1$ м, по формуле (2) имеем горизонтальное смещение мачты от действия изгибающей силы $P = 1000$ Н, равное 0,367 м. Стойки мачты выполнены из стальных труб длиной 2 м, диаметром 6 см с толщиной стенки 1 мм. При действии трех скручивающих сил $P = 1000$ Н линейное смещение точек верхнего контура этой же конструкции по формуле (6) равно 3,83 мм. Эти значения близки к оптимальным для данной конструкции. Некоторое изменение соотношения числа секций и радиусов R и r приводит к снижению жесткости конструкции (рис. 5, 6).

Выводы

На основе индуктивного метода с помощью системы компьютерной математики Maple получены аналитические формулы для прогибов консольной фермы с боковыми гранями пирамидальной формы в зависимости от числа поясов и размеров фермы. Проведено асимптотическое сравнение результатов с простыми фермами с плоскими гранями тех же размеров. Найдены оптимальные по жесткости геометрические параметры фермы. Все результаты легко обобщаются на фермы с большим числом боковых граней.

Литература

1. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11–15.
2. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. №6(24). С. 28–34.
3. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 52–58.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. №1. С. 49–53.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5–8.
6. Ramaswamy G. S., Eekhout M., Suresh G.R. Analysis, Design and Construction of Steel Space Frames. London: Thomas Telford Publishing, 2002. 242 p.
7. Narayanan S. Space Structures: Principles and Practice. U.K., Essex, Brentwood: Multi-Science Publishing Company, 2006. 844 p.
8. Chilton J. Space Grid Structures. U.S.A. Woburn, MA: Architectural Press, 2000. 180 p.
9. Gasbarria P., Montia R., Sabatinib M. Very large space structures: Non-linear control and robustness to structural uncertainties // Acta Astronautica. 2014. Vol. 93. Pp. 252–265.
10. Camp C. V., Farshchin M. Design of space trusses using modified teaching–learning based optimization // Engineering Structures. 2014. Vol. 62–63. Pp. 87–97.
11. Kaveh A., Sheikholeslami R., Talatahari S., Keshvari-Ilkhichi M. Chaotic swarming of particles: A new method for size optimization of truss structures // Advances in Engineering Software. 2014. Vol. 67. Pp. 136–147.
12. Maggie Kociecki, Hojjat Adeli Two-phase genetic algorithm for topology optimization of free-form steel space-frame roof structures with complex curvatures // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2014. Vol. 32. Pp. 218–227.
13. Lebee A., Sab K. Homogenization of a space frame as a thick plate: Application of the Bending-Gradient theory to a beam lattice // Computers & Structures. 2013. Vol. 127. Pp. 88–101.

14. Stottrup-Andersen U. Masts and Towers // Proceedings of the IASS Symposium, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures, 28 September – 2 October 2009, Universidad Politecnica de Valencia, Spain. Alberto DOMINGO and Carlos Lazaro (eds.) Pp. 127–138.
15. Zhang R., Guo X., Liu Y., Leng J. Theoretical analysis and experiments of a space deployable truss structure // Composite Structures. 2014. Vol. 112. Pp. 226–230.
16. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. М.: ДМК – Пресс, 2011. 800 с.
17. Голоскоков Д.П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб.: Изд-во ПаркКом, 2010. 644 с.
18. Клячин А.З. Металлические решетчатые пространственные конструкции регулярной структуры. Екатеринбург: Диамант, 1994. 276 с.
19. Марутян А. С., Григорьян М. Б., Глухов С. А. Пространственные решетчатые несущие конструкции (модули типа «Пятигорск»-2) // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №1. С. 64–71.
20. Алпатов В. Ю., Холопов И. С. Оптимизация геометрической формы пространственно-стержневых конструкций // Металлические конструкции. 2009. Т. 15. №1. С. 47–57.

Михаил Николаевич Кирсанов, Москва, Россия

Тел. моб.: +7(916)905-59-94; эл. почта: mpei2004@yandex.ru

© Кирсанов М. Н., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.5

Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимомента

Д.т.н., заведующий кафедрой металлических конструкций А. Р. Туснин;
аспирант М. Прокич,
Московский государственный строительный университет

Аннотация. В строительных металлических конструкциях возможно совместное действие изгибающего момента и бимомента на стержни, имеющие двутавровое сечение. В упругой стадии работы материала проверка прочности состоит в определении максимальных нормальных напряжений, которые для симметричных двутавров равны сумме напряжений от момента и бимомента. Максимальные напряжения сравниваются с расчетным сопротивлением.

При развитии пластических деформаций несущая способность профиля выше, чем в упругой стадии. Расчет тонкостенных стержней открытого профиля с учетом пластических деформаций позволит более корректно определить их несущую способность и требует дальнейшего исследования.

В статье рассматривается совместное действие изгибающего момента и бимомента на двутавровые профили. Даны рекомендации по проверке их несущей способности с учетом развития пластических деформаций.

Ключевые слова: стесненное кручение; двутавровая балка; изгибающий момент; бимомент; коэффициент для учета пластических деформаций

Введение

Работа симметричных двутавров под действием изгибающего момента и при развитии пластических деформаций вплоть до образования пластического шарнира хорошо изучена. В строительных нормах даны рекомендации по расчету двутавров на изгиб в пластической стадии работы стали. Учет пластических деформаций с введением соответствующего коэффициента согласно действующим нормам по проектированию позволяет увеличить несущую способность двутаврового профиля до 19 % (СП 16.13330.2011. Стальные конструкции):

$$\frac{M}{c\,W_n R_y \gamma_c} \le 1, \qquad (1)$$

где M – изгибающий момент; W_n – момент сопротивления сечения нетто; R_y – расчетное сопротивление по пределу текучести стали; γ_c – коэффициент условия работы; c – коэффициент, учитывающий развитие пластических деформаций в сечении при изгибе.

В тонкостенных стержнях открытого профиля при стесненном кручении возникают дополнительные секториальные напряжения. Секториальные напряжения эквивалентны внутреннему усилию – бимоменту. При совместном действии изгибающего момента и бимомента переход в пластическую стадию работы происходит раньше, чем при изгибе, поскольку на определенных участках сечения нормальные секториальные напряжения от бимомента суммируются с нормальными напряжениями от изгиба. Цель исследования совместного действия изгиба и стесненного кручения при развитии пластических деформаций заключается в разработке практической методики расчета тонкостенных стержней открытого профиля при сложном загружении.

Состояние вопроса

Стесненное кручение тонкостенных стержней открытого профиля в упругой стадии изучали В.З. Власов, Д.В. Бычков, С.П. Тимошенко, Г.Ю. Джанелидзе, Я.Г. Пановко, H. Wagner [1–5], рассматривая малые углы поворота поперечного сечения. Экспериментальные исследования двутавровых балок при чистом кручении проводили N.S. Boulton, K.S. Dinno и S.S. Gill, C.R. Farwell и T.W. Galambos. Полученные ими результаты показали, что при упругопластическом кручении предельные моменты были значительно выше, чем предсказывалось теорией [6–8]. Теоретические исследования пластического разрушения консольных стержней при стесненном

кручении проводили K.S. Dinno и W. Merchant, определяя несущую способность стержня в пластической стадии как сумму двух составляющих: чистого и стесненного кручения [9].

Г.И. Белый, Н.И. Ватин, Э.Л. Айрумян, В.А. Рыбаков и др. [10, 17] на конкретных примерах показали неприменимость гипотезы плоских сечений при анализе напряженно-деформированного состояния (НДС) тонкостенных стержней открытого профиля и отметили неясность при учете бимомента как дополнительного силового фактора, присутствующего в российских строительных нормах. Теоретическими и экспериментальными исследованиями подтверждена значимость учета бимомента как силового фактора, вносящего большой вклад в нормальные напряжения элементов конструкций [18–23]. При решении инженерных задач расчета тонкостенных конструкций на кручение использовались разные способы моделирования стержня: с помощью конечных элементов оболочки в современных программных комплексах, а также конечных элементов, учитывающих депланацию поперечного сечения стержня [24–27].

Y.L. Pi и N.S. Trahair [28] исследовали поведение стальных двутавровых балок при стесненном кручении. Их исследования показали, что исчерпание несущей способности такого элемента происходит вследствие пластического разрушения полок и при больших углах закручивания, возникающих до образования пластического шарнира в балке.

Более поздние результаты испытаний [29] и численных исследований [30] показали, что самоупрочнение стали с развитием пластических деформаций приводит к значительному увеличению несущей способности при больших углах поворота сечения. Также экспериментально исследовано влияние деформаций контура поперечного сечения на работу тонкостенных стержней открытого профиля в зависимости от безразмерного параметра *kl* и условий закрепления концов стержня [31].

N.S. Trahair [32], пользуясь методикой W. Merchant, получил выражения пластического момента при чистом кручении и пластического бимомента для двутавровых профилей:

$$B_{pl} = \frac{R_y b_f^2 t_f h}{4}, \quad (2)$$

где величины b_f, t_f, h – размеры двутаврового сечения согласно рисунку 1.

Авторами данной работы было предложено выполнять расчет в пластической стадии работы двутавровых профилей в форме, соответствующей российским нормам проектирования, и сформулировано выражение для проверки несущей способности двутаврового сечения при действии бимомента [33]. Расчет выполняется с использованием коэффициента учета пластических деформаций при стесненном кручении c_ω:

$$\frac{B}{c_\omega \cdot W_\omega \cdot R_y \cdot \gamma_c} \le 1, \quad (3)$$

где W_ω – секториальный момент сопротивления сечения; $c_\omega = 1{,}47$.

Постановка задачи

В статье анализируется НДС симметричного двутаврового сечения при действии изгибающего момента и бимомента и развитии пластических деформаций. Анализ НДС проводится для ряда двутавровых сечений, охватывающих широкий диапазон размеров.

Относительные деформации при действии изгибающего момента распределяются по сечению линейно, при действии бимомента – пропорционально секториальным площадям. При исследовании работы предполагается, что пластические деформации по сечению могут развиваться неограниченно, а величина напряжений ограничена пределом текучести. Выводятся теоретические зависимости предельного бимомента в зависимости от действующего изгибающего момента.

Для проверки теоретических зависимостей и практической формулы выполняются численные исследования с учетом физической нелинейности системы.

Описание исследования

Рассмотрим распределение деформаций и напряжений по сечению симметричного двутавра (рис. 1). Качественно эпюры деформаций по высоте сечения и по ширине полки

не меняются с ростом нагрузки (эпюра "ε_u" – от изгиба, эпюра "ε_ω" – от бимомента). Нормальные напряжения определяются деформациями с учетом диаграммы работы стали. При анализе несущей способности принято отсутствие стадии самоупрочнения, т. е. площадка текучести считается бесконечной (согласно диаграмме на рисунке 4). При рассмотрении эпюр от двух составляющих – момента и бимомента – принята схема, вытекающая из известного подхода к оценке НДС в пластической стадии работы материала[1]. Изгибные нормальные напряжения σ_M (рис. 1, а) суммируются с нормальными напряжениями от бимомента σ_B, действующего в полках сечения (рис. 1, б). Суммарные напряжения (рис. 1, в) при переходе в состояние предельного равновесия достигают значений, равных пределу текучести σ_Y (рис. 1, г). На рисунке 1, г эпюры нормальных напряжений даны для состояния, соответствующего предельной несущей способности профиля. В пластическом состоянии и предельном равновесии даже при первоначально однозначных эпюрах из-за развития пластических деформаций произойдет перемена знака напряжений на части полки. Особенностью распределения напряжений по сечению является равновесие нормальных напряжений и усилий, действующих в стержне. С учетом этого центральная зона эпюры (шириной a на полках с наклонной штриховкой) уравновешивает изгибающий момент *M*, боковые зоны эпюры с прямой штриховкой (шириной d) уравновешивают бимомент *B*.

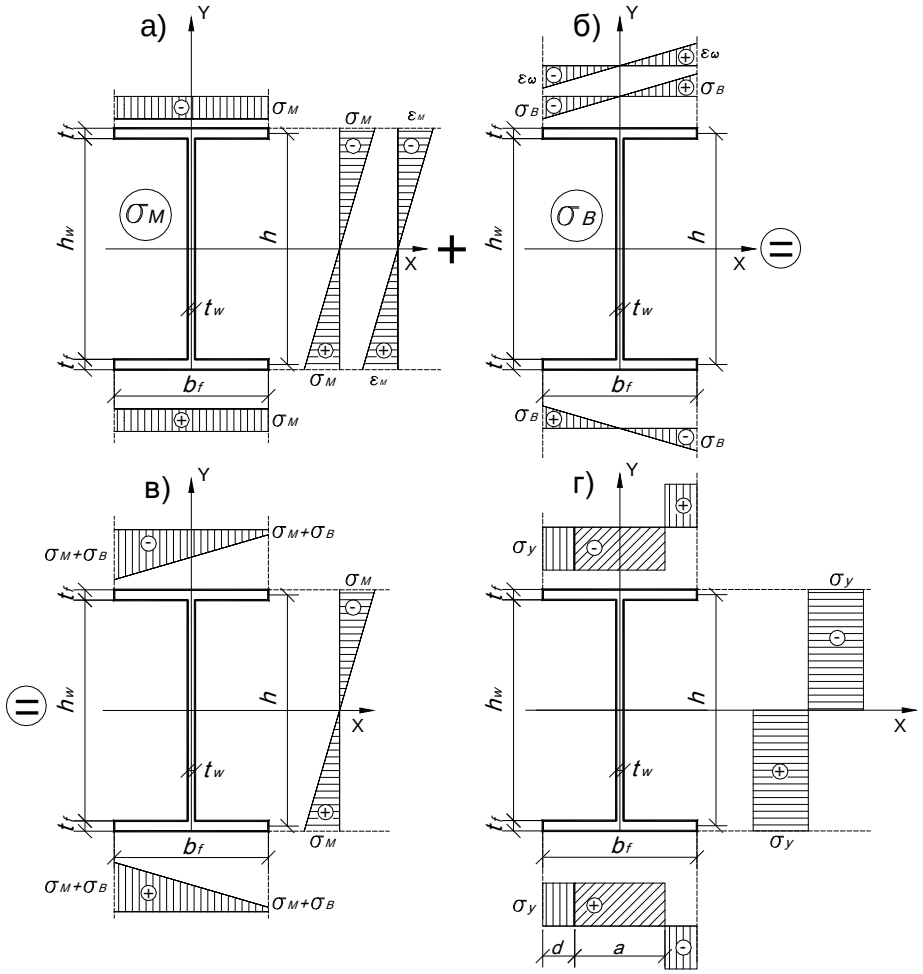


Рисунок 1. Напряженно-деформированное состояние двутаврового сечения при совместном действии изгибающего момента относительно оси X и бимомента

Ширину участка a эпюры нормальных напряжений легко определить из равенства внешнего изгибающего момента M и внутреннего изгибающего момента, воспринимаемого сечением M_{int}: $M = M_{\text{int}}$. При переходе к методике расчета произведем замену предела текучести стали σ_y на расчетное сопротивление по пределу текучести R_y.

[1] Беленя Е. И. Металлические конструкции. М.: Стройиздат, 1986. 560 с.
Туснин А.М., Прокич М. Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимомента

С учетом того, что

$$M_{\text{int}} = t_f a h R_y + \frac{A_w}{2}\frac{h}{2}R_y, \quad (4)$$

где $A_w = h_w t_w$ – площадь стенки, ширина a равна:

$$a = \frac{M - A_w h R_y/4}{t_f R_y h} = \frac{M}{t_f R_y h} - \frac{A_w}{4t_f}. \quad (5)$$

Внутренний бимомент, воспринимаемый сечением B_{int}, равен:

$$B_{\text{int}} = d \cdot t_f R_y (d + a) h, \quad (6)$$

где $d = (b_f - a)/2$. Подставив определенное выше значение a в формулу для d и приравняв внешний бимомент B к внутреннему бимоменту B_{int}, получим:

$$B = 0.5\left(A_f R_y - \frac{M}{h} + \frac{A_w R_y}{4}\right)\left(\frac{b_f h}{2} - \frac{M}{2t_f R_y} + \frac{A_w h}{8t_f}\right). \quad (7)$$

Анализ выражения (7) показал, что предельный бимомент зависит от величины изгибающего момента, действующего совместно с бимоментом. Предельный изгибающий момент можно определить с использованием методики строительных норм: $M_{pl} = cW_n R_y \gamma_c$, где коэффициент c определяется по действующим нормам. Аналогично для пластического бимомента, воспринимаемого сечением, можно записать: $B_{pl} = c_\omega W_\omega R_y \gamma_c$, где $c_\omega = 1.47$. При совместном действии изгибающего момента и бимомента проверку прочности с учетом развития пластических деформаций необходимо выполнять, учитывая влияние на несущую способность обоих усилий. В таблице 1 представлены результаты расчетов отношений предельного бимомента к пластическому бимоменту в зависимости от отношения действующего момента к пластическому моменту. Рассмотрим два варианта определения искомого отношения.

1 вариант: из условия

$$\frac{M}{cW_n} + \frac{B}{c_\omega W_\omega} = R_y \gamma_c \quad (8)$$

следует

$$B / B_{pl} = \left(R_y \gamma_c - \frac{M}{cW_n}\right) c_\omega W_\omega / B_{pl}. \quad (9)$$

2 вариант: бимомент определяется выражением (7), которое модифицировано с учетом того, что по российским нормам (СП 16.13330.2011 Стальные конструкции) развитие пластических деформаций в сечении ограничено, поэтому в районе нейтральной оси сохраняется упругое ядро и бимомент определяется по формуле:

$$B = 0.5\left(A_f R_y - \frac{M}{h} + \frac{M_{wpl}}{h}\right)\left(\frac{b_f h}{2} - \frac{M}{2t_f R_y} + \frac{M_{wpl}}{2t_f R_y}\right), \quad (10)$$

где $M_{wpl} = M_{pl} - A_f R_y h$ – момент, воспринимаемый стенкой при развитии пластических деформаций; $a > t_w$.

Расчет по двум вариантам проведен для 5 типов сечений, для которых соотношение ширины полки к высоте стенки меняется в диапазоне 0.25…0.5, что соответствует балочным и широкополочным двутавровым профилям.

Таблица 1. Расчет совместного действия момента и бимомента

Тип сечения	1	2	3	4	5
hw, см	40.00	50.00	50.00	75.00	80.00
tw, см	0.80	0.60	0.60	0.80	1.00
bf, см	10.00	14.00	16.00	25.00	40.00
tf, см	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
h, см	41.4	51.6	51.8	77.0	82.2
Aw, см2	32.0	30.0	30.0	60.0	80.0
Af, см2	14.0	22.4	28.8	50.0	88.0
It, см4	30.1	50.2	79.0	175.4	372.7
Iw, см6	99981	487071	824291	7720052	39640128
Wn, см3	760.0	1356.0	1674.9	4464.6	8056.1
Ww, см4	982.6	2739.4	4048.6	16252.7	48878.1
GIt, кН/м2	23.512	39.152	61.596	136.781	290.734
EIw, кН/м4	20.596	100.337	169.804	1590.331	8165.866
k	1.068	0.625	0.602	0.293	0.189
Ry, кН/см2	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0
Af/Aw	0.438	0.747	0.960	0.833	1.100
c	1.138	1.095	1.074	1.087	1.067
cw	1.470	1.470	1.470	1.470	1.470
Mpl, кН м	207.48	356.48	431.74	1164.36	2063.01
Mwpl, кН м	68.38	79.07	73.69	240.36	326.94
Bpl, кН м2	3.47	9.66	14.28	57.34	172.44
Расчёт по 1 варианту					
B/Bpl при моменте 0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
B/Bpl при моменте 0.2Mpl	0.800	0.800	0.800	0.800	0.800
B/Bpl при моменте 0.4Mpl	0.600	0.600	0.600	0.600	0.600
B/Bpl при моменте 0.6Mpl	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
B/Bpl при моменте 0.8Mpl	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
B/Bpl при моменте Mpl	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Расчёт по 1 варианту					
B/Bpl при моменте 0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
B/Bpl при моменте 0.2Mpl	1.000	1.004	1.001	1.000	1.004
B/Bpl при моменте 0.4Mpl	0.992	0.952	0.926	0.947	0.924
B/Bpl при моменте 0.6Mpl	0.840	0.767	0.734	0.759	0.730
B/Bpl при моменте 0.8Mpl	0.509	0.450	0.425	0.444	0.422
B/Bpl при моменте Mpl	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

При расчете по 1 варианту отношение B/B_{pl} представляет собой линейную зависимость от отношения M/M_{pl}. При расчете по 2 варианту зависимость нелинейная, при этом величина бимомента заметно выше, чем при расчете по 1 варианту. На рисунке 2 показаны графики зависимостей отношения B/B_{pl} от отношения M/M_{pl}.

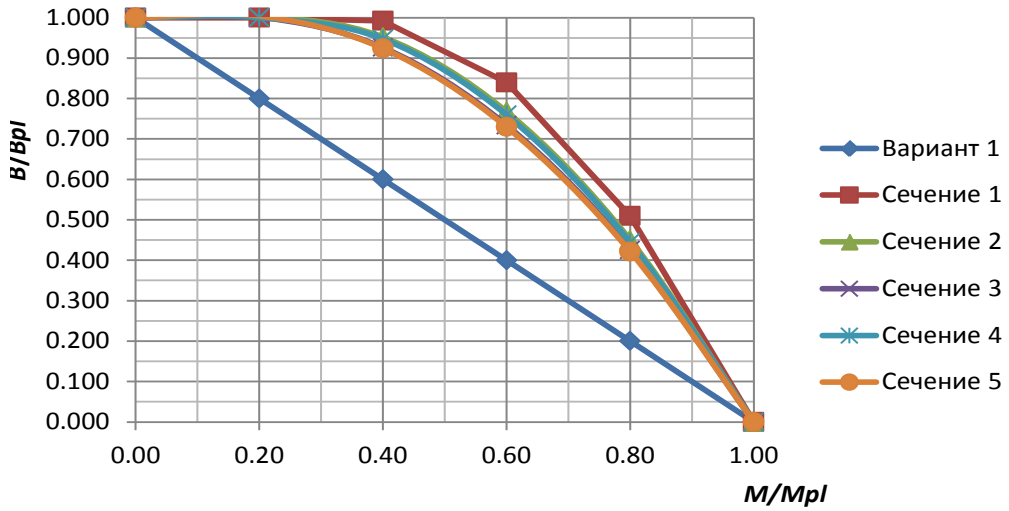


Рисунок 2. Зависимости отношения B/B_{pl} от отношения M/M_{pl}

Для оценки достоверности полученных теоретических зависимостей выполнены численные исследования работы двутавровых профилей. Расчеты выполнены вычислительным комплексом Nastran для сечения 5-го типа, имеющего по 2-му варианту минимальные предельные значения бимомента по сравнению с другими сечениями. При проведении численных исследований рассчитывалась консоль длиной 5 м, которая моделировалась конечными элементами оболочки. Стержень разбит по длине на 250 элементов, по ширине на 10 элементов, по высоте на 20 элементов. В начале консоль жестко закреплена, на свободном конце консоли прикладывается нагрузка в виде сосредоточенных сил, приложенных в узлы полки и стенки, эквивалентная пластическому изгибающему моменту и бимоменту. Рассмотрено два загружения: 1 – момент; 2 – бимомент. Величины сосредоточенных сил определены в таблице 2. Расчеты проводились для комбинаций нагрузки, включающих доли от 1 до 0 для 1-го и 2-го загружений. Для 1-го загружения сосредоточенные силы приложены во все узлы полки и стенки за исключением узла по нейтральной оси, где действуют две равные по абсолютной величине, но противоположно направленные силы. Во 2-м загружении аналогично компенсируются силы в точке сопряжения полки и стенки. На загруженном конце предусмотрено поперечное ребро жесткости толщиной 6 мм, что исключает искривление контура сечения. На рисунке 3 показана расчетная схема консоли.

Таблица 2. Сосредоточенные силы в узлах полок и стенки

Параметр	Сечение 5	
	Мпл, кН м	Впл, кН м^2
Полное значение	2063.00	172.44
h, см	82.200	82.200
b, см	40.000	40.000
tw, см	1.000	1.000
tf, см	2.200	2.200
Ry, кН/см^2	24.000	24.000
Число узлов на полке	11	11
Сила на средний узел полки, кН	211.20	209.78
Сила на крайние узлы полки, кН	105.60	104.89
Момент воспринимаемый стенкой, кН м	326.94	
Число узлов на стенке	21	21
Сила на средний узел стенки, кН	19.89	
Сила на крайние узлы стенки, кН	29.83	

При проведении численных расчетов учтена геометрическая и физическая нелинейность конструкции. На рисунке 4 показана зависимость напряжений от деформаций:

- для напряжений до предела текучести, равного 240 МПа, зависимость линейная с модулем упругости 206000 МПа;
- далее практически горизонтальная линия с небольшим ростом до 250 МПа при относительной деформации 0.3.

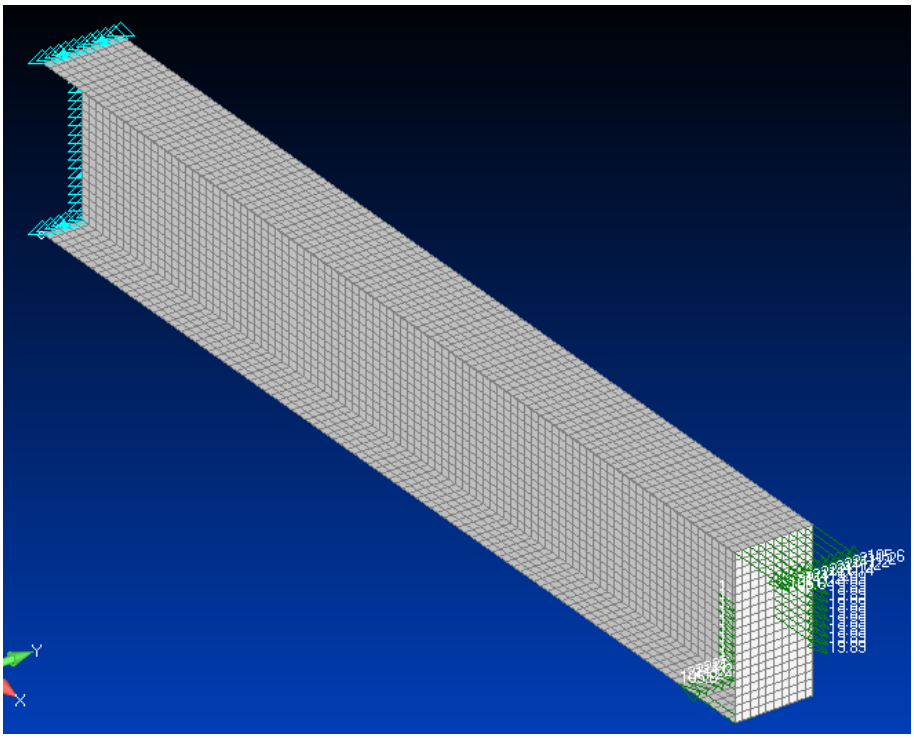


Рисунок 3. Расчетная схема консоли при действии изгибающего момента

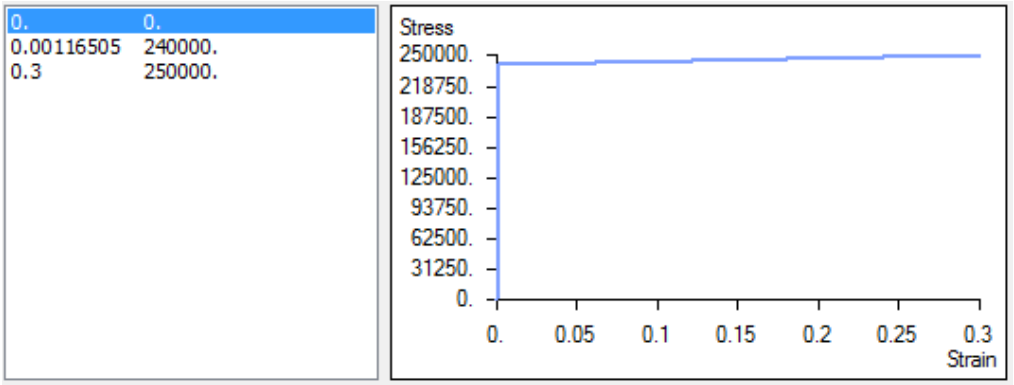


Рисунок 4. Зависимость между деформациями и напряжениями

Распределение нормальных напряжений при одновременном действии момента, равного 0.4 от пластического момента, и бимомента, равного 0.6 от пластического бимомента, показано на рисунке 5.

Для каждого из вариантов совместного действия момента и бимомента нелинейный расчет выполнялся до тех пор, пока стержень сохранял несущую способность. На первом этапе рассмотрены следующие сочетания совместного действия момента и бимомента.

1 сочетание: $M = 0$ и $B = B_{pl}$;

2 сочетание: $M = 0.2M_{pl}$ и $B = 0.8B_{pl}$;

3 сочетание: $M = 0.4M_{pl}$ и $B = 0.6B_{pl}$;

4 сочетание: $M = 0.6M_{pl}$ и $B = 0.4B_{pl}$;

5 сочетание: $M = 0.8M_{pl}$ и $B = 0.2B_{pl}$;

6 сочетание: $M = M_{pl}$ и $B = 0$.

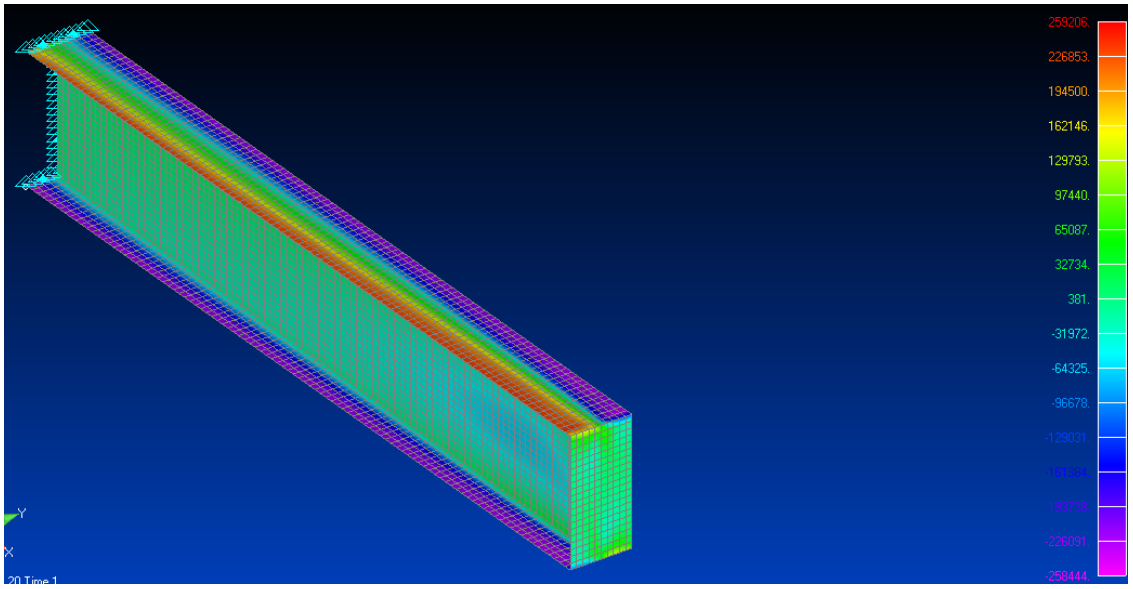


Рисунок 5. Распределение нормальных напряжений по сечению при $M = 0.4M_{pl}$ и $B = 0.6B_{pl}$

При проведении расчетов установлено, что для 3, 4 и 5-го вариантов отличие предельной нагрузки (состоящей из совместно действующих изгибающего момента и бимомента) от принятой достигало 14 %. На втором этапе величина бимомента подбиралась так, чтобы несущая способность сохранялась при полной нагрузке для каждого из вариантов. Соотношения усилий, полученных разными способами, для которых обеспечена несущая способность, показаны в таблице 3.

Таблица 3. Соотношения усилий, при которых обеспечена несущая способность

M/Mpl	B/Bpl		
	1 вариант табл.2	2 вариант табл.2	Численный расчёт
0	1.000	1.000	1.000
0.2	0.800	1.004	0.800
0.4	0.600	0.924	0.400
0.6	0.400	0.730	0.260
0.8	0.200	0.422	0.100
1	0.000	0.000	0.000

Анализ результатов численных расчетов показал, что несущая способность двутаврового профиля при развитии пластических деформаций значительно меньше несущей способности, полученной как теоретически (вариант 2), так и с использованием методики, аналогичной нормативной (вариант 1: $\frac{M}{cW_n} + \frac{B}{c_\omega W_\omega} \le R_y \gamma_c$), где коэффициенты c и c_ω зависят только от параметров сечения. Таким образом, для практических расчетов нормативная методика нуждается в уточнении.

На основании проведенных исследований установлено, что при проверке несущей способности коэффициент *c* можно не менять во всем диапазоне изменения *M* и *B* и назначать в соответствии с действующими нормами проектирования стальных конструкций. Коэффициент c_ω следует менять при изменении соотношения M / M_{pl}. В таблице 4 даны рекомендуемые значения коэффициента c_ω.

Таблица 4. Рекомендуемые значения коэффициента c_ω

M/Mpl	B/Bpl
0	1.470
0.2	1.470
0.4	1.176
0.6	0.956
0.8	0.833
0.9	0.588
1	0.588

Промежуточные значения коэффициента c_ω определяются линейной интерполяцией. Окончательная проверка несущей способности симметричного двутавра профиля осуществляется по формуле:

$$\frac{M}{cW_nR_y\gamma_c}+\frac{B}{c_\omega W_\omega R_y\gamma_c}\le 1, \qquad (11)$$

где коэффициент c определяется по действующим нормам, коэффициент c_ω – по таблице 4.

Выводы

1. Анализ работы симметричного двутавра, загруженного изгибающим моментом и бимоментом, позволил установить закономерности перехода сечения из упругой в пластическую стадию работы и исследовать предельную несущую способность.

2. Численными расчетами установлено, что при росте изгибающего момента несущая способность уменьшается быстрее, чем по данным теоретических исследований.

3. Предложена инженерная методика, позволяющая проверять прочность симметричного двутавра при совместном действии момента и бимомента.

Литература

1. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. М.: Физматгиз, 1959. 568 с.
2. Бычков Д.В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. М.: Госстройиздат, 1962. 475 с.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
4. Джанелидзе Г.Ю., Пановко Я.Г. Статика упругих тонкостенных стержней. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. 208 с.
5. Wagner H. Verdrehung und Knickung von offenen Profilen. NACA Tech. Memo. No. 807, NACA, Washington D.C. 1936.
6. Boulton N.S. Plastic twisting and bending of an I-section in which warp is restricted // International Journal of Mechanical Sciences. 1962. Vol. 4. Issue 6. Pp. 491–502.
7. Dinno K.S., Gill S.S. The plastic torsion of I-sections with warping restraint // International Journal of Mechanical Sciences. 1964. Vol.6. Issue 1. Pp. 27–43.
8. Farwell Jr. C.R., Galambos T.V. Nonuniform torsion of steel beams in elastic range // Journal of Structural Engineering, ASCE. 1969. Vol. 95(12). Pp. 2813–2829.
9. Dinno K.S., Merchant W. A procedure for calculating the plastic collapse of I-sections under bending and torsion // The Structural Engineer. 1965. Vol. 43(7). Pp. 219–221.
10. Рыбаков В. А., Гамаюнова О.С. Напряженно-деформированное состояние элементов каркасных сооружений из тонкостенных стержней // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2013. №7(12). С. 79–123.
11. Назмеева Т.В. Несущая способность сжатых стальных тонкостенных элементов сплошного и перфорированного сечения из холодногнутого С-профиля // Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 44–51.
12. Ватин Н.И., Рыбаков В.А. Расчет металлоконструкций - седьмая степень свободы // Стройпрофиль. 2007. №2. С. 370–373.

13. Vatin N.I., Nazmeeva T.V., Guslinscky R. Problems of cold-bent notched c-shaped profile members // Advanced Materials Research. 2014. Vol. 941–944. Pp. 1871–1875.
14. Vatin N.I., Havula J., Martikainen L., Sinelnikov A., Orlova A. and Salamakhin S. Thin-walled cross-sections and their joints: tests and FEM-modelling // Advanced Materials Research. 2014. Vol. 945–949. Pp. 1211–1215.
15. Белый Г.И. Влияние эксцентричного опирания концов и уровня приложения нагрузки на устойчивость плоской формы изгиба тонкостенного криволинейного стержня // Сб. трудов ЛИСИ. 1974. С. 18–25.
16. Белый Г. И. Расчет упругопластических тонкостенных стержней по пространственно-деформируемой схеме // Межвуз. темат. сб. тр. (Строительная механика сооружений). 1983. №42. С. 40–48.
17. Айрумян Э. Л. Особенности расчета конструкций из тонкостенных гнутых профилей // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2008. №3. С. 2–7.
18. Смазнов Д.Н. Устойчивость при сжатии составных колонн, выполненных из профилей из высокопрочной стали // Инженерно-строительный журнал. 2009. № 3(5). С. 42–49.
19. Becque, J., Rasmussen, K.J.R. Experimental investigation of local-overall interaction buckling of stainless steel lipped channel columns // Journal of Constructional Steel Research. 2009. Vol. 65. Issues 8–9. Pp. 1677–1684.
20. Hancock, G.J. Cold-formed steel structures // Journal of Constructional Steel Research. 2003. Vol. 59. Issue 4. Pp. 473–487.
21. Ungermann D., Lübke S., Brune B. Tests and design approach for plain channels in local and coupled local-flexural buckling based on eurocode 3 // Thin-Walled Structures. 2014. Vol. 81. Pp. 108–120.
22. Heinisuo M., Kukkonen J. Resistance of cold-formed steel members by new eurostandard // Structural Mechanics. 2006. Vol. 39. №2. Pp. 3–21.
23. Winter G. Light gauge (thin-walled) steel structures for building in the U.S.A. // 4th Congress of the International Association for Bridge and Engineering, 1952. 524 p.
24. Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А. Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем // Инженерно-строительный журнал. 2012. №1(27). С. 53–73.
25. Шатов Д.С. Конечно-элементное моделирование перфорированных стоек открытого сечения из холодногнутых профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3(21). С. 32–35.
26. Li Z., Ádány S., Schafer B.W. Modal identification for shell finite element models of thin-walled members in nonlinear collapse analysis // Thin-Walled Structures. 2013. Vol. 67. Pp. 15–24.
27. Schafer B.W., Peköz T. Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses // Journal of Constructional Steel Research. 1998. Vol. 47(3). Pp. 193–210.
28. Pi Y.L., Trahair N.S. Inelastic torsion of steel I-beams // Research Report No. R679. The University of Sydney. 1993.
29. Aalberg A. An experimental study of beam-columns subjected to combined torsion, bending, and axial actions. Dr.ing. thesis, Trondheim, 1995.
30. Trahair N.S. Non-linear elastic non-uniform torsion // Journal of StructuralEngineering, ASCE. 2005. Vol. 131. No. 7. Pp. 1135–1142.
31. Селянцев И.М. Экспериментальная оценка влияния деформации контура поперечного сечения на работу тонкостенных стержней открытого профиля // Научно-технический вестник Поволжья. 2012. №6 С. 370–373.
32. Trahair N.S. Plastic torsion analysis of monosymmetric and point-symmetric beams // Journal of Structural Engineering, ASCE, 1999. Vol. 125. No. 2. Pp. 175–182.
33. Туснин А.Р., Прокич М. Прочность двутавровых профилей при стеснённом кручении с учётом развития пластических деформаций // Вестник МГСУ. 2014. №1. С. 75–82.

Александр Романович Туснин, Москва, Россия
Тел. раб.: +7(495)287-4914; эл. почта: valeksol@mail.ru

Милан Прокич, Москва, Россия
Тел. моб.: +7(925)1751964; эл. почта: prokic@mail.ru

© Туснин А. Р.,Прокич М., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.6

Напряженно-деформированное состояние высокопрочных болтов фланцевых соединений в укрупнительных стыках стропильных ферм

К.т.н., профессор А. А. Семенов,
Уфимский государственный нефтяной технический университет
генеральный директор А. А. Маляренко,
ООО НПФ «СКАД Софт»
ассистент И. А. Порываев,
ассистент М. Н. Сафиуллин,
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Аннотация. В статье рассмотрены результаты численных исследований болтов фланцевого монтажного стыка фермы из гнутых сварных замкнутых профилей. Обоснован выбор расчетной модели соединения в среде ПК SCAD. Выполнен расчет в геометрически нелинейной постановке. Получен характер изменения напряженно-деформированного состояния болтов на различных этапах нагружения.

Проведено сравнение результатов численных исследований моделей в ПК SCAD с результатами, полученными классическими методами в программе ANSYS. Показан пространственный характер работы соединения. Выполнена оценка влияния изгибающих моментов на напряженно-деформированное состояние болтов. Обоснована необходимость учета изгибающих моментов, а также соотношения жесткостей отдельных элементов монтажного стыка (соединяемые профили, подкрепляющие ребра, фланцы) при определении несущей способности высокопрочных болтов.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и обследовании монтажных фланцевых стыков, работающих на растяжение.

Ключевые слова: болтовое фланцевое соединение; метод конечных элементов; аналитическое исследование; анализ напряжений

Высокопрочные болты являются одним из наиболее ответственных узлов фланцевых соединений и во многом отвечают за их надежность и несущую способность.

Работе болтов во фланцевых соединениях посвящены многие фундаментальные работы [1–4]. В этих трудах обоснованы расчетные положения по определению напряженно-деформированного состояния (НДС) болтов в составе фланцевых соединений.

Основные правила расчета, проектирования, изготовления и эксплуатации фланцевых соединений регламентированы действующими нормативными документами [5–9].

Анализу работы фланцевых соединений посвящены труды многих исследователей. В работе [10] приведена подробная классификация существующих методик расчета фланцевых соединений, проведен сравнительный их анализ на конкретном численном примере. Обосновывается необходимость применения для практических расчетов методики расчета в упругой стадии работы материалов. Отмечена целесообразность использования различных программных комплексов для снижения трудоемкости расчетов. В работе [11] рассмотрен широкий спектр узловых фланцевых соединений, применяемый при сопряжении элементов каркасов зданий из металлических конструкций, описаны возможные схемы работы фланцев в соответствии с действующими нормами (в том числе с Еврокодом-3). Авторы демонстрируют возможности вычислительного комплекса SCAD Office (сателлита КОМЕТА) при реализации задач расчета и проектирования фланцевых соединений по различным нормам. В работах [12–18] приводятся результаты экспериментальных исследований болтовых фланцевых соединений труб. В работах [19–22] приводится анализ работы многоболтовых соединений. В работе [23] автор приводит примеры конечноэлементных моделей фрагмента фланцевого соединения с гладким и грибовидным фланцем. Задача реализована в нелинейной постановке, произведено сравнение полученных результатов с традиционными инженерными методами. Это далеко не полный список исследований по рассматриваемой проблеме.

Следует отметить, что в указанных выше трудах, нормативных документах и публикациях рассматривается класс задач, характерных для очень широкого круга практических проектных решений сопряжения открытых профилей (двутавров, уголков, листовых элементов и т. п.) между собой посредством фланцев в местах действия изгибающих моментов, продольных и поперечных сил. При этом расчетные предпосылки формируются на плоской балочной модели (рис. 1). Такой подход оправдан в случаях, когда конструкция узла имеет регулярную структуру, симметричную относительно плоскости действия основных силовых факторов.

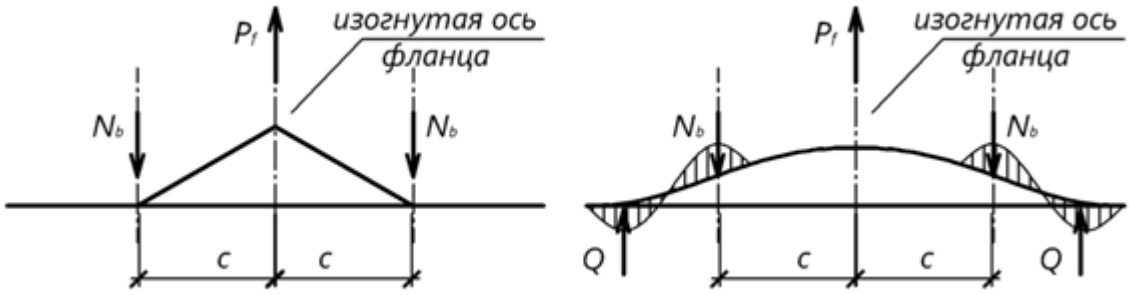


Рисунок 1. Различные расчетные модели фланцевого соединения

Особое место занимают узлы укрупнительной сборки нижних поясов стропильных ферм покрытий производственных зданий, изготовленных из замкнутых гнуто-сварных профилей. Основная номенклатура этих конструкций представлена сериями 1.460.3-23.98 «Стальные конструкции покрытий производственных зданий из замкнутых гнуто-сварных профилей прямоугольного сечения пролетом 18, 24 и 30 м с уклоном кровли 10 %» и 1.460.3-14 «Стальные конструкции покрытий производственных зданий пролетом 18, 24 и 30 м с применением замкнутых гнуто-сварных профилей прямоугольного сечения типа “Молодечно”». Независимо от пролета и класса фермы по допускаемой расчетной нагрузке стык нижнего пояса решается в виде фланцевого соединения на высокопрочных болтах (рис. 2) и является универсальным.

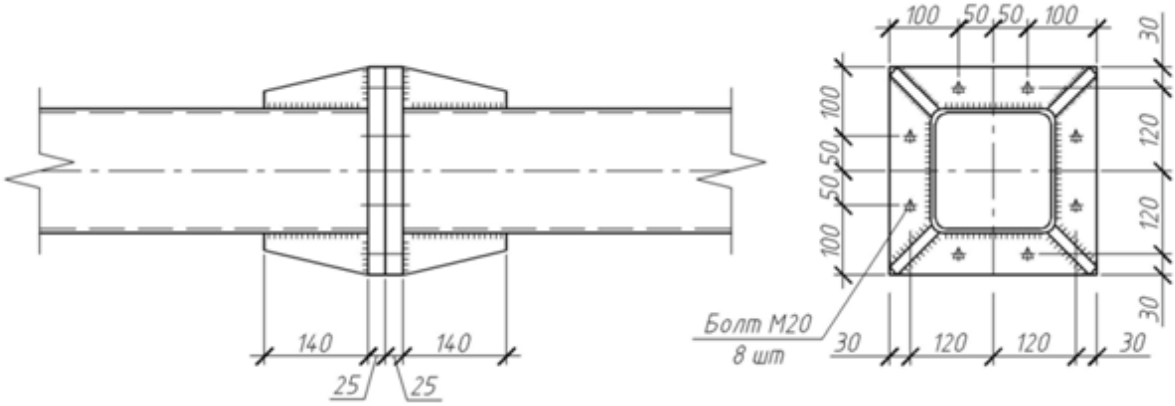


Рисунок 2. Решение типового узла фланцевого соединения нижнего пояса фермы

Данные фланцевые соединения имеют качественные отличия:

1) отсутствие изгибающего момента и поперечной силы в соединении;
2) равномерное распределение внешней нагрузки между болтами;
3) невозможность представления расчетной схемы соединения в виде балочной плоской конструкции и, как следствие, необходимость учета пространственной работы соединения в двух ортогональных плоскостях;
4) зависимость НДС фланца и болтов от соотношения жесткостных характеристик соединяемых элементов (сечений пояса и подкрепляющих ребер).

Для анализа НДС болтов в подобных соединениях создана расчетная модель фланцевого соединения в среде ПК SCAD, состоящая из оболочечных элементов, позволяющих реализовывать нелинейные расчеты.

Основные гипотезы, принятые при формировании расчетной схемы фланцевого соединения, работающего по пространственной схеме, следующие.

1. Плоскость контакта фланцев считается недеформируемой плоскостью симметрии и абсолютно жестким основанием, что позволяет рассматривать лишь половину узла.
2. Фланец рассматривается как пластина, расположенная в срединной плоскости, с жесткостью, равной жесткости фланца.
3. Пластина фланца взаимодействует с абсолютно жестким основанием посредством односторонних двухузловых связей, имеющих жесткость, равную жесткости нижней половины толщины фланца. Связи включаются в работу при сжатии и отключаются при растяжении.
4. Болт представляет собой стержневой элемент с жесткостью, равной жесткости болта нетто в зоне расположения резьбы и брутто в остальной зоне. Головка болта с шайбой заменены твердым телом с соответствующими габаритами. Узлы твердого тела головки взаимодействуют с пластиной фланцев через упругие связи, имитирующие верхнюю половину толщины фланца.
5. Предварительное натяжение болта осуществляется либо смещением опорного узла половины болта, либо температурным воздействием на тело стержня болта (численные исследования показали, что разница между способами составляет сотые доли процента).
6. Расчет выполняется в геометрически нелинейной постановке.

Для проверки корректности созданной модели использованы тестовые примеры на тривиальных расчетных схемах, положенных в основу инженерных методик расчета. Один из примеров представляет двухболтовое тавровое соединение, показанное на рисунке 3.

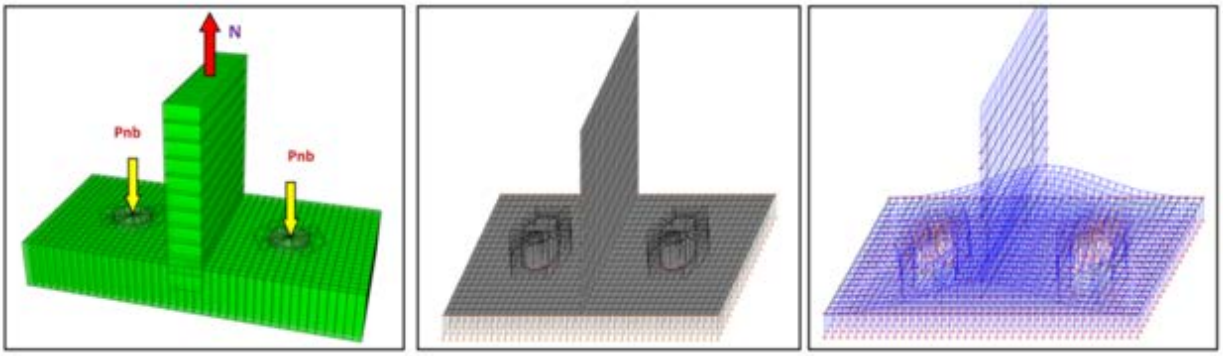


Схема нагружения | **Модель из оболочечных элементов** | **Деформированная схема**

Рисунок 3. Тестовый пример фланцевого соединения

Инженерный расчет. Требуется проверить прочность высокопрочных болтов М24 от действия растягивающего усилия в тавровом соединении *N = 294,3 кН*. Толщина фланца *t = 30 мм*. Определяем *t / d = 30 / 24 = 1,25*; по таблице 80 [5] определяем коэффициенты ***α*** *= 0,425*, ***β*** *= 0,278*. Для болтов М24 усилие предварительного натяжения P_{nb} *= 250 кН*, что соответствует величине $P_{nb} = 0,94 * 0,7\, R_{bun} A_{bn}$. Параметр жесткости фланца определяется по формуле:

$$\chi = \frac{24^2}{100\left(30 + \frac{24}{2}\right)} \cdot \left(\frac{40}{30}\right)^3 = 0,325$$

$$P_b = \left(0,425 - 0,278 \cdot \log 0,325\right) \cdot 250 = 140,18\,кН\ .$$

В стыке расположено 2 болта, и условие прочности имеет вид:

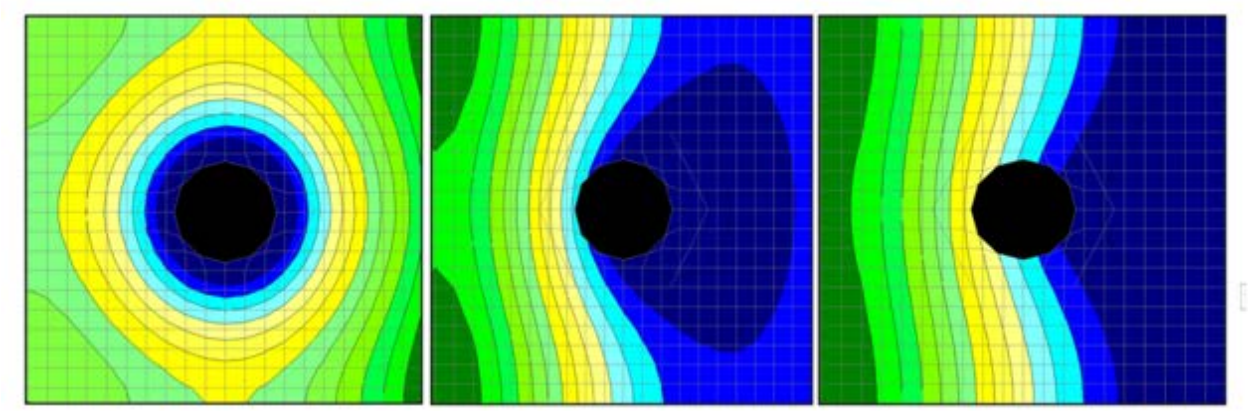
$$N_u = n \cdot P_b = 2 \cdot 140,18 = 280,36\,кН < 294,3\,кН\ ,$$

таким образом, прочность стыка обеспечена.

Расчет модели в среде SCAD. При тех же исходных данных проведен нелинейный расчет модели (рис. 3), результаты которого приведены на рисунках 4 и 5. По результатам получена допустимая внешняя нагрузка на болт, которая оказалась равной *139,8 кН*.

Разница между инженерным расчетом и расчетом в SCAD составляет

$$(140{,}18 - 139{,}8)/140{,}18 \cdot 100 = 0{,}3\%.$$



P = 0 **P = 15 т** **P = 30 т**

Рисунок 4. Деформации фланца по оси Z на разных шагах нелинейного расчета

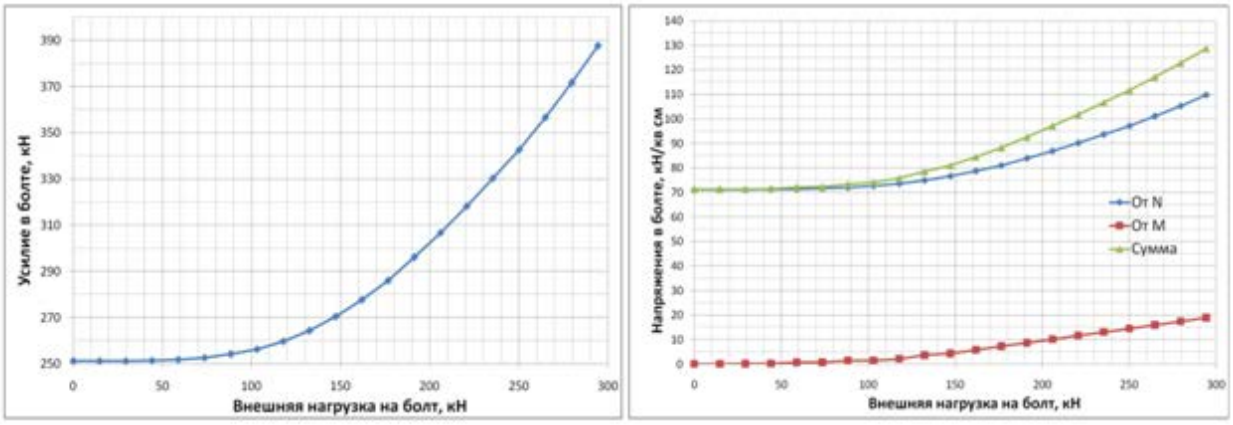


Рисунок 5. Зависимости усилий и напряжений в болте от внешней нагрузки

Следует отметить следующее обстоятельство. В рассматриваемом примере на участке расчетных усилий происходит частичное раскрытие фланцев (рис. 4). При этом в стержне болта возникают, кроме усилий растяжения, изгибные усилия (рис. 6). В работе [1] этот вопрос рассматривается с некоторыми упрощениями, определен уровень напряжений от изгиба болта (в диапазоне 8–17 % от расчетного сопротивления стали болта). На рисунке 5 приведены зависимости напряжений в болте от внешней нагрузки с учетом изгибающих моментов, полученные при расчете модели в SCAD. Полученные результаты показывают, что уровень напряжений от изгиба составляет 7 %, что хорошо согласуется с теоретическими данными. Несмотря на высказывания автора работы [1], что усилия от изгиба в болтах незначительны и ими можно пренебречь, нам кажется, что не учитывать этот фактор нельзя. Если определить предельную нагрузку на один болт, исходя из графиков рисунка 5, то с учетом изгибных напряжений она снизится с 14,25 тс до 12,0 тс, т. е. почти на 19 %.

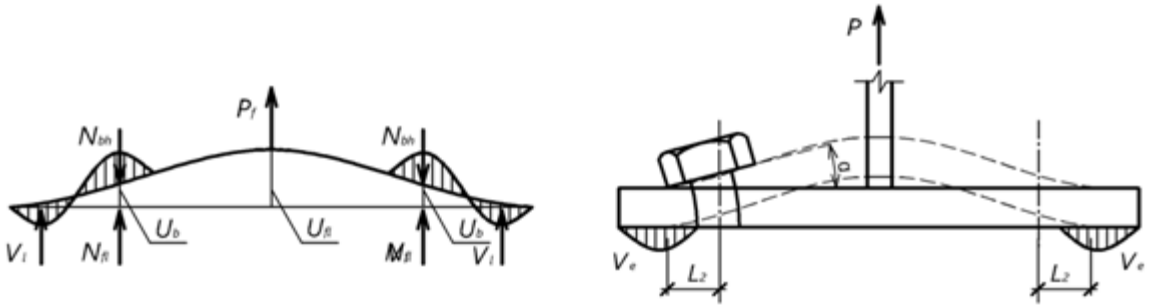


Рисунок 6. Принципиальная схема изгиба болта

Получив достаточную сходимость тестовых примеров с теоретическими положениями расчета фланцевых соединений, рассмотрим модель узла сопряжения элементов нижнего пояса ферм типа «Молодечно», показанную на рисунке 7.

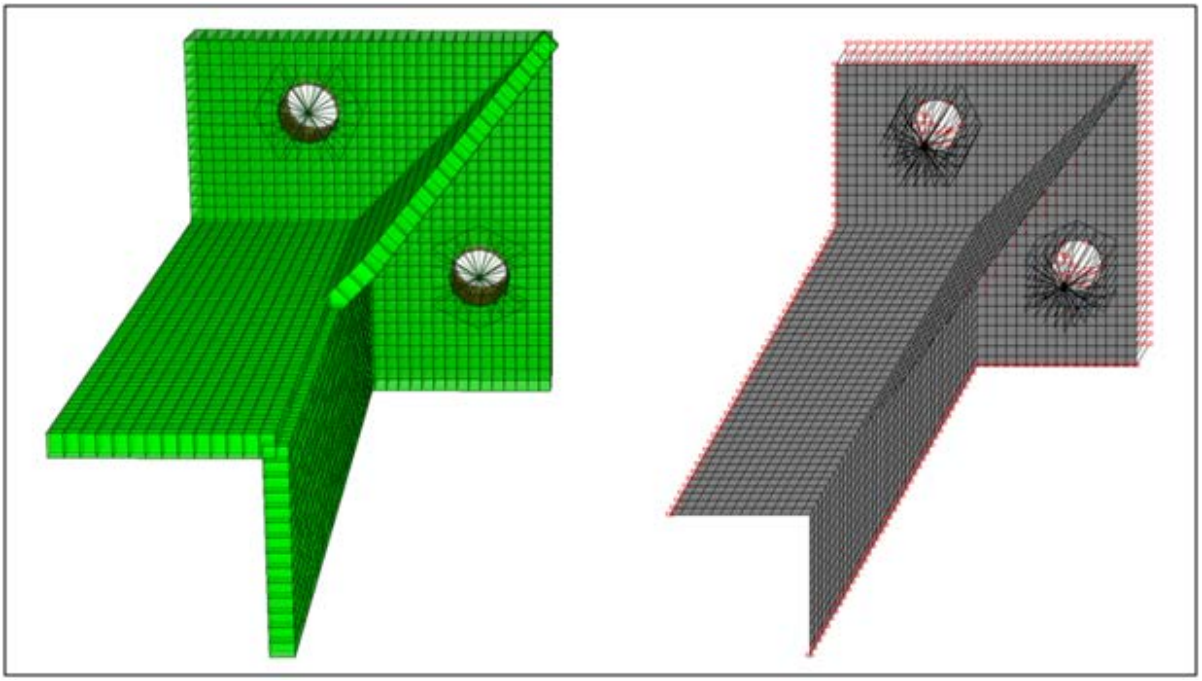


Рисунок 7. КЭ модель фланцевого соединения фермы «Молодечно»

Симметрия узла в двух взаимно перпендикулярных плоскостях позволяет рассматривать лишь четверть соединения при условии правильного оформления граничных условий путем постановки соответствующих связей в узлах модели. Основные гипотезы, принятые при создании расчетной модели, описаны выше. Пояс фермы, распределительные ребра и фланец моделировались оболочечными конечными элементами (44 тип), стержень болта моделировался стержневым конечным элементом (5 тип). Для моделирования граничных условий и условий сопряжения элементов между собой использованы абсолютно жесткие тела, односторонние связи, а также прием «объединение перемещений», реализованный в ПК SCAD. Задача решалась в геометрически нелинейной постановке.

Предварительно произведен расчет узла по традиционной методике.

Инженерный расчет. Требуется проверить прочность высокопрочных болтов М24 от действия растягивающего усилия в нижнем поясе *N = 824 кН*. Толщина фланца *t = 30 мм*. Для болтов М24 усилие предварительного натяжения $P_{nb} = 250$ *кН*, что соответствует величине $P_{nb} = 0{,}94 * 0{,}7\, R_{bun} A_{bn}$.Определяем *t / d = 30 / 24 = 1,25*, по таблице 80 [5] *α = 0,425*, *β = 0,278*. Параметр жесткости фланца определен по формуле:

$$\chi = \frac{24^2}{105\left(30+\frac{24}{2}\right)}\cdot\left(\frac{40}{30}\right)^3 = 0{,}310$$

$$P_b = \left(0{,}425 - 0{,}278\cdot\log 0{,}310\right)\cdot 250 = 141{,}7\,кН\ .$$

В стыке расположено 8 болтов, и условие прочности имеет вид:

$$N_u = n\cdot P_b = 8\cdot 141{,}7 = 1133{,}6\,кН > 824\,кН\ .$$

Прочность стыка обеспечена. Коэффициент использования по критерию прочности болтов $K_{исп} = 0{,}727$.

Расчет модели в среде SCAD. При тех же исходных данных проведен нелинейный расчет модели (рис. 7), результаты которого приведены на рисунке 8. По результатам получена допустимая внешняя нагрузка на болт, которая оказалась равной *134,9 кН*.

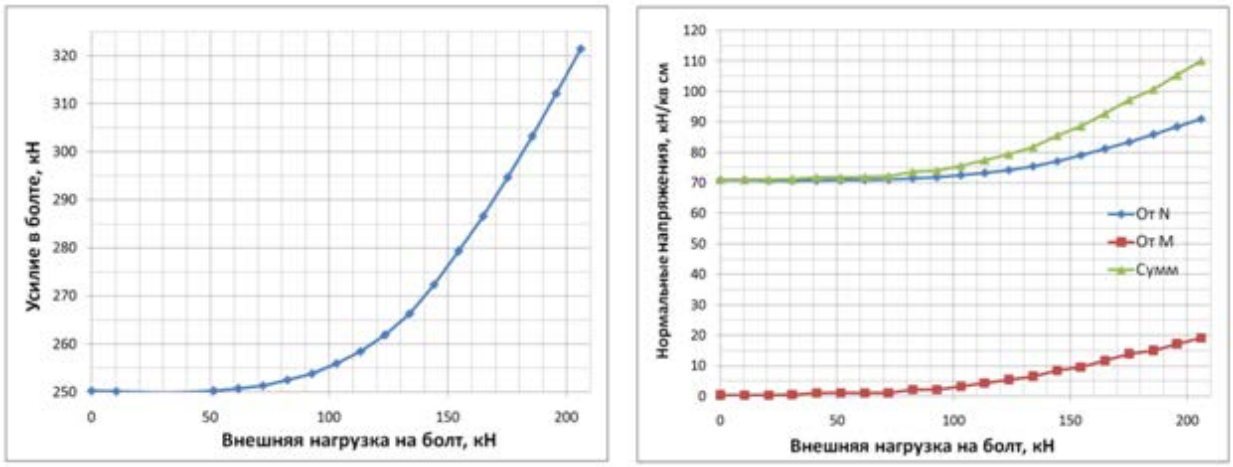


Рисунок 8. Зависимости усилий и напряжений в болте от внешней нагрузки

Разница между инженерным расчетом и расчетом в SCAD равна

$$(141{,}7 - 134{,}9)/141{,}7 \cdot 100 = 4{,}8\% .$$

Коэффициент использования соединения по критерию прочности болтов *$K_{исп.}$ = 103 кН / 134,9 кН = 0,76.*

Деформированные схемы соединения (рис. 9) наглядно демонстрируют пространственный характер работы элементов соединения.

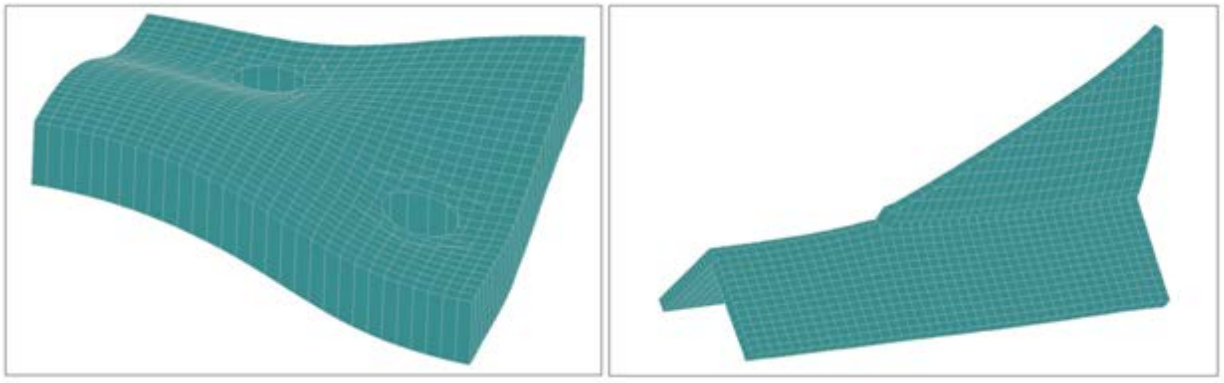


Рисунок 9. Деформированные схемы фланца и пояса фермы

Анализ НДС стержня болта показал, что изгиб происходит в двух плоскостях, и итоговые изгибные напряжения определялись от приведенного значения момента $M_{пр} = \sqrt{M_x^2 + M_z^2}$ (рис. 8). По полученным зависимостям определена допустимая внешняя нагрузка на болт, которая оказалась равной *100 кН*. Коэффициент использования соединения по критерию прочности болтов *$K_{исп}$ = 103 кН / 100 кН = 1,03*.

Как показывают расчеты, учет пространственной работы фланца и дополнительных нормальных напряжений в болте от изгиба существенно влияет на величины допускаемых внешних нагрузок на болт.

Кроме этого, влияние на усилия в болтах оказывают и параметры присоединяемых к фланцу элементов пояса. На рисунке 10 показаны графики результатов нелинейного расчета узлов ферм типа «Молодечно» с ребрами толщиной 8 и 16 мм. При прочих равных условиях очевидна разница в распределении усилий в элементах соединения: $К_{исп8}$ = 0,76, $К_{исп16}$ = 0,72.

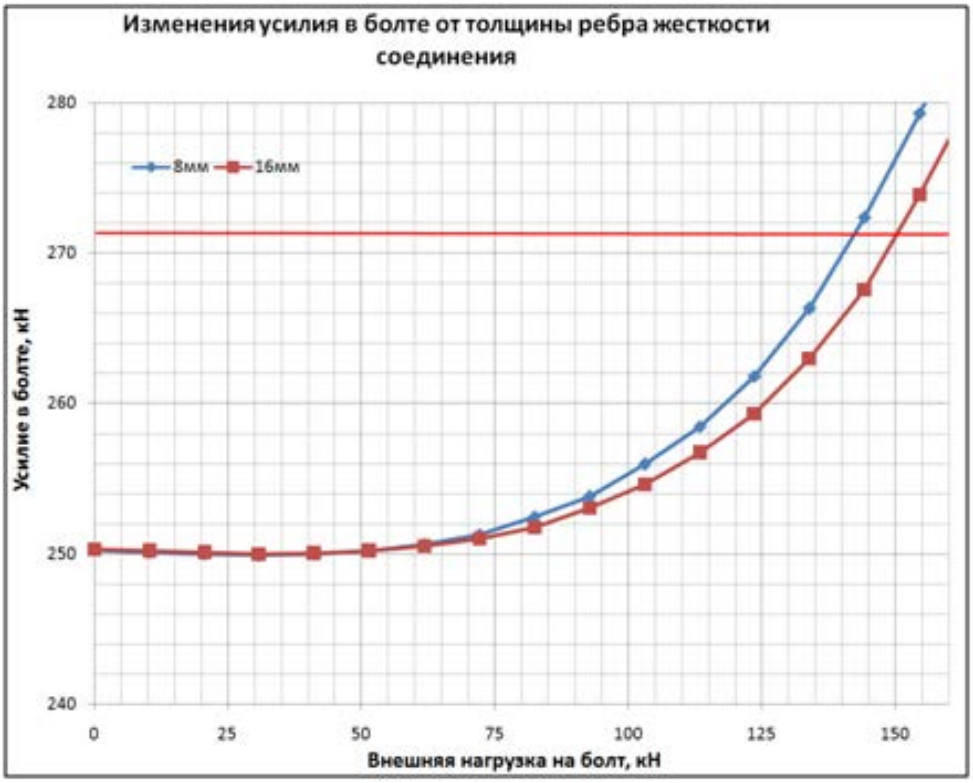


Рисунок 10. Зависимости усилий в болтах от внешней нагрузки и толщины ребра

В заключение приведем некоторые результаты расчетов узла в программе ANSYS (рис. 11), которые показали хорошую сходимость для рассматриваемых соединений с результатами расчета моделей в среде SCAD.

а **б**

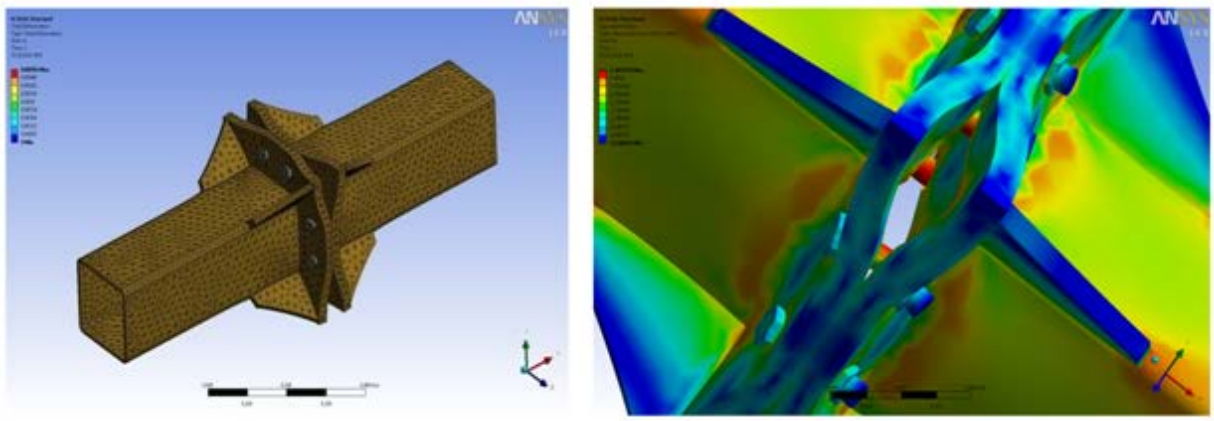


Рисунок 11. Результаты расчета фланцевого узла в программе ANSYS: а) деформированная схема; б) распределение напряжений (изгиб болтов)

Основные выводы

1. Результаты расчета предлагаемой расчетной модели фланцевого соединения имеют достаточную сходимость с инженерными методами расчета и результатами, полученными в других программных комплексах (в частности, ANSYS).

2. При геометрически нелинейном расчете предложенных моделей фланцевых соединений предоставляется возможность отслеживания пошагового изменения НДС болтов, характеризующегося нелинейными зависимостями, где термин «стадия отрыва фланцев» носит условный смысл.

3. При определении несущей способности соединения по критерию прочности болтов следует учитывать дополнительные напряжения, возникающие от изгиба при частичном раскрытии фланцев.

4. Использование приемов работы с расчетными схемами в среде SCAD (создание подсхем, режим сборки, масштабирование схем и подсхем, автоматическая замена жесткостей элементов и упругих связей, корректировка нагружений и т. п.) позволяет с минимальными затратами формировать расчетные модели фланцевых соединений практически любой конфигурации с различными нагрузками.

5. Предоставляется возможность анализировать работу высокопрочных болтов в зависимости от их диаметра, толщины фланца, параметров соединяемых элементов, величины усилий предварительного натяжения и внешних нагрузок.

6. Небезынтересным является проведение комплекса мероприятий по изменению существующих конструктивных решений с целью усиления узлов или управления НДС соединения в целом.

Литература

1. Катюшин В.В. Здания с каркасами из стальных рам переменного сечения. М.: Стройиздат, 2005. 450 с.
2. Корнеев М.А. Стальные мосты. Теоретическое и практическое пособие по проектированию. Киев, 2003. 547 с.
3. Биргер И.А., Иоселевич Г.Б. Резьбовые и фланцевые соединения. М.: Машиностроение, 1990. 366 с.
4. Проектирование металлических конструкций. Специальный курс / Учебное пособие для вузов / Бирюлев В. В. [и др.]. Л.: Строийиздат, 1990. 432 с.
5. Пособие по проектированию стальных конструкций (к СНиП 2-23-81*) / ЦНИИСК им. Кучеренко Госстроя СССР. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. 148 с.
6. Рекомендации по расчету, проектированию, изготовлению и монтажу фланцевых соединений стальных строительных конструкций / ВНИПИ Промсталькострукция, ЦНИИПСК им. Мельникова. М.: 1988. 83 с.
7. Рекомендации по проектированию работающих на сдвиг болтовых соединений стальных строительных конструкций. М.: ЦНИИПСК им. Мельникова, 1990. 18 с.
8. Рекомендации по надзору и технической эксплуатации монтажных соединений на высокопрочных болтах стальных строительных конструкций зданий и сооружений Министерства металлургии СССР. М.: ЦНИИПСК им. Мельникова, 1989. 34 с.
9. Руководство по проектированию, изготовлению и сборке монтажных фланцевых соединений стропильных ферм с поясами из широкополочных двутавров. М.: ЦНИИПСК им. Мельникова, 1981. 62 с.
10. Алпатов В.Ю., Соловьев А.В., Холопов И.С. К вопросу расчета фланцевых соединений на прочность при знакопеременной эпюре напряжений // Промышленное и гражданское строительство. 2009. №2. С. 26–30.
11. Перельмутер А.В., Криксунов Э.З., Юрченко В.В. Расчетные модели фланцевых соединений рамных узлов металлических конструкций и их программная реализация в "SCAD Office" // CADMaster. 2010. №3. С. 110–115.
12. Abid M., Nash D. Comparative study of the behaviour of conventional gasketed and compact non-gasketed flanged pipe joints under bolt up and operating conditions // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2003. Vol. 80. Issue 12. Pp. 831–841.
13. Joshi D., Mahadevan P., Marathe A., Chatterjee A. Unimportance of geometric nonlinearity in analysis of flanged joints with metal-to-metal contact // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2007. Vol. 84. Issue 7. Pp. 405–411.
14. Krishna M.M., Shunmugam M.S., Prasad N.S. A study on the sealing performance of bolted flange joints with gaskets using finite element analysis // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2007. Vol. 84. Issue 6. Pp. 349–357.

15. Nechache A., Bouzid A.-H. On the use of plate theory to evaluate the load relaxation in bolted flanged joints subjected to creep // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2008. Vol. 85. Issue 7. Pp. 486–497.
16. Zerres H., Guerout Y., Present calculation methods dedicated to bolted flanged connections // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2004. Vol. 81. Issue 2. Pp. 211–216.
17. Bouzid A.-H., Nechache A. The modelling of bolted flange joints used with disc springs and tube spacers to reduce relaxation // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2010. Vol. 87. Issue 12. Pp. 730–736.
18. Nash D.H., Abid M. Combined external load tests for standard and compact flanges, International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2000. Vol. 77. Issue 13. Pp. 799–806.
19. Nasrabadi M.M., Torabian S., Mirghaderi S.R. Panel zone modelling of Flanged Cruciform Columns: An analytical and numerical approach // Engineering Structures. 2013. Vol. 49. Pp. 491–507.
20. Salih E. L., Gardner L., Nethercot D.A. Numerical investigation of net section failure in stainless steel bolted connections // Journal of Constructional Steel Research. 2010. Vol. 66. Issue 12. Pp. 1455–1466.
21. Kim J., Yoon J.-C., Kang B.-S. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints // Applied Mathematical Modelling. 2007. Vol. 31. Issue 5. Pp. 895–911.
22. Kato B., Hirose R. Bolted tension flanges joining circular hollow section members // Journal of Constructional Steel Research. 1985. Vol. 5. Issue 2. Pp. 79–101.
23. Теплых А.В. Оценка предельной несущей способности фланцевого соединения на высокопрочных болтах // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №2. С. 37–41.

Александр Александрович Семенов, г. Уфа, Россия
Тел. моб.: +7(917)3434337; эл. почта: asfugntu@yandex.ru

Анатолий Александрович Маляренко, Москва, Россия
Тел. раб.: +7(499)9408829; эл. почта: maa@scadsoft.ru

Илья Аркадьевич Порываев, г. Уфа, Россия
Тел. моб.: +7(917)4011118; эл. почта: iporivaev@gmail.com

Марат Нуритдинович Сафиуллин, г. Уфа, Россия
Тел. моб.: +7(917)4406683; эл. почта: safiullinmarat@list.ru

© Семенов А.А., Маляренко А.А., Порываев И.А., Сафиуллин М.Н., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.7

Влияние формы на аэродинамические характеристики балочных мостов

К.ф.-м.н., доцент Ю.А. Гостеев;
к.т.н., доцент А.Д. Обуховский;
д.т.н., заведующий кафедрой С.Д. Саленко,
Новосибирский государственный технический университет

Аннотация. Для достоверных расчетов ветровых нагрузок и предотвращения аэроупругих колебаний пролетных строений необходимы исследования аэродинамических характеристик как конкретных проектируемых мостов, так и типовых сечений пролетных строений. Анализ информации по проблеме показал, что вопрос о влиянии формы поперечного сечения на аэродинамические характеристики мостового сооружения нуждается в дополнительных исследованиях.

Объектом исследования являлись типовые поперечные сечения пролетных строений балочных мостов. Программа исследований включала продувки в аэродинамической трубе и численные расчеты обтекания свыше 30 типовых конфигураций в ламинарном и турбулентном ветровых потоках.

В результате разработана база аэродинамических данных для оценки ветровых нагрузок и воздействий (дивергенции, флаттера, вихревого возбуждения колебаний, галопирования) на пролетные строения балочных мостов, уточняющая известные нормы учетом формы поперечного сечения строения.

Ключевые слова: пролетные строения мостов; аэродинамические характеристики; дивергенция, флаттер; вихревое возбуждение колебаний; галопирование; физическое и математическое моделирование; аэродинамическая труба

Введение

Строительство современных мостов с длинными пролетами требует особого внимания к ветровым нагрузкам и аэроупругим колебаниям пролетных строений.

К настоящему времени известно немало случаев неблагоприятного воздействия ветровых нагрузок на мостовые конструкции. К примеру, в декабре 2006 г. произошло обрушение строящегося моста через реку Западная Двина на юго-западном обходе Витебска. Во время надвижки под действием ветра развились колебания, которые привели к полному разрушению конструкции. В мае 2010 г. в Волгограде произошел инцидент с мостом через Волгу: при скорости ветра около 16 м/с возникли волнообразные колебания пролетов моста, размах которых достигал почти одного метра[1].

Несмотря на большое количество исследований, механизм возбуждения аэроупругих колебаний плохообтекаемых тел, какими являются металлические мостовые конструкции, весьма сложен и все еще недостаточно изучен. Многообразие форм возбуждаемых колебаний мостовых строений порождается наличием разных форм поперечных сечений пролетов и структур течения в их окрестности.

Для достоверных расчетов ветровых нагрузок и предотвращения аэроупругих колебаний пролетных строений необходимы исследования аэродинамических характеристик (АДХ) как конкретных проектируемых мостов, так и типовых сечений пролетных строений.

Настоящая статья посвящена влиянию формы поперечного сечения на АДХ поперечных сечений пролетных строений мостов с коробчатыми балками.

Обзор литературы

Как показывает обзор литературных источников (например, [1–12]), в настоящее время АДХ мостовых сооружений обобщены в недостаточной степени. Большая часть исследований

[1] МЧС: «танцующий» мост в Волгограде соответствует нормам [Электронный ресурс]. URL: http://newsland.com/news/detail/id/ 512668/ (дата обращения: 04.04.2014).

посвящена висячим и вантовым мостам, аэродинамика балочных мостов исследована в меньшей мере.

В частности, в монографии [12] приведены аэродинамические производные поперечных сечений ферменного и сплошностенчатого типов для некоторых висячих мостов. Для большепролетных строений, имеющих острые кромки, указан диапазон 0.15…0.18 для безразмерной частоты схода вихрей Sh. Представлены ограниченные данные по аэродинамическим коэффициентам большепролетных мостов балочной и висячей (вантовой) систем, а также отдельных конструкций (мосты через реки Даугаву в Риге, Днепр в Днепропетровске и Вере в Тбилиси) и элементов (балки круглого, двутаврового, треугольного, квадратного и прямоугольного сечений, уголки и др.).

Информация по ветровым воздействиям на пролетные строения приведена также в отечественных [13–14] и зарубежных [15–21] нормативных документах.

Так, СНиП «Мосты и трубы» [13] устанавливает обязательность проверки на аэродинамическую устойчивость висячих и вантовых мостов, а также стальных балочных мостов с пролетами более 100 м. В то же время информации для расчета ветровых нагрузок на пролетные строения мостов в указанных нормативных документах явно недостаточно. Например, в [13] даны значения только коэффициента лобового сопротивления c_{xa} для частей и элементов пролетных строений мостов, причем без учета особенностей формы элементов. Для автодорожных строений с плоскими главными балками рекомендуется значение $c_{xa} = 1.7$, с одной коробчатой балкой – 1.5, с двумя коробчатыми балками – 1.75. В СНиП «Нагрузки и воздействия» [14] аэродинамические коэффициенты для типовых сечений мостов отсутствуют, данные по числу Струхаля приведены только для одиночных прямоугольных поперечных сечений.

Расчет сооружений на ветровую нагрузку стандартизован в международных нормах IBC [20], в европейских нормах Еврокод [15], российском Национальном Приложении к Еврокоду [16] и стандартах национального уровня (например, [17–21]).

Так, в нормах Еврокод рассматриваются ветровые нагрузки на однопролетные и многопролетные одноуровневые мосты с постоянной высотой сечения. Значение коэффициента лобового сопротивления строения берется равным коэффициенту сопротивления поперечного сечения, который определяется только по относительной ширине сечения b / d_{tot} (d_{tot} – высота сечения с учетом ограждений и/или транспорта) и при $b / d_{tot} \geq 5$ принимается равным 1.3 независимо от формы сечения. Не свободна от замечаний и процедура вычисления коэффициента подъемной силы в зависимости от относительной ширины сечения и угла атаки. Например, согласно рекомендуемому графику значение коэффициента подъемной силы для сечения с $b / d_{tot} = 1$ составляет 0.75 независимо от угла атаки. Число Струхаля приведено для замкнутых поперечных сечений только в виде круга и прямоугольника.

Постановка задачи

Анализ информации по проблеме показал, что вопрос о влиянии формы поперечного сечения на АДХ мостового сооружения (коэффициенты сил и момента и их производные, число Струхаля) нуждается в дополнительном изучении.

В качестве типовых были выбраны схематизированные поперечные сечения одно- и многобалочных пролетных строений, отражающие как обводы реальных длиннопролетных балочных мостовых сооружений на стадиях возведения и эксплуатации ([22–29], а также рекомендации ведущих мостостроительных организаций), так и обобщенные данные из монографий, учебников по проектированию мостов [30–32] и норм [20].

Схема типового сечения приведена на рисунке 1, где H и B – габаритные высота (без учета ограждений и автотранспорта) и ширина сечения; $B_б$ – ширина балки; L_1 – межбалочное расстояние; L_p – длина ребра; δ – длина карниза; $H_о$ и $H_щ$ – полная высота и высота щита ограждений. Кроме того, модели пролетных строений этапа эксплуатации оснащаются моделями автотранспортных средств со средней высотой $H_т$.

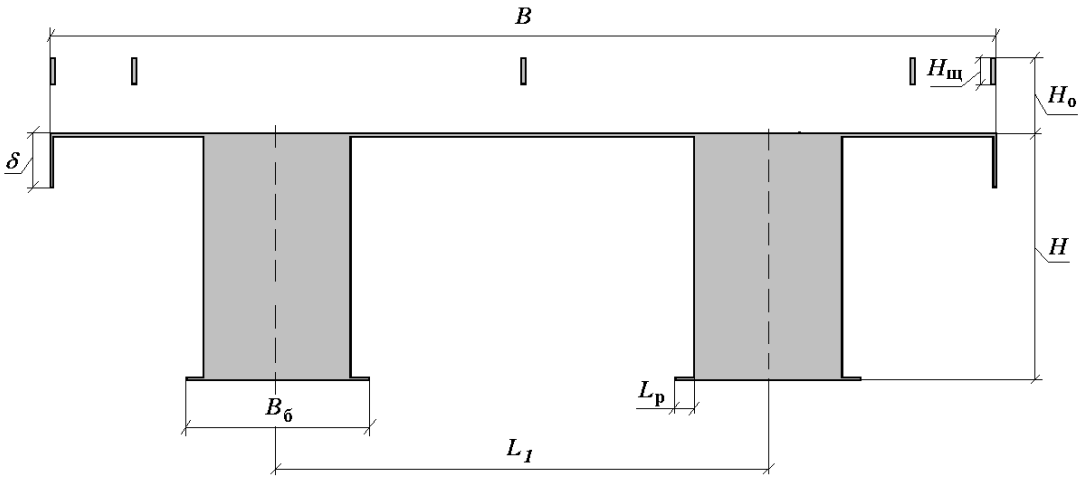


Рисунок 1. Схема типового сечения

Описание исследования

Экспериментальные исследования проводились на дозвуковой аэродинамической трубе с рабочим диапазоном скоростей 0…30 м/с. В ходе экспериментов в рабочей части аэродинамической трубы располагались секционные модели, оснащенные концевыми шайбами, а также горизонтальный экран, имитирующий земную поверхность. При помощи специальных турбулизирующих устройств над экраном воспроизводились параметры приземного слоя атмосферы. Спектр пульсаций скорости в рабочей части в диапазоне безразмерных частот $0.1 \le fH / V_\infty \le 15$ был близок к спектру Кеймала [33]. В окрестности моделей проводилась визуализация течения, измерялись пульсации скорости потока. В процессе дренажных испытаний находилось распределение осредненного давления по поверхности сооружений. Действующие на сечение суммарные осредненные аэродинамические силы X_a, Y_a и момент M (рис. 2) определялись в весовых испытаниях. Коэффициент c_{xa} силы лобового сопротивления X_a рассчитывался по площади фронтальной проекции, коэффициент c_{ya} подъемной силы Y_a – по площади проекции сечения в плане. Погрешности основных видов экспериментов не превышали 1–2 %.

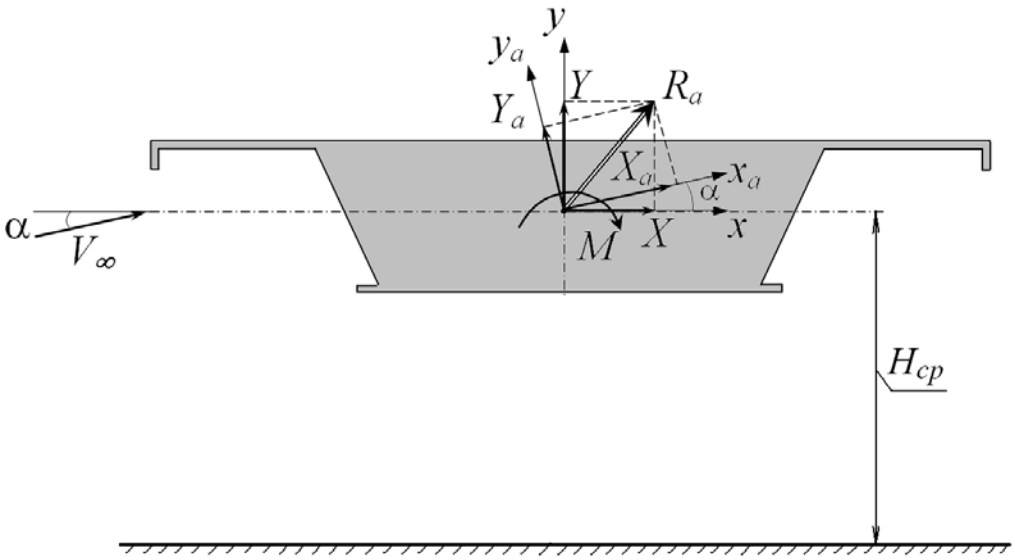


Рисунок 2. Схема действия аэродинамических сил и момента: (x, y) – связанная; (x_a, y_a) – скоростная системы координат

Программа исследований включала продувки в аэродинамической трубе и численные расчеты обтекания свыше 30 конфигураций (балки без плиты; с плитой; с плитой и ограждениями; с плитой, ограждениями и автотранспортом) в диапазоне углов атаки –5°…+5° в ламинарном (степень турбулентности $\varepsilon_\infty = 0.5$ %) и турбулентном ($\varepsilon_\infty = 8$ %) ветровых потоках.

Исследования показали, что АДХ типовых сечений практически стабильны при изменении числа Рейнольдса $\mathrm{Re} = V_\infty H / \nu$ в диапазоне $(0.3…1.2)\cdot 10^5$ и не зависят от высоты расположения пролетного строения над подстилающей поверхностью $H_{\text{ср}}$ при $H_{\text{ср}} > 2.5H$.

Заметим, что пролетные строения мостов в натурных условиях обычно располагаются на высоте $H_{\text{ср}}$, на порядок превышающей характерную высоту строения H. При этом изменение скорости набегающего потока ΔV по высоте строения по сравнению со средней скоростью на высоте строения $V_{\text{ср}}$ мало. Например, при степенном законе изменения скорости по высоте $V_\infty / V_0 = (z / z_0)^\beta$ с показателем $\beta = 0.2$, $H_{\text{ср}} = 20$ м, $H = 4$ м значение ΔV не превышает ±2 %, то есть строение обдувается набегающим потоком с практически постоянной скоростью. Следовательно, если влияние подстилающей поверхности (в экспериментах – экрана) мало, то можно проводить опыты в равномерном потоке без экрана с турбулентными характеристиками, соответствующими средней высоте расположения строения $H_{\text{ср}}$.

Наибольшее влияние на АДХ оказывают форма и относительные размеры сечения B / H, L_1 / H, $H_{\text{о}} / H$, $H_{\text{щ}} / H_{\text{о}}$, $H_{\text{т}} / H_{\text{о}}$, а также параметр ε_∞.

При обтекании типовых сечений передние угловые точки контура инициируют глобальный отрыв потока. У относительно широких ($B / H > 3$) одноконтурных сечений наблюдается повторное присоединение потока к верхней поверхности строения, что меняет картину распределения давления и величины аэродинамических коэффициентов. Для многоконтурных сечений, имеющих воздушный зазор между балками или отдельными строениями, существенен также относительный размер зазора, т. е. параметр L_1 / H.

Анализ результатов по коэффициенту лобового сопротивления c_{xa0} при нулевом угле атаки $\alpha = 0$ показывает, что для условий как ламинарного, так и турбулентного потока построение единой, достоверной для всех форм сечений зависимости $c_{xa0} = f(B / H)$ затруднительно (рис. 3). Поэтому обобщение данных проведено для четырех классов типовых сечений: однобалочных (без плиты и с плитой) и многобалочных (также без плиты и с плитой) (рис. 4).

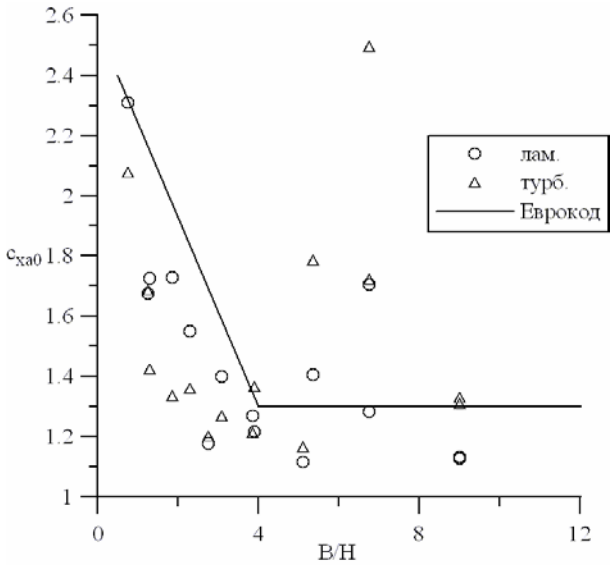


Рисунок 3. Сопоставление данных по коэффициенту лобового сопротивления типовых сечений

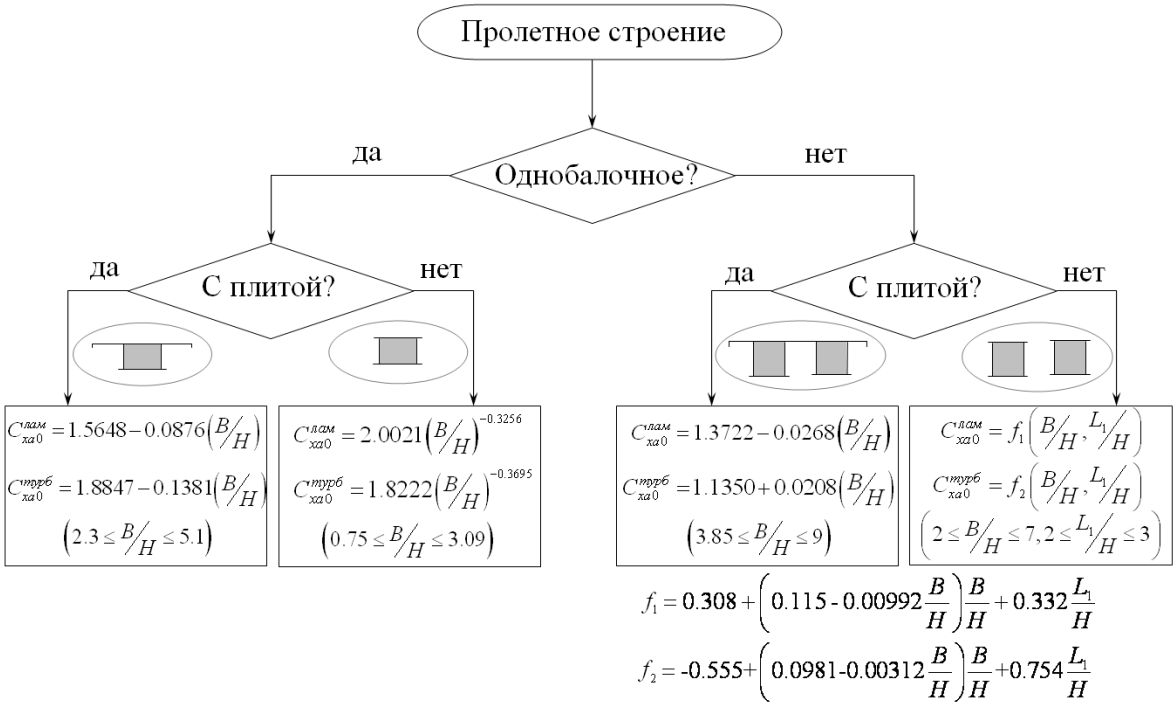


Рисунок 4. Алгоритм расчета коэффициента лобового сопротивления сечения (без ограждений и автотранспорта)

Полученные обобщенные зависимости дают достаточно достоверные (отклонения до 20–23 %) оценки коэффициента лобового сопротивления и для сечений, близких по форме к типовым (табл. 1).

Таблица 1. Сравнение данных по коэффициенту лобового сопротивления пролетных строений некоторых мостов

Пролетное строение	B/H	c_{xa0}	
		[12]	авторы
мост через реку Верле	3	1	1.2
мост с трапециевидной балкой и плитой	5	1.44	1.13…1.2
вантовый мост Констанца – Мангалия	5.46	1.26	0.97…1.15

Аэродинамические коэффициенты подъемной силы c_{ya0} и момента c_{m0}, а также их производные по углу атаки $c_{ya0}^{\alpha} \equiv \partial c_{ya}(0)/\partial\alpha$ и $c_{m0}^{\alpha} \equiv \partial c_{m}(0)/\partial\alpha$ для типовых сечений весьма чувствительны к изменению формы сечения. Величины c_{ya0} и c_{m0}^{α} могут существенно отличаться по величине от рекомендуемых Еврокодом (рис. 5 и 6). Указанная чувствительность вызвана сложным влиянием формы обтекаемого контура на параметры потока в отрывных зонах над верхней и нижней поверхностями строения, в межбалочных пространствах и вихревом следе. В итоге систематизация результатов по указанным коэффициентам затруднительна.

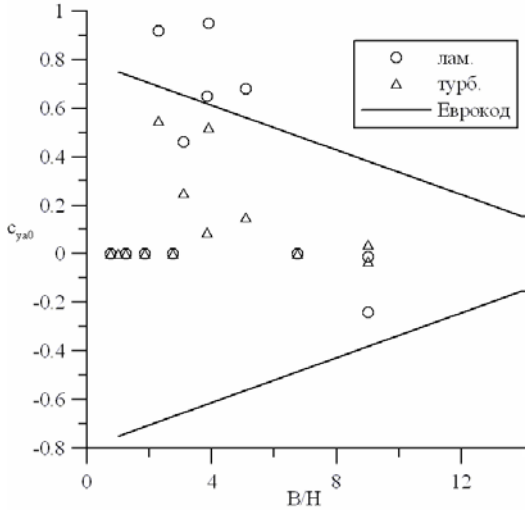


Рисунок 5. Сопоставление данных по коэффициенту подъемной силы типовых сечений

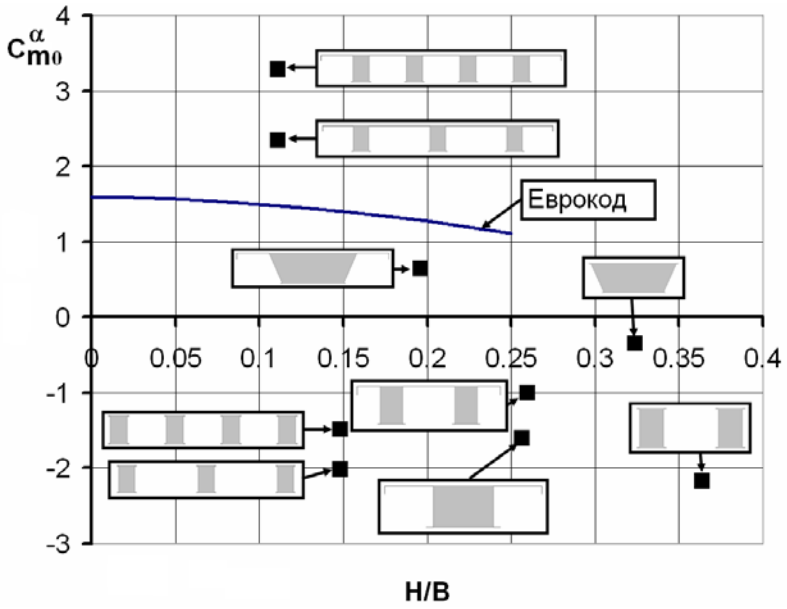


Рисунок 6. Влияние формы сечения на производную c^{α}_{m0}: сплошная линия – данные Еврокода, символы – данные авторов

Согласно рисунку 6 учет формы сечения при определении производной c^{α}_{m0} особенно важен для многобалочных пролетных строений. Например, при оценке критической скорости $V_{\text{кр}}$ дивергенции (флаттера) для 4-балочного сечения с плитой использование данных Еврокода может привести к завышению $V_{\text{кр}}$ на 40 %.

Форма сечения (наклон передней и задней стенок балки, оснащение плитой и ограждениями) также влияет и на число Струхаля $\text{Sh} = f_a H / V_\infty$ (f_a – частота схода вихрей), определяющее критическую скорость вихревого возбуждения колебаний (рис. 7).

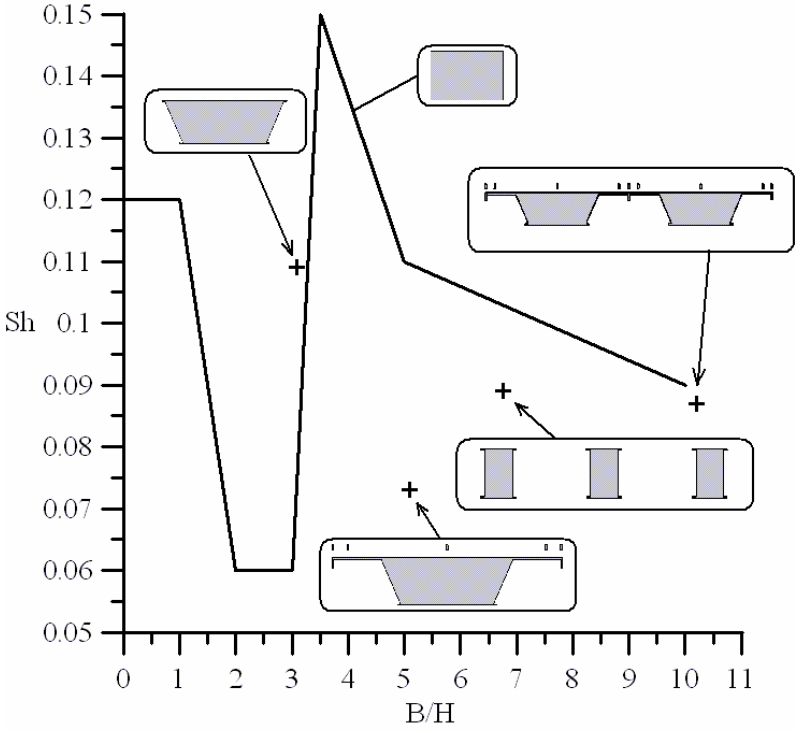
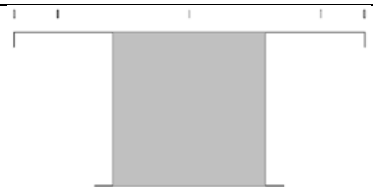
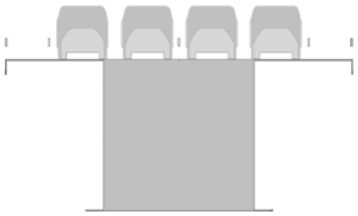
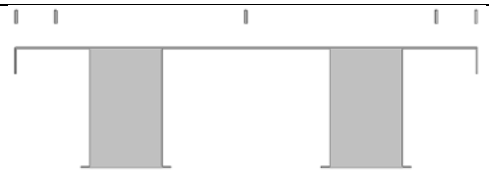
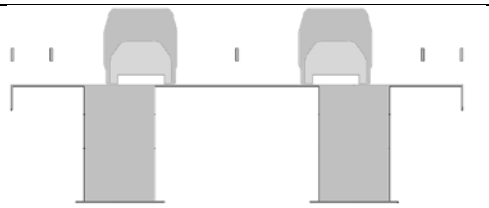
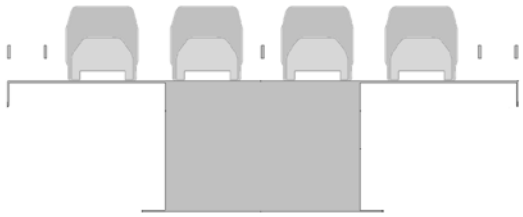


Рисунок 7. Влияние формы сечения на число Струхаля: сплошная линия – данные Еврокода, символы – данные авторов

С точки зрения подверженности галопированию (параметр $A = c_{xa0} + c'^{\alpha}_{ya0} < 0$) опасными являются типовые поперечные сечения с относительной шириной $B/H \le 4$ (как и для классического призматического тела прямоугольного сечения), относящиеся по форме к классу сечений однобалочных или многобалочных, оснащенных плитой/ограждениями/автотранспортом (табл. 2).

Таблица 2. Склонные к галопированию типовые сечения

Сечение	B/H	**Поток**	A
	0.75	турб.	−1.03
	1.24	лам. турб.	−0.58 −2.99
	1.85	лам. турб.	−2.61 −3.12
	2.3	лам. турб.	−0.78 −2.63
	2.3	лам. турб.	−0.64 −2.36
	2.3	турб.	−0.63
	3.09	лам.	−6.31
	3.85	лам.	−5

Сечение	B/H	Поток	A
	3.85	лам. турб.	−1.82 −1.49
	3.85	лам. турб.	−0.58 −2.37
	3.9	турб.	−0.59

В общем случае влияние плиты на АДХ (даже на коэффициент лобового сопротивления) неоднозначно.

Оснащение пролетного строения ограждениями в большинстве случаев приводит к возрастанию коэффициента лобового сопротивления, причем коэффициент $c_{xa0,\text{огр}}$ сечения с ограждениями близок к коэффициенту c_{xa0} неоснащенного сечения, если при расчете площади фронтальной проекции сечения учитывать его полную высоту $H + H_\text{о}$:

$$c_{xa0,\text{огр}} \approx \frac{H + H_\text{о}}{H} c_{xa0}\,.$$

Коэффициент подъемной силы уменьшается для сечений всех форм.

Присутствие на проезжей части автотранспортных средств увеличивает лобовое сопротивление за счет увеличения площади миделевого сечения и уменьшает подъемную силу, очевидно, из-за провоцирования более раннего срыва потока.

Заключение

1. Разработана база аэродинамических данных для оценки ветровых нагрузок и воздействий (дивергенции, флаттера, вихревого возбуждения колебаний, галопирования) на пролетные строения балочных мостов (свыше 30 типовых конфигураций), уточняющая известные нормы учетом формы поперечного сечения строения.

2. При оценках АДХ поперечных сечений данные Еврокода должны использоваться с осторожностью. В частности, из-за неучета влияния формы сечения ошибка может составлять: по коэффициенту лобового сопротивления при относительной ширине сечения $B/H \le 4$ до 50 %, при $B/H > 4$ – до 100 %; по производной коэффициента момента – до 100 %; по числу Струхаля – до 50 %. В результате критические скорости дивергенции, флаттера и ветрового резонанса могут рассчитываться с неудовлетворительной точностью.

3. Типовые сечения, склонные к галопированию, имеют относительную ширину $B/H \le 4$ и по форме относятся к однобалочным строениям или многобалочным строениям с плитой.

4. Для поперечных сечений, близких по форме к типовым (без ограждений и автотранспорта), получены обобщающие зависимости коэффициента лобового сопротивления от относительных ширины и межбалочного расстояния, удовлетворительно согласующиеся с известными литературными данными.

5. Данные по коэффициентам подъемной силы и момента и их производным не систематизируются, что объясняется чувствительностью указанных коэффициентов к изменению формы сечения. Поэтому для пролетных строений с поперечными сечениями, отличных от типовых, рекомендуется проводить специальные аэродинамические исследования.

Работа выполнена в рамках Государственного контракта № УД 47/182 от 12 октября 2011 г. (ФЦП «Развитие транспортной системы России (2010-2015 гг.)»); гранта Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 14-07-00421.

Литература

1. Yuh-Yi Lin, Chii-Ming Cheng, Jong-Cheng Wu, Tsang-Lien Lan and Kuo-Ting Wu. Effects of deck shape and oncoming turbulence on bridge aerodynamics // Tamkang Journal of Science and Engineering. 2005. Vol. 8. No 1. Pp. 43–56.
2. Liaw K.F. Simulation of flow around bluff bodies and bridge deck sections using CFD: thesis submit. for the degree of PhD [Электронный ресурс]. University of Nottingham, 2005. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://etheses.nottingham.ac.uk/125/ (дата обращения: 04.04.2014).
3. Morgenthal G..Comparison of numerical methods for bridge deck aerodynamics: thesis submit. for the degree of Mphil. University of Cambridge, 2000. 87 p.
4. Vezza M., Taylor I. Application of a discrete vortex method for the analysis of suspension bridge deck sections // Journal of Wind and Structure. 2001. Vol. 4. Pp. 333–352.
5. Bruno L., Fransos D. Edge degree-of-sharpness and integral length scale effects on the aerodynamics of a bridge deck [Электронный ресурс] // BBAA VI International Colloquium on Bluff Bodies Aerodynamics & Applications. Milano, 2008. 16 p. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://staff.polito.it/luca.bruno/2008_BBAAVI_bruno_fransos.pdf (дата обращения: 04.04.2014).
6. Miyata T. Historical view of long-span bridge aerodynamics // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2003. Vol. 91. Pp. 1393–1410.
7. Walshe D.E., Wyatt T.A. Bridge aerodynamics 50 2014s after Tacoma Narrows. Part II: A new discipline world-wide // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 1992. Vol. 40. Pp. 327–336.
8. Scanlan R.H. Interpreting aeroelastic models of cable-stayed bridges // Journal of Engineering Mechanics. 1987. Vol. 113. No. 4. Pp. 555–575.
9. Scanlan R.H., Jones N.P. Aeroelastic analysis of cable-stayed bridges // Journal of Structural Engineering. 1990. Vol. 116. No. 2. Pp. 279–297.
10. Miyata T., Yamaguchi K. Aerodynamics of wind effects on the Akashi Kaikyo Bridge // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 1993. Vol. 48. Pp. 287–315.
11. O'Connor C., Shaw P.A. Bridge loads. An international perspective. Taylor & Francis Group, 2000. 330 p.
12. Казакевич М.И. Аэродинамика мостов. М.: Транспорт, 1987. 240 с.
13. СНиП 2.05.03-84*. Мосты и трубы. М.: ГП ЦПП, 1996. 214 с. (актуализированная редакция в виде СП 35.13330.2011).
14. СНиП 2.01.07-85*. Нагрузки и воздействия. М.: Госстрой СССР, 1986. 32 с. (актуализированная редакция в виде СП 20.13330.2011).
15. Eurocode 1: Actions on structures. Part 1-4: General actions. Wind actions. EN 1991-1-4:2005 / European Standard. Brussels, 2005.
16. Национальное Приложение к Еврокоду EN-1991-1-4. Еврокод 1: Воздействия на сооружения – Часть 1-4: Основные воздействия. Ветровые воздействия. Москва, 2012.
17. American Society of Civil Engineers. Minimum design loads for buildings and other structures. ANSI/ASCE 7-98, ASCE, New York, 2000.
18. Air Recommendations for Loads on Buildings. Chapter 6. Wind Loads. Architectural Institute of Japan, 2004.

19. Standard Australia. Minimum design loads on structures. Part 2: Wind Loads. Standards Australia. North Sydney, 1989.

20. International Building Code, 2003.

21. Design Manual for Roads and Bridges. Volume 1. Section 3. General Design. BD 49/01 Design Rules for Aerodynamic Effects on Bridges; BD 37 Loads for Highway Bridges.

22. Разработка рекомендаций по снижению динамических нагрузок от воздействия ветра на пролетное строение моста через р. Обь в г. Барнауле: отчет о НИР / НГТУ; науч. рук. Кураев А.А.; отв. исп. Саленко С.Д. Новосибирск, 1994. 127 с.

23. Исследование способов снижения динамических нагрузок от воздействия ветра на пролетное строение моста, возводимого через р. Томь в г. Кемерово: отчет о НИР / НГТУ; науч. рук. Саленко С.Д. Новосибирск, 2001. 85 с.

24. Исследование способов снижения динамических нагрузок от воздействия ветра на пролетное строение моста, возводимого через р. Иртыш в г. Омске: отчет о НИР / НГТУ. науч. рук. Саленко С.Д; отв. исп. Обуховский А.Д. Новосибирск, 2001. 88 с.

25. Разработка рекомендаций по снижению динамических нагрузок от воздействия ветра на пролетное строение моста через р. Томь в г. Томске: отчет о НИР / НГТУ; науч. рук. Саленко С.Д; отв. исп. Обуховский А.Д. Новосибирск, 1997. 56 с.

26. Саленко С.Д., Обуховский А.Д., Телкова Ю.В. Гашение аэроупругих колебаний пролетного строения моста через реку Обь // В мире научных открытий. Сер.: Математика. Механика. Информатика. 2011. № 1(13). С. 167–176.

27. Саленко С.Д., Обуховский А.Д., Телкова Ю.В. Пассивные гасители аэроупругих колебаний пролетного строения моста на стадии монтажа // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2011. Вып. 2 (16). Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://vestnik.vgasu.ru/attachments/Salenko-2011_2(16).pdf.

28. Саленко С.Д., Гостеев Ю.А., Обуховский А.Д. Аэродинамические исследования типовых многобалочных конструкций // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Том 20. №4. С. 451–460.

29. Саленко С.Д., Гостеев Ю.А., Обуховский А.Д. Аэродинамические характеристики типовых пролетных строений мостов с трапециевидными балками // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2014. Вып. 1 (31). Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://vestnik.vgasu.ru/attachments/SalenkoGosteevObukhovsky-2014_1(31).pdf (дата обращения: 04.04.2014)

30. Ефимов П.П. Проектирование мостов. Омск: Дантэя, 2006. 111 с.

31. Саламахин П.М., Воля О.В., Лукин Н.П. [и др.] Мосты и сооружения на дорогах: Учеб. для вузов. В 2-х ч. Ч. 2 / Под ред. П.М. Саламахина. М.: Транспорт, 1991. 448 с.

32. Ильясевич С..А. Металлические коробчатые мосты. М.: Транспорт, 1970. 280 с.

33. Kaimal J.C., Wyngaard J.C., Izumi Y., Cote O.R. Spectral characteristics of surface-layer turbulence // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 1972. Vol. 98. Pp. 563–598.

Юрий Анатольевич Гостеев, г. Новосибирск, Россия
Тел. раб.: +7(383)346-19-97; эл. почта: gosteev@corp.nstu.ru

Александр Дмитриевич Обуховский, г. Новосибирск, Россия
Тел. раб.: +7(383)346-19-97; эл. почта: agd@craft.nstu.ru

Сергей Дмитриевич Саленко, г. Новосибирск, Россия
Тел. раб.: +7(383)346-19-97; эл. почта: salenkosd@yandex.ru

© Гостеев Ю.А.,Обуховский А.Д.,Саленко С.Д., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.8

Оценка напряженно-деформированного состояния грунтовых плотин с учетом нелинейного деформирования материала и конечных деформаций

Д.т.н., заведующий кафедрой М.М. Мирсаидов;
к.т.н., проректор по научным исследованиям Т.З. Султанов;
Ташкентский институт ирригации и мелиорации

Аннотация. В данной работе приводятся результаты исследований динамического поведения и напряженно-деформированного состояния высоких грунтовых плотин с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта, конечных деформаций и неоднородной особенности сооружения. Исследуются влияния нелинейно вязкоупругих свойств грунта, конечных деформаций, неоднородности конструкции и геометрических параметров сооружения на изменение напряженно-деформированного состояния грунтовых плотин в дорезонансном, резонансном и пострезонансном режиме колебаний сооружения.

Выявлены некоторые механические эффекты, возникающие при учете нелинейно-вязкоупругих свойств грунта и конечных деформаций в динамическом режиме работы сооружения: учет конечных деформаций и неоднородности конструкции приводит к усилению скачка в напряжениях между разнородными частями сооружения; учет нелинейно-вязкоупругих свойств материала сооружения в резонансном режиме колебаний существенно снижает амплитуды перемещений и амплитуды интенсивности напряжений в опасных (с точки зрения прочности) точках плотины по сравнению с линейно-упругим случаем.

Ключевые слова: грунтовые плотины; конечные деформации; нелинейная вязкоупругость; неоднородность; резонанс; напряженно-деформированное состояние; динамическое поведение

Изученность вопроса

При оценке напряженно-деформированного состояния (НДС) грунтовых сооружений необходимость учета нелинейного деформирования как материала, так и конструкции возрастает в связи со строительством высоких сооружений. Так как не все вопросы работы грунта под нагрузкой выяснены до конца, на этот счет существует много различных теорий, более или менее сложно реализуемых в решении конкретных задач.

Одной из важных проблем при оценке прочности грунтовых сооружений является учет конечных деформаций, возникающих в грунтовых плотинах при действии различных нагрузок [1, 2].

Наряду с этим при определении НДС сооружений учет нелинейных свойств материала является не менее важной проблемой, так как нелинейный эффект в ряде случаев может возникнуть даже при малых деформациях [3, 4].

Подробный обзор известных работ, посвященных решению различных проблем, связанных с оценкой НДС грунтовых сооружений с учетом линейных и нелинейных упругих и вязкоупругих свойств грунта и конечных деформаций, приводится в работах [1–2, 5–17]. Наряду с этим в работах [1–2, 13–15] уделяется особое место решению конкретных задач, связанных с оценкой НДС и динамического поведения грунтовых плотин с учетом различных факторов.

В данной работе, в отличие от известных, приводятся результаты исследования динамического поведения и НДС высоких грунтовых плотин при различных динамических воздействиях с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта и конечных деформаций. Полученные результаты позволили оценить влияние того или иного фактора на изменения напряженно-деформированного состояния сооружений.

Постановка задачи и методы решения

Рассматривается деформированное состояние нелинейной вязкоупругой неоднородной системы (рис. 1), занимающей объем $V = V_1 + V_2 + V_3$, находящейся под действием массовых сил $\vec{f}$ и приложенных на нижнее основание $\sum_0$ кинематических воздействий $\vec{u}_0(\vec{x},t)$ с учетом

конечных деформаций. При этом предполагается, что на поверхности S_p (на части верхового откоса – $\sum_1$) действует давление воды $\vec{p}_c$. Низовой откос – $\sum_3$ и поверхность гребня $\sum_2$ свободны от напряжения.

Рассматриваемые задачи в дальнейшем будут решаться для плоско-деформированного состояния системы. При этом система (рис.1) рассматривается как неоднородное тело, т. е. каждый отдельный участок плотины имеет свои физико-механические параметры. На границах раздела каждого отдельного участка плотины принимались непрерывные перемещения, нормальные и касательные к поверхности раздела компоненты тензора напряжений.

Здесь V_1, V_3 – объемы верхней и нижней упорных призм; V_2 – объем ядра плотины; $\sum_{б_1}, \sum_{б_2}$ – поверхности береговых склонов; $L_{гр}$, $b_{гр}$ – длина и ширина гребня; L_0, $B_ш$ – длина и ширина основания; m_1, m_2 – коэффициенты заложения откосов; $m_{1я}$, $m_{2я}$ – коэффициенты заложения откосов ядра; H – высота плотины; h – уровень наполнения водохранилища.

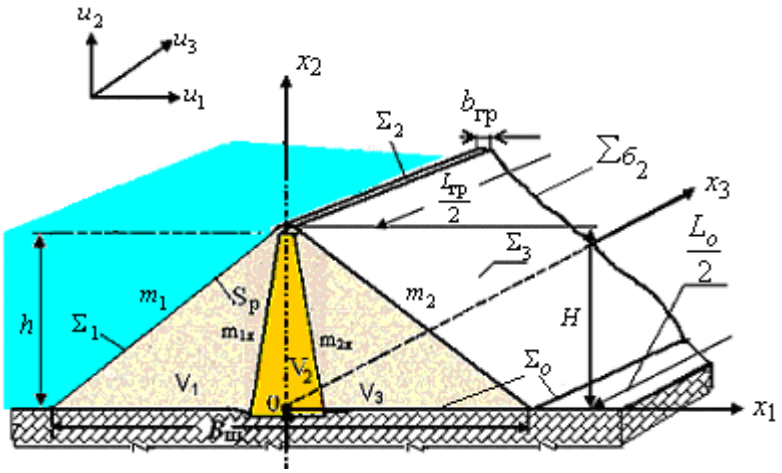


Рисунок 1. Модель неоднородной системы

Для моделирования процесса деформирования и динамического поведения нелинейных вязкоупругих неоднородных систем (рис. 1) используется вариационное уравнение Лагранжа, основанное на принципе Даламбера [2, 15].

Для описания связи между тензором напряжения и деформацией используется нелинейная кубическая теория вязкоупругости Илюшина – Огибалова [3, 15] для рассматриваемой системы, согласно которой объемное деформирование происходит по упругому, а сдвиговые составляющие – по вязкоупругому закону:

$$\sigma_{ij} = K_n \varepsilon_{ij}(t)\delta_{ij} + 2G_n\left\{\left[e_{ij}(t) - \int_0^t \Gamma_1(t-\tau)e_{ij}(\tau)d\tau\right] + \right.$$

$$\left. + \lambda\left[e_{ij}(t)e(t) - \int_0^t \Gamma_3(t-\tau)e_{ij}(\tau)e(\tau)d\tau\right]\right\}, \qquad (1)$$

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (1/3)\theta\delta_{ij};\ \theta = \varepsilon_{ii};\ e = e_{kl}e_{lk};\ i, j, k, l = 1,2.$$

Связь компонентов тензора деформаций с компонентами вектора перемещений осуществляется зависимостью

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{\ell,i} * u_{\ell,j}\right),\ i, j, \ell = 1,2, \qquad (2)$$

в которой кроме линейных членов учитываются и квадратичные.

Гидростатическое давление воды, действующее на поверхности S_p, определяется по формуле:

$$\vec{p}_c = \rho_0 g\left(h - x_2\right). \tag{3}$$

Используются кинематические

$$\vec{x} \in \sum{}_0 : \vec{u}_0\left(\vec{x},t\right) = \vec{\psi}_1\left(t\right) \tag{4}$$

и начальные условия при t = 0

$$\vec{x} \in V:\ \vec{u}(\vec{x},0) = \vec{\psi}_2(\vec{x});\ \ \dot{\vec{u}}(\vec{x},0) = \vec{\psi}_3(\vec{x}). \tag{5}$$

Здесь $\vec{\psi}_1$ – заданная функция времени; $\vec{\psi}_2, \vec{\psi}_3$ – заданные функции координат; K_n – объемный модуль упругости; G_n – мгновенный модуль сдвига; Γ_1, Γ_3 – ядра релаксации для линейной и нелинейной составляющих материала; δ_{ij} – символ Кронеккера; λ – коэффициент нелинейности; n = 1,2,3 означает к какому телу системы относится данная механическая характеристика материала; ρ_0 – плотность воды; $\left(h - x_2\right)$ – глубина точки на напорной грани плотины;
g = 9.81м/сек^2.

Теперь необходимо определить поле перемещений и напряжений, возникающих в системе V при действии кинематического воздействия $\vec{u}_0\left(\vec{x},t\right)$, массовых сил $\vec{f}$, давления воды $\vec{p}_c$ с учетом нелинейно вязкоупругих свойств материала и конечных деформаций.

Рассматриваемая задача с использованием процедуры метода конечных элементов [13, 18] сводится к разрешающей системе нелинейных интегродифференциальных уравнений большой размерности. При этом в качестве конечных элементов использован треугольный конечный элемент с линейной аппроксимацией поля перемещений внутри элемента

$$\begin{aligned}\left[M\right]\left\{\ddot{u}(t)\right\} + \left[C\right]\left\{\dot{u}(t)\right\} + \left[K^*(u)\right]\left\{u(t)\right\} = \left\{F\right\} + \left\{f(t)\right\} + \int_0^t \Gamma_1(t-\tau)\left[K^*(u)\right]\left\{u(\tau)\right\}d\tau + \\ + \lambda\left(\left\{V(t)\right\} - \int_0^t \Gamma_3(t-\tau)\left\{V(\tau)\right\}d\tau\right)\end{aligned} \tag{6}$$

с начальными условиями

$$\left\{u(0)\right\} = \left\{u_0\right\},\ \left\{\dot{u}(0)\right\} = \left\{v_0\right\}. \tag{7}$$

Здесь $\left[K^*(u)\right]$, $\left[M\right]$ – матрицы жесткости и массы рассматриваемой системы; $\left[C\right]$ – матрица диссипативных сил, если таковые имеются; $\left\{V(t)\right\}$ – вектор, включающий нелинейные физико-механические параметры материала и нелинейные узловые перемещения сооружений; $\left\{u(t)\right\}$ – вектор искомых амплитуд перемещений; $\left\{f(t)\right\}$ – вектор внешней нагрузки от кинематического воздействия; $\left\{F\right\}$ – суммарный вектор внешних нагрузок (массовых сил, гидростатического давления воды и др.).

При этом значение матрицы $\left[K^*\right]$ зависит как от геометрических параметров конструкции, так и от ее НДС, выражаемого через узловые перемещения.

Решение нелинейной системы интегродифференциальных уравнений (6) при начальных условиях (7) осуществляется методом Ньюмарка [13, 18].

При использовании метода Ньюмарка на каждом шаге времени Δt решение системы (6) с начальными условиями (7) сводится к решению алгебраической системы [2, 13]

$$[A(u_i)]\{u_{i+1}\} = \{R_{i+1}\} \ . \tag{8}$$

Здесь

$$[A(u_i)] = [K^*(u_i)] + \frac{1}{\alpha t^2}[M] + \frac{\beta}{\alpha t}[C]. \tag{9}$$

При этом правая часть $\{R_{i+1}\}$ уравнения (8) определяется в виде

$$\begin{aligned}\{\mathrm{R}_{i+1}\} = \{f_{i+1}\} + [M]\left\{\frac{1}{\alpha\Delta t^2}\{u_i\} + \frac{1}{\alpha\Delta t}\{\dot{u}_i\} + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right)\{\ddot{u}_i\}\right\} + \\ + [C]\left\{\frac{\beta}{\alpha\Delta t}\{u_i\} + \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right)\{\ddot{u}_i\} + \frac{\Delta t}{2}\left(\frac{\beta}{\alpha} - 2\right)\{\ddot{u}_i\}\right\} + \\ + \lambda\{V_{i+1}\} + \{W_{i+1}\} + \{F\}\end{aligned} \tag{10}$$

$$\{W_{i+1}\} = \int_0^{t_{i+1}} \Gamma_1(t-\tau)[K^*(u_i)]\{u_i\}dt - \lambda\int_0^{t_{i+1}} \Gamma_3(t-\tau)\{V_i\}d\tau \ . \tag{11}$$

Для решения полученной системы алгебраических уравнений (8) необходимо задание начальных условий в момент $t = 0$, т. е. перемещений $\{u_0\}$, скорости $\{\dot{u}_0\}$ и ускорения $\{\ddot{u}_0\}$. Обычно задается $\{\ddot{u}_0\} = 0$. Метод Ньюмарка безусловно устойчив, если $\beta \geq 0.5,\ \alpha \geq 0{,}25(\beta + 0{,}5)^2$.

Таким образом, алгоритм решения нелинейных систем интегродифференциальных уравнений (6) при начальных условиях (7) заключается в следующем.

1. Задаются начальные значения $\{u_0\}, \{\dot{u}_0\}, \{\ddot{u}_0\} = 0$.

2. Формируется система алгебраических уравнений (8) с правой частью (10). При этом элементы матрицы $[A(u_i)]$ являются функциями от достигнутого на предыдущем шаге деформированного состояния сооружения.

3. Полученная система алгебраических уравнений решается методом квадратного корня при каждом шаге t_{i+1}.

В зависимости от учета или неучета тех или иных свойств материала в правую часть уравнения, т. е. в выражение (10), включаются соответствующие слагаемые.

Особенностью алгоритма является то, что интегралы, входящие в (10), вычисляются от начала процесса $t = 0$ до $t = t_{i+1}$. При этом полное значение $\{W_{i+1}\}$ в момент времени t_{i+1} получается в результате суммирования сохраненного на предыдущем шаге значения $\{W_i\}$ с интегралом, полученным на последнем этапе с пределами интегрирования от 0 до t_i.

Результатом решения уравнений (6) при начальных условиях (7) являются компоненты перемещений (u_1, u_2) в каждой точке дискретной модели сооружения в фиксированный момент времени *t*. Затем определяются компоненты тензора деформаций (ε_{ij}) и напряжений (σ_{ij}).

Для апробации разработанных алгоритмов решены нелинейные дифференциальное и интегродифференциальное уравнения, описывающие колебания механических систем и имеющие точное решение [2, 15, 19]. Сопоставление результатов показало достаточно хорошую точность численных решений.

Результаты исследований

Исследовалось динамическое поведение модели Нурекской плотины с учетом конструктивных особенностей сооружения при кинематических воздействиях:

$$\{u_{10}(t)\} = \begin{cases} a\sin(pt), & 0 < t \le t^* \\ 0, & t^* > t \end{cases}, \quad (12)$$

$$\{u_{20}(t)\} = \begin{cases} b\sin(pt), & 0 < t \le t^* \\ 0, & t^* > t \end{cases}. \quad (13)$$

Здесь p – частота; a, b – амплитуды; t^* – время воздействия.

Нурекская плотина является самой высокой (высота H = 296 м, ширина гребня $b_{гр}$ = 20.0 м) из грунтовых сооружений, строящихся в районах с сейсмичностью 9 баллов. Плотина имеет почти симметричный профиль и очень крутые откосы: верховой – m_1 = 2.25 и низовой – m_2 = 2.2.

При расчете для различных участков этой плотины использовались различные механические характеристики материала: для упорных призм – E = 3060 МПа, μ = 0.3, γ = 2200 кгс/м^3; для ядра – E = 2400 МПа, μ = 0.25, γ = 2330 кгс/м^3.

1. Результаты решения с учетом конечных деформаций. При этом матрица диссипативных сил $[C]$ формируется согласно [20] пропорционально матрице жесткости с коэффициентом пропорциональности $\beta = 0.08$, т. е. $[C] = \beta[K]$.

При конкретных расчетах частота кинематического воздействия была принята p = 4.5рад/сек (дорезонансный режим) и $p \approx \omega_1$ = 5.07 рад/сек (резонансный режим), а амплитуда и время воздействия равнялись a = 0.01 м, b = 0.01 м; t^* = 12 сек (ω_1 – первая собственная частота сооружения).

На рисунке 2 как пример показано изменение во времени амплитуды интенсивности напряжений σ_i для различных точек Нурекской плотины в резонансном режиме колебаний ($p \approx \omega_1$ = 5.07 рад/сек): рис. 2*а* для точки – x_1 =−65.5 м, x_2 = 228.2 м; рис. 2*б* для точки – x_1 =−65.5 м, x_2 = 265.2 м; рис. 2*в* для точки – x_1 = −65.5 м, x_2 = 80.2 м.

На рисунке 3 показаны изолинии распределения интенсивности напряжений σ_i в сечении неоднородной Нурекской плотины в резонансном режиме колебаний при t = 10.2 сек для линейного (рис. 3*а*) и нелинейного (рис. 3*б*) случаев.

Как показывают эти результаты (рис. 2 и 3), здесь проявление нелинейного эффекта явно не только количественно, но и качественно, так как изменяются амплитуды интенсивности напряжений σ_i, а период колебаний почти не изменяется.

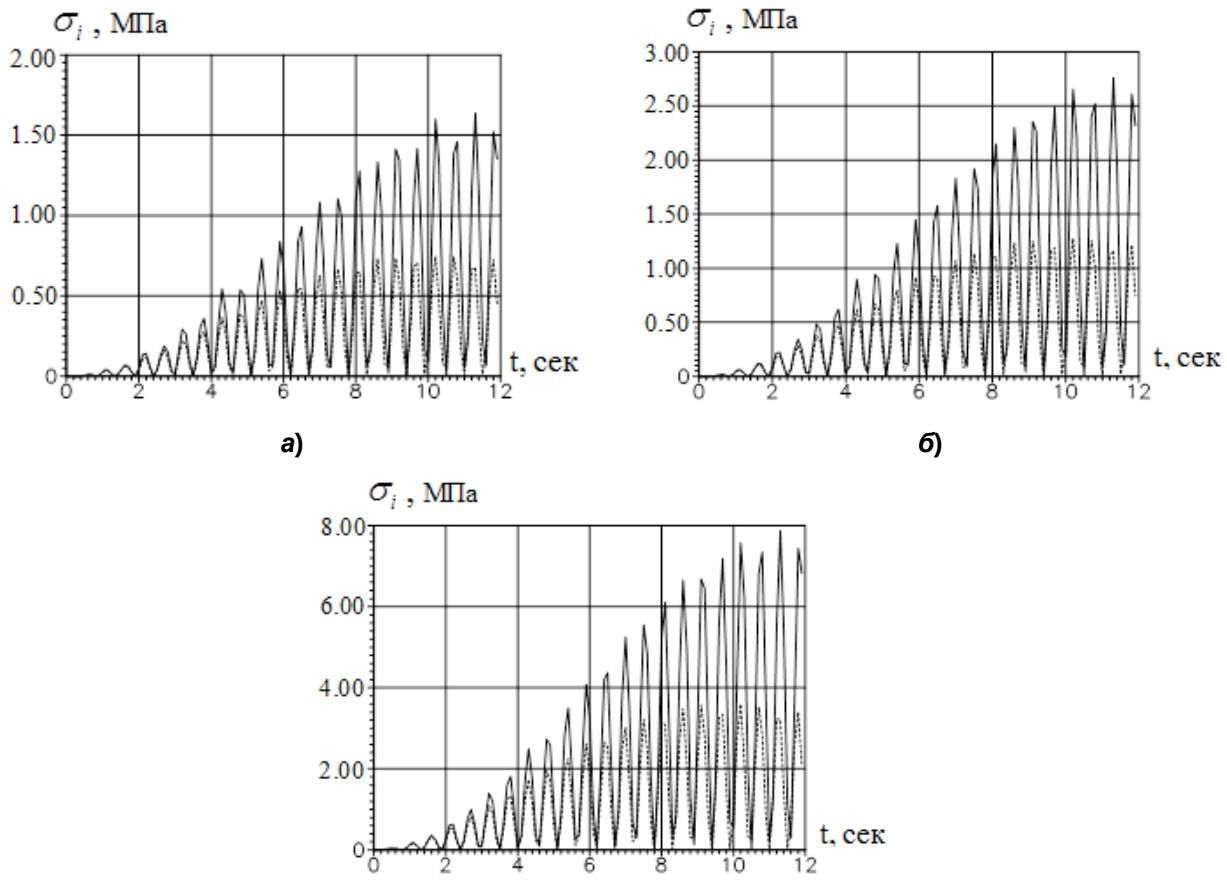


Рисунок 2. Изменение во времени амплитуды интенсивности напряжений σ_i для различных точек Нурекской плотины в близи резонансного режима колебаний ($p \approx \omega_1$ = 5.07 рад/сек) при действии на сооружение массовых сил и двухкомпонентного кинематического воздействия:
——— линейный случай; - - - - нелинейный случай

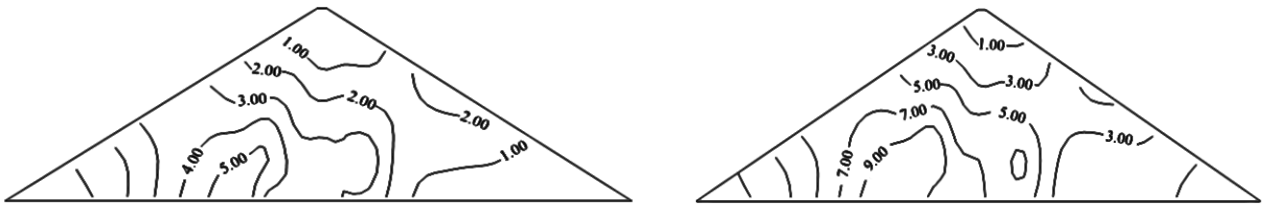


Рисунок 3. Изолинии распределения интенсивности напряжений σ_i в сечении неоднородной Нурекской плотины в резонансном режиме колебаний при *t* = 10.2 сек

В интенсивности напряжений σ_i нелинейность в наибольшей степени проявляется в нижней части плотины, причем на всем интервале действия нагрузки значение интенсивности напряжений, полученное с учетом конечных деформаций, почти в два раза меньше, чем значение, полученное в линейном случае. Появление наибольшего значения интенсивности напряжений σ_i вблизи основания по сравнению с другими, вышерасположенными точками сооружения (рис. 2) объясняется тем, что на сооружение одновременно с двухкомпонентным кинематическим воздействием действуют еще и массовые силы.

Проведенные исследования показали, что на проявление нелинейного эффекта значительное влияние оказывает близость частот собственных колебаний сооружения к частоте воздействия. При наиболее неблагоприятном резонансном режиме учет конечных деформаций приводит в некоторые моменты времени к достаточному изменению напряжений в нижней части высокого сооружения. Учет неоднородности конструкции (рис. 3*б*) приводит к усилению изменений напряжений между разнородными частями сооружения (т. е. между упорными призмами и ядром плотины), особенно при учете нелинейности.

2. Результаты решения с учетом нелинейно вязкоупругих свойства грунта. При этом для описания вязкоупругих свойств грунта плотины использовано трехпараметрическое ядро А.Р. Ржаницына [21]

$$\Gamma(t) = Ae^{-\beta t} \cdot t^{\alpha-1},\ \Gamma_1(t) = Ae^{-3\beta t} \cdot t^{\alpha-1}\ , \qquad (14)$$

параметры (для упорных призм A = 0.0674, α = 0.25, β = 0.00243; для ядра A = 0.0467, α = 0.25, β = 0.00029) которого определялись из кривых ползучести [22, 23] по методике М.А. Колтунова [24]. Коэффициент нелинейности λ принимался равным 2500.

При этом в конкретных расчетах было использовано кинематическое воздействие вида (12) и (13) в основании сооружения с амплитудами *a* = 0.01 м, *b* = 0.01 м и временем воздействия t^* = 12 сек. Частоты воздействия выбирались в нескольких вариантах, соответствующих дорезонансному (*p* = 4.5 рад/сек), пострезонансному (*p* = 6.8 рад/сек) и резонансному ($p \approx \omega_1$ = 5.07 рад/сек) режимам колебаний сооружения.

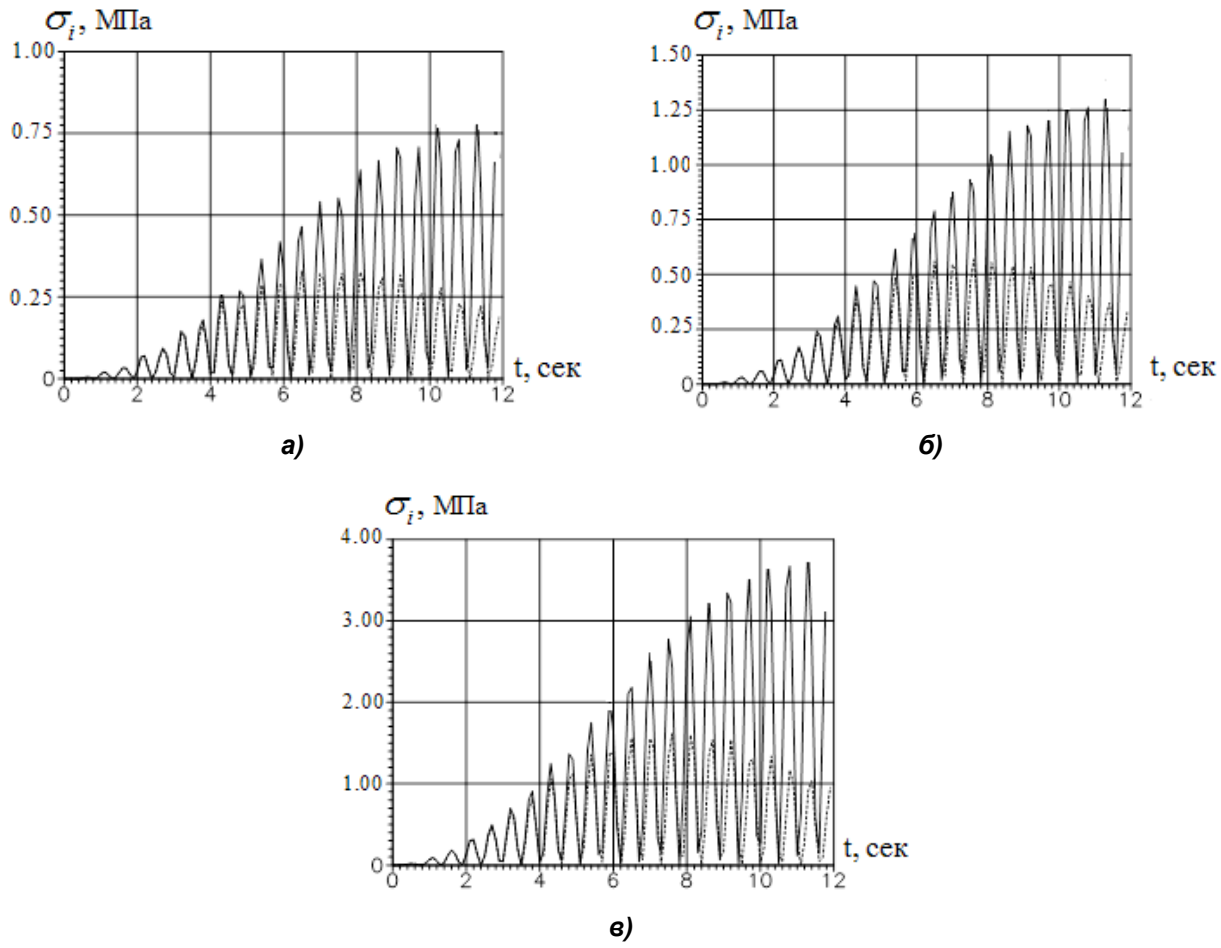


Рисунок 4 . Изменение во времени амплитуды интенсивности напряжений σ_i в точках Нурекской плотины при двухкомпонентном кинематическом воздействии с частотой *p* = ω_1 = 5.07 рад/сек

—— линейный расчет; - - - - физически нелинейный расчет

На рисунке 4 показано изменение по времени интенсивности напряжений σ_i в различных точках неоднородной Нурекской плотины (в линейно-упругом и нелинейно-вязкоупругом случае) при двухкомпонентном кинематическом воздействии с частотой $p = \omega_1 = 5.07$ рад/сек (в резонансном режиме). На рисунке 4*а* – для точки (x_1 = −65,5 м, x_2 = 265,2 м), на рисунке 4*б* – для точки (x_1 = −65.5 м, x_2 = 228.2 м), на рисунке 4*в* – для точки (x_1 = −65,5м, x_2 = 80,2 м).

На рисунке 5 показаны изолинии распределения интенсивности напряжений σ_i в сечении неоднородной Нурекской плотины, в резонансном режиме колебаний при двухкомпонентном кинематическом воздействии в момент t = 10.2 сек с учетом нелинейных вязкоупругих свойств грунта.

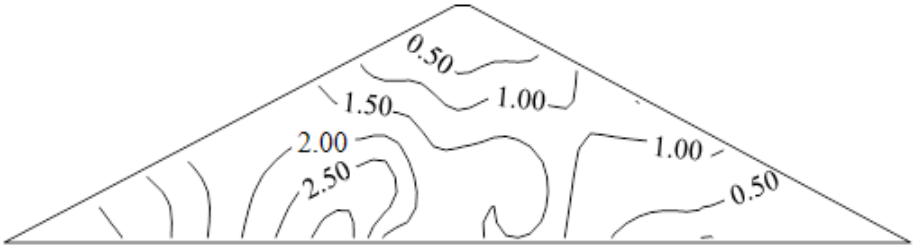


Рисунок 5. Изолинии распределения интенсивности напряжений σ_i (МПа) в сечении неоднородной Нурекской плотины при двухкомпонентном кинематическом воздействии в резонансном режиме колебаний в момент *t* = 10.2 сек с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта

Результаты, полученные в резонансном режиме с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств материала сооружения, показали заметное снижение амплитуд перемещений и интенсивности напряжений различных точек плотины по сравнению с линейно-упругим случаем при том же кинематическом воздействии. Влияние вязкости материала в начале процесса приводит к незначительному, а с течением времени – к значительному затуханию и уменьшению периода колебаний плотины (за счет жесткой диаграммы между σ~ε). Сопоставление амплитуды горизонтальных перемещений с амплитудой вертикальных перемещений показало превышение амплитуды горизонтальных перемещений над вертикальными. Это означает большую жесткость сооружения в вертикальном направлении по сравнению с горизонтальным. Такой вывод подтверждается и характером собственных форм колебаний, представляющих горизонтальный сдвиг центрального сечения, т. е. деформацию в направлении наименьшей жесткости.

Анализ полученных результатов показал, что неравномерное распределение горизонтальных напряжений σ_{11} по высоте откосных зон указывает на возможность выпора нижней части откоса под собственным весом сооружения. Учет нелинейности при снижении напряжения в определенной мере устраняет такую возможность. Распределение вертикальных напряжений по высоте σ_{22} носит равномерный характер с наибольшими (по модулю) значениями в нижней – самой высокой – центральной части плотины, указывающими на наибольшее сжатие плотины под действием собственного веса вблизи основания сооружения.

При колебаниях, вызванных двухкомпонентным кинематическим воздействием, картина распределения напряжений меняется в зависимости от того, какую форму колебаний сооружения вызывает то или иное воздействие. Воздействия, выбранные в качестве расчетных, имели частотный спектр, находящийся (более или менее) близко к основной частоте колебаний сооружения. Поэтому и характер колебаний также определяется этой формой, т. е. преимущественно это горизонтальные перемещения. Вертикальные – малы, на что указывают полученные результаты, касающиеся исследований компонент перемещений точек плотины при кинематическом воздействии с различными частотами.

При учете нелинейно-вязкоупругих свойств материала расчет показал на меньший уровень касательных напряжений σ_{12} для некоторых участков сооружения по сравнению с напряжениями, рассчитанными при линейно-упругом деформировании материала.

Обобщенная характеристика напряженного состояния сооружения обычно оценивается по величине интенсивности напряжения – σ_i. Оценка σ_i по всему сечению показала, что зона плотины, где в определенные моменты времени достигаются наибольшие значения σ_i при колебаниях, расположена в верховой упорной призме и охватывает область от центральной части верхнего откоса до центральной части основания верховой призмы (как, например, на рисунке 5). Такое распределение интенсивности напряжений σ_i имеет место при отклонении плотины от вертикального положения при колебаниях.

Численное сравнение значений σ_i на изолиниях, полученных при резонансном режиме колебаний для линейно-упругого случая, с нелинейно-вязкоупругим показывает значительное снижение величины напряжений на одних и тех участках плотины при учете нелинейной вязкоупругости.

Учет нелинейной вязкоупругости приводит к затуханию колебаний плотины после снятия нагрузки, тогда как линейно-упругие колебания продолжаются без затухания по первой форме с амплитудой, достигнутой на момент окончания нагрузки и с основной (первой) частотой собственных колебаний, т. е. продолжаются свободные незатухающие колебания.

Заключение

Проведенные исследования динамического поведения и НДС высоких грунтовых плотин с учетом нелинейно-вязкоупругих свойства грунта, конечных деформаций и неоднородной особенности конструкции показали заметное изменение напряженного состояния сооружения в целом.

Отметим следующие особенности.

1. Учет нелинейно-вязкоупругих свойств материала сооружения в резонансном режиме колебаний существенно снижает амплитуды перемещений и амплитуды интенсивности напряжений σ_i в опасных (с точки зрения прочности) точках плотины по сравнению с линейно-упругим случаем. При этом влияние учета вязких свойств материала на изменение динамического поведения сооружения проявляется с течением времени, приводя к затуханию колебаний.

2. Учет нелинейно-вязкоупругих свойств материала приводит к снижению уровня касательных напряжений σ_{12} в теле плотины по сравнению с напряжениями, полученным при линейно-упругом материале.

3. При первом резонансе наибольшее значение интенсивности напряжений σ_i возникает в верховой упорной призме и охватывает область от центральной части верхнего откоса до центральной части основания. При этом учет нелинейно-вязкоупругих свойств грунта снижает величину σ_i по сравнению с линейным расчетом.

Литература

1. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З., Садуллаев Ш.А. Оценка напряженно-деформированного состояния грунтовых плотин с учетом упругопластических, влажностных свойств грунта и больших деформаций (англ.) // Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 59–68.
2. Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z., Khodzhaev D.A. Oscillations of Earth Dams with Account of Geometric Nonlinearity // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. Vol. 9. No.3. Pp. 51–60.
3. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М.: Наука, 1970. 280 с.
4. Красников Н.Д. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений из грунтовых материалов. М.: Энергоиздат, 1981. 240 с.
5. Pinho R. Nonlinear Dynamic Analysis of Structures Subjected to Seismic Action // Advanced Earthquake Engineering Analysis CISM International Centre for Mechanical Sciences. 2007. Vol. 494. Pp. 63–89.

6. Султанов К.С. Нелинейный закон деформирования мягких грунтов // Прикладная математика и механика. Т.62. Вып.3. М.: 1998. С. 503–511.
7. Салямова К.Д. Динамический расчет грунтовых сооружений с учетом нелинейных моделей грунтов при сейсмических воздействиях // Узбекский журнал проблемы механики. 2003. №1. С. 32–35.
8. Bao-Lin Xiong, Xi-Liang Wang and Chun-Jiao Lu. Dynamic Reaction Analysis of Tailing Dams Under Earthquake // Advances in Environmental Geotechnics. 2010. No.6. Pp. 697–701.
9. Siyahi B., Arslan H. Nonlinear Dynamic Finite Element Simulation of Alibey Earth Dam // Environmental Geology. 2008. Vol. 54. No.1. Pp. 77–85.
10. Bauer E., Fu Z.Z., Liu S. Constitutive Modeling of Materials for Rockfill Dams // 6th International Conference on Dam Engineering. Lisbon, Portugal. February 15–17, 2011. Pp. 1–14.
11. Bauer E., Fu Z.Z., Liu S. Influence of Pressure and Density on the Rheological Properties of Rockfills // Frontiers of Structural and Civil Engineering. 2012. Vol. 6. Issue 1. Pp. 25–34.
12. Абдикаримов Р.А., Эшматов Х. и др. Математическое моделирование и расчет гидротехнических сооружений типа плотины-пластины с учетом сейсмической нагрузки и гидродинамического давления воды // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3(21). С. 59–70.
13. Мирсаидов М.М. Теория и методы расчета грунтовых сооружений на прочность и сейсмостойкость. Ташкент: Фан, 2010. 312 с.
14. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З. Использование линейной наследственной теории в вязкоупругости при динамическом расчете грунтовых сооружений // Основание, фундаменты и механика грунтов. 2012. №6. С. 30–34.
15. Султанов Т.З., Ходжаев Д.А., Мирсаидов М.М. Оценка динамического поведения неоднородных систем с учетом нелинейно–вязкоупругих свойств грунта // Инженерно-строительный журнал. 2014. №1(45). С. 59–70.
16. Hua Hu, Hengxing Gu, Dengrong Yu. The Research on Dynamic Rheological Mechanical Response and Rheological Dynamic Model of Geological Disaster of Soft Rock-Soil // Geotechnical Engineering for Disaster Mitigation and Rehabilitation. 2008. Part 4. Pp. 359–366.
17. Yan-lin Zhao, Ping Cao, Wei-jun Wang, Wen Wan, Ye-ke Liu. Viscoelasto-plastic rheological experiment under circular increment step load and unload and nonlinear creep model of soft rocks // Journal of Central South University of Technology. 2009. Vol. 16. Issue 3. Pp. 488–494.
18. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и МКЭ. М.: Стройиздат, 1982. 448 с.
19. Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегродифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат, 1987. 269 с.
20. Рассказовский В.Т. Основы физических методов определения сейсмических воздействий. Ташкент: Фан, 1973. 160 с.
21. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. М.: Стройиздат, 1968. 416 с.
22. Месчян С.Р. Механические свойства грунтов и лабораторные методы их определения. М.: Недра, 1974. 192 с.
23. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высшая школа, 1978. 447 с.
24. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. М.: Высшая школа, 1976. 277 с.

Мирзиед Мирсаидович Мирсаидов, Ташкент, Узбекистан
Тел. раб.: +7(987)237-09-81; эл. почта: theormir@mail.ru

Тахиржон Зокирович Султанов, Ташкент, Узбекистан
Тел. раб.: +7(987)237-22-67; эл. почта: tohir-zs@mail.ru

© Мирсаидов М.М., Султанов Т.З., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.9

Компьютерное моделирование задач динамики вязкоупругих тонкостенных элементов конструкций переменной толщины

К.т.н., профессор Р.А. Абдикаримов,
Ташкентский финансовый институт;
к.ф.-м.н., доцент Д.А. Ходжаев,
Ташкентский институт ирригации и мелиорации

Аннотация. В работе приводятся численный метод и алгоритм решения задач динамики вязкоупругих тонкостенных элементов конструкций переменной толщины.

Уравнения движения относительно прогибов описываются интегро-дифференциальными уравнениями (ИДУ) в частных производных. При помощи метода Бубнова – Галеркина, основанного на многочленной аппроксимации прогибов, задача сводится к исследованию системы обыкновенных ИДУ, где независимой переменной является время. Система ИДУ решается предложенным численным методом, на основе которого описан алгоритм численного решения и создана программа на алгоритмическом языке Delphi. Исследование нелинейных колебаний тонкостенных элементов конструкции с учетом переменной толщины в геометрической нелинейной постановке позволило выявить ряд механических эффектов.

В зависимости от физико-механических и геометрических параметров рассмотренных вязкоупругих тонкостенных элементов конструкций даны рекомендации по использованию жесткости системы.

Ключевые слова: тонкостенные конструкции; переменная толщина; вязкоупругость, неоднородность; метод Бубнова – Галеркина; интегро-дифференциальные уравнения

Введение

В прикладных задачах механики деформируемых систем приходится встречаться с процессами, при описании которых необходимо оперировать имеющими разрывы величинами, различными по своему физико-механическому содержанию. В последнее время стало появляться все больше работ, посвященных результатам исследований критического состояния, колебаний и напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций с физико-механическими особенностями разрывного типа, т. е. конструкций со ступенчато-переменной толщиной, с армированиями, неоднородностями структуры, местными включениями в виде сосредоточенных масс и отверстий, либо пониженной жесткости в виде ребра с учетом изотропных и анизотропных свойств материала [1–7].

Наряду с этим уделяется большое внимание исследованию динамического поведения и НДС различных двухмерных и трехмерных кусочно-неоднородных систем с учетом геометрической нелинейности, линейных и нелинейных вязкоупругих свойств материалов [8–11]. При этом исследования НДС тонкостенных конструкций с учетом таких особенностей недостаточно освещены в литературе.

На сегодняшний день в известных публикациях рассматриваются следующие аспекты проблемы.

В работе [4] применяется вариационно-параметрический метод в нелинейной теории оболочек ступенчато-переменной толщины.

В [5] рассматриваются теоретические предпосылки, методы решения задач устойчивости и исследования свободных и вынужденных колебаний для пластин и оболочек. При этом выделяются ребристые оболочки и оболочки ступенчато-переменной толщины, для которых приведены результаты исследования устойчивости и свободных нелинейных колебаний.

В работах [12, 13] разработаны математические модели нелинейных динамических задач о колебаниях и устойчивости ортотропных вязкоупругих систем с переменной толщиной.

В статье [14] предлагается эффективная численная методика исследования собственных частот и форм колебаний пологих прямоугольных в плане оболочек переменной толщины.

В работе [15] произведен нелинейный расчет и оптимизация пологих оболочек переменной толщины. Сопоставляются результаты оптимального расчета с наибольшими значениями объема и критических нагрузок при заданном объеме оболочек и высоте подъема арки.

В [16] описывается асимптотическое решение смешанных краевых задач двухслойных анизотропных пластин переменной толщины.

Из приведенного обзора видно, что вопросы учета неупругих и неоднородных свойств материала при динамическом расчете конструкций остаются недостаточно освещенными в научной литературе и требуют дальнейшего изучения.

Поэтому исследования динамического поведения и НДС элементов конструкций летательных аппаратов, судов, различных сооружений с учетом больших деформаций, нелинейных вязкоупругих свойств материала и реальных особенностей конструкций, т. е. переменности толщины, структурной неоднородности с включениями, ребрами жесткости и выемками являются актуальными задачами механики тонкостенных конструкций [12, 13, 17].

В отличие от ранее опубликованных работ [12, 18], в данной разработан единый вычислительный алгоритм, который позволяет исследовать нелинейные одномерные и двумерные задачи динамики вязкоупругих систем переменной толщины, приведены общие принципы реализации разработанного алгоритма численного решения задач на компьютере. Исследования нелинейных колебаний тонкостенных элементов конструкций переменной толщины в геометрической нелинейной постановке позволили выявить ряд механических эффектов.

Математическая модель, метод и алгоритм задачи

Рассмотрим вязкоупругую ортотропную цилиндрическую панель со сторонами a и b, радиусом кривизны R, переменной толщины $h = h(x)$ (рис. 1). Пусть панель нагружена поперечной нагрузкой q.

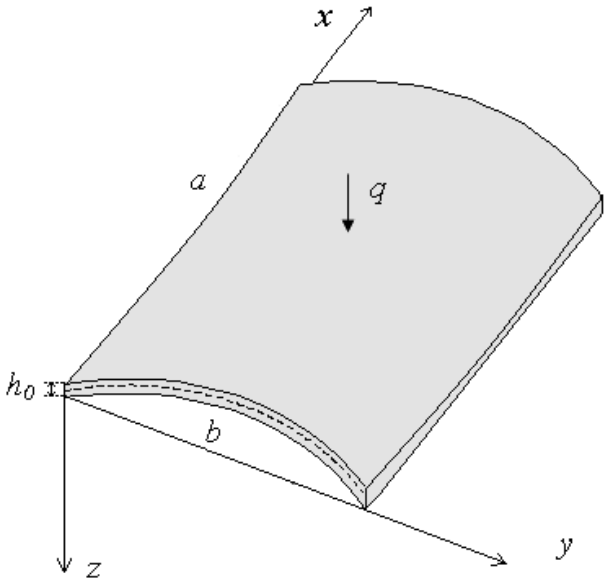


Рисунок 1. Вязкоупругая цилиндрическая панель переменной толщины

При принятых предположениях математическая модель задачи относительно перемещений u, v, w по направлениям x, y, z описывается системой интегро-дифференциальных уравнений в частных производных [13].

После того, как составлена математическая модель изучаемого процесса, необходимо разработать алгоритм исследования этой модели, т. е. выбрать метод или последовательность методов для решения полученных уравнений, описывающих работу исследуемого процесса, и наметить действия для получения всех характеристик исследуемого процесса.

Решение системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных при различных граничных условиях и при наличии слабосингулярных ядер наследственности представляет собой значительные математические трудности. Здесь для построения дискретной модели рассматриваемой задачи используется метод Бубнова – Галеркина.

Представим функции $u(x,y,t), v(x,y,t), w(x,y,t)$ в виде разложения по функциям $\phi_{nm}(x,y)$, $\varphi_{nm}(x,y)$, $\psi_{nm}(x,y)$, которые удовлетворяют соответствующим граничным условиям задачи

$$u(x,y,t)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}u_{nm}(t)\phi_{nm}(x,y),\ v(x,y,t)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}v_{nm}(t)\varphi_{nm}(x,y),$$
$$w(x,y,t)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}w_{nm}(t)\psi_{nm}(x,y), \quad (1)$$

где $u_{nm}=u_{nm}(t)$, $v_{nm}=v_{nm}(t)$, $w_{nm}=w_{nm}(t)$ – неизвестные функции времени; $\phi_{nm}(x,y)$, $\varphi_{nm}(x,y)$, $\psi_{nm}(x,y)$, $n=1,2,...,N;\ m=1,2,...,M$ – координатные функции, удовлетворяющие заданным граничным условиям задачи.

Подставляя (1) в уравнение движения и выполняя процедуру Бубнова – Галеркина для определения неизвестных $u_{nm}(t), v_{nm}(t), w_{nm}(t)$, получим систему нелинейных обыкновенных ИДУ.

Следующим этапом после определения оптимального типа математической модели и приведения ее к виду, удобному для моделирования на ЭВМ, является собственно ее компьютерная реализация. Этот этап является определяющим для всего процесса моделирования и для него характерны такие задачи, как выбор или создание эффективных численных методов и алгоритмов, обеспечение быстродействия и устойчивости вычислительных процедур, оптимальный выбор вычислительной среды моделирования, эффективная программная реализация используемых алгоритмов, контроль и оценка точности моделирования.

При компьютерном моделировании динамических систем, описываемых интегро-дифференциальными уравнениями Вольтерра, могут быть использованы различные численные методы и методы непосредственного моделирования [16, 19–21].

В работе [20] предложен эффективный подход к численному решению систем линейных и нелинейных ИДУ со слабосингулярными ядрами наследственности, который основан на совместном рациональном использовании различных аналитических преобразований, позволяющих свести исходные системы к системе интегральных уравнений с регулярными ядрами и устойчивого численного интегрирования, обеспечивающего получение решения задач с высокой степенью точности. Этот метод был распространен на системы интегро-дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно старших производных [12]. При этом в расчетах использовались слабосингулярные ядра Колтунова – Ржаницына [22]:

$$\Gamma(t)=Ae^{-\beta t}\cdot t^{\alpha-1},\ (A>0,\ \beta>0,\ 0<\alpha<1). \quad (2)$$

Известно, что многие динамические задачи для вязкоупругих систем типа стержней, пластин и оболочек после применения методов Бубнова – Галеркина (конечных элементов, конечных разностей и т. п.) сводятся к решению уравнений следующего вида:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}(a_{k\ln m}\ddot{u}_{nm}+\lambda^2_{nmkl}u_{nm})=\mathrm{X}_{nm}\left(t,u_{11},...,u_{NM},v_{11},...,v_{NM},w_{11},...,w_{NM},\right.$$
$$\left.\int_0^t\phi_{1nm}(t,\tau,u_{11}...,u_{NM},v_{11},...,v_{NM},w_{11},...,w_{NM})d\tau\right),$$
$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}(b_{k\ln m}\ddot{v}_{nm}+\chi^2_{nmkl}v_{nm})=\mathrm{Y}_{nm}\left(t,u_{11},...,u_{NM},v_{11},...,v_{NM},w_{11},...,w_{NM},\right.$$
$$\left.\int_0^t\varphi_{1nm}(t,\tau,u_{11}...,u_{NM},v_{11},...,v_{NM},w_{11},...,w_{NM})d\tau\right), \quad (3)$$
$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}(c_{klnm}\ddot{w}_{nm}+\omega^2_{nmkl}w_{nm})=Z_{nm}\left(t,u_{11},...,u_{NM},v_{11},...,v_{NM},w_{11},...,w_{NM},\right.$$
$$\left.\int_0^t\psi_{1nm}(t,\tau,u_{11}...,u_{NM},v_{11},...,v_{NM},w_{11},...,w_{NM})d\tau\right)$$
$$u_{nm}(0)=u_{0nm},\ \dot{u}_{nm}(0)=\dot{u}_{0nm},\ v_{nm}(0)=v_{0nm},\ \dot{v}_{nm}(0)=\dot{v}_{0nm},\ w_{nm}(0)=w_{0nm},$$
$$\dot{w}_{nm}(0)=\dot{w}_{0nm},\ n=1,2,...,N;m=1,2,...,M.$$

где $u_{nm}=u_{nm}(t)$, $v_{nm}=v_{nm}(t)$, $w_{nm}=w_{nm}(t)$ – неизвестные функции времени; $X_{nm},Y_{nm},Z_{nm},\phi_{1nm},\varphi_{1nm},\psi_{1nm}$ – непрерывные функции в области изменения аргументов; a_{klnm}, b_{klnm}, c_{klnm}, $\lambda^2{}_{klnm}$, $\chi^2{}_{klnm}$, $\omega^2{}_{klnm}$ – заданные постоянные числа.

Матричный вид системы (3):

$$A\ddot{\mathbf{u}}+\Lambda\mathbf{u}=\mathbf{X}\left(t,\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w},\int_0^t\varphi_1(t,\tau,\mathbf{u}(\tau),\mathbf{v}(\tau),\mathbf{w}(\tau))d\tau\right)$$
$$B\ddot{\mathbf{v}}+\mathrm{H}\,\mathbf{v}=\mathbf{Y}\left(t,\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w},\int_0^t\psi_1(t,\tau,\mathbf{u}(\tau),\mathbf{v}(\tau),\mathbf{w}(\tau))d\tau\right) \quad (4)$$
$$C\ddot{\mathbf{w}}+\Omega\mathbf{w}=\mathbf{Z}\left(t,\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w},\int_0^t\theta_1(t,\tau,\mathbf{u}(\tau),\mathbf{v}(\tau),\mathbf{w}(\tau))d\tau\right).$$
$$\mathbf{u}(0)=\mathbf{u}_0,\quad \dot{\mathbf{u}}(0)=\dot{\mathbf{u}}_0,\quad \mathbf{v}(0)=\mathbf{v}_0,\quad \dot{\mathbf{v}}(0)=\dot{\mathbf{v}}_0,$$
$$\mathbf{w}(0)=\mathbf{w}_0,\quad \dot{\mathbf{w}}(0)=\dot{\mathbf{w}}_0$$

Систему (4) перепишем в виде:

$$\mathbf{T}\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{P}\,\mathbf{x}=\Pi\left(t,\mathbf{x},\int_0^t\Psi(\tau,\mathbf{x})d\tau\right) \quad (5)$$
$$x(0)=x_0,\quad \dot{x}(0)=\dot{x}_0,$$

где

$$\mathrm{T}=\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix},\ \mathrm{P}=\begin{pmatrix} \Lambda & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{H} & 0 \\ 0 & 0 & \Omega \end{pmatrix},\ \mathrm{x}=\begin{pmatrix} \mathrm{u} \\ \mathrm{v} \\ \mathrm{w} \end{pmatrix},\ \Pi=\begin{pmatrix} \mathrm{X} \\ \mathrm{Y} \\ \mathrm{Z} \end{pmatrix},\ \Psi=\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \psi_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix},$$

$$A=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \ldots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \ldots & A_{2N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{N1} & A_{N2} & \ldots & A_{NN} \end{pmatrix},\ \Lambda=\begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} & \ldots & \Lambda_{1N} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} & \ldots & \Lambda_{2N} \\ \cdots & \cdots & \ldots & \cdots \\ \Lambda_{N1} & \Lambda_{N2} & \ldots & \Lambda_{NN} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{X}=\begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_\mathrm{N} \end{pmatrix},\ \boldsymbol{\varphi}_1=\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{11} \\ \boldsymbol{\varphi}_{12} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varphi}_{1\mathrm{N}} \end{pmatrix},\ \mathbf{u}=\begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_\mathrm{N} \end{pmatrix}.$$

Матрицы и векторы, присутствующие как элементы матриц и векторов, здесь имеют следующий вид:

$$A_{kn}=\begin{pmatrix} a_{k1n1} & a_{k1n2} & \ldots & a_{k1nM} \\ a_{k2n1} & a_{k2n2} & \ldots & a_{k2nM} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{kMn1} & a_{kMn2} & \ldots & a_{kMnM} \end{pmatrix},\ \Lambda_{kn}=\begin{pmatrix} \lambda^2_{k1n1} & \lambda^2_{k1n2} & \ldots & \lambda^2_{k1nM} \\ \lambda^2_{k2n1} & \lambda^2_{k2n2} & \ldots & \lambda^2_{k2nM} \\ \cdots & \cdots & \ldots & \cdots \\ \lambda^2_{kMn1} & \lambda^2_{kMn2} & \ldots & \lambda^2_{kMnM} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{u}_\mathrm{n}=\begin{pmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ \vdots \\ u_{nM} \end{pmatrix},\ \mathbf{X}_\mathrm{n}=\begin{pmatrix} \mathrm{X}_{n1} \\ \mathrm{X}_{n2} \\ \vdots \\ \mathrm{X}_{nM} \end{pmatrix},\ \boldsymbol{\varphi}_{1\mathrm{n}}=\begin{pmatrix} \phi_{1n1} \\ \phi_{1n2} \\ \vdots \\ \phi_{1nM} \end{pmatrix}.$$

Аналогичным образом записываются выражения для матриц и векторов 2 и 3-го уравнения системы (4).

Далее к системе (3), описывающей нелинейные задачи динамики вязкоупругих систем с переменной жесткостью, применен численный метод, изложенный выше. Следующим этапом численного метода является регуляризация системы нелинейных ИДУ (5) с сингулярными ядрами. С помощью замены переменных

$$t-\tau=z^{\frac{1}{\alpha}},\ 0\le z\le t^{\alpha}\ (0<\alpha<1)$$

интеграл при ядре Колтунова – Ржаницына с особенностью следующего вида

$$A\int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1}\exp(-\beta(t-\tau))w(\tau)d\tau$$

принимает вид

$$\frac{A}{\alpha}\int_0^{t^\alpha}\exp(-\beta\, z^{\frac{1}{\alpha}})w(t-z^{\frac{1}{\alpha}})dz\,.$$

Заметим, что после замены переменных подынтегральная функция относительно z становится регулярной. Полагая затем $t=t_i$, $t_i=i\Delta t$, i=1,2,… ($\Delta t=const$ – шаг интерполяции) и заменяя интегралы некоторыми квадратурными формулами (в частности по формуле трапеции), имеем

$$\frac{A}{\alpha}\sum_{k=0}^{i} B_k \exp(-\beta\, t_k) w_{i-k}\ ,$$

где коэффициенты $B_0 = \frac{\Delta t^{\alpha}}{2}$; $B_i = \frac{\Delta t^{\alpha}(i^{\alpha} - (i-1)^{\alpha})}{2}$; $B_{\mathrm{k}} = \frac{\Delta t^{\alpha}((k+1)^{\alpha} - (k-1)^{\alpha})}{2}$, $k = \overline{1, i-1}$.

На основе этого метода описан алгоритм численного решения системы (4). Числовые значения искомой функции $u_{nm} = u_{nm}(t)$, $v_{nm} = v_{nm}(t)$, $w_{nm} = w_{nm}(t)$ при $t_i = i\Delta t$, $i = 1, 2, \ldots$ ($\Delta t = const$) находятся из рекуррентных формул:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_0\, t_{i+1} + \mathbf{x}_0 + \mathbf{T}^{-1}\sum_{j=0}^{i} A_j \left(t_{i+1} - t_j\right)\left[-P\mathrm{x}_j + \mathbf{\Pi}\left(t_j, \mathrm{x}_j, \sum_{k=0}^{j} B_k\, \mathbf{\Psi}\left(t_j, t_k, \mathbf{x}_k\right)\right)\right], \qquad (7)$$

где $\mathbf{T}^{-1}$ – матрица, обратная к клеточной матрице $\mathbf{T}$; $A_j, B_k \left(j = 0,1,\ldots,i; k = 0,1,\ldots,j\right)$ – узлы интерполяционной формулы:

$$A_0 = \frac{\Delta t}{2};\quad A_j = \Delta t,\quad j = \overline{1, i-1};\quad A_{\mathrm{i}} = \frac{\Delta t}{2};$$

$$B_0 = \frac{\Delta t^{\alpha}}{2};\quad s = j,\quad B_j = \frac{\Delta t^{\alpha}(j^{\alpha} - (j-1)^{\alpha})}{2};\qquad B_{\mathrm{s}} = \frac{\Delta t^{\alpha}((s+1)^{\alpha} - (s-1)^{\alpha})}{2}. \qquad (8)$$

Благодаря предложенному подходу в алгоритме для численного решения задачи в формуле (7) множитель $t_{i+1} - t_j$ при $j = i + 1$ принимает нулевое значение, т. е. последнее слагаемое суммы равно нулю. Поэтому суммирование осуществляется от нуля до i ($j = \overline{0, i}$).

Таким образом, согласно численному методу, относительно неизвестных получим систему линейных алгебраических уравнений. Для решения системы используется модифицированный метод Жордана. Погрешность численного метода совпадает с погрешностью использованных квадратурных формул и имеет тот же порядок малости относительно шага интерполяции.

Расчет нелинейных колебаний вязкоупругих цилиндрических панелей переменной толщины

Пусть панель шарнирно оперта по контуру. Граничные условия будут иметь вид: $w\big|_{x=1}^{x=0} = 0$, $v\big|_{x=1}^{x=0} = 0$, $N_x\big|_{x=1}^{x=0} = 0$, $M_x\big|_{x=1}^{x=0} = 0$, $w\big|_{y=1}^{y=0} = 0$, $u\big|_{y=1}^{y=0} = 0$, $N_y\big|_{y=1}^{y=0} = 0$, $M_y\big|_{y=1}^{y=0} = 0$. Здесь N_x, N_y и N_{xy} – усилия, отнесенные к единице длины сечения панели; M_x, M_y и M_{xy} – изгибающие и крутящий моменты.

Тогда в разложении метода Бубнова – Галеркина (1) аппроксимирующие функции перемещений, удовлетворяющие заданным граничным условиям, соответственно принимаются в виде:

$$\phi_{nm}(x, y) = \cos n\pi x \sin m\pi y\ ,\ \varphi_{nm}(x, y) = \sin n\pi x \cos m\pi y\ ;$$
$$\psi_{nm}(x, y) = \sin n\pi x \sin m\pi y\ .$$

При расчетах выбираются следующие параметры:

- механические:

E_1 =36.8 ГПа, E_2 =26.8 ГПа, G_{12} =5.0 ГПа, μ_1 =0.077, μ_2 =0.105;

- геометрические:

$a = b = 0.5$ м, $h_0 / a = 0.008$, безразмерные величины кривизны $k_x = \frac{a^2}{h_0 R_1} = 0$, $k_y = \frac{b^2}{h_0 R_2} = 20$;

- реологические:

A, β, α для стеклопластиков КАСТ-В 0° (α = 0.1; β = 0.001; A = 0.0099), КАСТ-В 90° (α = 0.1; β = 0.00166; A = 0.0104) и КАСТ-В 45° (α = 0.1; β = 0.00166; A = 0.0208);

- закон изменения толщины:

$h(x) = h_0(1 - \alpha^* x)$, где $0 \le x \le 1$, α^* – параметр, характеризующий интенсивность изменения толщины, $h_0 = h(0) = const$ – толщина панели, соответствующая $\alpha^* = 0$.

Отметим, что начальным моментом колебательного процесса является статическое равновесное состояние панели под нагрузкой q. В этом состоянии панель представляет собой изогнутую поверхность $w(0, x, y)$, поэтому для нахождения w_{0nm} решается соответствующая упругая нелинейная статическая задача. Найденные прогибы панели будут служить начальным приближением для решения соответствующей вязкоупругой нелинейной динамической задачи.

На рисунке 2 приведены результаты линейной (кривая 1) и нелинейной (кривая 2) задач о колебаниях вязкоупругой цилиндрической панели с учетом неоднородных и вязкоупругих свойств материала. Здесь для наглядности полученных результатов временной интервал разбит на три части.

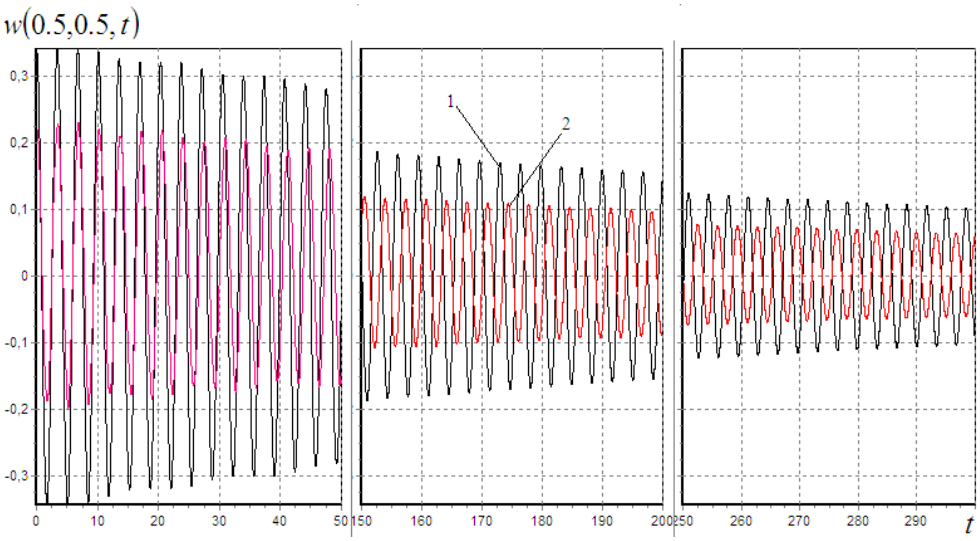


Рисунок 2. Зависимость прогиба от времени

Согласно графику область устойчивого решения нелинейных задач полностью включается в область устойчивого решения линейных задач.

Аналогичные результаты наблюдаются и при исследовании влияния геометрической нелинейности на изменение момента M_x (рис. 3).

Исследовано влияние неоднородности материала на процесс колебания панели. В качестве одного из параметров, определяющих степень неоднородности (анизотропности) материала, был выбран параметр $\Delta = \sqrt{E_1 / E_2}$ (кривая 1 соответствует случаю когда $\Delta = 1$; кривая 2 – $\Delta = 1.5$ и кривая 3 – $\Delta = 2$). Результаты вычислений приведены на рисунке 4.

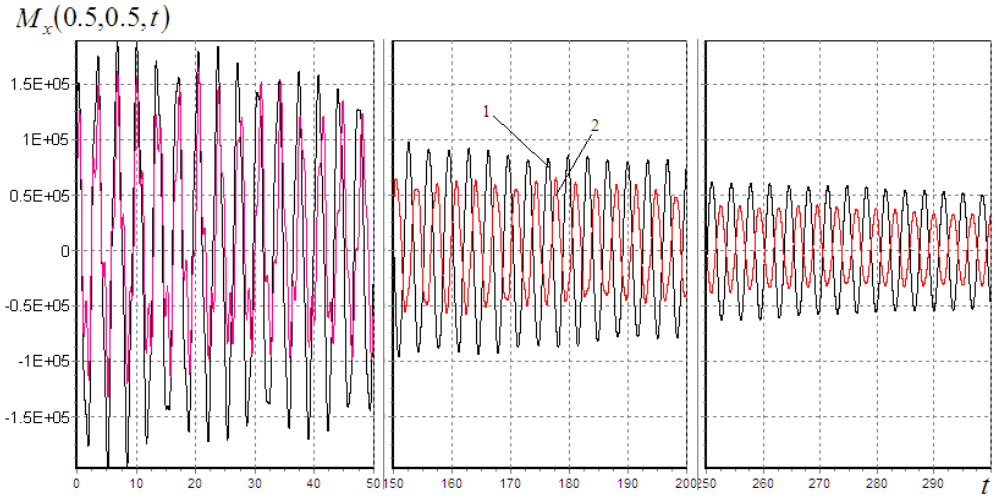


Рисунок 3. Зависимость момента M_x от времени

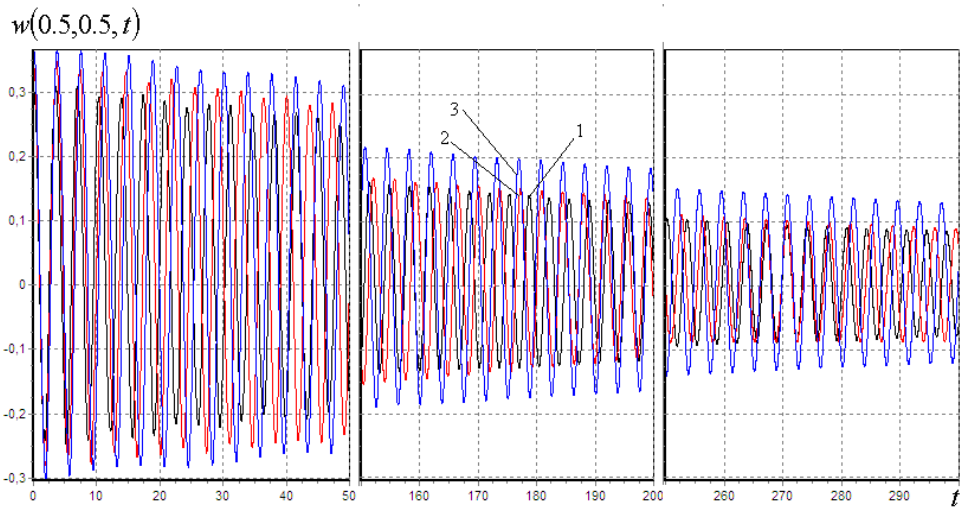


Рисунок 4. Зависимость прогиба от времени при Δ = 1 (1); 1.5(2); 2(3)

Этот же результат приводится и в виде рисунка 5 при непрерывном изменении временного интервала. Как показывают исследования, увеличение параметра Δ приводит к увеличению амплитуды колебаний.

Помимо прогибов и перемещений представляет интерес исследование моментов, напряжений и перерезывающих сил. Анализ полученных результатов показывает, что изменение толщины вдоль одной из сторон приводит к несимметричному изменению во времени перемещения u, момента M_x, напряжения σ_x.

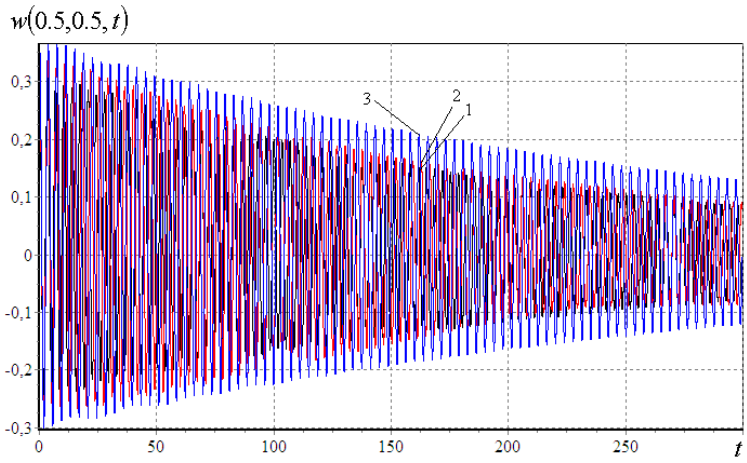


Рисунок 5. Зависимость прогиба от времени при Δ = 1 (1); 1.5(2); 2(3)

Далее проведено сравнение форм изменений прогиба w, перемещения u, момента M_x, напряжения σ_x и перерезывающей силы Q_x вдоль стороны a при различных значениях параметра Δ.

Анализ полученных результатов показывает, что с уменьшением жесткости панели вдоль стороны a увеличивается напряжение, а момент (рис. 6) и перерезывающая сила уменьшаются. Также анализ полученных результатов показывает, что ортотропия изменяет фазу колебаний.

Аналогичные эффекты получены и при исследовании перемещения v, моментов M_y, M_{xy}, напряжений σ_y, σ_{xy}, $\sigma_{\text{изг},x}$, $\sigma_{\text{изг},y}$, $\sigma_{\text{изг},xy}$, перерезывающих сил Q_y.

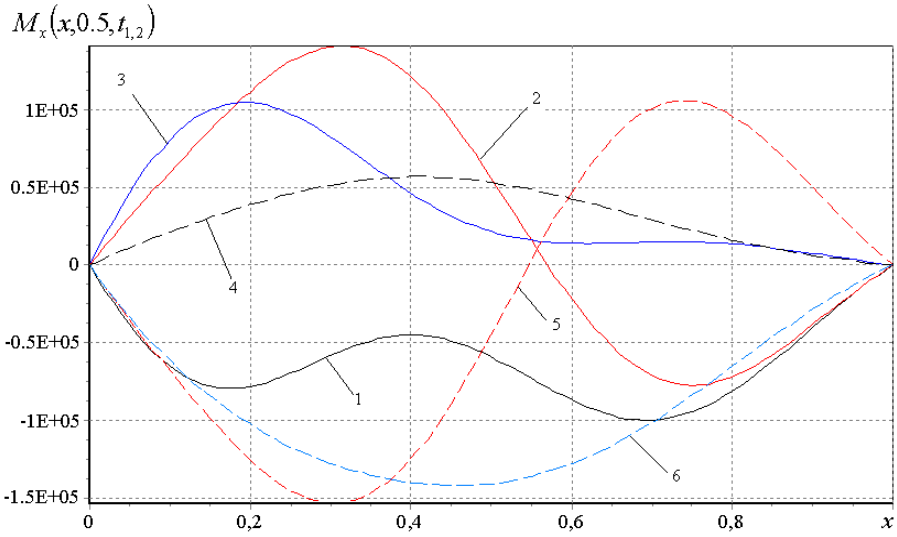


Рисунок 6. Сравнение форм изменений момента M_x при

t_1 = 50: Δ = 1 (1); 1.5(2); 2(3)

t_2 = 250: Δ = 1 (4); 1.5(5); 2(6)

Исследовано НДС неоднородной вязкоупругой панели при различных материалах. Результаты вычислений приведены на рисунке 7. Здесь кривая 1 соответствует случаю, когда материал панели упругий, а кривые 2 и 3 – когда материал панели вязкоупругий, при этом в качестве вязкоупругого материала выбран стеклопластик КАСТ-В с направлением волокон соответственно 0° (α = 0.1; β = 0.001; A = 0.0099) и 45°(α = 0.1; β = 0.00166; A = 0.0208).

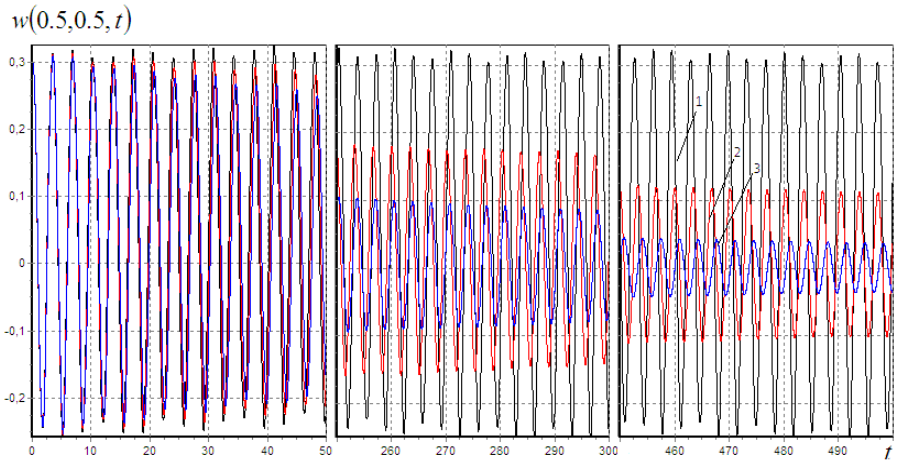


Рисунок 7. Зависимость прогиба от времени при различных материалах: упругий (1); КАСТ-В 0° (2);КАСТ-В 45° (3)

Как и ожидалось, учет вязкоупругих свойств материала панели приводит к затуханию колебательного процесса, при этом, хотя решения упругой и вязкоупругой задач в начальный период времени мало отличаются друг от друга, с течением времени вязкоупругие свойства оказывают существенное влияние.

Аналогичные результаты наблюдаются и при исследовании перемещения u, момента M_x и напряжения σ_x (рис. 8).

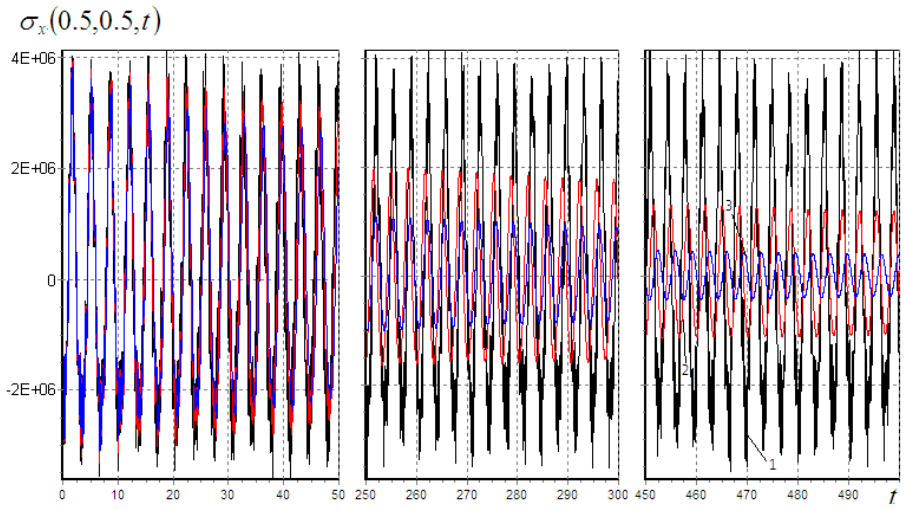


Рисунок 8. Зависимость напряжения σ_x от времени при различных материалах: упругий (1); КАСТ-В 0° (2);КАСТ-В 45° (3)

Исследовано влияние изменения толщины панели на ее НДС. На рисунке 9 приведена зависимость прогиба от времени при различных значениях параметра α^*. Напомним, что α^* – параметр, характеризующий интенсивность изменения толщины.

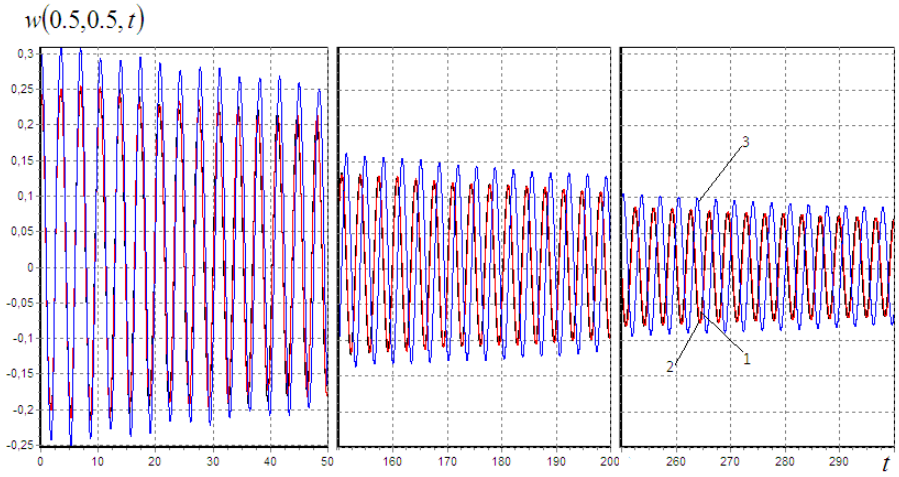


Рисунок 9. Зависимость прогиба от времени при α^* = 0 (1); 0.3(2); 0.5 (3)

Анализ полученных результатов показывает, что при этом законе изменения толщины увеличение параметра α^* приводит к увеличению амплитуды колебаний и сдвигу фаз вправо.

Аналогичные результаты наблюдаются и при исследовании моментов, напряжений и перерезывающих сил.

Выводы

На основе метода Бубнова – Галеркина в сочетании с численным методом, предложенным в работе, разработан единый вычислительный алгоритм, который позволяет исследовать нелинейные одномерные и двумерные задачи динамики вязкоупругих систем переменной толщины. Даны общие принципы реализации разработанного алгоритма численного решения задачи на компьютере. Исследование нелинейных колебаний тонкостенных элементов конструкции переменной толщины в геометрической нелинейной постановке позволил выявить ряд механических эффектов, в частности:

- изменение толщины, при одинаковом объеме элементов тонкостенных конструкций, приводит к уменьшению максимальных значений прогибов;
- изменение толщины рассматриваемого элемента приводит к перераспределению изгибных и цепных напряжений;
- учет вязких свойств материала приводит к уменьшению амплитуды и частоты колебаний на 20–40 %.

Во всех рассмотренных задачах численно исследована сходимость метода Бубнова – Галеркина. Для каждого случая найдено число полуволн, необходимое для получения решения достаточной точности. В зависимости от физико-механических и геометрических параметров, а также начальных и граничных условий рассмотренных вязкоупругих тонкостенных элементов конструкций даны рекомендации по использованию жесткости системы.

Литература

1. Мирсаидов М.М., Трояновский Е.И. Динамика неоднородных систем с учетом внутренней диссипации и волнового уноса энергии. Ташкент: Фан, 1990. 108 с.
2. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З. Удар по поверхности осесимметричной конструкции из вязкоупругого материала твердым телом // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2012. Vol.8. No.3. Pp. 107–115.
3. Преображенский И.Н. Устойчивость и колебания пластинок и оболочек с отверстиями. М.: Машиностроение, 1981. 191 с.
4. Игнатьев О.В., Карпов В.В., Филатов В.Н. Вариационно-параметрический метод в нелинейной теории оболочек ступенчато-переменной толщины. Волгоград: ВолГАСА, 2001. 210 с.

5. Карпов В.В. Геометрически нелинейные задачи для пластин и оболочек и методы их решения. М.: Изд-во АСВ, 1999. 154 с.
6. Жгутов В.М. Математические модели и алгоритмы исследования устойчивости пологих ребристых оболочек при учете различных свойств материала // Изв. Орловского гос. техн. ун-та. Строительство, транспорт. 2007. №4. С. 20–23.
7. Жгутов В.М. Математическая модель деформирования ортотропных и изотропных ребристых оболочек при учете ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2009. №7(9). С. 46–54.
8. Мирсаидов М.М. Теория и методы расчета грунтовых сооружений на прочность и сейсмостойкость. Ташкент: Фан, 2010. 312 с.
9. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З., Ходжаев Д.А. Оценка устойчивости откосов грунтовых плотин с учетом реологических свойств грунта (англ.) // Инженерно-строительный журнал. 2012. №9(35). С. 49–58.
10. Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z., Khodzhaev D.A. Oscillations of Earth Dams with Account of Geometric Nonlinearity // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. Vol. 9. No.3. Pp. 51–60.
11. Султанов Т.З., Ходжаев Д.А., Мирсаидов М.М. Оценка динамического поведения неоднородных систем с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта // Инжнерно-строительный журнал. 2014. №1(45). С. 80–89.
12. Верлань А.Ф., Абдикаримов Р.А., Эшматов Х. Численное моделирование нелинейных задач динамики вязкоупругих систем с переменной жесткостью // Электронное моделирование. 2010. Т. 32. №2. С. 3–14.
13. Абдикаримов Р.А., Жгутов В.М. Математические модели задач нелинейной динамики вязкоупругих ортотропных пластин и оболочек переменной толщины // Инженерно-строительный журнал. 2010. №6(16). С. 38–47.
14. Grigorenko A.Ya., Parkhomenko A.Yu. Free vibrations of shallow orthotropic shells with variable thickness and rectangular planform // International Applied Mechanics. 2011. Vol. 46. No.8. Pp. 877–889.
15. Ye Zhiming. Nonlinear analysis and optimization of shallow shells of variable thickness // Journal Shonghai University. 1997. Vol. 1. No.2. Pp. 105–111.
16. Агаловян Л.А., Геворкян Р.С, Хачатрян Г.Г. Асимптотическое решение смешанных краевых задач двухслойных анизотропных пластин переменной толщины // Изв. нац. АН Армении. Сер. мех. 1998. Т. 51. №2. С. 27–36.
17. Абдикаримов Р.А. Математическая модель нелинейного колебания вязкоупругой пластины с переменной жесткостью при различных граничных условиях // Проблемы архитектуры и строительства. 2010. №1. С. 44–47.
18. Абдикаримов Р.А., Худаяров Б.А. Исследование вязкоупругих круговых цилиндрических панелей переменной толщины // Вычислительная механика сплошных сред. 2012. Т. 5. №1. С. 11–18.
19. Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегродифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат, 1987. 269 с.
20. Бадалов Ф.Б., Эшматов Х., Юсупов М. О некоторых методах решения систем интегро-дифференциальных уравнений, встречающихся в задачах вязкоупругости // Прикладная математика и механика. 1987. Т. 51. №5. С. 867–871.
21. Эшматов Х., Абдикаримов Р.А., Бобоназаров Ш.П. Колебания и устойчивость вязкоупругой трубы с протекающей через нее жидкостью при различных граничных условиях // Проблемы механики. 1995. №1. С. 20–24.
22. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. М.: Высшая школа, 1976. 276 с.

Рустамхан Алимханович Абдикаримов, г. Ташкент, Узбекистан
Тел. раб.: +7(99890)944-70-67; эл. почта: rabdikarimov@mail.ru

Дадахан Акмарханович Ходжаев, г. Ташкент, Узбекистан
Тел. раб.: +7(99871)237-19-48; эл. почта: dhodjaev@mail.ru

© Абдикаримов Р.А., Ходжаев Д.А., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.10

Influence of structural parameters of the masonry on effective elastic properties and strength

A.I. Grishchenko;
A.S. Semenov;
S.G. Semenov;
B.E. Melnikov,
St.Petersburg Polytechnic University

Abstract. Two phase masonry model, which contains elastic mortar and elastic bricks, is analyzed numerically in order to evaluate sensitivity of effective elastic moduli and strength properties to a deviation in the masonry structural parameters. Different methods of masonry homogenization are studied.

Effective elastic moduli of the masonry representative volume element are obtained by means of direct finite element simulation and homogenization procedure. Influence of variation in the heterogeneous material microstructure characteristics (influence of brick aspect ratio and orientation angle) on the local stress-strain state and mechanical properties of the representative volume element of the composite considered is analyzed. Mechanical properties obtained by direct finite element modeling and other methods in various literary sources are compared.

These studies are relevant for the design of composite materials with a structure similar to masonry.

Key words: masonry; composite materials; representative volume element; homogenization; numerical experiment; boundary conditions of periodicity; effective elastic moduli; finite element method; PANTOCRATOR

Introduction

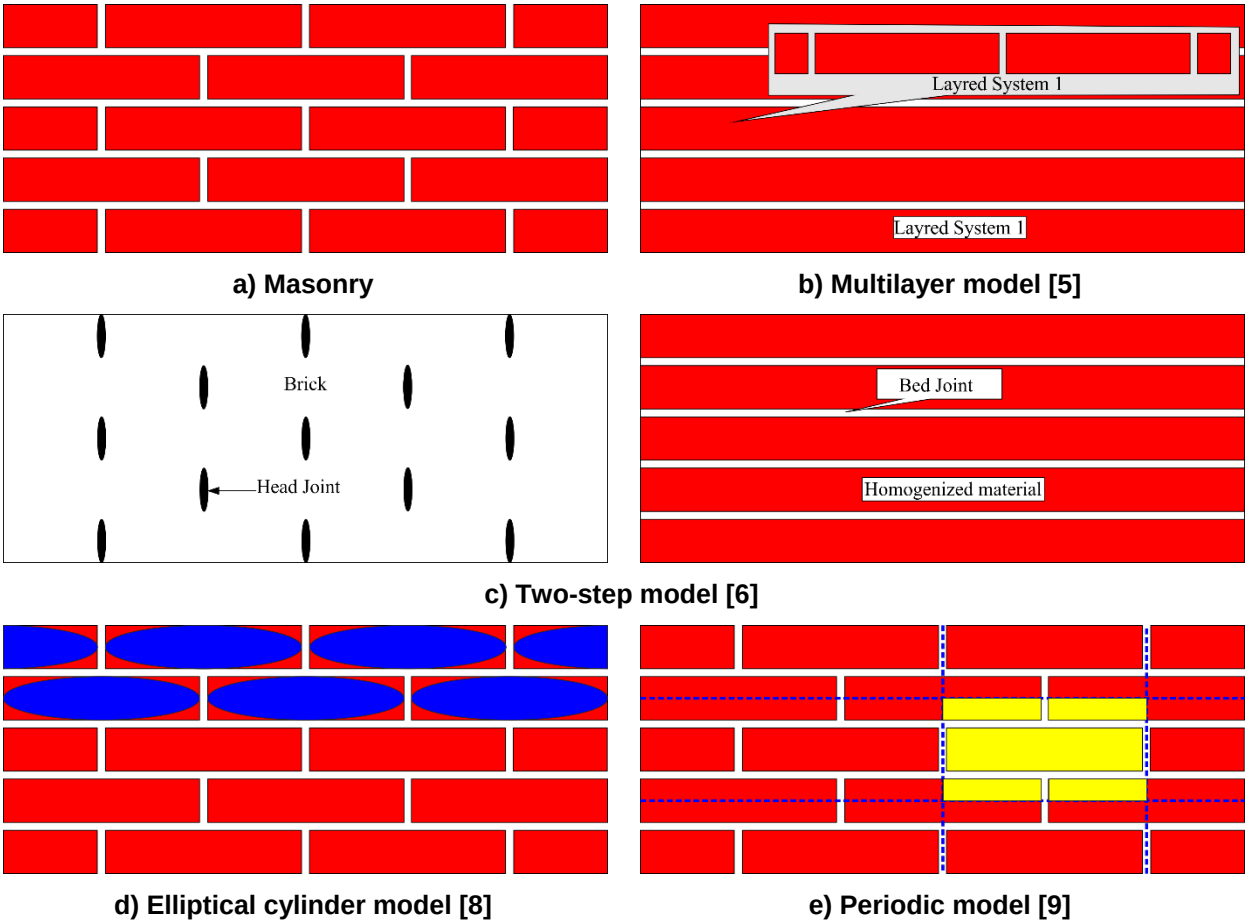
Masonry is a two phase composite material consisting of brick and mortar joints, generally arranged periodically. It is important to study the influence of masonry structural parameters on its deformation characteristics for the reasons of design and retrofitting masonry structures. Computer simulation of masonry deformation and failure processes can be used as a viable alternative to otherwise expensive and time-consuming laboratory and field experiments.

The most common approach is to model each brick and each mortar joint in the assembly, where linear and nonlinear constitutive behaviors of bricks and mortar can be considered. However, these methods require intensive computational efforts [1-4].

On the other hand, masonry can be treated as an effectively elastic continuum. A way of modeling a structure made of heterogeneous materials without treating all of the heterogeneities individually consists in trying to replace the heterogeneous medium by an equivalent homogeneous medium (EHM) endowed with the so-called effective properties.

Pande et al. [5] proposed a multilayer model to estimate effective elastic properties of masonry. Effective properties of a multilayered system with alternating joints are obtained in a closed form on the basis of equality of strain energy. A multilayer solution is first applied to homogenize the horizontal strip, and then used again to integrate the above homogenized strips with horizontal bed joints (Fig. 1b). Pietruszczak and Niu [6] also proposed a two-step homogenization scheme. At the first stage, they considered a homogeneous matrix formed from bricks with aligned head joints as inclusions. Equivalent elastic properties of the medium can be found using Eshelby's solution for an elliptic cylinder inclusion in combination with the Mori–Tanaka mean field theory [7]. Effective properties are defined through mechanics of the laminate material, homogenized medium that has been formed at the first step and continuous bed joints. The scheme is also illustrated in Fig. 1c. Bati et al. [8] suggested using aligned elliptical cylinders to approximate rectangular bricks (Fig. 1d).

None of the above methods have explicitly taken into account the specific pattern of brick and mortar, nor have fully exploited the periodicity of geometry, stress, strains, as well as other field quantities. In this paper, authors propose implementing a periodic homogenization method in order to model masonry structures. Gang Wang et al. also proposed implementing a periodic homogenization method to model masonry structures [9]. A periodic model is shown in Figure 1e.



a) Masonry

b) Multilayer model [5]

c) Two-step model [6]

d) Elliptical cylinder model [8]

e) Periodic model [9]

Figure 1. Homogenization models for masonry structure

1. The representative Volume Element

Effective properties are calculated on the base of spatial averaging of the stress-strain state within the representative volume element (RVE) of a material. The RVE can be introduced for a material with statistically uniform distribution (ergodic hypothesis) taking into account the scale-separability of heterogeneities. In this case the least volume containing all the a priori statistical information on the distribution and morphology of the material heterogeneities can be introduced correctly.

The simplest two-dimensional variant of RVE (unit cell) (Fig. 2) is presented by the central rectangular inclusion and four fragments of neighboring undeflected inclusions (¼ area of each).

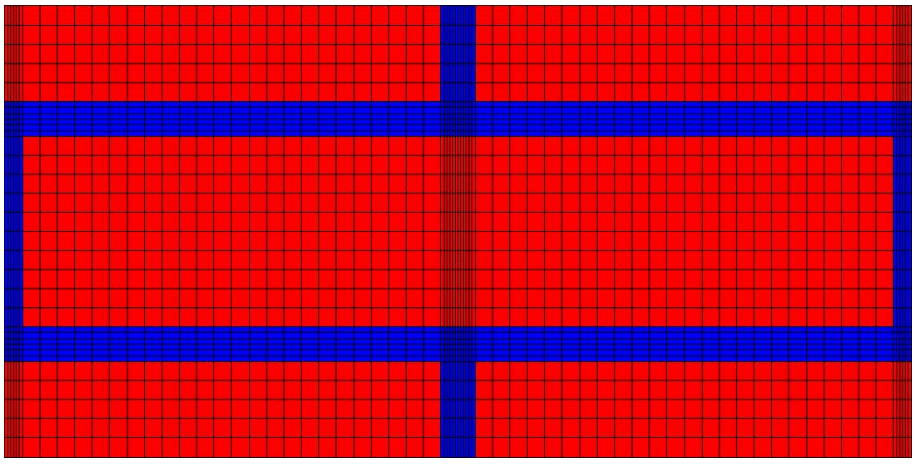


Figure 2. FE model of masonry RVE

2. Results of FE Modeling of Deformation Processes of Material RVE

Finite element simulations of deformation processes of RVE are aimed at solving two main subtasks:

- identification of effective mechanical properties of the material RVE (homogenization problem);
- obtaining extreme values of stress fields within heterogeneous RVE for subsequent strength analysis (heterogenization problem).

2.1. Effective Elastic Properties

Effective elastic properties of masonry composite RVE are found by FE homogenization methods. It is supposed that effective properties of homogenized masonry correspond to an orthotropic elastic material, for which Hooke's law can be written as:

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} = {}^4\overline{\mathbf{C}} \cdot\cdot \overline{\boldsymbol{\sigma}}\,, \tag{1}$$

where

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{V_{RVE}} \int_{V_{RVE}} \boldsymbol{\varepsilon}\, dV \tag{2}$$

is the spatial averaged strain tensor,

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{V_{RVE}} \int_{V_{RVE}} \boldsymbol{\sigma}\, dV \tag{3}$$

is the spatial averaged stress tensor, ${}^4\overline{\mathbf{C}}$ is the tensor of effective elastic compliances of the 4th rank. The bar over tensors indicates correspondence to the homogenized material.

For orthotropic materials the tensor ${}^4\overline{\mathbf{C}}$ in its own axes of anisotropy corresponds to the symmetric matrix of elastic compliances $\left[\overline{\mathbf{C}}\right]$ with the following structure:

$$\left[\overline{\mathbf{C}}\right] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\overline{E}_1} & -\frac{\overline{\nu}_{21}}{\overline{E}_2} & -\frac{\overline{\nu}_{31}}{\overline{E}_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\overline{\nu}_{12}}{\overline{E}_1} & \frac{1}{\overline{E}_2} & -\frac{\overline{\nu}_{32}}{\overline{E}_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\overline{\nu}_{13}}{\overline{E}_1} & -\frac{\overline{\nu}_{23}}{\overline{E}_2} & \frac{1}{\overline{E}_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\overline{G}_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\overline{G}_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\overline{G}_{31}} \end{bmatrix}, \quad \frac{\overline{\nu}_{12}}{\overline{E}_1} = \frac{\overline{\nu}_{21}}{\overline{E}_2},\ \frac{\overline{\nu}_{13}}{\overline{E}_1} = \frac{\overline{\nu}_{31}}{\overline{E}_3},\ \frac{\overline{\nu}_{23}}{\overline{E}_2} = \frac{\overline{\nu}_{32}}{\overline{E}_3}. \tag{4}$$

Elastic moduli are determined on the basis of relations $\overline{E}_i = \frac{\overline{\sigma}_{ii}}{\overline{\varepsilon}_{ii}}$, $\overline{\nu}_{ij} = -\frac{\overline{\varepsilon}_{jj}}{\overline{\varepsilon}_{ii}}$.

2D boundary value problems are solved assuming the plane stress condition. In order to determine the two elastic moduli $\overline{E}_1$ and $\overline{E}_2$ it is necessary to solve only two boundary value problems with boundary conditions for tension (or compression) in the directions of the anisotropy axes (in the vertical and in the horizontal directions for the RVE in Figure 2).

Mechanical properties of the individual components correspond to the isotropic material. The elastic moduli of masonry components are taken from the literature [9, 10].

Table 1. Normal elastic moduli of the individual components of mansory.

	***E*, GPa**	***v***
Brick	11	0.2
Mortar	2.2	0.25

Normal brick dimensions are $l = 250$ mm (length), $h = 55$ mm (height) (bricks aspect ratio $l/h = 4.54$). Normal mortar joints are 10 mm thick (these dimensions correspond to the sizes of brick 0.8 NF [**11**]).

Evaluation of the accuracy of numerical solutions is based on the analysis of practical convergence of the effective elastic moduli with an increasing number of unit cells and number of finite elements. The upper and lower boundaries for moduli are obtained using boundary conditions for displacements and for tractions. Three types of boundary conditions are applied and compared:

- kinematic uniform boundary condition

$$\mathbf{u}\big|_{S_u} = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{*} \cdot \mathbf{r}\,, \tag{5}$$

- static uniform boundary condition

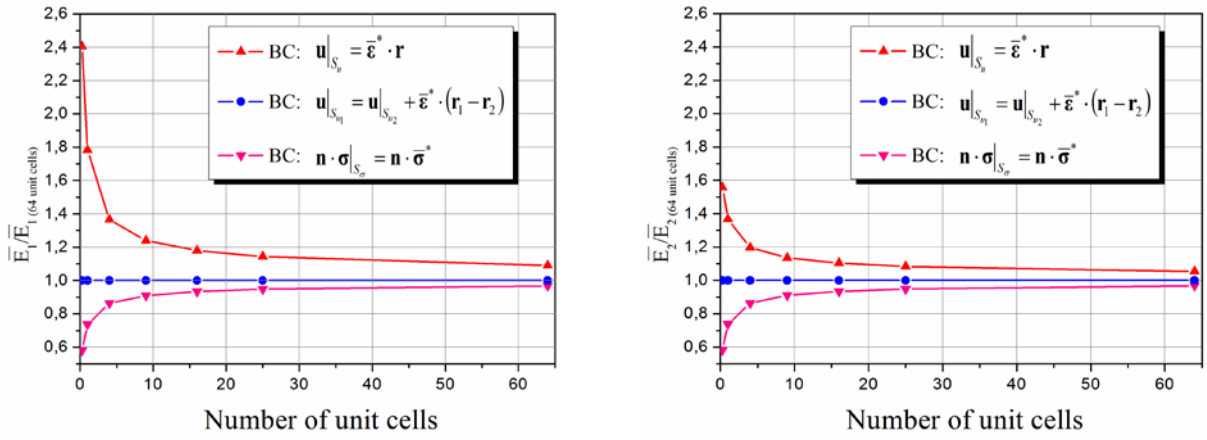
$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}\big|_{S_\sigma} = \mathbf{n} \cdot \overline{\boldsymbol{\sigma}}^{*}\,, \tag{6}$$

- periodicity condition

$$\mathbf{u}\big|_{S_{u1}} = \mathbf{u}\big|_{S_{u2}} + \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{*} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \tag{7}$$

where $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{*}$ and $\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{*}$ are prescribed constant symmetric tensors corresponding to different possible states (axial tensions or shears), $\mathbf{r}$ is the radius-vector. The periodicity condition (7) can be rewritten in the form $\mathbf{u}\big|_{S_u} = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{*} \cdot \mathbf{r} + \tilde{\mathbf{w}}$, where fluctuation $\tilde{\mathbf{w}}$ is periodic, i.e., $\tilde{\mathbf{w}}$ takes the same values on opposite sides of RVE. In this case the traction $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ also takes opposite values on opposite sides. The boundary conditions (5)–(7) satisfy the Hill homogeneity condition and provide existence and uniqueness of the solution to the corresponding boundary value problems.

As a result of multivariant computational experiments, it has been found that by using periodicity conditions (7) satisfactory accuracy (close enough to the asymptotic value) is achieved (Fig. 3) even by using RVE including ¼ of the unit cell in Figure 1 whereas with the boundary conditions (5) and (6) convergence is achieved (Fig. 2) only if RVE includes 4×4 unit cells or more. The use of (7) allows reducing significantly the dimension of FE model and the computation time. The finite element models are shown in Figure 4.



a) **b)**

Figure 3. Dependence of the effective elastic moduli:
a) $\overline{E}_1$ (in the horizontal direction) and b) $\overline{E}_2$ (in the vertical direction) on the number of unit cells.

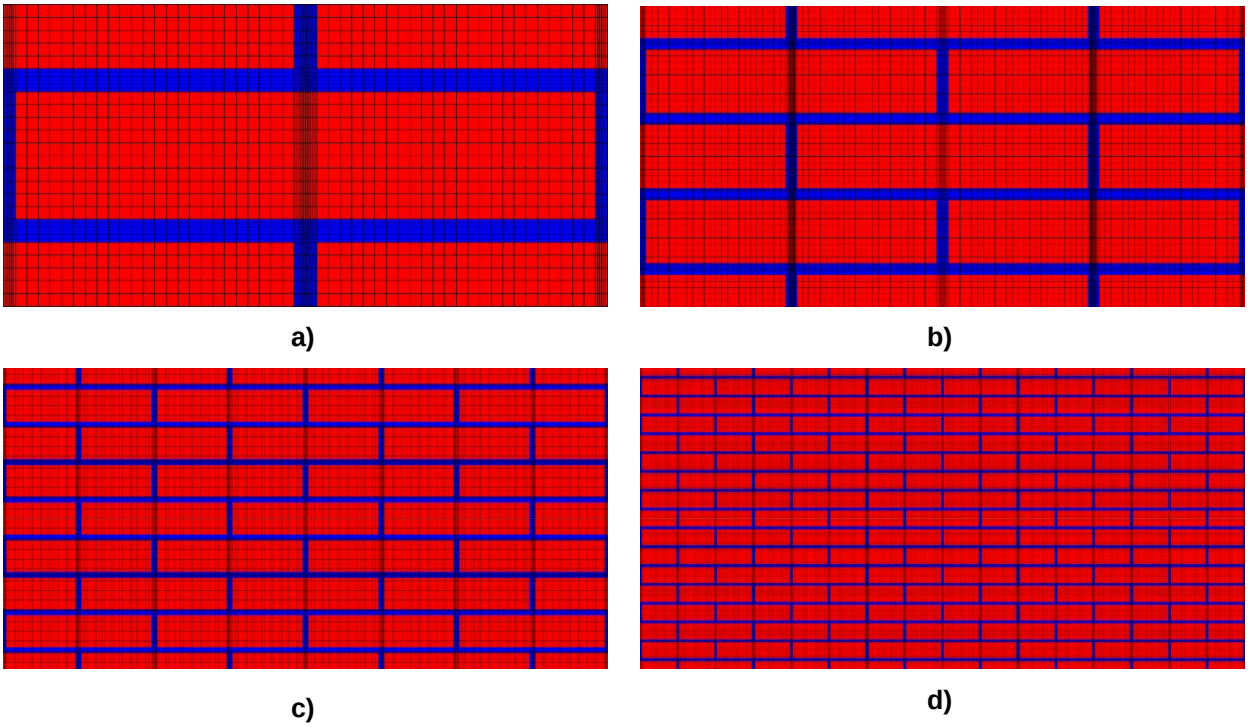


Figure 4. Finite element model with a different number of unit cells: a) 1x1 unit cells, b) 2x2 unit cells, c) 4x4 unit cells, d) 8x8 unit cells

The computations have been performed using the finite element software package PANTOCRATOR [12], which makes it possible to automatically generate discrete models of RVE arbitrary geometry, obtain solutions of boundary problems, determine the effective elastic moduli and strength properties of RVE, and to analyze distribution of stress and strain fields.

2.2. Influence of Young's Modulus of Mortar

In modern constructions different types of bricks and mortar are used [13]. Due to this fact, it is necessary to study the effect of elastic properties of the brick on the stress-strain state and on the effective elastic moduli of the masonry.

In order to evaluate the influence of the Young's modulus of mortar on the effective elastic moduli of RVE the FE computations are carried out with different Young's modulus of mortar: 1, 2, 4, 6, 8, 10 GPa. The results of computational experiments have shown that the Young's modulus of mortar exerts considerable influence on the effective elastic moduli (Fig. 5). The increase of the Young's modulus of mortar from 2 GPa up to 10 GPa leads to increases of $\overline{E}_1$ by 21.6 % and of $\overline{E}_2$ by 68,6 %.

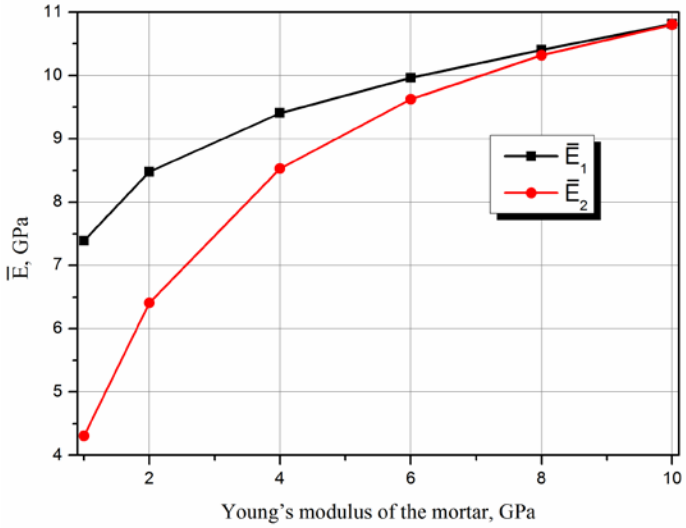


Figure 5. Dependence of the elastic moduli of masonry RVE on the Young's modulus

2.3. Influence of Brick Orientation

So as to evaluate the effect of the angular orientation of the brick on the stress-strain state and on the effective elastic moduli of RVE the FE computations are carried out for three different deviation angles of the bricks from horizontal direction: 0^o, 2^o and 4^o (Fig. 6). The results of computational experiments have shown that rotation of a single brick does not practically affect the effective elastic moduli $\overline{E}_1, \overline{E}_2$ (difference is less than 1 %), but it has considerable influence on the level of maximum stress intensity (Fig. 7).

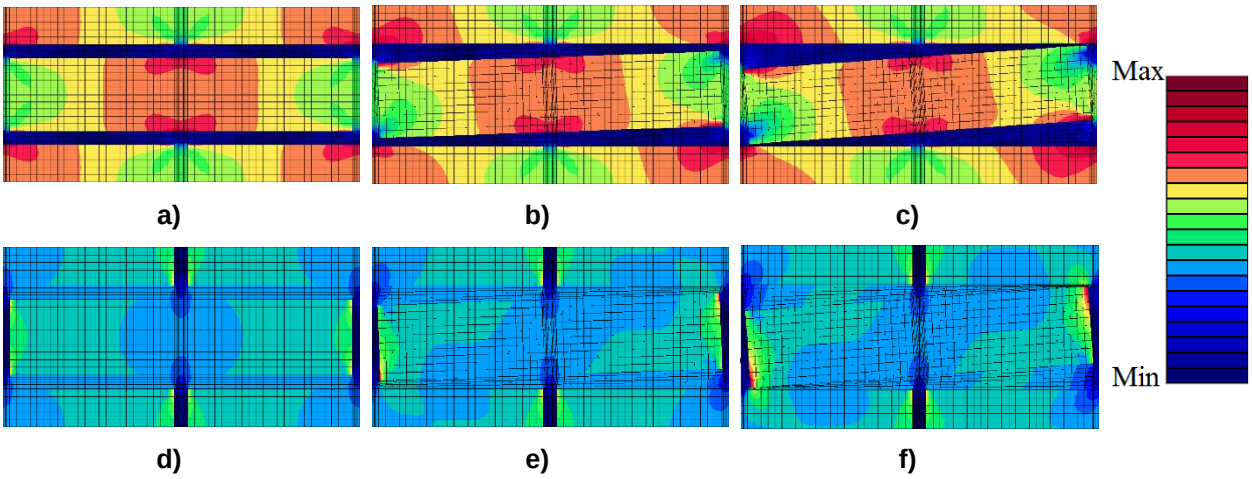


Figure 6. Von Mises stress intensity fields in the masonry RVE under *horizontal* compression with rotation of single brick at: a) 0°, b) 2°, b) 4°; under *vertical* compression with rotation of single brick at: d) 0°, e) 2°, f) 4°

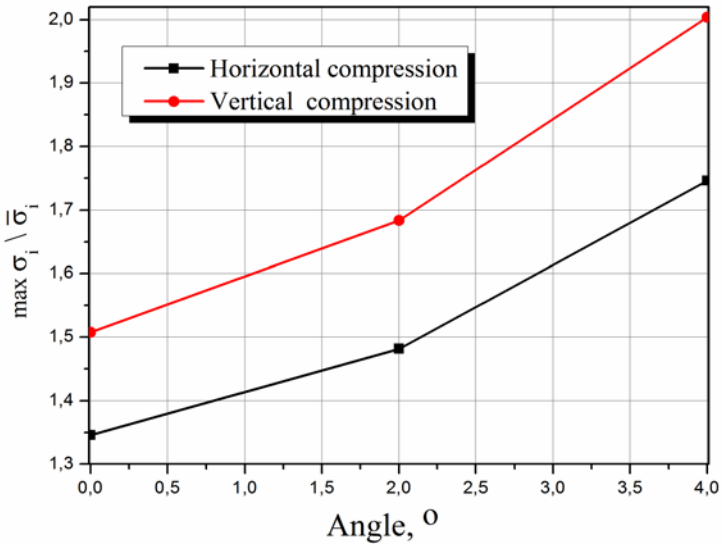


Figure 7. Dependence of the maximum von Mises stress intensity on the central brick rotation angle

The obtained results allow us to assume that the disorder of brick leads to increase of stresses in the masonry RVE. An ideal structure without brick disorientation has a maximum strength. Extremal stresses are observed at brick corners.

2.4. Influence of Mortar Thickness

In order to evaluate an influence of the mortar thickness on the stress-strain state and the effective elastic moduli of RVE, FE calculations are carried out with different thickness of mortar: 5, 10, 20, … , 70 mm. The results of the computational experiments have shown that the thickness of mortar exerts considerable influence on the effective elastic moduli (Fig. 8) and on the von Mises stress intensity averaged over the whole volume of RVE and over its individual components (Fig. 9). Increase of the mortar thickness from 10 mm up to 30 mm leads to decrease of $\overline{E}_1$ by 40.2 % and $\overline{E}_2$ by 54 %.

The same increase of the mortar thickness under compression in *horizontal* direction leads to the diminishing von Mises stress intensity:

- by 39.8 % for averaging over the whole volume of RVE;
- by 39.8 % for averaging over the whole volume of brick;
- by 12.9 % for averaging over the whole volume of mortar.

The same increase of the mortar thickness under compression in *vertical* direction leads to the decreasing von Mises stress intensity:

- by 53.8 % for averaging over the whole volume of RVE;
- by 48.8 % for averaging over the whole volume of brick;
- by 46.6 % for averaging over the whole volume of mortar.

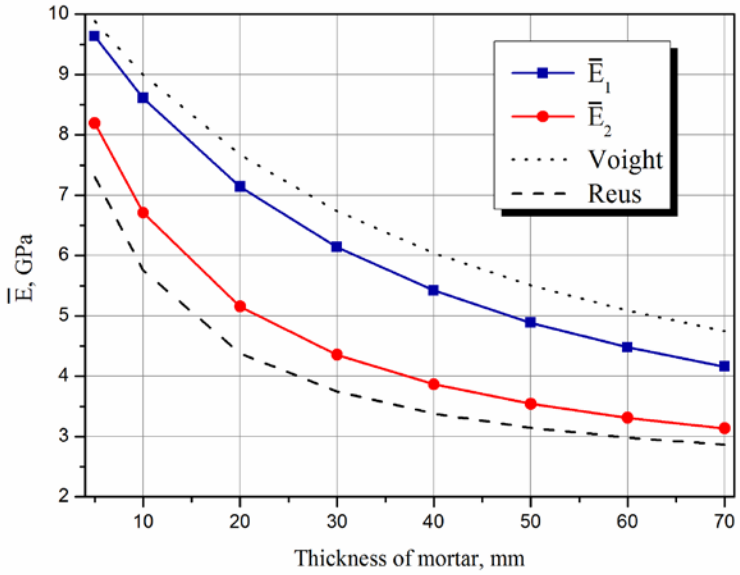
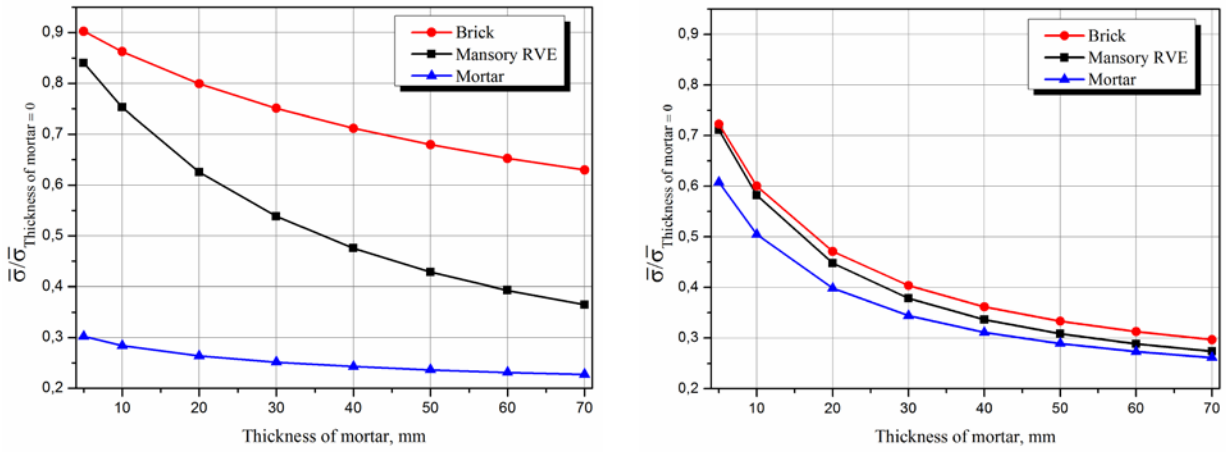


Figure 8. Influence of the thickness of mortar on the effective elastic moduli. Upper and lower curves correspond to the analytical estimations by Voigt (averaging of component stiffnesses) and by Reuss (averaging of component compliances)



a) **b)**

Figure 9. Influence of the thickness of mortar on the von Mises stress intensity averaged over the whole volume of RVE and over its individual components:
a) under compression in horizontal direction; b) under compression in vertical direction

2.5. Influence of Brick Aspect Ratio

In building practice bricks and stones of various proportions are used. Due to this fact, it is necessary to study the influence of the brick aspect ratio on the stress-strain state and on the effective elastic moduli of the masonry.

In order to evaluate the influence of the bricks aspect ratio on the stress-strain state and on the effective elastic moduli of RVE, FE calculations are carried out with different bricks aspect ratio: 1, 2, 3, …. , 10 (FE models are shown in Figure 10). The results of computational experiments have shown that the bricks aspect ratio considerably affects the effective moduli (Fig. 11) and the von Mises stress intensity averaged over the whole volume of RVE and over its individual components (Fig. 12).

The results of the computational experiments have shown that the bricks aspect ratio does not practically affect the $\overline{E}_1$ (change in the elastic modulus is less 7 %) (Fig. 11), but it has considerable influence on the effective elastic moduli $\overline{E}_2$ (Fig. 11). The increase of the bricks aspect ratio from 1 up to 10 leads to decreases of $\overline{E}_2$ by 35 %.

The same increase of the bricks aspect ratio under compression in *horizontal* direction leads to the varying von Mises stress intensity:

- increase by 6.6 % for averaging over the whole volume of RVE;
- increase by 20.9 % for averaging over the whole volume of brick;
- decrease by 81.4 % for averaging over the whole volume of mortar.

The same increase of the bricks aspect ratio under compression in *vertical* direction leads to the varying von Mises stress intensity:

- decrease by 34.9 % for averaging over the whole volume of RVE;
- decrease by 40.7 % for averaging over the whole volume of brick;
- increase by 7.6 % for averaging over the whole volume of mortar.

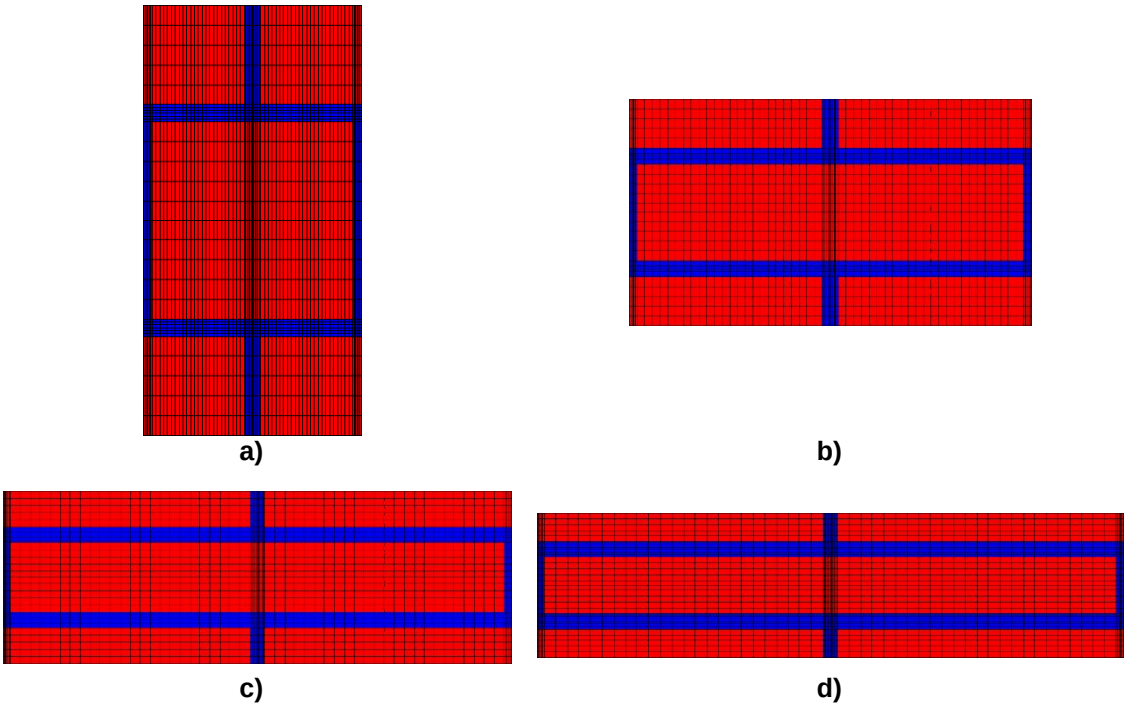


Figure 10. FE model for various bricks aspect ratio:
a) *l*/*h* = 1; b) *l*/*h* = 4; c) *l*/*h* = 7; d) *l*/*h* = 10

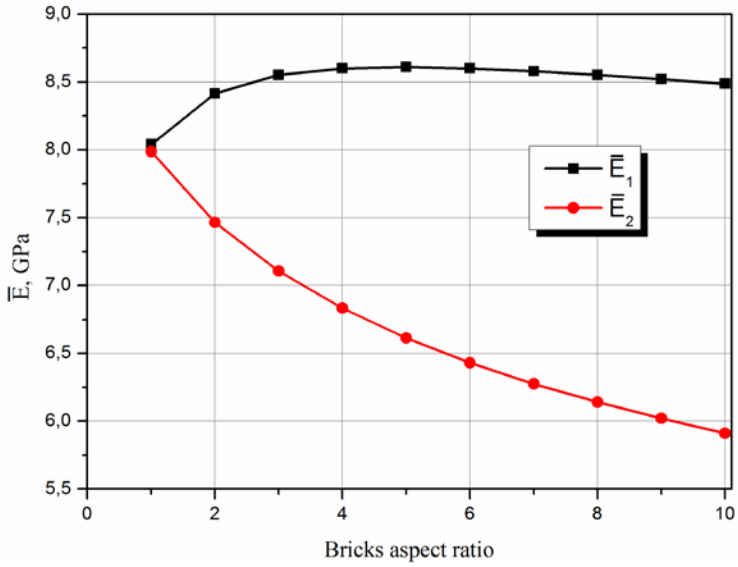


Figure 11. Dependence of the elastic moduli of masonry RVE on the bricks aspect ratio

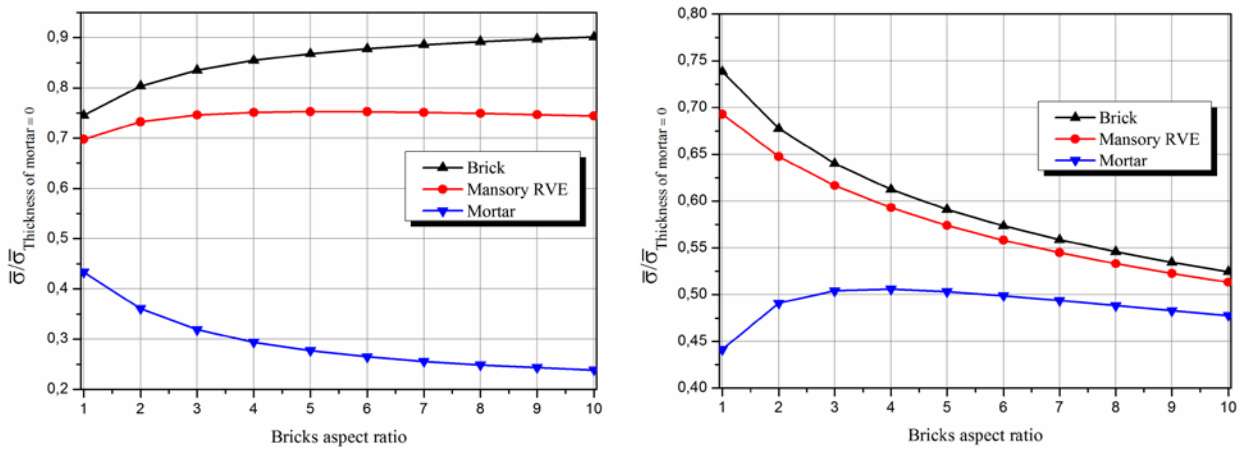


Figure 12. Influence of the brick aspect ratio on the von Mises stress intensity averaged over the whole volume of RVE and over its individual components: a) under compression in horizontal direction, b) under compression in vertical direction

The elastic modulus E_1 does not change monotonically with increase of the brick aspect ratio. E_1 has a maximum value at $l/h = 5$. This aspect ratio corresponds to the typical brick aspect ratio used traditionally in practice.

2.6. Comparison of Different Homogenization Approaches

Comparison of the numerical results obtained for the effective elastic moduli of the masonry with the results of other numerical or analytical approaches [5, 6, 7, 9, 10] is summarized in Table 2. The results of the current investigation of FE homogenization and use of boundary conditions of periodicity, are in a good consistency with other approaches based on FEM [5, 9, 10]. Appreciable differences are observed with the two-step method [6] and with the elliptical cylinder model [7].

Table 2. Effective elastic properties of masonry

Method of homogenization	$\overline{E}_1$, GPa	$\overline{E}_2$, GPa	$\overline{\nu}_{12}$, [-]
FEM, stack bond [10]	8.530	6.790	0.196
Periodic FEM model *(current investigation)*	8.609	6.708	0.200
FEM, running bond [10]	8.620	6.770	0.200
Periodic model, stack bond [9]	8.568	6.850	0.191
Periodic model, running bond [9]	8.574	6.809	0.197
Multilayer method Pande et al. [5]	8.525	6.906	0.208
Two-step method [6]	9.187	6.588	0.215
Elliptical cylinder model [7]	7.784	6.315	0.247

3. Further Research

The next stage of research implies further finite element modeling of the fracture process of masonry based on the approaches used in [14–19] with due consideration of experimental and numerical results of masonry [13, 20–24] and results of these investigations. One of the most promising approaches for fracture of concrete structures is a continuum damage mechanics approach [25–30]. The accuracy of computation can be improved by using non-linear material models [19, 30–32].

Conclusions

1. Effective elastic moduli of the masonry RVE have been obtained by means of the finite element homogenization under assumption of the resulting orthotropic elastic properties.

2. Multivariant numerical experiments with varying parameters characterizing masonry have been performed. The effects of orientation of bricks on the stress state of masonry RVE have been analyzed.

3. Influence of the brick aspect ratio and mortar thickness on the effective elastic moduli and stress state of masonry has been investigated.

References

1. Gambarotta G., Lagomarsino S. Damage models for the seismic response of brick masonry shear walls. Part I: The mortar joint model and its applications. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 1997. Vol. 26. Issue 4. Pp. 423–439.
2. Michel J.C., Moulinec H., Suquet P. Effective properties of composite materials with periodic microstructure: A computational approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1999. Vol. 172. Issues 1–4. Pp. 109–143.
3. Giambanco G., Rizzo S., Spallino R. Numerical analysis of masonry structures via interface models. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2001. Vol. 190. Issues 49–50. Pp. 6493–6511.
4. Formica, G., Sansalone, V., and Casciaro, R. A mixed solution strategy for the nonlinear analysis of brick masonry walls. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2002. Vol. 191. Issues 51–52. Pp. 5847–5876.
5. Pande G.N., Liang J.X., Middleton J. Equivalent elastic moduli for brick masonry. *Computers and Geotechnics.* 1989. Vol. 8. Issue 3. Pp. 243–265.
6. Pietruszczak S., Niu X. A mathematical description of macroscopic behavior of brick masonry. *International Journal of Solids and Structures*. 1998. Vol. 29(5). Pp. 531–546.
7. Mori T., Tanaka K. Average stress in the matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*. 1973. Vol. 21. Pp. 571–574.
8. Bati S.B., Ranocchiai G., Rovero L. Suitability of micromechanical model for elastic analysis of masonry. *Journal of Engineering Mechanics*. 1999. Vol. 125(8). Pp. 922–929.
9. Wang G., Li S., Nguyen H.-N. Sitar N. Effective Elastic Stiffness for Periodic Masonry Structures via Eigenstrain Homogenization. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2007. Vol. 19(3). Pp. 269–277.

10. Anthoine A. Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory. *International Journal of Solids and Structures*. 1995. Vol. 32(20). Pp. 137–163.

11. *GOST 530-2012. Kirpich i kamen keramicheskiye. Obshchiye tekhnicheskiye usloviya* [GOST 530-2012. Ceramic brick and stone. General specifications]. Moscow, 2013. (rus)

12. Pangaev V.V. *Vliyanye marok kirpicha i rastvora na napriazhenno-deformirovannoye sostoianye kamennoy cladki* [Influence of the brands of brick and mortar on the stress-strain state of the masonry]. *Nauchnyye trudy Obshchestva zhelezobetonshchikov Sibiri i Urala: sb. materialov 11-y Sib. (mezhdunar.) konf. / pod red. V. V. Gabrusenko* [Proceedings of the concrete workers' society of Siberia and Ural – 11th International conference. Edited by V.V. Gabrushenko]. Novosibirsk: NGASU, 2006. Vol. 9. Pp. 72–75. (rus)

13. Semenov A.S. *PANTOCRATOR- konechno-elementyy programmnyy kompleks, orientirovannyy na resheniye nelineynykh zadach mehaniki* [PANTOCRATOR-finite-element software package, focused on the solution of nonlinear problems in mechanics]. *Trudy Mezhdunarodnoy konferentsii "Nauchno-tekhnicheskiye problemy prognozirovaniya nadezhnosti i dolgovechnosti konstruktsii i metody ikh resheniya"* [Proceedings of V International conference “Scientific and technical problems of predicting the reliability and durability of the structures and methods of solving them"]. Saint-Petersburg: SPbGPU, 2003. Pp. 466–480. (rus)

14. Bolzon G., Ghilotti D., Maier G. Strength of periodic elastic–brittle composites evaluated through homogenization and parameter identification. *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 2002. Vol. 21. Issue 3. Pp. 355–378.

15. Semenov A., Semenov S., Nazarenko A., Getsov L. Computer simulation of fatigue, creep and thermal-fatigue cracks propagation in gas-turbine blades. *Materiali in Tehnologije*. 2012. Vol. 46. No. 3. Pp. 197–203.

16. Bahr H.A., Balke H., Fett T., Hofinger I., Kirchhoff G., Munz D., Neubrand A., Semenov A.S., Weiss H.J., Yang Y.Y. Cracks in functionally graded materials. *Materials Science and Engineering: A.* 2003. Vol. 362. No.1–2. Pp. 2–16.

17. Semenov A.S., Bahr H.A., Balke H., Weiss H.J. Contact-driven delamination and spalling of coatings due to cyclic shock heating. *The Solid Films*. 2005. Vol. 471. №1–2. Pp. 200–208.

18. Getsov L., Semenov A., Staroselsky A. A failure criterion for single-crystal superalloys during thermocyclic loading. *Materiali in Tehnologije*. 2008. Vol. 42. No. 1. Pp. 3–12.

19. Wu C., Hao H. Derivation of 3D masonry properties using numerical homogenization technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2006. Vol. 66. Issue 11. Pp. 1717–1737.

20. Derkach V.N. Prochnost normalnogo stsepleniya tsementnykh rastvorov v kamennoy kladke [Normal cohesion strength of cement mortar in masonry]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 7(33). Pp. 6–13. (rus).

21. Kashevarova G.G., Zobacheva A.Iu. Modelirovaniye protsessa razrusheniya kirpichnoy kladki [Modeling of masonry fracture process]. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2010. No.1. Pp. 106–116. (rus).

22. Antakov A.B., Sokolov B.S., Fabrichnaia K.A. Issledovaniya kladok iz pustotelogo kirpicha 1,4 NF [Research of masonry from a hollow brick]. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering*. 2009. No. 2(12). Pp. 134–139. (rus)

23. Pangaev V.V. Model razrusheniya kamennoy kladki pri szhatii [Model of masonry fracture under compression]. *Nauchnyye trudy Obshchestva zhelezobetonshchikov Sibiri i Urala: sb. materialov 8-y Sib. (mezhdunar.) konf. / pod red. Gabrusenko V. V*. [Proceedings of the concrete workers' society of Siberia and Ural – 8th International conference. Edited by V.V. Gabrushenko]. Novosibirsk: NGASU, 2000. Vol. 6. Pp. 31–35. (rus).

24. Pangaev V.V. Razrusheniye szhatoy kamennoy kladki [Fracture of compressed masonry]. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2000. No.12. Pp. 7–12. (rus).

25. Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G. Modelirovaniye protsessa razrusheniya elementov zhelezobetonnykh konstruktsiy pod deystviyem korrozii armatury [Modeling of Fracture Process in Concrete Reinforced StructureS Under Steel Corrosion]. *Proceedings of Petersburg Transport University*. 2010. Vol. 39. No.2. Pp. 168–175. (rus).

26. Semenov A.S. Mehanika nelokalnykh kontinualnykh povrezhdeniy [Non-local continuum damage mechanics]. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal*. 2006. No.6-1(48) Pp. 148–159. (rus).

27. Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G., Melnikov B.E. Matematicheskoye modelirovaniye protsessa razrusheniya stsepleniya armatury s betonom Chast 1. Modeli s uchetom nesploshnosti soyedineniya [Simulation of degradation of bond between reinforcing bar and concrete. Part 1. Models with account of the discontinuity]. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No.5(40). Pp. 86–99. (rus).

28. Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G., Melnikov B.E. Matematicheskoye modelirovaniye protsessa razrusheniya stsepleniya armatury s betonom. Chast 2. Modeli bez ucheta nesploshnosti soedineniya [The simulation of bond fracture between reinforcing bars and concrete. Part 2. Models without taking the bond discontinuity into account]. *Magazine of Civil Engineering*. 2014. No.1(45). Pp. 23–40. (rus).

29. Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G., Melnikov B.E. Konechno-elementnoye modelirovaniye protsessov razrusheniya i otsenka resursa elementov avtodorozhnogo mosta s uchyotom korrozionnykh povrezhdeniy [Finite element modeling of fracture processes and estimation of durability of the road bridge with account of corrosion damages]. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No. 7(33). Pp. 32–42. (rus)

30. Sacco E. A nonlinear homogenization procedure for periodic masonry. *European Journal of Mechanics - A/Solids.* 2009. Vol. 28. Pp. 209–222.

31. Semenov A. S. *Vychislitelnyye metody v teorii plastichnosti* [Computational methods in the theory of plasticity]. Saint-Petersburg: Izd-vo SPbGPU, 2008. 211 p. (rus)

32. Melnikov B.E., Semenov A.S., Semenov S.G. Mnogomodelnyy analiz uprugoplasticheskogo deformirovaniya materialov i konstruktsiy [Analysis of multi-model of elastic-plastic deformation of materials and designs. State of the art]. *Trudy TsNII im. akad. A. N. Krylova* [Proceedings of Krylov Shipbuilding Research Institute]. 2010. No.53. Pp. 85–92. (rus)

Alexey I. Grishchenko, St.-Petersburg, Russia
+7(921)920-09-88; e-mail: gai-gr@yandex.ru

Artem S. Semenov, St.-Petersburg, Russia
+7(905)2721188; e-mail: Semenov.Artem@googlemail.com

Sergey G. Semenov, St.-Petersburg, Russia
+7(921)983-44-56; e-mail: ssgrus@gmail.com

Boris E. Melnikov, St.-Petersburg, Russia
+7(812)552-63-03; e-mail: kafedra@ksm.spbstu.ru

© Grishchenko A.I., Semenov A.S.., Semenov S.G., Melnikov B.E., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.11

Tubular composite columns in a non-symmetrical fire

Markku Heinisuo;
Timo Jokinen,
Tampere University of Technology

Abstract. A considerable number of studies have been conducted worldwide on fires that act on all four sides of a column (symmetrical fire). These cases are used for the validation of the analysis models developed in this study. In real buildings the columns are often embedded.

If the fire does not act similarly on all surfaces of the column (non-symmetrical fire), it is extremely difficult to predict how the column will behave. The key research questions are: Is resistance stronger in non-symmetrical than in symmetrical fires? What is the final buckling mode, towards the fire or in the opposite direction?

Results of numerical analyses for reinforced concrete filled square steel tube columns in non-symmetrical fires are presented for a total of 150 cases. An ISO 834 fire acts constant along the column on one, two adjacent or three sides. Three embedding systems are considered for the remaining sides: adiabatic, concrete wall and sandwich panel. The material models are done using the Eurocodes and an initial bow imperfection is considered. The reference cases are symmetrical cases.

When fire acted on one, two adjacent or three sides, the fire resistance times were on average about 3.4, 2 and 1.3 times longer than in a symmetrical fire. A concrete wall is a good thermal sink for columns. Slender columns typically buckle towards the fire. The final failure mode and corresponding resistance time depend on the direction of the initial bow imperfection. Experimental tests are needed to verify the results.

Key words: fire resistance; concrete filled steel tube column; non-symmetrical fire; finite element analysis; Eurocode

1. Introduction

1.1. General

Reinforced concrete filled tubular (CFT) columns have become popular among designers and structural engineers in recent years. These columns combine advantages of both steel and concrete materials, such as: attractive appearance, structural efficiency, fast construction technology and high fire resistance [1], [2].

Behavior of a CFT column in case of fire is more complex than at room temperature due to changes in material properties, which make it difficult to predict its failure. According to [1, 2], analytical methods developed in this field cannot predict behavior of CFT columns in fire, so numerical simulations are necessary. According to [2], most researches have adopted similar assumptions, all of which cannot be realistic representations of actual CFT column behavior. Both the effects of slip and air gap between the steel tube and the concrete core and the effect of concrete tension strength have been studied in [2], and the authors have concluded that they have only a minor effect on fire resistance time. They have also realized that initial deflection has some effect on fire resistance time, but it is acceptable to use the maximum value of the span/1000 [2].

A considerable number of numerical simulations and tests have been conducted worldwide on fire that affects all the four sides of a column. References [3–19] deal with steel tubes filled with plain concrete. References [20–28] deal with steel tubes filled with reinforced concrete. References [29–40] deal with steel tubes filled with fiber reinforced concrete. If fire acts on all the four sides with the same intensity, it is called a symmetrical fire in this study. These cases are used for validation of the analysis models developed in this study. The design standards include world-wide symmetric cases.

1.2. Non-symmetric fire events concerning composite columns

In real buildings columns may be embedded. This alters their properties in fire compared to symmetric cases. If fire does not affect all surfaces of a column in a similar way, it is called non-symmetrical fire. Such fire is interesting because it is extremely difficult to predict how the column will behave in it. If, for instance, one side is against the fire and the other sides are insulated so that no heat transfer is possible, i.e. we refer to the so-called adiabatic conditions, then the column bows toward fire

due to thermal expansion. Fire weakens stiffness and strength properties of the column on the side of fire compared to other parts of the cross-section. In case of a central axial load, this means that bowing due to loading is away from fire. What is the final failure mode, towards or away from fire? The initial bow imperfection and its direction may have some effect on final failure although its numerical value is small compared to deflections in fire. Is axial resistance generally higher or fire resistance time of the composite column generally longer in non-symmetrical rather than symmetrical fires? These are the key questions considered in this paper.

In [41] and related papers of the authors, composite W-shaped columns with different embedding systems are examined both experimentally and analytically. Likewise, in [42] and related papers of the authors [43, 44] concrete filled rectangular steel tubes in non-symmetrical fire are examined both experimentally and analytically. The paper excludes square columns and all columns without reinforcement. The paper [42] reports that some columns finally collapsed towards fire. Slightly non-symmetrical temperature fields may appear in tests where the goal is symmetrical fire, as reported in [45].

In general, it can be said that very few studies on non-symmetrical fire acting on tubular composite columns have been conducted.

1.3. Cases considered in this paper

This paper presents results of numerical analyses for tubular composite columns in non-symmetrical fires. Reinforced concrete-filled square steel tubes of three sizes and two buckling lengths are considered at given central axial loads. The following non-symmetrical cases are considered: ISO 834 fire acting on one side, two adjacent sides or three sides. Fire is assumed to be constant along the column. The sides which fire does not affect are assumed to be embedded. Three different embedding systems are considered: adiabatic (see above), concrete wall, and steel-mineral wool-steel sandwich panel. Reference cases are symmetrical ones. Axial loads are defined so that they represent maximum ultimate centric loads for symmetrical cases with respect to specified fire resistance times: 30, 60, 90 and 120 minutes. Numerical results for the symmetrical cases are compared with literature data determined by analyses and tests. The idea is to define fire resistance times for non-symmetrical cases and compare them to those for symmetrical cases with the same columns. Fire resistance time was defined based on the point of time when deflections of columns have started to increase rapidly. A total of 150 cases have been analyzed.

Thermal and mechanical analyses were conducted using the finite element software ABAQUS/Standard [46]. Geometrically identical 3D finite element method (FEM) models were used both for thermal and mechanical analyses. Material models for steel tubes, reinforcement and concrete are presented in the Eurocodes [47]. The effect of initial bow imperfection is considered. The shape of the imperfection corresponded to the buckling mode of the column for the lowest buckling load in ambient conditions. All cases were analyzed using the amplitude span/666 for the imperfection towards fire to compensate the missing residual stresses in the model. Some cases were also studied with the initial imperfection away from fire. All columns were hinge supported at both ends. End nodes of the columns were forced to stay in the plane using the coupling command of ABAQUS in the mechanical analysis.

No residual stresses were assumed for the tubes. In thermal analysis full contact between the steel tube and the concrete core was assumed. In mechanical analysis the cases were analyzed supposing frictionless contact between the steel tube and the concrete core. The reinforcement was modeled with one-dimensional beam elements. 3D continuum finite elements were used both for the tube and the concrete. First thermal analysis was conducted and temperatures were stored. Then, mechanical analysis was made with a constant central axial load by increasing temperatures inside the column according to the stored temperatures. Thermal analysis was made using a 3D continuum FE model for the entire column. This was done because 1) the goal was to perform future fire tests where temperatures may change in the longitudinal direction of the column, and 2) it could give us temperatures for the mechanical model, provided that the meshes of both models were compatible, as they were in this study. To verify the numerical model, temperatures and fire resistance times in the symmetrical fire were compared to the results available in literature [26] and [48]. Temperatures were calculated using the Safir software too [49]. The results of the thermal analysis in the non-symmetrical cases were compared to the results calculated using the Safir software and the same initial data.

Preliminary results of the present study were presented in [50]. More details of the analyses and results are given in [51].

2. Thermal analysis

Cold formed steel tubes of grade S355 are considered. Sizes and lengths L of the tubes are: 150x150x5, L = 2 and 3 m; 250x250x6, L = 3 and 5 m and 400x400x10, L = 3 and 6 m. The notation 150x150x5 means: a square tube 150 mm wide and high of 5 mm wall thickness. Roundings of the tube corners are as stated in standard [52]. Reinforcement grade is A500HW [53], carbon steel with yield strength 500 MPa and suitable for welding. The number of bars and diameters D are: 150x150; 4D12 mm, 250x250; 4D20 mm, 400x400; 8D25 mm. The locations of the reinforcements from the concrete surface are: 150x150; 35 mm + D/2, 250x250; 45 mm + D/2, 400x400; 45 mm + D/2. The effects of different locations of reinforcement on resistance of the columns are studied in [51].

The concrete grade is C40/50 in all cases using the notations of the Eurocodes [47]. Density, conductivity and specific heat at elevated temperatures for these materials are available in the Eurocodes and are used in the analysis. Concrete moisture is 4 % by weight. The upper value is used as recommended in [47] for thermal conductivity of concrete. Pressure due to vaporization of concrete is not considered in the analysis. Constant density 128 kg/m3 and constant specific heat 840 J/(kgK) are used for mineral wool according to [54]. Bi-linear conductivity for mineral wool is used from the same reference. ISO 834 standard fire is supposed to act on the surfaces via radiation and convection. Emissivity of 0.7 is used both for steel and concrete surfaces and convection factor is 25 W/m2K, as stated in the Eurocodes for the ISO 834 fire.

Concrete and steel tubes were modeled with the DC3D8 brick elements of ABAQUS, while the corners of the tubes were modeled with DC3D6 elements, see [46]. Reinforcement was modeled using DC1D2 elements. Figure 1 illustrates the typical meshes both in the cross-section and along the column. All contact surfaces were modeled using the Tie option of ABAQUS to ensure heat transfer on surfaces.

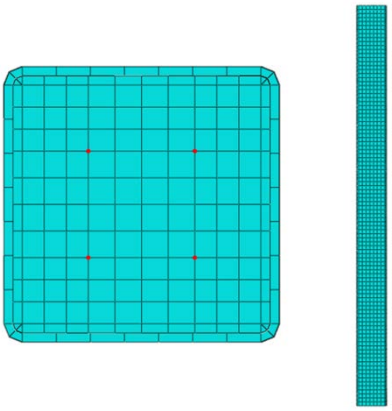


Figure 1. Typical FEM meshes used in the analysis

Three adiabatic non-symmetrical cases were considered as shown in Figure 2. Red lines show where fire acted. The other sides were adiabatic. The fourth case involved symmetrical fire.

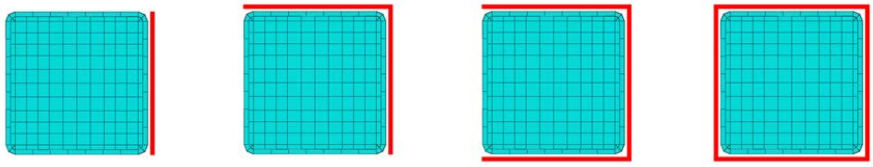


Figure 2. Adiabatic cases

Three embedding systems with concrete walls were analyzed as shown in Figure 3. The thickness of the concrete wall was 100 mm, but in case of fire affecting only one side the thickness is the same as the column width. In the thermal analysis, the column sides and the walls were connected with the Tie option to ensure heat transfer, meaning that no gaps were modeled between walls and columns. Three embedding systems with sandwich panels were analyzed as shown in Figure 4 for the 150x150 column. Steel faces were 0.6 mm thick and the mineral wool was 200 mm thick. Panels were modeled without connectors and corner details, as in case with concrete walls. A series of heat transfer steps lasted 240 minutes (14,400 seconds) with maximum increments of 60 seconds. Maximum allowable changes per increment were 25 degrees Celsius in temperature and 0.1 in emissivity.

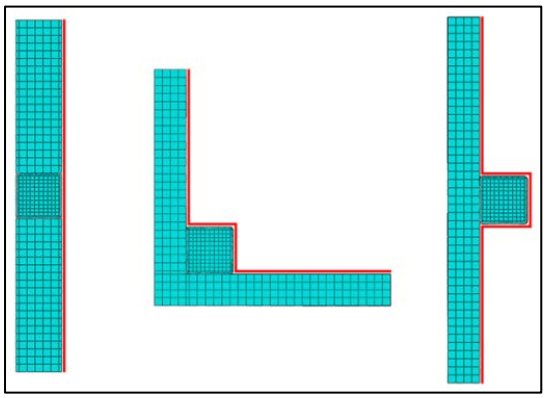


Figure 3. Embedding systems with concrete walls

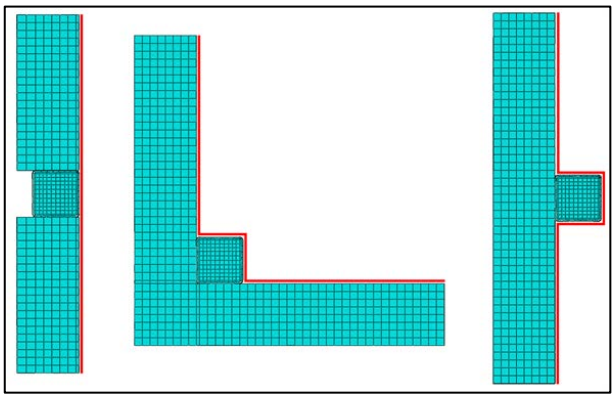


Figure 4. Embedding systems with sandwich panels

Figure 5 shows the temperatures at the cross-section from the mid-point of the column surface to the mid-point of the column in the symmetric fire cases. The temperatures were calculated using the present ABAQUS model, the Safir program [49] and taken from reference [26]. The input data in ABAQUS and the Safir models were the same.

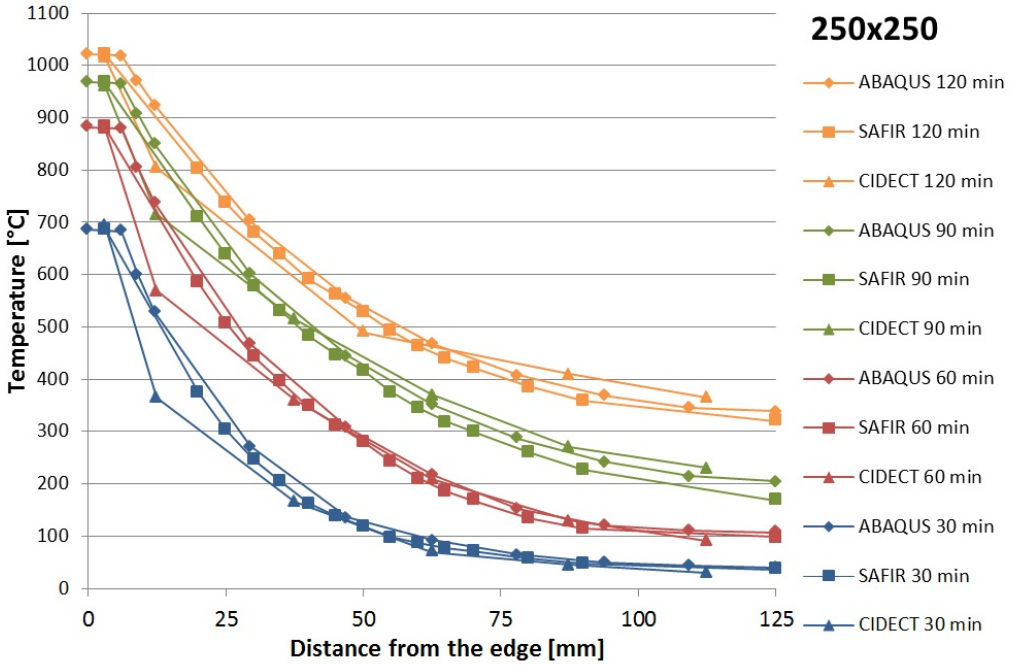


Figure 5. Temperatures in the symmetric case

The temperatures were very similar in all cases, except that the temperatures of [26] were a little lower than the other two values at the second point from the surface. Figure 6 illustrates temperature fields in a non-symmetric fire with adiabatic embedding for 250x250 columns after 60-minute ISO fire using both the Safir and the present ABAQUS model. The temperature fields are very close to each other when using both the present ABAQUS model and the Safir program. Comparisons of other cases both in symmetric and non-symmetric fires are shown in [51] and lead to the same conclusion: the developed model works reliably. Figure 7 illustrates 250x250 column temperatures after 60-minutes ISO fire with all three embedding systems using the present ABAQUS model.

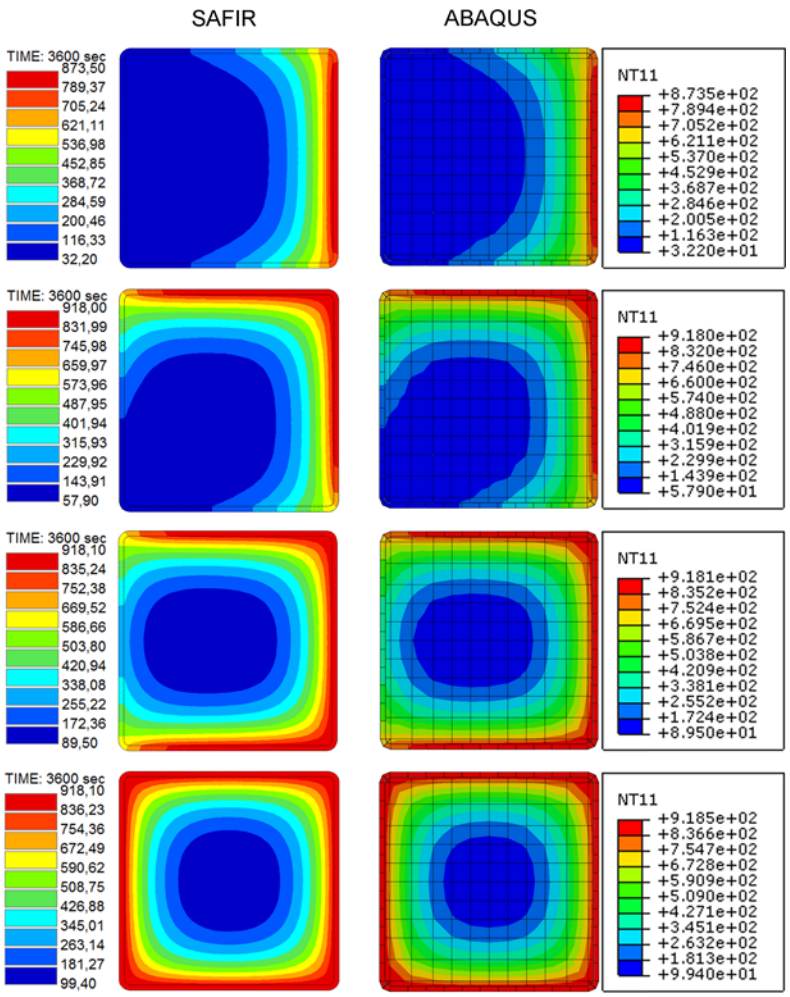


Figure 6. Temperature fields of 250x250 columns after a 60-minute ISO fire

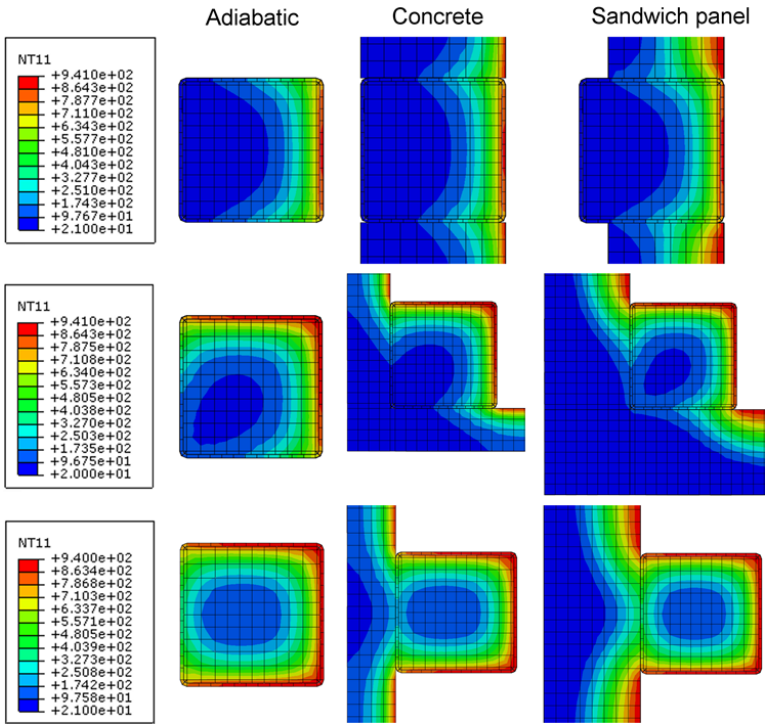


Figure 7. Temperature fields for 250x250 columns after a 60 min fire with different embedding systems

The concrete wall is a good heat sink meaning that temperatures are much lower far from fire in the columns for the concrete-embedded cases than for the other two cases. It can also be seen that the temperatures for adiabatic and sandwich panel embedding are about the same. The same conclusions can be drawn for the other columns considered [51]. Figure 8 illustrates the temperatures after 240-minute ISO fire for three cases of adiabatic and one case of symmetric fire (the last one on the right) for three column sizes.

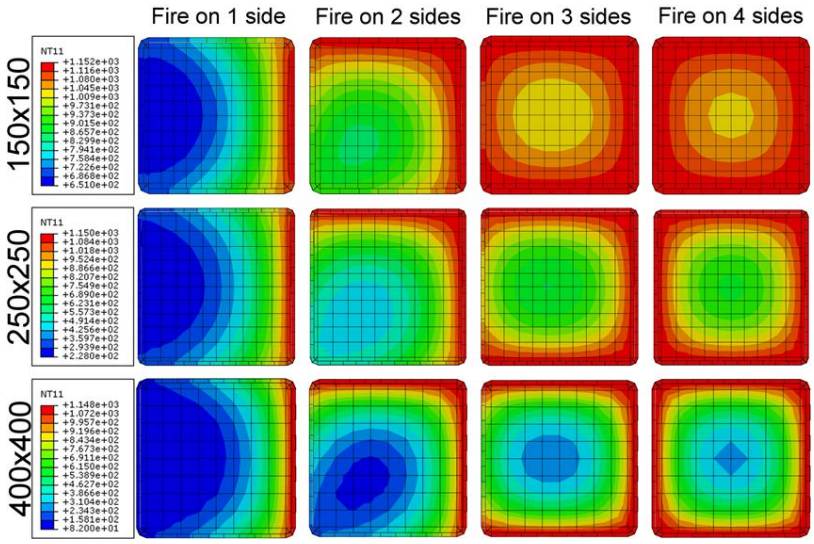


Figure 8. Temperatures for different column sizes

The temperatures are much lower in the non-symmetric cases than the symmetric ones, as expected. Non-symmetric temperatures also occur in non-symmetric fires. The differences in temperatures between symmetric fire and non-symmetric fire with fire acting on three sides are not very big, which means that the differences in fire resistance between these two cases cannot be major. In case of one 150x150 column, reinforcement was modeled with continuum elements in the thermal analysis, as well. Figure 9 illustrates the results for three adiabatic embeds and symmetric fire at about 60 minutes of ISO fire. The 3D reinforcement model causes only small differences in the temperature field near reinforcement. To summarize, the thermal analysis model seems to have worked rather well in all the cases considered.

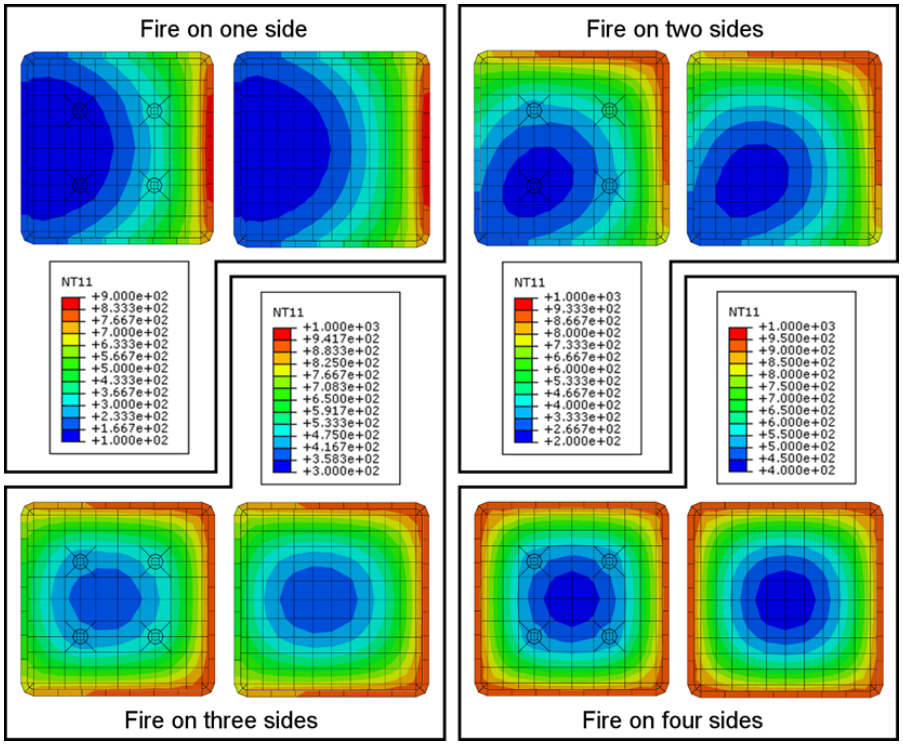


Figure 9. Temperatures using 1D and 3D finite elements as reinforcement in thermal analysis

3. Mechanical analysis

The concrete walls and the sandwich panels were not modeled for mechanical analysis, meaning that they did not carry any mechanical loads or support the column. Material models for tubes and reinforcement were taken from [47] Section 3.2.1 and Section 3.2.3, respectively. Elastic and plastic options of ABAQUS were used for steel with von Mises yield criteria. The stresses started to decrease linearly from 0.15 strains, reaching zero at 0.20 strains at elevated temperatures.

The material model for concrete at compression was taken from Section 3.2.2 of [47]. The elastic modulus was used as the stress/strain ratio at 40 % of the maximum stress. Different stress-strain and stress-displacement relationships were tried for concrete at tension. Bi-linear and tri-linear stress-strain relationships, including those of [55], did not work properly, which led to convergence problems. Similar experiments have been reported in [55]. The same was true for the applied stress-displacement relationship similar to that reported in [56]. Finally, a simple elastic stress-strain relationship was applied to concrete on the tension side. The elastic modulus at tension was the same as in compression. Maximum tensile stresses of concrete were observed during analyses which were typically under 10 % of the compressive strength of concrete.

In the mechanical analysis, the C3D8 and C3D6 brick elements of ABAQUS (see [46]) were used for the concrete and the steel tube. Reinforcement was modeled using B31 beam elements. Contact between the steel tube and the concrete was modeled using frictionless contact. Other ways to model the contact between concrete and steel tube are reported in [51]. Resistance time was based on points in time when convergence was no longer reached using ABAQUS implicit and RIKS methods.

Validation of the mechanical analysis model involves square cold-formed steel tubes 150x150x5 (notation 150) and 250x250x6 (250) of steel grades S355, filled with concrete of grade C40/50, and with the following reinforcements: 150: 4D12, 250: 4D20 of grades A500HW. Distances between the reinforcement and steel tube are: R30: 30 mm, R60: 35 mm, R90: 45 mm, R120: 60 mm, as recommended in [48]. R indicates the required fire resistance time for ISO fire in minutes. The buckling lengths were: 150: 2 and 3 m, 250: 3 and 5 m. Axial resistances for these cases are given in [48] based on analyses and experiments in symmetric fire. The non-linear fire cases were solved using the constant-load analysis described below. With that technique resistance times corresponded to the points in time when convergence was no longer reached due to large displacement increments.

The fire cases were calculated with general static load (constant-load) analysis using the Static-General option. Before applying heat, a step option was used to impose the axial load on the model. When the heating of the column started, the maximum time was set to 4 hours (14,400 s), which is the time over which the temperatures were determined. The settings for the constant-load analysis were: maximum number of increments 200, initial increment size 1, minimum 1E-005, maximum 100.

Table 1 shows the results of the validation cases. The present analysis is shown as ABAQUS in the table and TRY means the values based on [48].

Table 1. Validation cases for symmetric fire

CFT column	Capacity, TRY [kN]	Capacity, ABAQUS [kN]	Ratio	Capacity, TRY [kN]	Capacity, ABAQUS [kN]	Ratio
	R30			R60		
150x150x5, 4T12, 2m	565	476	84 %	260	174	67 %
150x150x5, 4T12, 3m	330	303	92 %	140	110	79 %
250x250x5, 4T20, 3m	2 090	1 975	94 %	1 180	1 094	93 %
250x250x5, 4T20, 5m	1 190	1 171	98 %	595	634	107 %
400x400x10, 8T25, 3m	8 380	8 031	96 %	5 810	5 942	102 %
400x400x10, 8T25, 6m	5 890	5 624	95 %	3 460	3 564	103 %
CFT column	**R90**			**R120**		
150x150x5, 4T12, 2m	-	-	-	-	-	-
150x150x5, 4T12, 3m	-	-	-	-	-	-
250x250x5, 4T20, 3m	780	728	93 %	620	443	71 %
250x250x5, 4T20, 5m	365	406	111 %	280	233	83 %
400x400x10, 8T25, 3m	4 580	4 868	106 %	4 200	4 053	97 %
400x400x10, 8T25, 6m	2 430	2 625	108 %	2 210	2 045	93 %

The used model gives results which are close to [48] but for the smallest columns 150x150x5 and 250x250x5 (R120). In these cases the used model is conservative. Other validation cases of the used model are given in [48]. Although the FEM model is very coarse with respect to the thickness of the steel tube (only one element), the results are good in the validation cases and can be used to represent the failure modes of the columns in the symmetric fire cases. The failure modes are expected to be similar in the non-symmetric fire cases. The bold values in Figure 10 were used as axial loads for the non-symmetric fires.

4. Non-symmetric cases

In some non-symmetric cases interpretation of the results was straightforward. Figure 10 presents horizontal displacements versus time for two 250x250 columns when fire acted on two adjacent sides (code 2S) and the two other sides were adiabatic.

Fire resistance time in these cases was about 59 minutes (5 m column) and 143 minutes (3 m column) after which diagonal displacements started to grow rapidly. In the symmetric fire resistance times with these loads were 30 and 57 minutes, respectively. It can also be seen that the column with L = 3 m finally buckled towards fire and the column with L = 5 m finally buckled away from fire.

In some cases final fire resistance time could not be established as clearly. In the case described in Figure 11 on the left, the analysis stopped for an undetermined reason, while in the case on the right, the analysis stopped as the time limit of 4 hours was reached. Code C2S means concrete embedding (C) and fire on two adjacent sides (2S). Code C1S means concrete embedding (C) and fire on one side (1S).Codes that do not begin with a letter refer to adiabatic embedding, and those that begin with the letter “S” refer to sandwich embedding. In the cases shown in Figure 11 no reliable fire resistance time was found, but the main finding is that the target resistance time (30 and 60 minutes) was greatly exceeded.

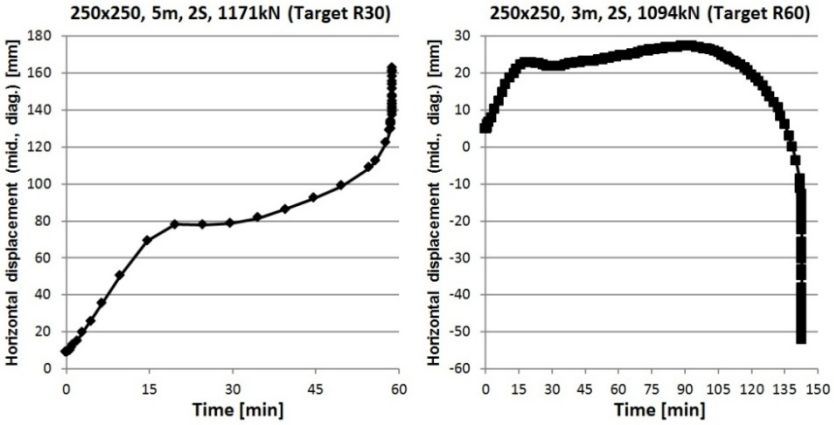


Figure 10. Column 250x250 in a non-symmetric fire

Table 2 includes the results for the non-symmetric cases considered. Unclear cases similar to those of Figure 11 are shown in red. Table 2 also includes fire resistance time for the symmetric cases (4S) which were calculated using constant-load analysis. They are close to the target values but in the case of 400x400 columns target time is 90 and 120 minutes.

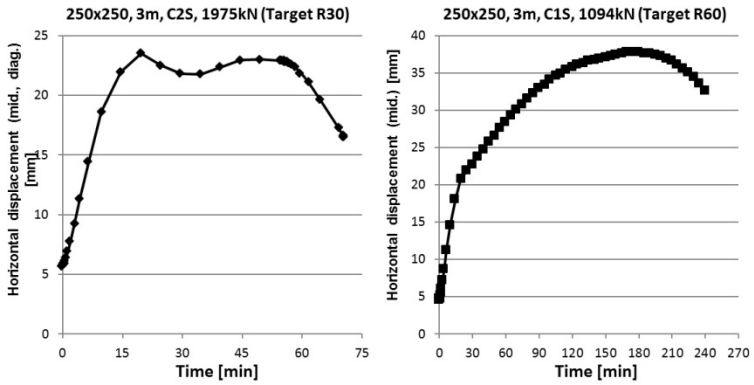


Figure 11. 250x250 column with concrete embeds in non-symmetric fires

Table 2. Fire resistance time of non-symmetric cases

#	CFT column	Target	Load [kN]	Fire resistance time [min]									
				4S	3S	2S	1S	C3S	C2S	C1S	S3S	S2S	S1S
1	150x150, 2m	R30	476	32.2	46.2	59.7	114.6	49.0	76.5	132.7	43.5	55.8	111.1
2	150x150, 2m	R60	174	65.4	89.3	113.2	175.4	98.3	154.2	212.1	84.9	110.1	170.0
3	150x150, 3m	R30	303	29.8	36.5	42.6	111.0	35.7	42.2	105.9	36.4	41.3	86.1
4	150x150, 3m	R60	110	72.6	72.4	108.1	212.0	78.0	139.0	240.0	71.8	103.9	183.5
5	250x250, 3m	R30	1975	31.2	47.7	77.7	144.2	47.2	70.5	186.2	47.1	73.3	160.2
6	250x250, 3m	R60	1094	56.9	82.2	142.7	240.0	87.9	179.0	240.0	80.1	137.5	237.6
7	250x250, 3m	R90	728	85.4	110.6	177.9	240.0	114.0	230.2	240.0	109.6	176.5	240.0
8	250x250, 3m	R120	443	119.3	141.6	232.4	240.0	147.1	240.0	240.0	140.1	226.3	240.0
9	250x250, 5m	R30	1171	30.3	45.6	58.8	87.6	44.7	52.3	94.8	44.6	64.7	87.6
10	250x250, 5m	R60	634	56.3	65.7	143.1	205.5	65.0	128.8	240.0	65.7	127.7	205.5
11	250x250, 5m	R90	406	89.7	119.2	224.8	240.0	106.4	169.9	240.0	103.5	215.6	240.0
12	250x250, 5m	R120	233	127.1	146.1	240.0	240.0	193.9	240.0	240.0	144.4	238.2	240.0
13	400x400, 3m	R30	8031	27.4	34.8	56.1	125.8	35.4	57.7	136.6	34.4	55.0	-
14	400x400, 3m	R60	5942	55.7	65.7	124.3	240.0	68.8	130.4	240.0	63.8	116.2	-
15	400x400, 3m	R90	4868	77.3	81.5	173.4	240.0	79.6	185.7	240.0	91.5	165.4	-
16	400x400, 3m	R120	4053	91.8	85.5	217.3	240.0	85.8	235.6	240.0	98.8	205.2	-
17	400x400, 6m	R30	5624	29.1	42.6	79.2	107.3	39.8	94.8	128.5	42.0	75.4	-
18	400x400, 6m	R60	3564	55.1	82.7	174.3	240.0	97.1	219.5	240.0	80.2	168.7	-
19	400x400, 6m	R90	2625	75.4	121.0	239.6	240.0	131.6	240.0	240.0	118.4	239.3	-
20	400x400, 6m	R120	2045	102.1	155.7	240.0	240.0	158.1	240.0	240.0	153.4	240.0	-

All fire resistance time was divided by that of case 4S (symmetric fire). The ratios are presented in Table 3.

Table 3. Ratios of fire resistance time: non-symmetric versus symmetric fire

#	CFT column	Target	Load [kN]	Ratio to 4S case [-]									
				4S	3S	2S	1S	C3S	C2S	C1S	S3S	S2S	S1S
1	150x150, 2m	R30	476	1.00	1.43	1.85	3.56	1.52	2.37	4.12	1.35	1.73	3.45
2	150x150, 2m	R60	174	1.00	1.37	1.73	2.68	1.50	2.36	3.24	1.30	1.68	2.60
3	150x150, 3m	R30	303	1.00	1.23	1.43	3.73	1.20	1.42	3.56	1.22	1.39	2.89
4	150x150, 3m	R60	110	1.00	1.00	1.49	2.92	1.07	1.91	3.30	0.99	1.43	2.53
5	250x250, 3m	R30	1975	1.00	1.53	2.49	4.63	1.51	2.26	5.97	1.51	2.35	5.14
6	250x250, 3m	R60	1094	1.00	1.44	2.51	4.22	1.54	3.15	4.22	1.41	2.42	4.18
7	250x250, 3m	R90	728	1.00	1.29	2.08	2.81	1.33	2.70	2.81	1.28	2.07	2.81
8	250x250, 3m	R120	443	1.00	1.19	1.95	2.01	1.23	2.01	2.01	1.17	1.90	2.01
9	250x250, 5m	R30	1171	1.00	1.50	1.94	2.89	1.47	1.72	3.13	1.47	2.14	2.89
10	250x250, 5m	R60	634	1.00	1.17	2.54	3.65	1.15	2.29	4.26	1.17	2.27	3.65
11	250x250, 5m	R90	406	1.00	1.33	2.51	2.68	1.19	1.89	2.68	1.15	2.40	2.68
12	250x250, 5m	R120	233	1.00	1.15	1.89	1.89	1.53	1.89	1.89	1.14	1.87	1.89
13	400x400, 3m	R30	8031	1.00	1.27	2.05	4.60	1.30	2.11	4.99	1.26	2.01	-
14	400x400, 3m	R60	5942	1.00	1.18	2.23	4.31	1.23	2.34	4.31	1.15	2.09	-
15	400x400, 3m	R90	4868	1.00	1.05	2.24	3.11	1.03	2.40	3.11	1.18	2.14	-
16	400x400, 3m	R120	4053	1.00	0.93	2.37	2.62	0.93	2.57	2.62	1.08	2.24	-
17	400x400, 6m	R30	5624	1.00	1.46	2.72	3.69	1.37	3.26	4.41	1.44	2.59	-
18	400x400, 6m	R60	3564	1.00	1.50	3.17	4.36	1.76	3.99	4.36	1.46	3.06	-
19	400x400, 6m	R90	2625	1.00	1.60	3.18	3.18	1.74	3.18	3.18	1.57	3.17	-
20	400x400, 6m	R120	2045	1.00	1.53	2.35	2.35	1.55	2.35	2.35	1.50	2.35	-

Almost all ratios are over 1.0 which means that in the non-symmetric cases fire resistance was at least as good as in the symmetric cases and generally much better. The means of fire resistance time in the non-symmetric fire versus symmetric fire are presented in Figure 12 with different embedding systems.

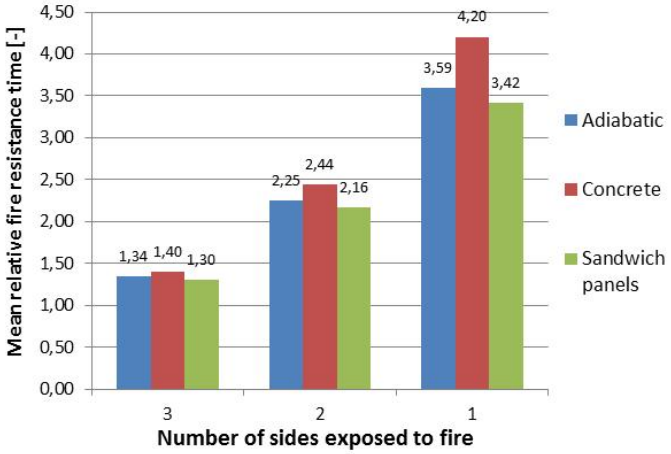


Figure 12. Mean relative fire resistance times in non-symmetric fires

Concrete embedding seems to be most efficient in increasing fire resistance time while adiabatic and sandwich panels are less effective but nearly equal to each other in this respect. In [42] the ratio of increase in fire resistance time compared to the symmetric fire for 3-side non-symmetric fire was 1.1, for 2-side fire 2.6 and for 1-side fire 4.8. The means in Figure 12 are 1.34, 2.25 and 3.59, respectively. In [42] fire on two sides was at opposite sides of the column, not on adjacent sides as in this study. Moreover, [42] used unreinforced square columns while in case 1S the narrow side of the column was in fire and in case 3S two wide sides and one narrow side, which explains the differences between these cases.

All these cases were calculated assuming initial bowing L/666 towards fire. In case 2S the initial bowing was in the diagonal direction. Table 4 shows the directions to which the columns finally buckled, A = away from fire, T = towards fire.

Table 4. Buckling directions of the columns in non-symmetric fire

#	CFT column	Target	Load [kN]	Buckling direction									$n_{towards}$ [-]	n_{away} [-]	$n_{unknown}$ [-]
				3S	2S	1S	C3S	C2S	C1S	S3S	S2S	S1S			
1	150x150, 2m	R30	476	T	A	A	T	A	A	T	A	A	3	6	0
2	150x150, 2m	R60	174	T	A	A	A	A	A	T	A	A	2	7	0
3	150x150, 3m	R30	303	T	T	T	T	T	T	T	T	T	9	0	0
4	150x150, 3m	R60	110	T	T	A	T	T	-	T	T	T	7	1	1
5	250x250, 3m	R30	1975	T	A	A	T	A	A	T	A	A	3	6	0
6	250x250, 3m	R60	1094	A	A	A	A	A	A	A	A	A	0	9	0
7	250x250, 3m	R90	728	A	A	-	A	A	-	A	A	A	0	7	2
8	250x250, 3m	R120	443	A	A	-	A	-	-	A	A	-	0	5	4
9	250x250, 5m	R30	1171	T	T	T	T	T	T	T	T	T	9	0	0
10	250x250, 5m	R60	634	T	T	T	T	T	T	T	T	T	9	0	0
11	250x250, 5m	R90	406	T	T	-	T	T	-	T	T	-	6	0	3
12	250x250, 5m	R120	233	T	-	-	A	T	-	T	T	-	4	1	4
13	400x400, 3m	R30	8031	A	A	A	A	A	A	A	A	-	0	8	1
14	400x400, 3m	R60	5942	A	A	A	A	A	A	A	A	-	0	8	1
15	400x400, 3m	R90	4868	A	A	A	A	A	A	A	A	-	0	8	1
16	400x400, 3m	R120	4053	A	A	-	A	A	-	A	A	-	0	6	3
17	400x400, 6m	R30	5624	T	A	T	T	A	T	T	A	-	5	3	1
18	400x400, 6m	R60	3564	A	A	-	A	A	-	T	A	-	1	5	3
19	400x400, 6m	R90	2625	A	A	-	A	T	-	A	A	-	1	5	3
20	400x400, 6m	R120	2045	A	T	-	A	T	-	A	T	-	3	3	3

Slender columns have a tendency to buckle toward fire and stocky columns away from fire.

All columns that buckled away from fire had a slightly longer relative fire resistance time comparing to those that buckled towards fire. One reason for this may be the direction of the initial bow imperfection which was towards fire. Some cases were analyzed again by setting imperfection away from fire. The results are shown in Figure 13.

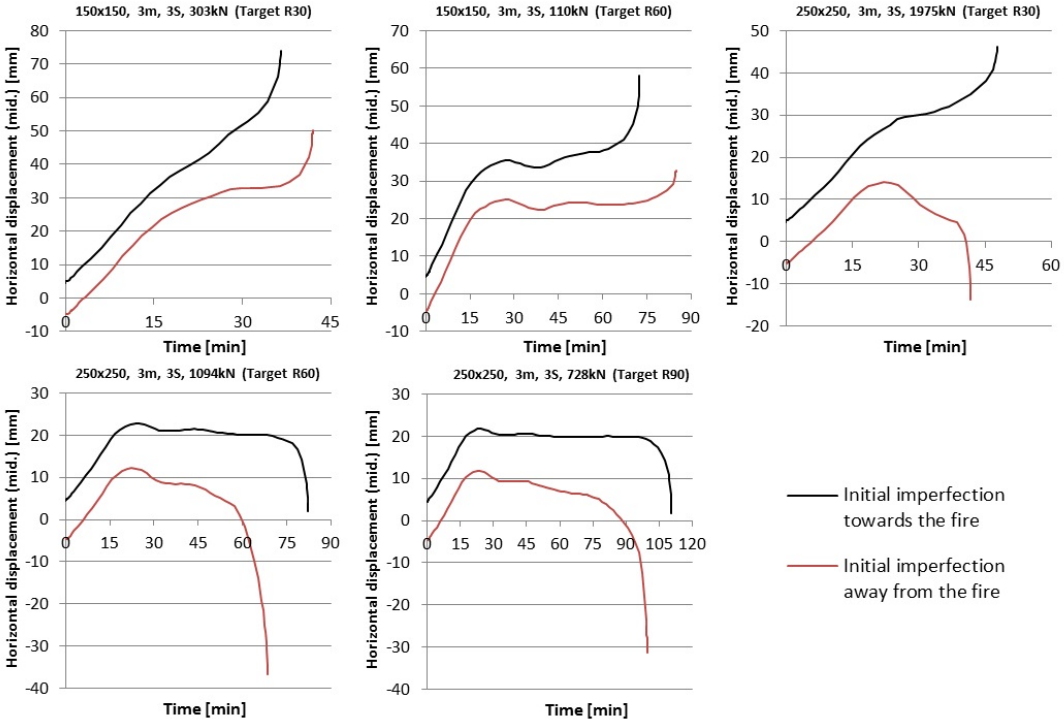


Figure 13. Effect of the direction of initial bow imperfection

Approximate reduction factors based on this effect are given in [51]. The general rule is that initial bow imperfections in both directions should be studied when determining fire resistance of columns in non-symmetric fire.

The effect of the amplitude of the initial bow imperfection was studied using constant-temperature analysis. Figure 14 illustrates the results for a 250x250, L = 5 m column in 30-minute symmetric fire.

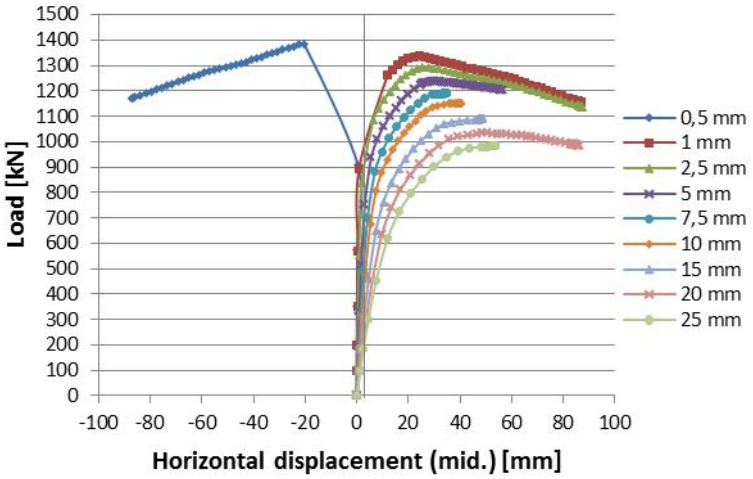


Figure 14. Effect of the amplitude of initial bow imperfection

When the amplitude is larger than, let us say L/2000 (2.5 mm), the maximum load decreases almost linearly. Amplitude L/666 (7.5 mm) was used in this study. This amplitude was used instead of normal L/1000 or L/750 to compensate the missing residual stresses in the model. If the amplitude is very small (0.5 or 1 mm in Figure 14), the results may be unreliable.

5. Conclusions

The main conclusions are following.

1. Composite tubular columns resisted the same axial load longer in non-symmetric fire than in symmetric fire.

2. Concrete is an effective heat sink for embedded composite columns.

3. It is recommended that heat sink, which increases the axial resistances of columns, be considered in fire design.

4. If a column is embedded in concrete on three sides (fire acts on one side), fire resistance time increases 2.7-fold, in the case of two adjacent embedded sides it increases 1.4-fold, and with one embedded side 1.1-fold compared to symmetric fire.

5. The numbers given above are minimum values, i.e. safe values for all considered cases. In many cases increases up to 4.0 (1S) and 2.0 (2S) were obtained.

6. In case of embedding with sandwich panels, the fire resistance time does not increase as much as with concrete embedding. The increase is about the same as in the adiabatic case.

7. Even there, the increases in fire resistance time are large, especially when fire acts on one side only.

8. Slender columns seemed to collapse towards fire, stocky columns finally collapsed away from the fire. It is recommended that two initial bow imperfection directions, away from and towards fire, should be used when determining fire resistance of composite tubular columns in non-symmetric fires.

9. Tests are badly needed to verify the calculations.

CSC Oy deserves special thanks for providing ABAQUS license, computing time and general assistance. The financial support of Seinäjoen Seudun Elinkeinokeskus (SEEK) is also gratefully acknowledged.

References

1. Espinos A., Romero M., Hospitaler A. Advanced model for predicting the fire response of concrete filled tubular columns. *Journal of Constructional Steel Research*. 2010. Vol. 66(8-9). Pp. 1030–1046.
2. Ding J., Wang Y.C. Experimental study of structural behavior of steel beam to concrete filled tubular column assemblies with different types of joints. *Engineering Structures*. 2007. Vol. 29(12). Pp. 3485–3502.
3. Lie T.T. New facility to determine fire resistance of columns. *Canadian Journal of Civil Engineering.* 1980. Vol. 7(3). Pp. 551–558.
4. Lie T.T., Chabot M. Fire resistance of hollow steel columns filled with carbonate aggregate concrete: test results. *NRC-CNRC Internal Rep., No. 573*, Ottawa, Canada, 1988.
5. Lie T.T., Caron S.E. Fire resistance of hollow steel columns filled with siliceous aggregate concrete: test results. *NRC-CNRC Internal Rep., No. 570, Ottawa, Canada*, 1988.
6. Lie T.T., Chabot M. Experimental studies on the fire resistance of hollow steel columns filled with plain concrete. *IRC Internal Report No. 611*, Ottawa, Canada, 1992.
7. Lie T.T., Stringer D.C. Calculation of the fire resistance of steel hollow structural section columns filled with plain concrete. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 1994. Vol. 21(3). Pp. 382–385.
8. Kodur V.K.R., Lie T.T. Fire performance of concrete-filled hollow steel columns. *Journal of Fire Protection Engineering*. 1995. Vol. 7(3). Pp. 89–98.
9. Kodur V.K.R. Performance of high strength concrete-filled steel columns exposed to fire. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 1998. Vol. 25(6). Pp. 975–981.
10. Kodur V.K.R. Performance-based fire resistance design of concrete-filled steel columns. *Journal of Constructional Steel Research*. 1999. Vol. 51(1). Pp. 21–36.
11. Wang Y.C. A simple method for calculating the fire resistance of concrete-filled CHS columns. *Journal of Constructional Steel Research*. 2000. Vol. 54(3). Pp. 365–386.
12. Han L-H., Fire performance of concrete filled steel tubular beam-columns. *Journal of Constructional Steel Research*. 2001. Vol. 57(6). Pp. 695–709.
13. Han L.H., Yang Y.F., Xu L. An experimental study and calculation on the fire resistance of concrete-filled SHS and RHS columns 2003. *Journal of Constructional Steel Research*. 2003. Vol. 59(4). Pp. 427–452.

14. Han L.H., Zhao X.L., Yang Y.F., Feng J.B. Experimental study and calculation of fire resistance of concrete-filled hollow steel columns. *Journal of Structural Engineering*. 2003. Vol. 129(3). Pp. 346–356.

15. Kodur V.K.R., Sultan M.A. Effect of temperature on thermal properties of high-strength concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2003. Vol. 15(2). Pp. 101–107.

16. Kodur V.K.R., Wang T.C., Cheng F.P. Predicting the fire resistance behaviour of high strength concrete columns. *Cement & Concrete Composites*. 2004. Vol. 26(2). Pp. 141–153.

17. Kodur V.K.R. Achieving fire resistance through steel concrete composite construction. *Structures Congress,05. New York, April 20-24*. New York, 2005. Pp. 1–6.

18. Schaumann P., Kodur V.K.R., Bahr O., Fire resistance of high strength concrete filled steel columns. *4th International Workshop Structures in fire (SiF'06)*. Aveiro, Portugal, 2006. Pp. 837–849.

19. Yin J., Zha X-x., Li L-y. Fire resistance of axially loaded concrete filled steel tube columns. *Journal of Constructional Steel Research.* 2006. Vol. 62(7). Pp. 723–729.

20. Grandjean G., Grimault J.P., Petit L. Détermination de la durée au feu des profils creux remplis de béton, *Rapport Final, Commission des Communautés Européennes, Recherche technique acier*. Luxembourg, 1981. (fra)

21. Chabot M., Lie T.T. Experimental studies on the fire resistance of hollow steel columns filled with bar-reinforced concrete. *IRC Internal Report No. 628*, Ottawa, Canada, 1992.

22. Lie T.T. Fire resistance of circular steel columns filled with bar-reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*. 1994. Vol. 120(5). Pp. 1489–1509.

23. Lie T.T., Irwin R.J. Fire resistance of rectangular steel columns filled with bar-reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*. 1995. Vol. 121(5). Pp. 797–805.

24. Lie T.T., Kodur V.K.R. Fire resistance of steel columns filled with bar-reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*. 1996. Vol. 122(1). Pp. 30–36.

25. Kodur V.R., Sultan M.A. Structural behaviour of high strength concrete columns exposed to fire. *International Symposium on High Performance and Reactive Powder Concrete, Sherbrooke, Quebec, Sept. 1998*. Pp. 217–232.

26. CIDECT, Improvement and extension of the simple calculation method for fire resistance of unprotected concrete filled hollow columns. *CTICM, CIDECT research project 15Q-12/03.* Saint-Remy-les-Chevreuse, France, 2004. 101 p.

27. Johansson M. *Composite action and confinement effects in tubular steel-concrete columns*. PhD Thesis. Chalmers University of Technology, Sweden, 2002. Нет страниц

28. Nyman S., Virdi K. Fire response of concrete filled hollow steel sections. *Proceedings of EUROSTEEL 2011 6th European Conference on Steel and Composite Structures, ECCS*, Brussels, 2011. Pp. 1575–1580.

29. Kodur V.K.R., Lie T.T. Experimental studies on the fire resistance of circular hollow steel columns filled with steel-fiber-reinforced concrete. *IRC Internal Report No. 691,* Ottawa, Canada, 1995.

30. Kodur V.K.R., Lie T.T. Experimental studies on the fire resistance of square hollow steel columns filled with steel-fiber-reinforced concrete. *IRC Internal Report No. 662*, Ottawa, Canada, 1996.

31. Kodur V.K.R., Lie T.T. Fire resistance of circular steel columns filled with fiber-reinforced concrete. *Journal of Structural Engineering*. 1996. Vol. 122(7). Pp. 776–782.

32. Lie T.T., Kodur V.K.R. Thermal and mechanical properties of steel-fiber-reinforced concrete at elevated temperatures. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 1996. Vol. 23(2). Pp. 511–517.

33. Kodur V.K.R. Design Equations for Evaluating Fire Resistance of SFRC-Filled HSS Columns. *Journal of Structural Engineering*. 1998. Vol. 124(6). Pp. 671–677.

34. Nataraja M.C., Dhang N., Gupta A.P. Stress-strain curves for steel-fiber reinforced concrete under compression. *Cement & Concrete Composites*. 1999. Vol. 21(5-6). Pp. 383–390.

35. Campione G., Mindess S., Scibilia N., Zingone G. Strength of hollow circular steel sections filled with fiber-reinforced concrete. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 2000. Vol. 27(2). Pp. 364–372.

36. Kodur V. K. R., Cheng F-P., Wang T-C., Sultan M. A., Effect of strength and fiber reinforcement on fire resistance of high-strength concrete columns. *Journal of Structural Engineering*. 2003. Vol. 129(2). Pp. 253–259.

37. Cheng F-P., Kodur V.K.R., Wang T-C. Stress-Strain Curves for High Strength Concrete at Elevated Temperatures. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2004. Vol. 16(1). Pp. 84–90.

38. Bisby L.A., Green M.F., Kodur V.K.R. Modeling the behavior of fiber reinforced polymer-confined concrete columns exposed to fire. *Journal of Composites for Construction*. 2005. Vol. 9(1). Pp. 15–24.

39. Hatzigeorgiou G.D, Beskos D.E. Minimum cost design of fiber-reinforced concrete-filled steel tubular columns. *Journal of Constructional Steel Research*. 2005. Vol. 61(2). Pp. 167–182.
40. Ramana G.S., Devadas M.P. Experimental behaviour of eccentrically loaded slender circular hollow steel columns in-filled with fiber reinforced concrete. *Journal of Constructional Steel Research*. 2006. Vol. 62(5). Pp. 513–520.
41. Pires T., Correia A., Rodrigues J. Silva J. CHS and partially encased columns subjected to fire. *Proceedings of EUROSTEEL 2011 6th European Conference on Steel and Composite Structures, ECCS,* Brussels, 2011. Pp. 1569–1574.
42. Yang H., Liu F., Zhang S. Fire performance of CFST columns in non-uniform fire. *Proceedings of EUROSTEEL 2011 6th European Conference on Steel and Composite Structures, ECCS*, Brussels, 2011. Pp. 1563–1568.
43. Yang H., Liu F., Gardner L. Performance of concrete-filled RHS columns exposed to fire on 3 sides. *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 56. Pp. 1986–2004.
44. Yang H., Liu F., Zhang S., Lv X., Experimental investigation of concrete-filled square hollow section columns subjected to non-uniform exposure. *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 48. Pp. 292–312.
45. Tondini N., Hoang V.L., Demonceau J.-F., Franssen J.-M. Experimental and numerical investigation of high-strength steel circular columns subjected to fire. *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 80. Pp. 57–81.
46. ABAQUS 6.10/CAE User's Manual, Dassault Systemes, 2010.
47. *EN 1994-1-2 – Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1-2: Structural fire design, CEN*, Brussels, 2010. P. 110.
48. *TRY, Betonitäytteisen teräsliittopilarin suunnitteluohje*. Helsinki, 2004. (fin)
49. Kivimaa M. *Liittopilareiden lämpötilat epäsymmetrisessä palossa*. BSc thesis. Seinäjoki University of Applied Sciences, Seinäjoki, 2012. P. 28. (fin)
50. Heinisuo M., Jokinen T., Salminen M., Embedded Tubular Composite Columns in Fire. *Proceedings of Nordic Steel Construction Conference 2012*. Pp. 743–752.
51. Jokinen T. *Seinää vasten olevat liittopilarit tulipalossa*. MSc thesis. Tampere University of Technology, Tampere, 2013. P. 66. (fin)
52. *EN 10219, Cold formed welded structural hollow sections of non-alloy and fine grain steels, Part 2: Tolerances, dimensions and sectional properties*, 2006. P. 37.
53. *SFS 1215, Betoniteräkset. Hitsattava kuumavalssattu harjatanko A500HW, Metalliteollisuuden standardoimiskeskus*, 1996. P. 6. (fin)
54. Salminen M. *Shear Buckling Resistance of Thin Metal Plate at Non-Uniform Elevated Temperatures.* Licenciate thesis, Tampere University of Technology, Tampere, 2010.
55. Hong S., Varma A. Analytical modeling of the standard fire behavior of loaded CFT columns. *Journal of Constructional Steel Research*. 2009. Vol. 65(1). Pp. 54–69.
56. Zeng J., Mäkeläinen P. Finite Element Modelling of Semi-Rigid Composite Joint in a Slim Floor Frame. *Proceedings of Nordic Steel Construction Conference 2009*. Pp. 335–342.

Markku Heinisuo, Tampere, Finland
+3(5804)596-58-26; e-mail: markku.heinisuo@tut.fi

Timo Jokinen, Tampere, Finland
+3(5804)596-58-26; e-mail: timo.jokinen@tut.fi

© Heinisuo M., Jokinen T., 2014

Требования к материалам, представляемым к публикации

Материалы принимаются только через систему электронной редакции журналов СПбГПУ. Авторам необходимо зарегистрироваться в системе (http://journals.spbstu.ru/) и подать статью через нее, предварительно ознакомившись с нижеприведенными требованиями и условиями опубликования. Публикация в журнале бесплатна для авторов.

Этические нормы и авторские права

Подавая статью в журнал, автор соглашается на условия лицензионного договора, в частности, на то, что все статьи без исключения публикуются в открытом доступе на сайте журнала и в Научной электронной библиотеке России. Также автор подтверждает, что статья является оригинальной, ранее не опубликованной, содержит только проверенные и точные данные; любые данные, полученные не автором, имеют соответствующие ссылки на источник.

Тематика статей

В «Инженерно-строительном журнале» публикуются оригинальные, ранее не опубликованные статьи, содержащие полученные авторами новые научные результаты, по тематике «Строительство». Статьи принимаются в тот или иной номер в соответствии с тематикой на текущее полугодие.

№	Дата выхода	Срок подачи материалов	Тема номера
6(50)	10.10.2014	08.09.2014	Теплогазоснабжение и вентиляция. Водоснабжение и канализация. Гидравлика.
7(51)	14.11.2014	06.10.2014	Строительные материалы и изделия. Технология и организация строительства
8(52)	19.12.2014	10.11.2014	Ограждающие конструкции. Энергоэффективность зданий
1(53)	13.02.2015	26.12.2014	Строительные конструкции. Строительная механика

Структура и содержание статей

Обязательны следующие элементы статьи: введение, включающее обзор иностранной и отечественной литературы и постановку задачи; основная часть (описание исследования); заключение, включающее нумерованные выводы; список литературы; источник финансирования (если есть).

Технические требования к статьям

Статьи подаются в формате docx (MS Word 2007-2010). Файл статьи, подаваемый через электронную редакцию, должен содержать только сам текст, без названия, списка литературы, фамилий и данных авторов. Все эти поля заполняются отдельно при подаче через электронную редакцию.

Рекомендуемый объем статей: от 15000 до 30000 знаков с пробелами. Таблицы выполняются средствами Word (не рисунками) и располагаются внутри текста статьи. Иллюстрации должны быть представлены в отдельных графических файлах (один рисунок – один файл). Допустимые форматы: JPEG, TIFF, BMP. В текстовый файл иллюстрации можно вставить для обозначения рекомендуемого места их использования.

Список литературы на русском языке должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 7.0.5-2008. Цитируемая литература приводится общим списком в конце статьи в порядке упоминания. Порядковый номер в тексте заключается в квадратные скобки. Текст статьи должен содержать ссылки на все источники из списка литературы. Также к статье прилагается список литературы на латинице, оформленный в соответствии с инструкцией по транслитерации списка литературы, размещенной на сайте издания.

Аннотация к статье

В журнал подается расширенная аннотация на двух языках: русском и английском. Особое внимание следует уделить аннотации на английском языке (если статья на русском). Аннотация должна повторять структуру статьи: актуальность, цель, методика, результаты, выводы. Аннотация должна содержать от 100 до 250 слов.

Подробные требования к статьям см. на сайте журнала:
http://www.engstroy.spb.ru/autors.html

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Инженерно-строительный институт
Курсы повышения квалификации и профессиональной переподготовки
195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29,
тел/факс: 552-94-60, www.stroikursi.spbstu.ru,
stroikursi@mail.ru

Приглашает специалистов проектных и строительных организаций,
не имеющих базового профильного высшего образования
на курсы профессиональной переподготовки (от 500 часов)
по направлению «Строительство» по программам:

П-01 «Промышленное и гражданское строительство»

Программа включает учебные разделы:

- ***Основы строительного дела***
- ***Инженерное оборудование зданий и сооружений***
- ***Технология и контроль качества строительства***
- ***Основы проектирования зданий и сооружений***
- ***Автоматизация проектных работ с использованием AutoCAD***
- ***Автоматизация сметного дела в строительстве***
- ***Управление строительной организацией***
- ***Управление инвестиционно-строительными проектами. Выполнение функций технического заказчика***

П-02 «Экономика и управление в строительстве»

Программа включает учебные разделы:

- ***Основы строительного дела***
- ***Инженерное оборудование зданий и сооружений***
- ***Технология и контроль качества строительства***
- ***Управление инвестиционно-строительными проектами. Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика***
- ***Управление строительной организацией***
- ***Экономика и ценообразование в строительстве***
- ***Управление строительной организацией***
- ***Организация, управление и планирование в строительстве***
- ***Автоматизация сметного дела в строительстве***

П-03 «Инженерные системы зданий и сооружений»

Программа включает учебные разделы:

- ***Основы механики жидкости и газа***
- ***Инженерное оборудование зданий и сооружений***
- ***Проектирование, монтаж и эксплуатация систем вентиляции и кондиционирования***
- ***Проектирование, монтаж и эксплуатация систем отопления и теплоснабжения***
- ***Проектирование, монтаж и эксплуатация систем водоснабжения и водоотведения***
- ***Автоматизация проектных работ с использованием AutoCAD***
- ***Электроснабжение и электрооборудование объектов***

П-04 «Проектирование и конструирование зданий и сооружений»

Программа включает учебные разделы:

- ***Основы сопротивления материалов и механики стержневых систем***
- ***Проектирование и расчет оснований и фундаментов зданий и сооружений***
- ***Проектирование и расчет железобетонных конструкций***
- ***Проектирование и расчет металлических конструкций***
- ***Проектирование зданий и сооружений с использованием AutoCAD***
- ***Расчет строительных конструкций с использованием SCAD Office***

П-05 «Контроль качества строительства»

Программа включает учебные разделы:

- ***Основы строительного дела***
- ***Инженерное оборудование зданий и сооружений***
- ***Технология и контроль качества строительства***
- ***Проектирование и расчет железобетонных конструкций***
- ***Проектирование и расчет металлических конструкций***
- ***Обследование строительных конструкций зданий и сооружений***
- ***Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика***

По окончании курса слушателю выдается диплом о профессиональной переподготовке установленного образца, дающий право на ведение профессиональной деятельности