

doi: 10.5862/MCE.59.1

## Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 1. Учет деформаций в условии пластичности Кулона – Мора

### Improvement of shear strength design of a road structure. Part 1. Deformations in the Mohr – Coulomb plasticity condition

*Канд. техн. наук, доцент А.С. Александров, аспирант А.Л. Калинин, Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия, г. Омск, Россия*

*A.S. Aleksandrov, A.L. Kalinin, Siberian State Automobile And Highway Academy, Omsk, Russia*

**Ключевые слова:** критерий прочности; условие пластичности; деформация; трехосные испытания грунтов

**Key words:** strength criterion; plasticity condition; deformation; triaxial testing of soils

**Аннотация.** В статье выполнена модификация условия пластичности Кулона – Мора путем ввода третьего параметра, связанного с величиной осевой деформации образца, при которой в условиях трехосного сжатия формируются и прогрессируют площадки скольжения. Предложена относительная характеристика условий работы образца по сопротивлению сдвигу, определяемая отношением осевой деформации  $1$  к предельной  $1c$ , при которой определяются параметры предельной прямой Кулона – Мора. По данным трехосных испытаний установлено, что при значении относительной характеристики  $1/1c < 0.5$  образец работает в стадии уплотнения. При вариации этой характеристики в пределах  $0,5 \leq 1n/1c \leq 0.8$  происходит локализация деформаций вдоль площадок сдвига и развитие поверхностей скольжения, причем при  $1n/1c = 0.5$  площадки сдвига только зарождаются, а при  $1n/1c = 0.8$  – формируются окончательно. Для каждой величины характеристики  $1n/1c$ , наблюдаемой в процессе трехосного сжатия образца, определены значения параметра  $d$  и составлены выборки их частных значений. В результате статистической обработки определены границы доверительных интервалов варьирования параметра  $d$  и выполнено их математическое моделирование.

**Abstract.** The article presents the Mohr – Coulomb plasticity condition modified by incorporating a third parameter depending on sample axial deformation value for which sliding planes are formed and developed under triaxial compression. A relative characteristic of a sample's work under shear strength is offered; it is determined by the ratio of the axial strain  $1$  to the ultimate strain  $1c$  for which the parameters of the Mohr – Coulomb failure envelope are defined. Based on the triaxial test data it was established that for  $1/1c < 0.5$  the sample is in the stage of consolidation. For  $0.5 \leq 1n/1c \leq 0.8$ , deformations are localized along the shear planes and sliding surfaces are formed. It should be noted that for  $1n/1c = 0.5$ , the formation of shear planes only begins, and for  $1n/1c = 0.8$ , they are completely formed. Values of the  $d$  parameter are defined and samples of their particular values are drawn for each  $1n/1c$  value during the triaxial compression. Due to the statistical processing of the data the confidence limits of the  $d$  parameter variation were determined and their mathematical simulation was performed.

### Введение

Сопротивление грунтов и дискретных материалов сдвигу обуславливает величину пластических деформаций, накапливаемых земляным полотном и слоями дорожной одежды. Слои из дискретных материалов копируют неровности земляного полотна (рис. 1), а также приобретают свои пластические деформации. Эти дефекты копируются покрытием дорожной одежды (рис. 2).

Учитывая влияние сопротивления грунтов и дискретных материалов сдвигу на величину накапливаемых остаточных деформаций и ровности дорожных покрытий, отметим, что работы, направленные на совершенствование методов расчета дорожных одежд, актуальны. Авторы предприняли попытку модификации общепринятого метода расчета, которая заключается в последовательном решении серии задач.

Александров А.С., Калинин А.Л. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 1. Учет деформаций в условии пластичности Кулона – Мора



**Рисунок 1. Копирование деформации земляного полотна (нижний слой) песчаным дополнительным слоем основания (верхний слой) (дорожная одежда улицы 24-я Северная, г. Омск)**



**Рисунок 2. Копирование деформации основания тонкослойным покрытием (дорожная одежда кольцевого стенда Нантского университета) [1]**

### Обзор литературы

Расчет по сопротивлению сдвигу грунтов земляного полотна и дополнительных песчаных слоев оснований в РФ применяется с 1972 г. Он базируется на исследовании А.М. Кривисского<sup>1</sup> и созданном на его основе методе проектирования дорожной одежды. В основе расчета лежит критерий Кулона – Мора, который применяется как для грунтов, так и для зернистых материалов [2]. Специалисты дорожной отрасли предпринимали попытки совершенствования этого расчета различными путями.

1. Ввод новых и уточнение имеющихся в критериях нормативных документов коэффициентов, учитывающих отличия расчетной схемы от реальных условий работы грунта: Инструкция по проектированию дорожных одежд нежесткого типа. ВСН 46–83. (Взамен ВСН 46–72). Это касается условий работы слоев на контакте, воздействия динамической нагрузки и т.п.

2. Учет влияния повторности приложений нагрузок от транспортных средств на величину параметров грунта в условии Кулона – Мора  $c_N$  и  $\varphi_N$  [3, 4].

3. Уточнение границ дорожно-климатических зон и влажности грунтов в них, что позволяет более корректно принимать нормативные значения сцепления и угла внутреннего трения  $c$  и  $\varphi$  [5, 6].

4. Изучение влияния на влажность связных грунтов конструктивных особенностей дорожной одежды, в результате чего внесены поправки в действующий норматив – ОДН 218–046–01. Проектирование нежестких дорожных одежд (взамен ВСН 46–83).

Наряду с перечисленными направлениями отметим исследования влияния порового давления на величину эффективных напряжений, а также эффективных значений сцепления и угла внутреннего трения, применяемых в расчетах оснований фундаментов [7–9], дорожных одежд и грунтов земляного полотна [10, 11].

Объем работы, выполненной специалистами дорожной отрасли по модификации расчета по сопротивлению сдвигу, можно показать, записав критерий по ВСН 46–72 и ОДН 218.046–01:

$$\tau_{ан} + \tau_{ав} \leq K \cdot c; K = \frac{k_1 \cdot k_2}{n \cdot m} \cdot \frac{1}{K_{пр}}, \quad (1)$$

где  $\tau_{ан}$  – активное напряжение сдвига от транспортной нагрузки, МПа;  $\tau_{ав}$  – то же от собственного веса грунта, МПа;  $K$  – комплексный коэффициент;  $k_1$  – коэффициент, учитывающий снижение величины нормативного сопротивления сдвигу в результате воздействия повторных нагрузок от движения;  $k_2$  – коэффициент запаса на возможные отклонения от расчетных условий;

<sup>1</sup> Кривисский А.М. Принципы назначения конструкций дорожных одежд нежесткого типа на магистральных автомобильных дорогах : автореф. ... д-ра техн. наук. Л.: ЛИСИ, 1963. 31 с.

$n$  – коэффициент перегрузки;  $m$  – коэффициент, учитывающий отклонение условий взаимодействия слоев на контакте от принятой расчетной схемы;  $K_{пр}$  – коэффициент прочности;

$$\tau_{ан} \leq \frac{c_N \cdot k_d + \gamma_{ср} \cdot z_{оп} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{ст}}{K_{пр}}, \quad (2)$$

где  $c_N$  – сцепление, МПа;  $k_d$  – коэффициент, учитывающий особенности работы конструкции на границе песчаного слоя с нижним слоем несущего основания;  $\gamma_{ср}$  – средневзвешенный удельный вес конструктивных слоев, расположенных выше проверяемого слоя, МН/см<sup>3</sup>;  $z_{оп}$  – глубина расположения поверхности слоя, проверяемого на сопротивление сдвигу, см;  $\varphi_{ст}$  – значение угла внутреннего трения при однократном воздействии статической длительной нагрузки, °.

В зависимостях (1) и (2) величина касательного напряжения  $\tau_{ан}$  определяется из условия Кулона – Мора, но при различных значениях угла внутреннего трения. Эти формулы имеют вид

$$\tau_{ан} = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \quad (3)$$

где  $\varphi$  – угол внутреннего трения, °;  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  – максимальное и минимальное главные напряжения, возникающие в сечении по оси симметрии нагрузки, распределенной по круглой площадке, МПа.

В условиях воздействия многократно прикладываемой нагрузки величина параметров предельной прямой Кулона – Мора уменьшается по мере увеличения числа приложенных нагрузок. В этом случае при расчете касательного напряжения по формуле (3) величину угла внутреннего трения  $\varphi$  необходимо заменить меньшим значением  $\varphi_N$ , соответствующим количеству реализованных нагрузок.

Так как при увеличении числа приложенных нагрузок величина  $\varphi_N$  уменьшается, то касательные напряжения, вычисляемые по формуле (3), увеличиваются. Из анализа критериев (1) и (2) следует, что при прочих равных условиях и  $N > 1c > c_N$ , в результате чего предельное сопротивление грунта сдвигу, зависящее от величины сцепления, в современных расчетах меньше, чем в ранее действующих инструкциях. Отсюда следует, что многолетняя модификация расчета по сопротивлению сдвигу привела специалистов дорожной отрасли к пониманию необходимости ужесточения условия пластичности Кулона – Мора, что выполнено путем уменьшения параметров предельной прямой Кулона – Мора.

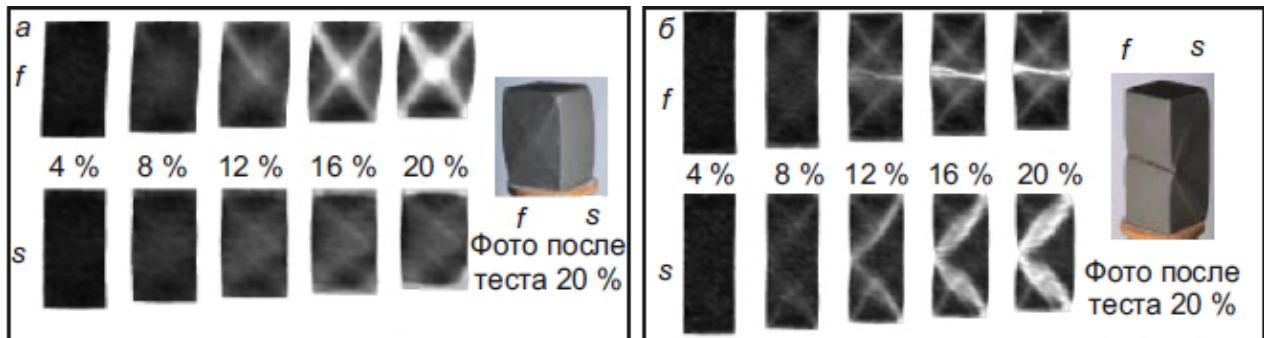
Эффекта увеличения касательных напряжений можно добиться заменой критерия Кулона – Мора другим более жестким условием пластичности. Необходимость такой замены подтверждается данными экспериментов.

Во-первых, параметры предельной прямой Кулона – Мора определяются по данным трехосных испытаний. Условием отказа образца считается его разрушение или деформирование до предельной величины  $\varepsilon_1 = 15\%$  в РФ или  $\varepsilon_1 = 20\%$  в США и странах Евросоюза. Это значит, что если в элементе дорожной конструкции возникнет зона с предельным состоянием по критерию Кулона – Мора глубиной распространения 10 см, то она претерпит деформации величиной 15...20 мм. Такие деформации превышают предельные значения продольных неровностей и допускаемую глубину колеи.

Во-вторых, физическая природа появления площадок скольжения объясняется экспериментальными данными и состоит в том, что по линиям будущего сдвига происходит локализация деформаций [12]. В процессе воздействия нагрузки деформации накапливаются и проявляются в виде линии толщиной приблизительно в 10 зерен [13]. Р. Хиллом [14], а затем Дж. Райсом [15] теоретически показано, что формирование зон локализации деформации происходит в результате ветвления трещины и ее последующего двоения. Из этого следует, что от каждого края штампа на плоскости образца формируется не одна площадка скольжения, а как минимум две.

Эксперименты японских коллег показали, что площадки скольжения в грунтовом образце, изготовленном в форме параллелепипеда, зарождаются при деформации  $\varepsilon_1 = 8\%$  и развиваются в ходе деформирования до величины  $\varepsilon_1 = 12\%$  [16, 17]. При деформации образца  $\varepsilon_1 = 12\%$  площадки скольжения сформированы окончательно. В этом эксперименте были изготовлены прямоугольные образцы из глины с влажностью на границе текучести  $W_T = 0.62$ , числом пластичности  $I_p = 0.33$  и плотностью  $\rho = 2.69$  г/см<sup>3</sup>. Поверх резиновой оболочки образца была Александров А.С., Калинин А.Л. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 1. Учет деформаций в условии пластичности Кулона – Мора

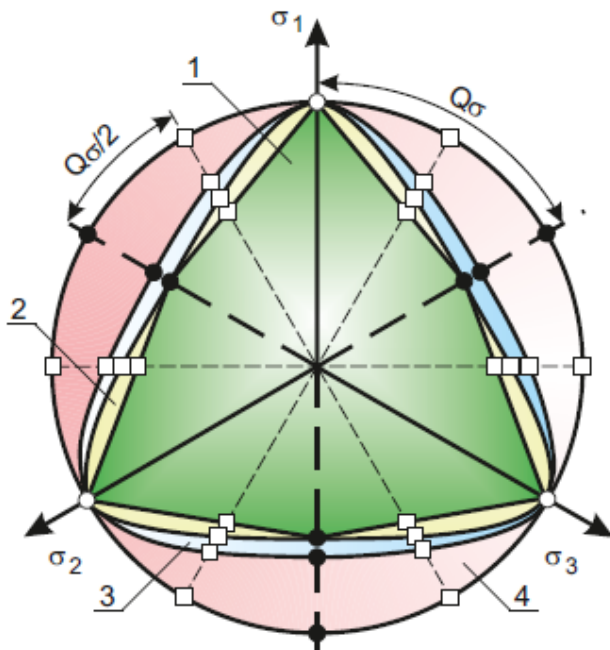
нанесена сетка с квадратными ячейками 2 мм. Перед испытанием для определения начального местоположения узлов сетки с двух сторон образца, поверхность которых условно обозначена  $f$  и  $s$  (рис. 3), была произведена видеосъемка [17].



**Рисунок 3. Локализация деформаций и площадок скольжения при трехосных испытаниях со скоростью 1 %/мин прямоугольных образцов с размерами: а) 4×4×8 см; б) 4×4×12 см [16, 17]**

Такая же видеосъемка производилась в период испытаний при вертикальной деформации образца, соответствующей 4, 8, 12, 16 и 20 % [16, 17] (рис. 3). В результате установлено, что начало локализации деформаций имеет место при вертикальной деформации 8 %, а при деформировании образца до 12 % от каждого угла прямоугольного образца формируются четыре площадки сдвига, которые являются предшественником последующего разрушения [16, 17]. К окончанию испытания на одной поверхности образца отчетливо проявлялись две площадки скольжения (рис. 3), каждая из которых проходит от своего края штампа по диагонали через весь образец.

Таким образом, предельные деформации образца целесообразно принимать в пределах  $\varepsilon_1 = 8...12$  %. Однако определение параметров предельной прямой Кулона – Мора при таких деформациях требует пересмотра нормативных значений сцепления и угла внутреннего трения, то есть изменения всего банка данных.



**Рисунок 4. Критерии в девиаторном плане [23, с. 798]: 1 – Кулона – Мора; 2 – Матцуока – Накаи; 3 – Ладе – Дункана; 4 – Друкера – Прагера при аппроксимации по углам сжатия поверхности Мора**

Учитывая, что при расчете грунтов земляного полотна по условию сопротивления сдвигу рассматривают напряженное состояние, характеризуемое главными напряжениями  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ , параметр Лоде и угол Лоде соответственно равны  $\mu_\sigma = -1$  и  $\Theta_\sigma = 60^\circ$ . Такое напряженное состояние рассматривается в работе Aleksandrov A.S., Kalinin A.L. Improvement of shear strength design of a road structure. Part 1. Deformations in the Mohr – Coulomb plasticity condition

Поэтому нами рассмотрена возможность замены условия пластичности Кулона – Мора одним из аналитических критериев: Друкера – Прагера [18], Ладе [19], Ладе – Дункана [20], Матцуока – Накаи [21, 22].

На рисунке 4 в девиаторном плане приведено сравнение критериев Кулона – Мора, Ладе – Дункана, Матцуока – Накаи и Друкера – Прагера, аппроксимирующих шестигранник Мора по углам сжатия.

На этом рисунке приведены площадки чистого сдвига, на которых результаты всех критериев различны. Местоположение площадок соответствует значению угла Лоде  $\Theta_\sigma = 0^\circ$ . Наиболее близкие результаты к критерию Кулона – Мора дает условие Матцуока – Накаи, затем критерий Ладе – Дункана, а наибольшая разница имеет место при применении условия Друкера – Прагера.



состояние является трехосным сжатием, для которого предельное состояние всеми критериями, представленными на рисунке 4, описывается одинаково. Поэтому при расчете дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу в грунте земляного полотна или песчаном дополнительном слое применение этих условий пластичности приводит к одинаковым результатам.

Вследствие этого модификация критерия Кулона – Мора представляется авторам перспективным направлением. Одним из вариантов такой модификации является эмпирический критерий Г.К. Арнольда. Для демонстрации этого критерия вначале приведем классическое условие Кулона – Мора, записанное в другой по сравнению с выражениями (1)–(3) форме. В соответствии с этой записью предельное состояние по условию Кулона – Мора описывается уравнением

$$\sigma_1 \cdot (1 - \sin \varphi) - \sigma_3 \cdot (1 + \sin \varphi) = 2 \cdot c \cdot \cos \varphi. \quad (4)$$

Из этого критерия для зоны с активным ренкиновским состоянием<sup>2</sup> определение предельной величины главного напряжения  $\sigma_{3пр}$  выполняется по формуле:

$$\sigma_{3пр} = \sigma_1 \cdot K_{акт} - 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_{акт}}; \quad K_{акт} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad (5)$$

где  $K_{акт}$  – функция угла внутреннего трения для активного ренкиновского состояния.

Г.К. Арнольд, выполнив анализ результатов трехосных испытаний, пришел к выводу, что предельное состояние наступает при несколько меньшей величине максимального главного напряжения, чем это следует из условия Кулона – Мора [24]. Вследствие этого предельная величина удерживающего напряжения  $\sigma_3$  должна быть выше, чем это следует из формулы (6). Учитывая эти обстоятельства, Г.К. Арнольд формулу (5) приводит в следующем виде [24]:

$$\sigma_{3пр} = \sigma_1 \cdot K_{акт} - 2 \cdot c \cdot K_{акт}. \quad (6)$$

Если формулы (5) и (6) записать в виде уравнений предельного состояния, оставив в правой части только сцепление, то получим:

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \sigma_1 \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - \sigma_3 \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \right) = c, \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \sigma_1 - \sigma_3 \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) = c. \quad (8)$$

Уравнение (7) определяет предельное состояние по оригинальному условию Кулона – Мора, оно дает тождественные с другими формами записи этого критерия результаты. Уравнение (8) авторы называют критерием Г.К. Арнольда. В исследовании [24] оно не приводится, но напрямую вытекает из формулы (6), принадлежащей Г.К. Арнольду. Этот критерий следует считать эмпирической модификацией условия Кулона – Мора. Уравнение предельного состояния в форме (8) принято Г.В. Долгих, и после применения теории линейно деформированной среды получена формула для расчета безопасных давлений [25]. В работе [26] применен иной путь модификации различных условий пластичности, в соответствии с которым выполняется поиск формул, связывающих пределы прочности на сжатие и растяжение с параметрами предельной прямой Кулона – Мора. Полученные формулы подставляют в критерии прочности твердых тел. В результате этой процедуры в модифицированных критериях параметрами материала являются сцепление и угол внутреннего трения.

По мнению авторов, такой способ модификации представляет интерес, но получаемые при его реализации критерии не связаны с деформациями образца и не описывают кинетику формирования площадок скольжения (см. рис. 3).

<sup>2</sup> Областью с активным ренкиновским состоянием называют зону, в которой грунт в поперечном направлении расширяется, а областью с пассивным ренкиновским состоянием – в которой грунт в поперечном направлении сжимается.

Александров А.С., Калинин А.Л. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 1. Учет деформаций в условии пластичности Кулона – Мора

### Постановка цели и задач

Выполненный обзор и анализ работ предшественников позволяет поставить цель и задачи публикации.

Целью работы является совершенствование метода расчета грунтов земляного полотна и дискретных слоев дорожной одежды по сопротивлению сдвигу.

Поставленная цель требует решения серии задач, которые вряд ли возможно привести в одной статье. Поэтому в публикации решается первая, но очень важная задача, связанная с обоснованием условия пластичности, закладываемого в основу расчета. Достоверность такого условия во многом обуславливает адекватность расчета в целом. В связи с этим задачами статьи являются:

- модификация условия пластичности Кулона – Мора путем ввода третьего параметра, учитывающего величину деформаций образца в условиях трехосного сжатия;
- экспериментальные исследования деформируемости грунтов в условиях трехосного сжатия и определение зависимости величины введенного в критерий Кулона – Мора параметра от осевой деформации образца.

### Материалы исследования

Приступая к модификации условия пластичности, покажем, что подстановка в оригинальный критерий прочности твердого тела Мора зависимостей, связывающих пределы прочности с углом внутреннего трения и сцепления, приводит к условию Кулона – Мора, применяемому в расчетах по сопротивлению сдвигу.

Известно, что оригинальный критерий Мора для твердого тела записывается в следующих видах:

- при растяжении

$$\sigma_1 - k_{Mp} \cdot \sigma_3 = R_p; \quad k_{Mp} = R_p / R_c; \quad (9)$$

- при сжатии

$$\sigma_1 - k_{Mc} \cdot \sigma_3 = R_c; \quad k_{Mc} = R_c / R_p. \quad (10)$$

Пределы прочности определяются по известным формулам:

$$R_c = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}; \quad (11)$$

$$R_p = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}. \quad (12)$$

Подставив в условие (10) выражения (11) и (12), получим уравнение

$$\sigma_1 - \sigma_3 \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}. \quad (13)$$

Преобразуя уравнение (13), получим уравнение предельного состояния (4).

Если в формуле (4) раскрыть скобки и определенным образом выполнить группировку членов, включающих в себя главные напряжения, то после преобразований получим

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \tan \varphi = c. \quad (14)$$

Уравнение (14) является оригинальным условием Кулона – Мора в традиционной для специалистов дорожной отрасли форме.

Пределы прочности на сжатие и растяжение можно определить по формулам, тождественным зависимостям (11) и (12), а именно

$$R_c = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = 2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}; \quad (15)$$

$$R_p = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} = 2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}}. \quad (16)$$

Введя в эти зависимости параметр  $d$ , получим:

$$R_c = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^{2 \cdot d} = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d; \quad (17)$$

$$R_p = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^{2 \cdot d} = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d. \quad (18)$$

Из анализа формул (17) и (18) следует, что в зависимости от величины  $d$  сопротивления сжатию и растяжению имеют диапазон варьирования, границами которого являются пределы прочности третьей теории  $R_c = R_p = 2 \cdot c$  и гипотезы Мора, определяемые по выражениям (15) и (16).

Подставив в критерий Мора для сжатия (10) зависимости (17) и (18), получим

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \sigma_1 \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \cdot \sigma_3 \right) = c. \quad (19)$$

При  $d = 0.5$  уравнение (19) приобретает вид тождества (7), то есть становится критерием Кулона – Мора. При  $d = 0$  зависимость (19) превращается в третью теорию прочности, уравнение предельного состояния которой дается в виде

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \cdot c_u, \quad (20)$$

где  $c_u$  – сопротивление недренированному сдвигу, кПа, являющееся аналогом сцепления, но определяемое по данным неконсолидированных недренированных трехосных испытаний, при которых  $\varphi = 0$ .

Решив уравнение предельного состояния (19) относительно величины  $\sigma_1$ , получим формулу для определения ее предельного значения  $\sigma_{1пр}$ :

$$\sigma_{1пр} = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d + \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^{2 \cdot d} \cdot \sigma_3. \quad (21)$$

Из анализа зависимости (21) следует, что:

- при  $d = 0$  это уравнение приобретает вид третьей теории прочности

$$\sigma_{1пр} = 2 \cdot c + \sigma_3; \quad (22)$$

- при  $d = 0,5$  это уравнение приобретает вид теории Кулона – Мора

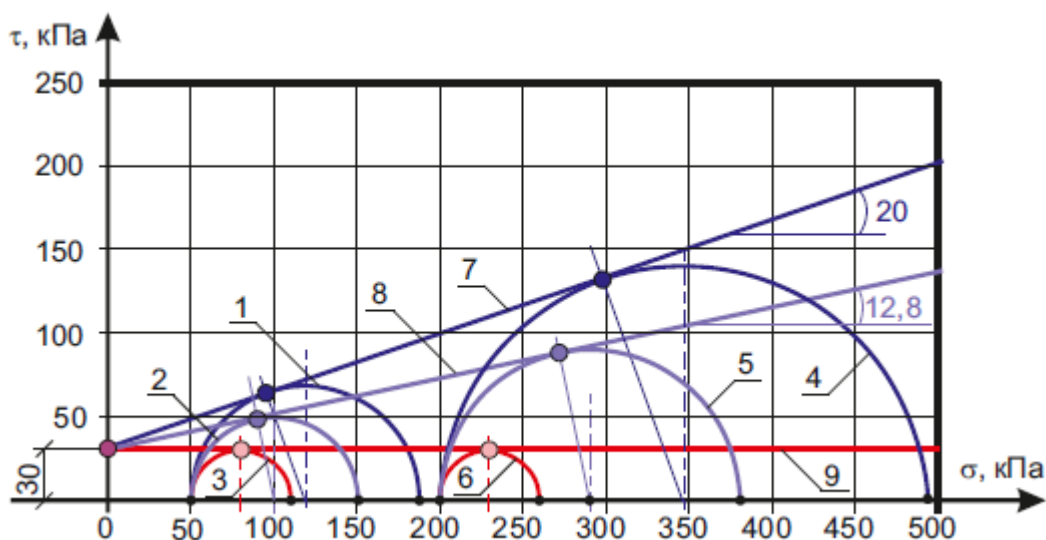
$$\sigma_{1пр} = 2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot \sigma_3. \quad (23)$$

Сравнивая зависимости (21)–(23), отметим, что вычисляемая по формуле (21) предельная величина максимального главного напряжения при любой величине параметра  $d$ , варьирующегося в диапазоне  $0 < d < 0.5$ , больше, чем по формуле (22), и меньше, чем по выражению (23). Отсюда следует, что каждой величине  $d$  соответствует индивидуальное семейство кругов предельных напряжений. В таблице 1 приведены вычисленные для заданных значений  $\sigma_3$  параметры предельных кругов Мора.

**Таблица 1. Параметры кругов предельных напряжений при различной величине параметра  $d$  и минимальных главных напряжениях  $\sigma_3$**

Характеристика		Величина			
Напряжение $\sigma_3$ , кПа		50	100	150	200
Угол внутреннего трения $\varphi$ , град		20	20	20	20
Сцепление $c$ , кПа		30	30	30	30
Предельная величина максимального главного напряжения, вычисленная по формуле (21), кПа, при значениях $d$	$d=0,5$	187.669	289.650	391.630	493.610
	$d=0,4$	168.225	256.657	345.089	433.520
	$d=0,3$	150.987	227.670	304.353	381.036
	$d=0,2$	135.688	202.183	268.678	335.172
	$d=0,1$	122.093	179.754	237.414	295.075
	$d=0$	110	160	210	260
Радиус кругов предельных напряжений, кПа, при значениях $d$	$d=0,5$	68.835	94.825	120.815	146.805
	$d=0,4$	59.113	78.329	97.545	116.760
	$d=0,3$	50.494	63.835	77.177	90.518
	$d=0,2$	42.844	51.092	59.339	67.586
	$d=0,1$	36.047	39.877	43.707	47.538
	$d=0$	30	30	30	30
Абсцисса центра кругов предельных напряжений, кПа, при значениях $d$	$d=0,5$	118.835	194.825	270.815	346.805
	$d=0,4$	109.113	178.329	247.545	316.760
	$d=0,3$	100.494	163.835	227.177	290.518
	$d=0,2$	92.844	151.092	209.339	267.586
	$d=0,1$	86.047	139.877	193.707	247.538
	$d=0$	80	130	180	230

На рисунке 5 приведены построенные по данным таблицы 1 круги предельных напряжений.



**Рисунок 5. Круги предельных напряжений по данным таблицы 1:  
1–3 – при  $\sigma_3 = 50$  кПа и  $d = 0.5, 0.3$  и  $0$ ; 4–6 – при  $\sigma_3 = 200$  кПа и  $d = 0.5, 0.3$  и  $0$ ;  
7–9 – предельные прямые оригинального условия пластичности Кулона – Мора, соответствующие предлагаемому критерию (19) при параметре  $d$ , равном  $0.5, 0.3$  и  $0$  соответственно**



Из анализа данных таблицы 1 и рисунка 5 следует, что в уравнении предельного состояния (19) каждой величине параметра  $d$  соответствует пара кругов предельных напряжений. Например, круги 1 и 4 соответствуют  $d = 0.5$ , а круги 2 и 5 построены при  $d = 0.3$  и т. д. При этом условие (19) постулирует постоянство сцепления, то есть  $c = \text{const}$  для всех кругов Мора. Это наглядно представлено на рисунке 5, а также данными таблицы 1, в соответствии с которыми радиус круга Мора при  $d = 0$  равен сцеплению. На рисунке 5 к кругам предельных напряжений проведены предельные прямые, которые являются оригинальным критерием Кулона – Мора. Из анализа этих прямых следует, что угловая координата в уравнениях прямых изменяется от величины, соответствующей углу внутреннего трения Кулона– Мора, при  $d = 0,5$  до  $\varphi = 0$  при  $d = 0$ . Отсюда следует, что параметр  $d$  в уравнении предельного равновесия (21) регулирует размеры круга предельных напряжений и угол наклона касательной к ним в условии пластичности Кулона–Мора. При вариации параметра  $d$  в диапазоне  $0 < d < 0.5$  все предельные поверхности заключены между шестигранниками Треска (случай  $d = 0$ ) и Мора (случай  $d = 0.5$ ). Таким образом, условие пластичности (19) является мультиповерхностным критерием. Если уравнение (19) модифицировать вводом угла Лоде, то можно построить мультиповерхностное условие пластичности, которое применимо при любых напряженных состояниях. Однако вследствие того, что при расчетах дорожных конструкций принято напряженное состояние, характеризуемое напряжениями  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ , то уравнения (19) вполне достаточно так, как оно описывает именно это напряженное состояние.

Для определения связи параметра  $d$ , входящего в рекомендуемое условие (19), с величиной предельной деформации авторами выполнены трехосные испытания суглинка легкого. При планировании эксперимента учитывалась необходимость определения сцепления и угла внутреннего трения, что требует выполнения консолидированных недренированных (КН) испытаний до разрушения образца или его деформирования до величины 15 %.

Для определения параметра  $d$  в условии (19) необходимо рассматривать величину главных напряжений, при которых формируются и развиваются площадки скольжения. Образцы грунта изготовлены из суглинка легкого путем трамбования в приборе стандартного уплотнения (ПСУ) при влажности, близкой к оптимальной. Из каждого образца, изготовленного в ПСУ, отобрано три пробы, которые испытывались в камере трехосного сжатия измерительно-вычислительного комплекса АСИС-1. При испытаниях выяснилось, что часть проб разрушилась при деформациях меньше 15 %. Это означает, что в этих образцах площадки скольжения появились и развивались при меньшей осевой деформации, чем зафиксировано в работах [16, 17]. Поэтому авторами сделан вывод, что наряду с характеристиками моментов начала и окончания формирования площадок скольжения по величине осевой деформации следует рассматривать относительную характеристику, определяемую отношением этих деформаций к предельной деформации, фиксируемой при отказе образца. Если деформации, соответствующие началу  $\varepsilon_{1н} = 8\%$  и окончанию  $\varepsilon_{1к} = 12\%$  формирования площадок сдвига, разделить на предельную деформацию  $\varepsilon_{1с} = 15\%$ , то получим  $\varepsilon_{1н}/\varepsilon_{1с} \approx 0.5$  и  $\varepsilon_{1к}/\varepsilon_{1с} = 0.8$  соответственно. Используя эти относительные показатели, авторы классифицируют условия работы образцов из глинистого грунта по локализации пластических деформаций вдоль площадок сдвига (табл. 2).

**Таблица 2. Условия работы образца глинистого грунта в различных диапазонах варьирования осевой деформации при трехосном сжатии**

Варьирование деформации $\varepsilon_1$ , доли от предельной $\varepsilon_{1с}$	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1с}} < 0.5$	$0,5 \leq \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1с}} \leq 0.8$	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1с}} > 0.8$
Условия работы образца	Преимущественно уплотнение, локализация пластических деформаций отсутствует	Сдвиг, локализация пластических деформаций вдоль площадок скольжения	Преимущественно пластическое течение с последующим отказом

В таблице 3 приведены результаты испытаний, включающие экспериментальные значения максимальных главных напряжений, соответствующие различным отношениям деформаций  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1с}$ .

**Таблица 3. Экспериментальные отношения деформаций  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c}$  и соответствующие им значения напряжений  $\sigma_1$**

№ образца	Показатели физических свойств		Показатели сопротивления сдвигу и $\sigma_3$ по данным КН испытаний			Экспериментальные значения $\sigma_1$ при $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c}$			
	W/ W <sub>T</sub>	k <sub>y</sub>	$\sigma_3$ , кПа	c, кПа	$\varphi$ , град	0,5	0,6	0,7	0,8
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.523	0.99	200	22	19	381	417	453	475
2			250			464	507	550	569
3			300			440	467	493	520
4	0.53	0.995	150	15	25	345	381	406	434
5			200			392	427	461	485
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0.54	0.99	50	19	26	157	178	198	215
7			100			228	250	264	276
8			150			331	362	388	406
9	0.55	0.98	100	24	27	298	326	354	370
10			150			381	428	465	492
11			200			403	440	478	516
12	0.56	0.973	100	22	28	297	332	355	371
13			150			377	426	475	507
14			200			413	457	500	544
15	0.563	0.373	100	24	20	231	252	272	291
16			125			298	323	345	365
17			175			325	350	371	388
18	0.573	0.986	100	15	10	162	173	184	193
19			150			223	234	245	254
20			200			279	289	298	306
21	0.58	0.995	100	15	10	156	166	175	181
22			150			228	239	250	258
23			200			280	292	305	317
24	0.67	0.99	75	30	20	187	208	230	246
25			125			256	282	307	329
26			175			286	306	326	347
27	0.683	0.99	225	17	17	326	348	369	391
28			275			399	420	441	462
29			325			442	461	481	500

Примечание. W – влажность грунта; W<sub>T</sub> – влажность грунта на границе текучести; W/ W<sub>T</sub> – относительная влажность грунта; k<sub>y</sub> – коэффициент уплотнения.

При статистической обработке результатов испытаний сформировано 8 выборок, которые разделены по относительной влажности и характеристики  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c}$ . В первую очередь каждая выборка проверена на наличие грубых ошибок. Было отмечено, что при вариации отношений деформаций  $0,5 \leq \varepsilon_1/\varepsilon_{1c} \leq 0,8$  частные значения параметра  $d$  и их статистики существенно разнятся, а при вариации относительной влажности отличие частных значений параметра  $d$  не столь велико. Поэтому каждую из двух выборок, составленных для различных диапазонов относительных влажностей, проверили на принадлежность одной генеральной совокупности. Оценка выборок выполнена с привлечением критериев Фишера  $F$  и Стьюдента  $t$ , значения которых даны в таблице 5.

Таблица 5. Оценка выборок на принадлежность одной генеральной совокупности

Статистика	Отношение деформаций $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c}$			
	0.5	0.6	0.7	0.8
$F=S_{d2}/S_{d1}$	1.489	1.687	1.974	2.096
$F_a$	2.64	2.64	2.64	2.64
$F < F_a$	Выполняется	Выполняется	Выполняется	Выполняется
$t$	0.758	0.751	0.680	0.696
$t_a$	2.05	2.05	2.05	2.05
$t < t_a$	Выполняется	Выполняется	Выполняется	Выполняется
<b>Вывод</b>	<b>Вследствие выполнения условий <math>F</math>-критерия и <math>t</math>-критерия выборки попарно могут быть объединены в одну генеральную совокупность</b>			

Критерии Фишера и Стьюдента показали, что по величине относительной влажности выборки параметров  $d$  целесообразно объединить в 4 выборки, статистики которых приведены в таблице 6.

Таблица 6. Результаты определения математического ожидания  $d_{cp}$  и расчетных значений  $d_{min}$  и  $d_{max}$  параметра  $d$ 

Статистика	Отношение деформаций $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c}$			
	0.5	0.6	0.7	0.8
<b>Статистики новых выборок после попарного объединения</b>				
$d_{cp}$	0.314	0.372	0.420	0.459
$S_d$	0.050	0.053	0.050	0.046
$V, \%$	16.03	14.17	11.95	9.94
$d_{min}$	0.295	0.352	0.401	0.442
$d_{max}$	0.333	0.392	0.439	0.477

Статистические значения параметра  $d$  в зависимости от относительной характеристики  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c}$  аппроксимированы формулами

$$d_{cp} = 1.2988 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1c}} - 0.6486 \cdot \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1c}} \right)^2 - 0.1728; \quad (24)$$

$$d_{max} = 1.3689 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1c}} - 0.6882 \cdot \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1c}} \right)^2 - 0.1807; \quad (25)$$

$$d_{min} = 1.2287 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1c}} - 0.609 \cdot \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1c}} \right)^2 - 0.165. \quad (26)$$

Авторы отмечают, что с появлением экспериментальных данных о величине параметра  $d$  при более высоких влажностях грунта появятся дополнительные выборки. Оценка наших выборок и новых дополнительных может показать невозможность их объединения в одну генеральную совокупность. В этом случае величина параметра  $d$  должна будет варьироваться как в зависимости от отношений деформаций  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c}$ , так и по величине относительной влажности, а формулы (24)–(26) будут доработаны до двухпараметрических математических моделей.

Из анализа зависимостей (24)–(26) следует, что параметр  $d$  связан с отношением деформации  $\varepsilon_1$ , которая может быть принята в качестве условной меры начала пластичности, к предельной деформации  $\varepsilon_{1c}$ , при которой определяются параметры Кулона – Мора.

Из анализа данных таблицы 6 следует, что начало формирования площадок сдвига имеет место при относительной характеристике  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c} = 0.5$ , которой соответствует диапазон варьирования истинного значения параметра  $d$  в пределах 0.295...0.333. Так как условие (19) принимает вид третьей теории прочности при  $d = 0$ , то это условие, как и ряд предельных состояний по критерию (19) при  $0 < d < 0.295$ , в расчетах использовать нецелесообразно. Поэтому можно по аналогии с выводом условия (19) предложить другой вариант, связывающий Александров А.С., Калинин А.Л. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 1. Учет деформаций в условии пластичности Кулона – Мора

эмпирический (8) и оригинальный критерии Кулона – Мора в форме (7). Для этого предел прочности на сжатие представим формулой (17), в которой параметр  $d$  обозначим латинской  $b$ , а предел прочности на растяжение определим по формуле

$$R_p = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^b \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right), \quad (27)$$

где  $b$  – параметр, аналогичный рассмотренному авторами параметру  $d$ , введенный вследствие того, что связывает с условием Кулона – Мора эмпирический критерий Г.К. Арнольда, а не третью теорию прочности.

Подстановка выражений для расчета пределов прочности в уравнение предельного состояния О. Мора (10) приводит к уравнению:

$$\sigma_1 - \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) \cdot \sigma_3 = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^b. \quad (28)$$

Выполнив в условии (28) преобразования, получим уравнение предельного состояния в виде

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^b \cdot \left( \sigma_1 - \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) \cdot \sigma_3 \right) = c. \quad (29)$$

Таким образом, авторами решены две первые задачи на пути к поставленной цели совершенствования расчета дорожной конструкции по сопротивлению сдвигу.

Из анализа уравнения (29) следует, что при  $b = 0$  это условие пластичности приобретает вид критерия Г.К. Арнольда (8), а при  $b = 0.5$  – Кулона – Мора (7).

## Заключение

В заключении подведем итог по материалам, изложенным в исследовательской части, и укажем пути их дальнейшего применения.

1. Ввод третьего параметра в условие Кулона – Мора позволяет учитывать величину предельных деформаций, при возникновении которых наступает предельное состояние по модифицированному условию пластичности.

2. Установлено следующее.

2.1. Появление площадок скольжения при трехосном сжатии суглинка легкого соответствует отношению осевой деформации  $\varepsilon_1$  к предельной для условия Кулона – Мора деформации  $\varepsilon_{1c}$ , равному  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c} = 0.5$ . Это отношение определяет нижнюю границу варьирования параметра  $d = 0.3$ .

2.2. Прогрессирование локализации деформаций вдоль площадок скольжения имеет место при вариации отношения  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c}$  в интервале 0.5...0.8. Такому интервалу соответствует варьирование параметра  $d$  в пределах  $0.3 \geq d \geq 0.45$ .

2.3. При  $\varepsilon_1/\varepsilon_{1c} = 0.8$  процесс формирования площадок сдвига заканчивается, а величина  $d = 0.45$  является верхним пределом интервала варьирования введенного авторами параметра.

3. Разработан способ модификации оригинальных условий пластичности, состоящий в том, что принимаются два оригинальных критерия, предельные поверхности которых ограничивают область варьирования поверхности разрушения модифицированного критерия. Одним из этих условий является критерий Кулона – Мора, предельная поверхность которого в расчетах по сопротивлению сдвигу дорожных конструкций должна ограничивать диапазон варьирования поверхностей разрушения сверху.

Затем подбираются формулы, описывающие связь пределов прочности на сжатие и растяжение с параметрами предельной прямой  $c$  и  $\varphi$  и третьим параметром  $d$ . Подбор формул выполняют так, чтобы при  $d = 0.5$  эти зависимости преобразовывались к (15) и (16), а при  $d = 0$  определяли связь пределов прочности с параметрами оригинального критерия, который

Aleksandrov A.S., Kalinin A.L. Improvement of shear strength design of a road structure. Part 1. Deformations in the Mohr – Coulomb plasticity condition

ограничивает модифицированное условие снизу. Подстановкой подобранных формул в критерий Мора для сжатия (10) выводят уравнение предельного состояния модифицированного критерия.

4. Модифицированное авторами условие Кулона – Мора (19) можно положить в основу расчетов по сопротивлению сдвигу. В этом случае после подстановки в уравнение (19) функций главных напряжений его левая часть будет определять величину касательных напряжений. Кроме того, представив главные напряжения произведением давления и функции затухания напряжения по глубине из уравнения (19), можно получить формулу для определения безопасного давления на грунт земляного полотна или песчаный дополнительный слой основания дорожной одежды.

### Литература

### References

- Balay J.M., Kerzreho J.P. Assessment of French design method for flexible pavement by mean of the LCPC.s ALT facility // 3rd International Conference APT'08. Madrid, Spain, 1–3 October. 2008. Pp. 1–12.
- Баданин А.Н. Обоснование первой критической нагрузки на зернистую среду супесчаного основания // Инженерно-строительный журнал. 2012. №9. С. 29–34.
- Казарновский В.Д. Определение расчетных значений прочностных характеристик песков с учетом воздействия повторных нагрузок // Исследования по механике дорожных одежд: сб. т. М.: СоюздорНИИ, 1985. С. 80–92.
- Петрушин Е.А. Сдвигоустойчивость глинистых грунтов в условиях кратковременных многократных нагрузок // Совершенствование методов расчета и конструирования дорожных одежд. М.: СоюздорНИИ, 1986. С. 88–96.
- Ефименко В.Н. Учет региональных природно-климатических условий при уточнении норм проектирования автомобильных дорог // Наука и техника в дорожной отрасли. 2012. №1. С. 14–17.
- Ефименко С.В. Некоторые вопросы совершенствования норм проектирования дорожных одежд автомобильных дорог // Дороги и мосты. 2013. Т.1(29). С. 81–91.
- Elsworth D. [et al.]. Pore Pressure Response Following Undrained uCPT Sounding in a Dilating Soil // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2006. Vol. 132(11). Pp. 1485–1495.
- Hasan J.U., Frenlund D.J. Pore pressure parameters for unsaturated soils // Canadian Geotechnical Journal. 1980. Vol. 17. Pp. 395–404.
- Zhang Z. et al. Experimental Investigation on Excess Pore Water Pressure in Soft Soil-Foundations under Minor Shocks // World Academy of Science, Engineering and Technology. 2009. Vol. 3(2). Pp. 457–461.
- Englund J. Analysis of Resilient Behavior of Unbound Materials for the Purpose of Predicting Permanent Deformation Behavior. Ph.D. thesis, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden. 2011. 154 p.
- Werkmeister S. Permanent deformation behaviour of unbound granular materials in pavement constructions. Ph.D. thesis, University of Technology, Dresden, Germany. 2003. 189 p.
- Oka F. Computational modeling of large deformations and failure of geomaterials // XVI ICSMGE. Osaka, 2005. Millpress. Vol. 1. Pp. 47–94.
- Roscoe K.H. The influence of strains in soil mechanics // Geotechnique. 1970. Vol. 20(2). Pp. 129–170.
- Hill R. Acceleration waves in soils // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1962. Vol. 10. Issue 1. Pp. 1–16.
- Rice J.R. The localization of plastic deformation // Theoretical and Applied Mechanics. 1976. Pp. 207–220.
- Higo Y., Oka F., Kodaka T., Kimoto S. Three-dimensional strain localization of water-saturated clay and numerical simulation using an elasto-viscoplastic model //
- Balay J.M., Kerzreho J.P. Assessment of French design method for flexible pavement by mean of the LCPC.s ALT facility. 3rd International Conference APT'08. Madrid, Spain, 1–3 October. 2008. Pp. 1–12.
- Badanin A.N., Bugrov A.K., Krotov A.V. Obosnovaniye pervoy kriticheskoy nagruzki na zemnistuyu sredyu supeschanogo osnovaniya [Justification of the first critical load on the granular medium sandy loam base]. Magazine of Civil Engineering. 2012. No. 9. Pp. 29–34. (rus)
- Kazarnovskiy V.D., Smirnov V.M., Kosarev Yu.I. Opredeleniye raschetnykh znacheniy prochnostnykh kharakteristik peskov s uchedom vozdeystviya povtornykh nagruzok [Determination of the design values of strength characteristics of sand for the effect of repeated loads]. Issledovaniya po mekhanike dorozhnykh odezhd. Moscow. Soyuzdornii. 1985. Pp. 80–92. (rus)
- Petrushin Ye.A. Sdvigoustoychivost glinistykh gruntov v usloviyakh kratkovremennykh mnogokratnykh nagru-zok [Shear stability of clay soils in the conditions of short-term multiple loads]. Trudy Soyuzdornii. Sovershenstvovaniye metodov rascheta i konstruirovaniya dorozhnykh odezhd. Moscow. Soyuzdornii. 1986. Pp. 88–96. (rus)
- Yefimenko V.N., Yefimenko S.V., Badina M.V. Uchet regionalnykh prirodno-klimaticheskikh usloviy pri utochnenii norm proyektirovaniya avtomobilnykh dorog [Taking into account regional climatic conditions in refining the design standards of road]. Science and Engineering for Highways. 2012. No. 1. Pp. 14–17. (rus)
- Yefimenko S.V., Yefimenko V.N., Badina M.V. Nekotoryye voprosy sovershenstvovaniya norm proyektirovaniya dorozhnykh odezhd avtomobilnykh dorog [Some issues of improving design standards of road pavement roads]. Roads and bridges. 2013. Vol. 1(29). Pp. 81–91. (rus)
- Elsworth D. et al. Pore Pressure Response Following Undrained uCPT Sounding in a Dilating Soil. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2006. Vol. 132(11). Pp. 1485–1495.
- Hasan J.U., Frenlund, D.J. Pore pressure parameters for unsaturated soils. Canadian Geotechnical Journal. 1980. Vol. 17. Pp. 395–404.
- Zhang Z. et al. Experimental Investigation on Excess Pore Water Pressure in Soft Soil-Foundations under Minor Shocks. World Academy of Science, Engineering and Technology. 2009. Vol. 3(2). Pp. 457–461.
- Englund J. Analysis of Resilient Behavior of Unbound Materials for the Purpose of Predicting Permanent Deformation Behavior. Ph.D. thesis, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden. 2011. 154 p.
- Werkmeister S. Permanent deformation behaviour of unbound granular materials in pavement constructions. Ph.D. thesis, University of Technology, Dresden, Germany. 2003. 189 p.
- Oka F. Computational modeling of large deformations and failure of geomaterials. XVI ICSMGE. Osaka, 2005. Vol. 1. Pp. 47–94.
- Roscoe K.H. The influence of strains in soil mechanics. Geotechnique. 1970. Vol. 20(2). Pp. 129–170.

Александров А.С., Калинин А.Л. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 1. Учет деформаций в условии пластичности Кулона – Мора



- Philosophical Magazine. 2006. Vol. 86. Pp. 3205–3240.
17. Oka F. [et al.]. Strain localization of rectangular clay specimen under undrained triaxial compression conditions // Proceedings of The 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, September 12–16, Osaka, Japan. Pp. 841–844.
  18. Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis of limit design // Quarterly of applied mechanics. 1952. Vol. 10. №2. Pp. 157–165.
  19. Lade P.V. Elastic-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces // International Journal of Solids and Structures. 1977. Vol. 13. Pp. 1019–1035.
  20. Lade P.V., Duncan, J.M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil // Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE. Vol. 101. №10. 1975. Pp. 1037–1053.
  21. Matsuoka H., Nakai T. Stress-deformation and strength characteristics soil under three different principal stresses // Proceedings Japanese Society Civil Engineering. 1974. Vol. 232. Pp. 59–70.
  22. Matsuoka H., Nakai T. Relationship among Tresca, Mises, Mohr–Coulomb and Matsuoka–Nakai failure criteria // Soils and Foundation. 1985. Vol. 25. №4. Pp. 123–128.
  23. Huang W., Sloan S., Fityus S. Incorporating a predefined limit condition in a hypoplastic model by means of stress transformation // Mechanics of materials. 2008. Vol. 40. Pp. 796–802.
  24. Arnold G.K. Rutting of Granular Pavements. Thesis submitted to The University of Nottingham for the degree of Doctor of Philosophy. 2004. 417 p.
  25. Долгих Г.В. Расчет грунтов земляного полотна по критерию безопасных давлений // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2013. №6(34). С. 43–49.
  26. Калинин А.Л. Применение модифицированных условий пластичности для расчета безопасных давлений на грунты земляного полотна // Инженерно-строительный журнал. 2013. №4. С. 35–45.
  14. Hill R. Acceleration waves in soils. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1962. Vol. 10. Issue 1. Pp. 1–16.
  15. Rice J.R. The localization of plastic deformation. *Theoretical and Applied Mechanics*. 1976. Pp. 207–220.
  16. Higo Y., Oka F., Kodaka T., Kimoto S. Three-dimensional strain localization of water-saturated clay and numerical simulation using an elasto-viscoplastic model. *Philosophical Magazine*. 2006. Vol. 86. Pp. 3205–3240.
  17. Oka F. et al. Strain localization of rectangular clay specimen under undrained triaxial compression conditions. *Proceedings of The 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, September 12–16, Osaka, Japan*. Pp. 841–844.
  18. Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis of limit design. *Quarterly of applied mechanics*. 1952. Vol. 10. No. 2. Pp. 157–165.
  19. Lade P.V. Elastic-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. *International Journal of Solids and Structures*. 1977. Vol. 13. Pp. 1019–1035.
  20. Lade P.V., Duncan, J.M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*. Vol. 101. No. 10. 1975. Pp. 1037–1053.
  21. Matsuoka H., Nakai T. Stress-deformation and strength characteristics soil under three different principal stresses. *Proceedings Japanese Society Civil Engineering*. 1974. Vol. 232. Pp. 59–70.
  22. Matsuoka H., Nakai T. Relationship among Tresca, Mises, Mohr–Coulomb and Matsuoka–Nakai failure criteria. *Soils and Foundation*. 1985. Vol. 25. No. 4. Pp. 123–128.
  23. Huang W., Sloan S., Fityus S. Incorporating a predefined limit condition in a hypoplastic model by means of stress transformation. *Mechanics of materials*. 2008. Vol. 40. Pp. 796–802.
  24. Arnold G.K. *Rutting of Granular Pavements*. Thesis submitted to The University of Nottingham for the degree of Doctor of Philosophy. 2004. 417 p.
  25. Dolgikh G.V. Raschet gruntov zemlyanogo polotna po kriteriyu bezopasnykh davleniy. [Calculation of subgrade soil by criteria of safety pressures]. *Vestnik SibADI*. 2013. Vol. 6(34). Pp. 43–49. (rus)
  26. Kalinin A.L. Primeneniye modifitsirovannykh usloviy plastichnosti dlya rascheta bezopasnykh davleniy na grunty zemlyanogo polotna [Use of the modified conditions of plasticity for calculating sound pressure at the soil subgrade]. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No. 4. Pp. 35–45. (rus)

Анатолий Сергеевич Александров,  
8-913-616-42-12; эл. почта:  
Aleksandrov00@mail.ru

Александр Львович Калинин,  
+7(965)9858572; эл. почта:  
a1exsandr55ne@mail.ru

Anatoliy S. Aleksandrov,  
+7(913)6164212; Aleksandrov00@mail.ru

Alexsandr L. Kalinin,  
+7(965)9858572; a1exsandr55ne@mail.ru

© Александров А.С., Калинин А.Л., 2015