

doi: 10.5862/MCE.60.8

## Диаграммный метод описания процесса нестационарной теплопередачи A diagram method of describing the process of non-stationary heat transfer

**Канд. техн. наук, доцент А.С. Горшков,**  
Санкт-Петербургский политехнический  
университет Петра Великого, г. Санкт-  
Петербург, Россия  
**канд. физ.-мат. наук, профессор П.П.  
Рымкевич,**  
Военно-космическая академия имени  
А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург, Россия

**A.S. Gorshkov,**  
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic  
University, Saint Petersburg, Russia  
**P.P. Rymkevich,**  
Military Space Academy named after  
A.F. Mozhaysky, St. Petersburg, Russia

**Ключевые слова:** здания; строительство;  
отопление; тепловой поток; теплопередача;  
термическое сопротивление;  
теплоустойчивость; энергосбережение;  
энергетическая эффективность

**Key words:** buildings; construction; building  
envelope; heat flow rate; heat transfer; thermal  
resistance; heat resistance; thermal stability;  
energy saving; energy efficiency

**Аннотация.** В реальных условиях эксплуатации режим теплопередачи через наружные ограждения всегда оказывается нестационарным. Однако на практике в большинстве случаев рассматривается стационарный режим теплопередачи, характеризующийся постоянством во времени величины теплового потока и температуры ограждения. При рассмотрении стационарного режима значительно упрощаются уравнения, что делает их практичными при разработке инженерных методик расчета. Задачи нестационарной теплопередачи также находят практическое применение. Однако для решения ряда задач нестационарной теплопроводности и тепловой устойчивости существующие методы и методики имеют ряд существенных неудобств. Авторами предложен метод решения задач нестационарной теплопередачи, основанный на вероятностных методах общей теории переноса. Рассмотрен перенос тепла через плоскую ограждающую конструкцию, состоящую из нескольких последовательно расположенных слоев. Показано, как влияет порядок расположения слоев в составе многослойной ограждающей конструкции на ее теплоустойчивость. Получено уравнение для определения разности средних времен прохождения теплового потока через ограждающую конструкцию при различной последовательности расположения слоев.

**Abstract.** Heat transfer through the exterior building envelope in real operating conditions is always unsteady. However, in practice, in most cases, steady-state heat transfer is discussed, characterized by the time-constant magnitude of the heat flow rate and temperatures. The steady-state heat transfer equations are greatly simplified. This makes it practical for developing engineering calculation methods. Modes of non-stationary heat transfer also find practical application. However, these methods have a number of problems. The authors proposed a method for solving the modes of unsteady heat transfer, based on probabilistic methods of the general theory of transference. The paper considers the heat flow rate through a flat building envelope consisting of several successive layers. We showed how the order of the layers in the composition of the multi-layer building envelope affects its thermal stability. We obtained an equation for determining the difference between the average times of passage of heat flow through the building envelope at various layers of disposition.

### Введение

В реальных условиях эксплуатации наружные ограждающие конструкции неизменно подвергаются температурным, ветровым и влажностным воздействиям климатического, эксплуатационного и технологического происхождения. В результате режим теплопередачи через наружные ограждения всегда оказывается нестационарным [1]. Однако для подавляющего большинства практических задач строительной теплофизики рассматривается стационарный

режим теплопередачи, характеризующийся постоянством во времени величины теплового потока и температуры ограждения [2]. В естественных условиях квазистационарный режим теплопередачи может устанавливаться только в очень короткие временные интервалы. Удобство стационарного режима заключается в том, что при его рассмотрении значительно упрощаются все теплотехнические расчеты, которые находят применение в практике проектирования и расчета наружных ограждающих конструкций.

Задачи нестационарной теплопередачи также находят практическое применение. В частности, они рассматриваются в задачах о нагревании и охлаждении тел, затухании температурных колебаний в ограждениях, в методах расчета теплоустойчивости ограждений, теплоусвоении поверхности полов и некоторых других [1–8]. Но их использование в практических расчетах ограничено.

Методы описания процессов теплопередачи достаточно хорошо известны [1–4]. Тем не менее, для решения ряда задач нестационарной теплопроводности и тепловой устойчивости существующие методы и методики имеют ряд существенных неудобств.

Прежде всего, при наличии нескольких слоев в составе ограждающих конструкций, широко используемых при проектировании в настоящее время, для определения полей температур на каждой границе соответствующего слоя возникает необходимость сращивать решения, что приводит к излишнему усложнению расчетов. При этом непосредственный вклад каждого слоя далеко не очевиден. Имеют место также известные проблемы с заданием граничных условий. Кроме прочего, выводы некоторых формул при решении задач нестационарной теплопередачи настолько масштабны, что их использование для инженерных расчетов затруднительно.

В настоящем исследовании авторами предложен метод решения задач нестационарной теплопередачи, основанный на вероятностных методах общей теории переноса [9–11]. В работе рассмотрен перенос тепла через плоскую ограждающую конструкцию, состоящую из нескольких последовательно расположенных слоев. Таким образом, задача рассмотрена применительно к конструктивным решениям, наиболее распространенным в современных условиях строительства.

Поиск оптимальных решений при рассмотрении задач нестационарной теплопередачи является актуальным при создании инженерных методик расчета теплового режима зданий. Трансмиссионные потери тепла через наружные ограждения современных зданий остаются наиболее существенными в суммарном балансе потерь тепловой энергии на отопление. Таким образом, решение рассматриваемых в работе задач непосредственно связано с энергосбережением и повышением энергетической эффективности эксплуатируемых зданий. Вопросы энергосбережения наиболее полно рассмотрены в работах [12–47], в том числе с учетом нестационарных режимов эксплуатации ограждающих конструкций [48, 49]. Данная работа является продолжением этого ряда исследований.

### Описание метода

Процесс передачи тепла с позиций современной физики можно рассматривать как диффузию аддитивного скалярного свойства – тепловой энергии. Пусть теплоперенос осуществляется вдоль некоторой оси  $Ox$ . Так как тепловая энергия распространяется как по направлению оси  $Ox$ , так и против нее, то в качестве локальной характеристики целесообразно ввести соответствующие плотности токов тепла  $q_{\leftrightarrow}(x,t)$ , которые можно рассматривать как векторы в двумерном пространстве  $\{q_{\rightarrow}; q_{\leftarrow}\}$ . В качестве одной из локальных характеристик среды можно ввести скорость распространения тепла  $c(x)$ , которую в большинстве случаев можно принять за скорость звука.

Очевидно, что плотность тока тепла –  $q(x,t) = q_{\rightarrow}(x,t) - q_{\leftarrow}(x,t)$ . Переносимую часть внутренней энергии можно трактовать как неравновесный фоновый газ, диффундирующий в общем случае по разным механизмам. Плотность переносимой части энергии  $U(x,t) = 1/c \cdot [q_{\rightarrow}(x,t) - q_{\leftarrow}(x,t)]$ . При этом можно принять, что  $U = c_v \rho T$ , где  $c_v$  – удельная теплоемкость,  $\rho$  – локальная плотность среды,  $T(x,t)$  – искомое поле температур ( $dU = c_v \rho dT$ ).

С общих позиций теории переноса распространение данного аддитивного свойства определяется не только им самим, но и свойствами одномерного пространства, которое будем называть средой. Характеристики среды могут как определяться распределением других свойств, например, влагопереноса, механических нагрузок и т. д., так и зависеть от распределения самого изучаемого свойства (тепловой энергии) – в общем случае нелинейно.

Рассмотрим отрезок оси  $Ox - [x_1; x_2]$ , который будем называть слоем среды. Положим, что на слой  $[x_1; x_2]$  «падает» ток  $q_0(x_1 - 0, t)$ . Сначала рассмотрим случай, когда  $q_0 = \delta(t' - t)$ , где  $t'$  – текущее время,  $t$  – фиксированный момент времени. Введем следующие характеристики слоя среды:

- коэффициент прохождения  $\Lambda(t, x_1 | x_2, \tau) = q_{\rightarrow}(x_2 - 0, t + \tau)$  – плотность тока тепла, прошедшего слой  $(x_1; x_2)$  за время  $\tau$ ; при этом будем считать, что за границами слоя  $[x_1; x_2]$  стоят полностью поглощающие тепло экраны;
- коэффициент отражения  $P(t, x_1 | x_2, \tau) = q_{\leftarrow}(x_1 + 0, t + \tau)$  – плотность тока тепла, отразившегося от слоя  $(x_1; x_2)$  за время  $\tau$ ; то есть первое отражение без пересечения границ  $x = x_1$  и  $x = x_2$  ранее;
- коэффициент поглощения  $R(t, x_1 | x_2, \tau)$  – ток тепла, поглощающийся (рождающийся) в слое  $(x_1; x_2)$  в момент  $(t + \tau)$ .

Введенные коэффициенты и сами токи  $q_{\leftrightarrow}$  будем считать комплексными числами (в многоканальной теории коэффициенты  $\Lambda, P, R$  будут представлять собой квадратные матрицы). Введенный выше коэффициент поглощения  $R$  не означает, что в среде имеются постоянно действующие источники (стоки) тепла – под этим понятием будем подразумевать образование тепловой энергии  $U$  в момент  $t > t_0$ , если до этого оно отсутствовало, а промежуток полностью ограничен экранами. Введение свойств поглощающего, отражающего, полупрозрачного экранов имеют простой смысл и служат лишь способом наглядного описания.

Все сказанное выше будем изображать диаграммой (рис. 1).

Все коэффициенты (распределения)  $\Lambda, P, R$  полагаются равными нулю для  $\tau < 0$  (принцип причинности). Для распределений  $\Lambda, P, R$  можно составить рекуррентные соотношения – аналог уравнений Колмогорова – Смолуховского – Чепмена.

В самом общем случае на языке кольца  $R_{\otimes}$  [4] эти соотношения имеют вид:

$$\begin{aligned} \Lambda(x_1 | x_3) &= \Lambda(x_1 | x_2) \otimes [\delta - P(x_2 | x_3) \otimes P(x_2 | x_1)]^{\otimes -1} \otimes \Lambda(x_2 | x_3), \\ P(x_1 | x_3) &= P(x_1 | x_2) + \Lambda(x_1 | x_2) \otimes [\delta - P(x_2 | x_3) \otimes P(x_2 | x_1)]^{\otimes -1} \otimes P(x_2 | x_3) \otimes \Lambda(x_2 | x_1), \\ R(x_1 | x_3) &= R(x_1 | x_2) + \Lambda(x_1 | x_2) \otimes [\delta - P(x_2 | x_3) \otimes P(x_2 | x_1)]^{\otimes -1} \otimes \\ &\otimes [P(x_2 | x_3) \otimes R(x_2 | x_1) + R(x_2 | x_3)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Далее везде, где это не будет вызывать недоразумений, переменные  $t$  и  $\tau$  ( $S$  и  $t$ ) будут опущены.

На диаграммах представленные выше соотношения показаны на рисунке 2.

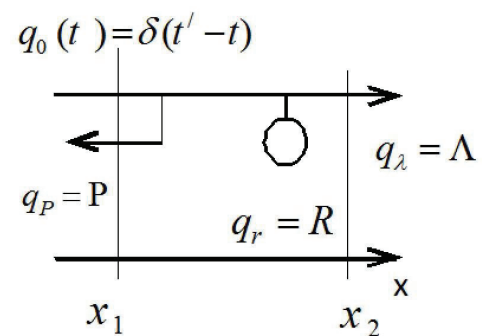


Рисунок 1. Характеристики слоя среды

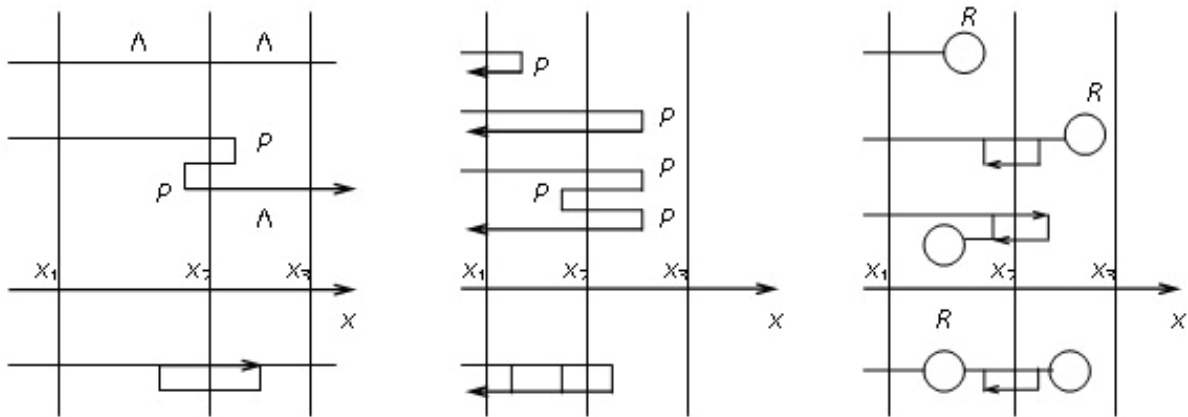



Рисунок 2. Диаграммное представление соотношения (1)

Символ  на рисунке 2 означает многократное пересечение мысленной границы  $x = x_2$  и учитывается в уравнении (1) множителем  $[\delta - P(x_2 | x_3) \bar{\otimes} P(x_2 | x_1)]^{\bar{\otimes}-1}$ , определяемым соответствующим рядом.

Математический аппарат основан на некоммутативном умножении и более подробно представлен в [4]. Для пояснения введенных символов рассмотрим множество функций  $C_{t,\tau}$  двух действительных переменных  $t$  и  $\tau$ , определенных и кусочно-непрерывных для  $\tau \geq 0$  и аналитических по переменной  $t \in (-\infty; +\infty)$ . Пусть  $a(t, \tau), b(t, \tau), c(t, \tau) \in C_{t,\tau}$ . Определим произведение функций так:

$$c(t, \tau) = a(t, \tau) \bar{\otimes} b(t, \tau) \stackrel{Def}{=} \int_0^\tau a(t, \tau_1) b(t + \tau_1, \tau - \tau_1) d\tau_1. \quad (2)$$

Обозначим  $R_{\bar{\otimes}}$  кольцо функций  $C_{t,\tau}$  с естественным определенным сложением и умножением в смысле (2).

Рассмотрим упорядоченную последовательность функций  $a, b, c, \dots \in R_{\bar{\otimes}}$ . В некоторых задачах  $a(t, \tau)$  можно интерпретировать как функцию распределения некоего события  $A$ , начавшегося в момент времени  $t$  и распределенного по длительности события  $\tau \geq 0$ . В этом случае указанную выше последовательность функций будем называть процессом, состоящим из последовательного выполнения событий  $A, B, C, \dots$ . Необходимость использования кольца  $R_{\bar{\otimes}}$  означает, что большинство окружающих нас явлений природы есть некоторые упорядоченные цепи тех или иных событий.

В простейшем случае, если  $a, b, c, \dots$  не зависят явно от переменной  $t$ , – например, времени начала события – то интеграл (2) представляет собой обычную свертку функций (умножение в смысле Мукусинского), то есть  $c(\tau) = a(\tau) * b(\tau)$ . Таким образом,  $R_* \subset R_{\bar{\otimes}}$ . Для описания конкретных процессов удобнее использовать не само кольцо  $R_{\bar{\otimes}}$ , а кольцо  $R_{\otimes}$ . Изоморфизм между кольцами  $R_{\bar{\otimes}}$  и  $R_{\otimes}$  устанавливается с помощью преобразования Лапласа:

$$A(t, S) = \int_0^\infty a(t, \tau) e^{-S\tau} d\tau,$$

где  $A(t, S)$  – аналитическая функция по обоим переменным (действительной  $t$  и комплексной  $S$ ).

Определим произведение функций  $A(t, S) \otimes B(t, S) = C(t, S)$ ;  $A, B, C \in R_{\otimes}$ , описывающих мультипликативную полугруппу кольца  $R_{\otimes}$ , так:

$$C(t, S) \stackrel{Def}{=} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \frac{\partial^n A(t, S)}{\partial S^n} \cdot \frac{\partial^n B(t, S)}{\partial t^n} = A(t, S) \otimes B(t, S). \quad (3)$$

Ассоциативность кольца  $R_{\otimes}$  следует из ассоциативности кольца  $R_{\otimes}$ . Умножение в смысле (3) связано со сложением законами дистрибутивности.  $R_{\otimes}$  – кольцо с единицей, причем его единицей является функция  $E(t, s) \equiv 1$ .

Физический смысл уравнений (1) рассмотрим на примере первого уравнения этой системы. Событие – прохождение носителя тепла (фонана) через слой  $[x_1; x_3]$  – возможно только при пересечении мысленной границы  $x = x_2$  нечетное число раз. Иными словами, согласно теоремам о сложении и умножении вероятностей для распределений, имеем:

$$\begin{aligned} \Lambda(t, x_1 | x_2, \tau) &= \int_0^{\tau} \Lambda(t, x_1 | x_2, \tau_1) \cdot \Lambda(t + \tau_1, x_2 | x_3, \tau - \tau_1) d\tau_1 + \\ &+ \Lambda(x_1 | x_2) \otimes \bar{P}(x_2 | x_3) \otimes \bar{P}(x_2 | x_1) \otimes \Lambda(x_2 | x_3) + \dots = \\ &= \Lambda(x_1 | x_2) \otimes [\delta - \bar{P}(x_2 | x_3) \otimes \bar{P}(x_2 | x_1)]^{\otimes -1} \otimes \Lambda(x_2 | x_3). \end{aligned}$$

Вместо распределений  $\Lambda, P, R$  целесообразно сразу использовать их Лаплас-образы (Фурье-образы), а именно  $\bar{\Lambda}, \bar{P}, \bar{R}$ . При этом вместо символа  $\otimes$  необходимо использовать умножение  $\otimes$  в смысле (3). Переход от одних колец к другим в теории переноса формулируется в виде «нестационарного принципа».

Суть его сводится к следующему. Пусть некоторая аддитивная величина  $M$ , не имеющая структуры, описывается коэффициентами  $\bar{\Lambda}, \bar{P}, \bar{R}$ , а со структурой – аналогичными элементами  $\tilde{\Lambda}, \tilde{P}, \tilde{R}$ , при этом  $\tilde{\Lambda}, \tilde{P}, \tilde{R}$  принадлежат более сложному кольцу  $R_{\circ}$ . Тогда переход от описания распространения свойства  $M$  к описанию распространения свойства  $\tilde{M}$  сводится к замене операции  $\otimes$  на операцию умножения  $\circ$  и замене 1 на единицу кольца  $R_{\circ}$  без изменения вида уравнений. Иными словами, и для многоканального случая справедлива система (1) с соответствующей заменой символов. Соответственно, в общем случае система (1) примет вид:

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}(x_1, t | x_3, S) &= \bar{\Lambda}(x_1 | x_2) \otimes [I - \bar{P}(x_2 | x_3) \otimes \bar{P}(x_2 | x_1)]^{\otimes -1} \otimes \tilde{\Lambda}(x_2 | x_3) \\ \bar{P}(x_1, t | x_3, S) &= \bar{P}(x_1 | x_2) + \bar{\Lambda}(x_1 | x_2) \otimes [I - \bar{P}(x_2 | x_3) \otimes \bar{P}(x_2 | x_1)]^{\otimes -1} \otimes \bar{P}(x_2 | x_3) \otimes \Lambda(x_2 | x_1) \\ \bar{R}(x_1, t | x_3, S) &= \bar{R}(x_1 | x_2) + \bar{\Lambda}(x_1 | x_2) \otimes [I - \bar{P}(x_2 | x_3) \otimes \bar{P}(x_2 | x_1)]^{\otimes -1} \otimes \\ &\otimes [\bar{P}(x_2 | x_3) \otimes \bar{R}(x_2 | x_1) + \bar{R}(x_2 | x_3)] \end{aligned} \quad (4)$$

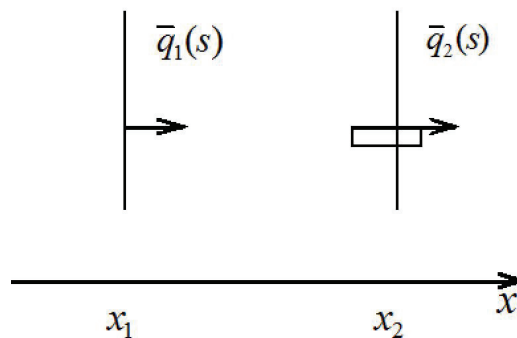
Соотношения (4) позволяют последовательно определить свойства системы слоев, зная свойства каждого слоя, то есть дают конструктивный путь решения задач переноса тепла.

Некоммутативность колец  $R_{\otimes}$  и  $R_{\circ}$  существенна для сильно нестационарных процессов, когда за среднее время прохождения тепла меняются свойства среды, то есть «блуждающий» фонон каждый раз попадает в новую среду. Если же все коэффициенты не зависят от времени  $t$  явно или этой зависимостью можно пренебречь, то умножение « $\otimes$ » представляет собой обычное умножение, то есть

$$\begin{aligned}\bar{\Lambda}(x_1|x_3, S) &= \frac{\bar{\Lambda}(x_1|x_2) \bar{\Lambda}(x_2|x_3)}{1 - \bar{P}(x_2|x_3) \bar{P}(x_2|x_1)} \\ \bar{P}(x_1|x_3, S) &= \bar{P}(x_1|x_2) + \frac{\bar{\Lambda}(x_1|x_2) \bar{\Lambda}(x_2|x_1) \bar{P}(x_2|x_3)}{1 - \bar{P}(x_2|x_3) \bar{P}(x_2|x_1)} \\ \bar{R}(x_1|x_3, S) &= \bar{R}(x_1|x_2) + \frac{\bar{\Lambda}(x_1|x_2) [\bar{P}(x_2|x_3) \bar{R}(x_2|x_1) + \bar{R}(x_2|x_3)]}{1 - \bar{P}(x_2|x_3) \bar{P}(x_2|x_1)}\end{aligned}\quad (5)$$

Некоммутативность существенна и в тех случаях, когда среда неоднородна, или в ее слое имеются включения. В этом случае надо ввести понятие канала распространения, и все коэффициенты  $\bar{\Lambda}, \bar{P}, \bar{R}$  представляют собой квадратные матрицы. В реальности закон Фурье является достаточно приближенным и хорошо выполняется только для стационарного случая. Это объясняется тем, что передача тепла даже в однородной среде идет не по одному механизму – существуют также внутренние каналы передачи тепла [4]. Для большинства инженерных расчетов все эти «тонкости» могут не учитываться, и допустимо пользоваться соотношениями (5).

Диаграммный метод позволяет установить корреляции между плотностями энергии, то есть температурой, и токами тепла в различных точках пространства. Рассмотрим двухточечное тождество для потоков тепла. Пусть при  $x = x_1$  известны токи тепла  $q_{1\leftrightarrow}(S)$ . Определим их в произвольной точке  $x_2$  (для определенности положим  $x_2 > x_1$ , см. рис. 3).



**Рисунок 3. Диаграмма для определения токов тепла в произвольной точке**

Используя метод диаграмм, сразу получим:

$$\begin{aligned}\bar{q}_{\rightarrow}(x_2 | S) &= [\bar{q}_{1\rightarrow} + \bar{q}_{1\leftarrow} \otimes \bar{P}(x_1 | -\infty)] \otimes [I - \bar{P}(x_1 | +\infty) \otimes \bar{P}(x_1 | -\infty)]^{\otimes -1} \otimes \\ &\otimes \bar{\Lambda}(x_1 | x_2) \otimes [I - \bar{P}(x_2 | +\infty) \otimes \bar{P}(x_2 | x_1)]^{\otimes -1}, \\ \bar{q}_{\leftarrow}(x_2 | S) &= \bar{q}_{\rightarrow}(x_2 | S) \otimes \bar{P}(x_2 | +\infty).\end{aligned}\quad (6)$$

Аналогично несложно выразить токи  $q_1$  через  $q_2$ . В частности, при  $x_2 = x_1 = x$  получим верное тождество, связывающее  $\bar{\Lambda}$  и  $\bar{P}$  между собой. В общем случае, разбивая некоторый слой различными способами, можно получить полезные результаты, иногда значительно упрощающие решения конкретных задач. Таким образом, токи свойства в одной точке одномерного пространства полностью определяют токи свойства и для всех остальных точек. Метод учета многократного пересечения границ можно обобщить и на трехмерный случай [4].

Для непрерывного пространства целесообразно рассмотреть бесконечно тонкий слой  $dx$ . Поскольку  $\bar{\Lambda}(x|x) \equiv 1, \bar{P}(x|x) = \bar{R}(x|x) \equiv 0$ , если нет сингулярностей (имеющиеся сингулярности будем называть экранами). Разлагая  $\bar{P}(x|x \pm dx)$  и  $\bar{R}(x|x \pm dx)$   $dx > 0$  в ряд и оставляя первые члены разложения, будем иметь:

$$\begin{aligned}\bar{P}(x | x \pm dx) &= a(x, t) dx + 0(dx) \\ \bar{R}(x | x \pm dx) &= \chi(x, t) dx + 0(dx)\end{aligned}$$

где  $a(x, t)$  и  $\chi(x, t)$  будем называть показателями отражения и поглощения соответственно.

Таким образом,  $a$  и  $\chi$  – суть локальные характеристики среды по отношению к распространению тепла.

Введем понятие среднего времени прохождения тепла слоем  $\Delta x$  так:

$$t_{\lambda}(\Delta x) \stackrel{Def}{=} - \frac{\partial}{\partial S} [\ln \bar{\Lambda}(x | x + \Delta x)] \Big|_{S=0}. \quad (7)$$

Иногда удобно пользоваться и соответствующими средними временами отражения и поглощения, определенными аналогичным образом:

$$t_p(\Delta x) = - \frac{\partial}{\partial S} \ln[\bar{P}(x | x + \Delta x)] \Big|_{S=0}, \quad (8)$$

$$t_r(\Delta x) = - \frac{\partial}{\partial S} \ln[\bar{R}(x | x + \Delta x)] \Big|_{S=0}.$$

Скоростью свойства  $M$  в точке  $x$  в момент времени  $t$  в направлении оси  $Ox$  будем называть предел средней скорости, если он существует, при толщине слоя  $\Delta x \rightarrow 0$ .

$$c(t, x) \stackrel{Def}{=} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{t_{\lambda}(\Delta x)} = - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Lambda'_{S=0}(t, x | x + \Delta x, S)}. \quad (9)$$

В силу этого,

$$\bar{\Lambda}(t, x | x + dx, S) = 1 - \left[ \frac{S}{c(x, t)} + a(x, t) + \chi(x, t) \right] dx. \quad (10)$$

Величину  $\theta(x, t) = a(x, t) + \chi(x, t)$  будем называть показателем диссипации. Этот результат справедлив и для многоканального случая,  $l$  в этом случае – единица соответствующей алгебры.

Остановимся на введенном понятии скорости. Обратим внимание, что для многоканального свойства существует  $2N$  скоростей, где  $N$  – число каналов распространения. При этом понятие скорости отличается от аналогичного понятия классической механики: рассматривается не скорость перемещения материальной точки, а средняя скорость прохождения между двумя фиксированными точками.

Аналогично понятию скорости можно ввести понятие ускорения прохождения теплом слоя  $\Delta x$ . Среднее ускорение определим по аналогии со скоростью так:

$$\langle w(t, \Delta x) \rangle \stackrel{Def}{=} \frac{c(x + \Delta x, t) - c(x, t)}{t_{\lambda}(\Delta x)} = \frac{c(x + \Delta x, t) - c(x, t)}{\Delta x} \cdot \langle v(t, x) \rangle. \quad (11)$$

Ускорением передачи тепла в точке  $x$  в направлении оси  $Ox$  в момент времени  $t$  будем называть предел среднего ускорения, если он существует, при толщине слоя  $\Delta x \rightarrow 0$ .

$$w(x, t) = c(t, x) \cdot \frac{\partial c(t, x)}{\Delta x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} c^2(t, x). \quad (12)$$

Введенные понятия скорости и ускорения позволяют приближенно оценивать температурные поля, используя механическую аналогию.

Для случая непрерывного пространства в уравнении (4) целесообразно перейти к бесконечно тонкому слою, то есть получить локальные уравнения для коэффициентов  $\bar{\Lambda}, \bar{P}, \bar{R}$ . Сделав предельный переход, получим:

$$\begin{aligned}
\bar{\Lambda}'_{x_1}(x_1|x_2) &= [S(x_1, t) - \bar{P}(x_1|x_2) \otimes a(x_1, t)] \otimes \bar{\Lambda}(x_1|x_2), \\
\bar{\Lambda}'_{x_2}(x_1|x_2) &= \bar{\Lambda}(x_1|x_2) \otimes [a(x_2, t) \otimes \bar{P}(x_2|x_1) - S(x_2, t)], \\
\bar{\Lambda}'_{x_1}(x_2|x_1) &= \bar{\Lambda}(x_2|x_1) \otimes [S'(x_1, t) - a(x_1, t) \otimes \bar{P}(x_1|x_2)], \\
\bar{\Lambda}'_{x_2}(x_2|x_1) &= [\bar{P}(x_2|x_1) \otimes a(x_2, t) - S(x_2, t)] \otimes \bar{\Lambda}(x_2|x_1), \\
\bar{P}'_{x_1}(x_1|x_2) &= [S(x_1, t) \otimes \bar{P}(x_1|x_2) + \bar{P}(x_1|x_2) \otimes S(x_1, t)] - a(x_1, t) - \\
&\quad - P(x_1|x_2) \otimes a(x_1, t) \otimes \bar{P}(x_1|x_2), \\
\bar{P}'_{x_2}(x_1|x_2) &= \bar{\Lambda}(x_1|x_2) \otimes a(x_2, t) \otimes \bar{\Lambda}(x_2|x_1), \\
\bar{P}'_{x_1}(x_2|x_1) &= -\bar{\Lambda}(x_2|x_1) \otimes a(x_1, t) \otimes \bar{\Lambda}(x_1|x_2), \\
\bar{P}'_{x_2}(x_2|x_1) &= a(x_2, t) + \bar{P}(x_2|x_1) \otimes a(x_2, t) \otimes \bar{P}(x_2|x_1) - \\
&\quad - [\bar{P}(x_1|x_2) \otimes S(x_2, t) + S(x_2, t) \otimes \bar{P}(x_2|x_1)], \\
\bar{R}'_{x_1}(x_1|x_2) &= [S(x_1, t) - \bar{P}(x_1|x_2) \otimes a(x_1, t)] \otimes \bar{R}(x_1|x_2) - \\
&\quad - P(x_1|x_2) \otimes \chi(x_1, t) - \chi(x_1, t), \\
\bar{R}'_{x_2}(x_1|x_2) &= \bar{\Lambda}(x_1|x_2) \otimes [a(x_2, t) \otimes \bar{R}(x_2|x_1) + \chi(x_2, t)], \\
\bar{R}'_{x_1}(x_2|x_1) &= -\bar{\Lambda}(x_2|x_1) \otimes [a(x_1, t) \otimes \bar{R}(x_1|x_2) + \chi(x_1, t)], \\
\bar{R}'_{x_2}(x_2|x_1) &= \chi(x_2, t) + \bar{P}(x_2|x_1) \otimes \chi(x_2, t) - \\
&\quad - [S(x_2, t) - \bar{P}(x_2|x_1) \otimes a(x_2, t)] \otimes \bar{R}(x_2|x_1), \\
&\quad x_2 \geq x_1.
\end{aligned} \tag{13}$$

С граничными условиями вида:

$$\begin{aligned}
\bar{P}(x_1|x_1) &= \bar{P}(x_2|x_2) = 0, \\
\bar{R}(x_1|x_1) &= \bar{R}(x_2|x_2) = 0, \\
\bar{\Lambda}(x_1|x_1) &= \bar{\Lambda}(x_2|x_2) = I.
\end{aligned} \tag{14}$$

Система уравнений (13) полностью определяет коэффициенты  $\bar{\Lambda}, \bar{P}, \bar{R}$ , если известны локальные свойства среды. Из системы (13) видно, что  $\bar{R}$  и  $\bar{\Lambda}$  легко выражаются через  $\bar{P}$ . Само же  $\bar{P}(x_1|x_2)$  определяется из пятого и восьмого уравнений соответственно.

Для однородной симметричной среды в одноканальном случае  $\bar{\Lambda}, \bar{P}, \bar{R}$  имеют простой вид:

$$\begin{aligned}
\bar{\Lambda}(z, S) &= \frac{2\mu(S - \mu)e^{-\mu z}}{a^2 - (S - \mu)^2 e^{-2\mu z}}, \\
\bar{P}(z, S) &= \frac{a(S - \mu)[1 - e^{-2\mu z}]}{a^2 - (S - \mu)^2 e^{-2\mu z}}, \\
\bar{R}(z, S) &= \frac{\sqrt{2}\chi\sqrt{S - \mu}}{\sqrt{S - a}} \cdot \frac{[1 - e^{-\mu z}]}{[a + (S - \mu)e^{-\mu z}]}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Здесь введены обозначения:  $z = x_2 - x_1$ ,  $\mu = \sqrt{S^2 - a^2}$ .

В отсутствие поглощения ( $\chi = 0$ ) стационарные прозрачность и коэффициент отражения тепла имеют вид:

Gorshkov A.S., Rymkevich P.P. A diagram method of describing the process of non-stationary heat transfer



$$\lambda(z) = \lim_{s \rightarrow 0} \bar{\Lambda}(z) = \frac{1}{1+az}$$

$$p(z) = \lim_{s \rightarrow 0} \bar{P}(z) = \frac{az}{1+az}$$
(16)

Очевидно, что  $\lambda(z) + p(z) = 1$ .

На практике  $az \gg 1$ , за исключением нанослоев. Откуда

$$\lambda(z) = \frac{1}{az} = \frac{c}{2a} \frac{\lambda}{cz} = \frac{2a_T}{cz} = \frac{2\lambda}{cC\rho z} = \frac{2}{cC\rho R},$$
(17)

где  $\lambda = c_v \rho \frac{c}{2a}$  – теплопроводность среды;

$a_T = \frac{\lambda}{c_v \rho} = \frac{c}{2a}$  – коэффициент диффузии тепла (коэффициент температуропроводности);

$C$  – теплоемкость;

$\rho$  – локальная плотность среды;

$R$  – термическое сопротивление слоя среды.

Из системы (13) и (6) для одноканального случая распространения тепла следует:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial q_{\rightarrow}}{\partial t} + \frac{\partial q_{\rightarrow}}{\partial x} + q_{\rightarrow} \Theta(t, x) - q_{\leftarrow} a(t, x) = 0$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial q_{\leftarrow}}{\partial t} - \frac{\partial q_{\leftarrow}}{\partial x} + q_{\leftarrow} \Theta(t, x) - q_{\rightarrow} a(t, x) = 0$$
(18)

Нетрудно убедиться, что уравнения (18) представляют собой уравнения непрерывности для одноканальных токов  $q_{\leftrightarrow}(x, t)$ . Иными словами, скорость изменения плотности энергии определяется токовым слагаемым  $\partial q_{\rightarrow} / \partial x$ , количеством ушедшей энергии  $\Theta q_{\rightarrow}$  за счет релаксации и поглощения (возможные фазовые переходы и химические реакции) и энергии, пришедшей за счет рассеяния тока  $q_{\leftarrow}$ . Аналогично трактуется и второе уравнение. Этот результат следовало ожидать с самого начала исследования, так как только из аддитивного свойства энергии ничего иного кроме уравнения баланса не получить. Складывая и вычитая почленно уравнения (18) в отсутствие поглощения получим уравнения в более привычном виде:

$$c_v \rho \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial q}{\partial t} + c c_v \rho \frac{\partial T}{\partial x} + 2aq = 0$$
(19)

Здесь  $\tau = \frac{1}{2ac} = \frac{a_T}{c^2}$  – время релаксации.

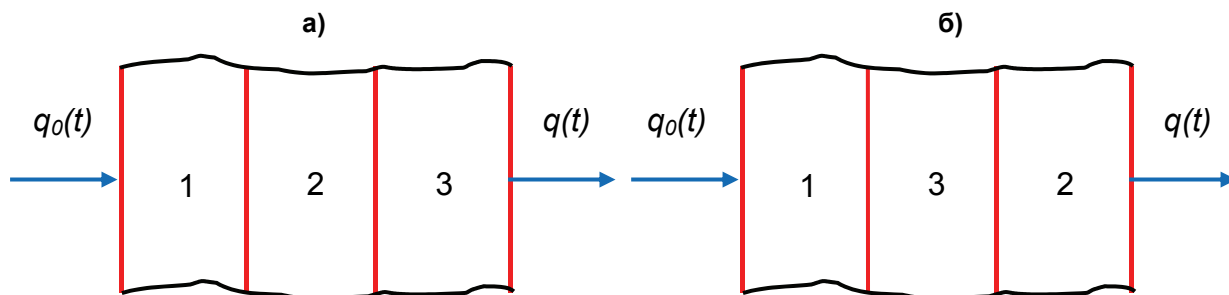
Переход на трехмерный случай можно произвести, рассматривая задачу как многоканальную (3 канала распространения тепла). Данный подход приводит к гиперболическому уравнению теплопроводности, то есть к закону Фурье с учетом запаздывания.

$$\begin{aligned}\tau \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{q} &= -\lambda \bar{\nabla} T \\ c_v \rho \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{q} &= 0 \\ \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial t} &= \operatorname{div} [a_T \operatorname{grad} T]\end{aligned}\quad (20)$$

В реальных процессах время релаксации мало, поэтому обычно его можно положить в конечных формулах равным нулю.

### Практическое применение метода

В качестве примера практического использования предложенного метода расчета рассмотрим прохождение нестационарного теплового потока через многослойную конструкцию, состоящую из трех последовательно расположенных слоев (рис. 4). В рамках данного примера абстрагируемся от конкретных геометрических и теплотехнических характеристик рассматриваемых слоев. Расположим слои в различной последовательности, например 1–2–3 и 1–3–2 (рис. 4а, 4б), и рассмотрим влияние порядка расположения слоев на теплоустойчивость наружного ограждения.



**Рисунок 4. Схематическое изображение наружной ограждающей конструкции при расположении слоев в последовательности 1–2–3 (а) и 1–3–2 (б)**

Понятно, что сопротивление теплопередаче многослойной ограждающей конструкции не зависит от порядка расположения слоев. Однако нельзя сделать аналогичный вывод применительно к теплоустойчивости рассматриваемого ограждения.

В качестве основной расчетной характеристики примем среднее время прохождения теплового потока через слои в последовательности 1–2–3 ( $t_\lambda(123)$ ) и 1–3–2 ( $t_\lambda(132)$ ). Воспользуемся соотношением (5) и определим для рассматриваемых случаев соответствующие коэффициенты прохождения –  $\bar{\Lambda}(123)$ ,  $\bar{\Lambda}(132)$ . Имеем для последовательности 1–2–3:

$$\begin{aligned}\bar{\Lambda}(123) &= \frac{\bar{\Lambda}(1)\bar{\Lambda}(2,3)}{1-\bar{P}(1)\bar{P}(2,3)} = \frac{\bar{\Lambda}(1)\bar{\Lambda}(2)\bar{\Lambda}(3)}{\left[1-\bar{P}(2)\bar{P}(3)\right] \left\{1-\bar{P}(1)\left[\bar{P}(2)+\frac{\bar{P}(3)\bar{\Lambda}^2(2)}{\bar{P}(2)\bar{P}(3)}\right]\right\}} = \\ &= \frac{\bar{\Lambda}(1)\bar{\Lambda}(2)\bar{\Lambda}(3)}{1-\bar{P}(2)\bar{P}(3)-\bar{P}(1)\bar{P}(2)+\bar{P}(1)\bar{P}^2(2)\bar{P}(3)-\bar{P}(1)\bar{P}(3)\bar{\Lambda}^2(2)}.\end{aligned}\quad (21)$$

Аналогично для последовательности 1–3–2 получим:

$$\bar{\Lambda}(132) = \frac{\bar{\Lambda}(1)\bar{\Lambda}(2)\bar{\Lambda}(3)}{1-\bar{P}(2)\bar{P}(3)-\bar{P}(1)\bar{P}(3)+\bar{P}(1)\bar{P}^2(3)\bar{P}(2)-\bar{P}(1)\bar{P}(2)\bar{\Lambda}^2(3)}.\quad (22)$$

Для того чтобы воспользоваться соотношениями (21) и (22), введем дополнительное тождество. С этой целью рассмотрим систему уравнений (13).

Для однородного слоя толщиной  $z$  второе и шестое уравнение системы (13) имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\Lambda}(z)}{dz} &= a\bar{\Lambda}(z)[\bar{P}(z) - \tilde{S}]; \\ \frac{d\bar{P}(z)}{dz} &= a\bar{\Lambda}^2(z). \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь  $\tilde{S} = \frac{S}{a} = \frac{S}{ac} + 1$ ,  $S = \frac{S}{c} + a$ .

Откуда для однородного слоя следует:

$$\frac{d\bar{\Lambda}}{d\bar{P}} = \frac{\bar{P} - \tilde{S}}{\bar{\Lambda}}. \quad (24)$$

Отсюда с учетом граничных условий (14) следует тождество:

$$\bar{\Lambda}^2(z) - \bar{P}^2(z) = 1 - 2\tilde{S}\bar{P}(z). \quad (25)$$

Введем величину  $\rho = \frac{\bar{\Lambda}(123)}{\bar{\Lambda}(132)}$ . Тогда с учетом тождества (25) получим:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\left[ 1 - \bar{P}(2)\bar{P}(3) - \bar{P}(1)\bar{P}(3) + \bar{P}(1)\bar{P}(2)(2\tilde{S}_3\bar{P}(3) - 1) \right]}{\left[ 1 - \bar{P}(2)\bar{P}(3) - \bar{P}(1)\bar{P}(2) + \bar{P}(1)\bar{P}(3)(2\tilde{S}_2\bar{P}(2) - 1) \right]} = \\ &= \frac{\left[ 1 - \bar{P}(2)\bar{P}(3) - \bar{P}(1)\bar{P}(3) - \bar{P}(1)\bar{P}(2) \right] + 2\tilde{S}_3\bar{P}(1)\bar{P}(2)\bar{P}(3)}{\left[ 1 - \bar{P}(2)\bar{P}(3) - \bar{P}(1)\bar{P}(3) - \bar{P}(1)\bar{P}(2) \right] + 2\tilde{S}_2\bar{P}(1)\bar{P}(2)\bar{P}(3)}. \end{aligned} \quad (26)$$

В стационарном случае при  $S' \rightarrow 0$ , то есть при  $\tilde{S}_2 = \tilde{S}_3 = 1$ , следует, что  $\rho \equiv 1$ . Последнее означает, что термические сопротивления последовательностей слоев равны:  $R_{123} = R_{132}$ , чего и следовало ожидать.

Определим разность средних времен прохождения теплового потока через слои 1–2–3 и 1–3–2. Для этого воспользуемся соотношением (7). Получим:

$$\tau = t_{\lambda}(123) - t_{\lambda}(132) = -\frac{\partial}{\partial S} \Big|_{S=0} \left[ \ln \bar{\Lambda}(123) - \ln \bar{\Lambda}(132) \right] = -\frac{\partial}{\partial S} \Big|_{S=0} \rho. \quad (27)$$

Тогда с учетом выражения (16):

$$\tau = \frac{2\bar{P}(1)\bar{P}(2)\bar{P}(3) \left[ \frac{1}{a_3 c_3} - \frac{1}{a_2 c_2} \right]}{\left[ 1 - \bar{P}(2)\bar{P}(3) - \bar{P}(1)\bar{P}(2) - \bar{P}(1)\bar{P}(3) + 2\bar{P}(1)\bar{P}(2)\bar{P}(3) \right]}. \quad (28)$$

Так как в стационарном случае, в отсутствие внешних источников и стоков  $\lambda(z) + p(z) = 1$ , то с учетом выражения (16) имеем:

$$\tau = \frac{2(a_1 z_1)(a_2 z_2)(a_3 z_3) \left[ \frac{1}{a_3 c_3} - \frac{1}{a_2 c_2} \right]}{1 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + a_3 z_3}, \quad (29)$$

где  $a_1, a_2, a_3$  – показатели отражения;

$z_1, z_2, z_3$  – толщины слоев 1, 2 и 3 соответственно.

Для слоя толщиной  $z$  термическое сопротивление равно:

$$R = \frac{z}{\lambda} = \frac{2az}{cC\rho}, \quad (30)$$

где  $\lambda$  – теплопроводность;

$c$  – скорость звука;

$C, \rho$  – то же, что и в уравнении (17).

Тогда с учетом соотношения (30) выражение (29) можно переписать следующим образом:

$$\tau = \frac{\left[ \frac{C_1 \rho_1 c_1}{2} R_1 \right] \left[ \frac{C_2 \rho_2 c_2}{2} R_2 \right] \left[ \frac{C_3 \rho_3 c_3}{2} R_3 \right] \left[ \frac{\lambda_3}{C_3 \rho_3 c_3^2} - \frac{\lambda_2}{C_2 \rho_2 c_2^2} \right]}{\frac{C_1 \rho_1 c_1}{2} R_1 + \frac{C_2 \rho_2 c_2}{2} R_2 + \frac{C_3 \rho_3 c_3}{2} R_3} = \frac{R_2 R_3 \left[ \lambda_3 \rho_2 C_2 \frac{c_2}{c_3} - \lambda_2 \rho_3 C_3 \frac{c_3}{c_2} \right]}{4 \left[ 1 + \frac{C_2 \rho_2 c_2}{C_1 \rho_1 c_1} \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_3 \rho_3 c_3}{C_1 \rho_1 c_1} \frac{R_3}{R_1} \right]}. \quad (31)$$

## Заклучение

В реальных условиях эксплуатации режим теплопередачи через наружные ограждения всегда оказывается нестационарным. Однако на практике в большинстве случаев рассматривается стационарный режим теплопередачи, характеризующийся постоянством во времени величины теплового потока и температуры ограждения. При рассмотрении стационарного режима теплопередачи значительно упрощаются уравнения, что делает их практичными при разработке инженерных методик расчета.

Задачи нестационарной теплопередачи также находят практическое применение. Однако для решения ряда задач нестационарной теплопроводности и тепловой устойчивости существующие методы и методики имеют ряд существенных неудобств.

Авторами предложен метод решения задач нестационарной теплопередачи, основанный на вероятностных методах общей теории переноса. В работе рассмотрен перенос тепла через плоскую ограждающую конструкцию, состоящую из нескольких последовательно расположенных слоев. Показано, как влияет порядок расположения слоев в составе многослойной ограждающей конструкции на ее теплоустойчивость. Получено уравнение для определения разности средних времен прохождения теплового потока через ограждающую конструкцию при различной последовательности расположения слоев.

Примеры расчетов применительно для конкретных конструктивных решений будут представлены в последующих публикациях.

## Литература

1. Богословский В.Н. Строительная теплофизика (теплофизические основы отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха). СПб.: АВОК СЕВЕРО-ЗАПАД, 2006. 400 с.
2. Фокин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. М.: АВОК-ПРЕСС, 2006. 256 с.

## References

1. Bogoslovskiy V.N. *Stroitel'naya teplofizika (teplofizicheskiye osnovy otopleniya, ventilyatsii i konditsionirovaniya vozdukh)* [Engineering Thermal Physics (thermal bases of heating, ventilation and air conditioning)]. St. Petersburg. AVOK SEVERO-ZAPAD. 2006. 400 p. (rus)
2. Fokin K.F. *Stroitel'naya teplotekhnika ograzhdayushchikh chastey zdaniy* [Thermal heat engineering of building envelope]. Moscow. AVOK-PRESS. 2006. 256 p. (rus)

3. Карслоу Г.С. Теория теплопроводности. М.; Л.: ОГИЗ, 1947. 288 с.
4. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. Минск: Наука, 1964. 488 с.
5. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
6. Шкловер А.М. Теплопередача при периодических тепловых воздействиях. М.: Стройиздат, 1961. 160 с.
7. Юшков П.П. Приближенное решение задач нестационарной теплопроводности методом конечных разностей. Минск: Научн. тр. Институт энергетики АН БССР, 1958. 159 с.
8. Александровский С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности с учетом ползучести. М.: 2004. 712 с.
9. Рымкевич П.П., Горшков А.С. Модели современного мира в механике, физике и экономике. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. 28 с.
10. Рымкевич П.П., Горшков А.С. Теория переноса. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. 120 с.
11. Рымкевич П.П., Горшков А.С. Уравнения переноса аддитивных свойств в квантовой механике. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. 119 с.
12. Pukhkal V., Murgul V., Garifullin M. Reconstruction of buildings with a superstructure mansard: option to reduce energy intensity of buildings // *Procedia Engineering*. 2015. №117. Pp. 629–632.
13. Pukhkal V., Vatin N., Murgul V. Central ventilation system with heat recovery as one of measures to upgrade energy efficiency of historic buildings // *Applied Mechanics and Materials*. 2014. №633–634. Pp. 1077–1081.
14. Vatin N., Nemova D., Ibraeva Y., Tarasevskii P. Development of energy-saving measures for the multi-story apartment buildings // *Applied Mechanics and Materials*. 2015. №725–726. Pp. 1408.
15. Murgul V., Vuksanovic D., Vatin N., Pukhkal V. The use of decentralized ventilation systems with heat recovery in the historical buildings of St. Petersburg // *Applied Mechanics and Materials*. 2014. №635–637. Pp. 370–376.
16. Murgul V., Vuksanovic D., Vatin N., Pukhkal V. Decentralized ventilation systems with exhaust air heat recovery in the case of residential buildings // *Applied Mechanics and Materials*. 2014. №680. Pp. 524–528.
17. Aronova E., Radovic G., Murgul V., Vatin N. Solar power opportunities in northern cities (case study of St. Petersburg) // *Applied Mechanics and Materials*. 2014. №587–589. Pp. 348–354.
18. Lecompte T., Le Bideau P., Glouannec P., Nortershauser D., Le Masson S. Mechanical and thermo-physical behaviour of concretes and mortars containing phase change material // *Energy and buildings*. 2015. №94. Pp. 52–60.
19. Kočí J., Maděra J., Jerman M., Černý R. Computational assessment of thermal performance of contemporary ceramic blocks with complex internal geometry in building envelopes // *Energy and buildings*. 2015. №99. Pp. 61–66.
20. Santos P., Martins C., Simo es da Silva L. Thermal performance of lightweight steel framed wall: the importance of flanking thermal losses // *Journal of Building Physics*. 2014. №38(1). Pp. 81–98.
21. Garay R., Uriarte A., Apraiz I. Performance assessment of thermal bridge elements into a full scale experimental study of a building façade // *Energy and buildings*. 2014. №85. Pp. 579–591.
22. Vasilyev G.P., Lichman V.A., Peskov N.V., Brodach M.M., Tabunshchikov Y.A., Kolesova M.V. Simulation of Heat and Moisture Transfer in a Multiplex Structure. *Energy and Buildings*. 2015. No. 86. Pp. 803–807.
3. Karslou G.S. *Teoriya teploprovodnosti [Heat conductivity theory]*. Moscow; Leningrad. OGIz. 1947. 288 p. (rus)
4. Karslou G., Yegeer D. *Teploprovodnost tverdykh tel [heat of solids]*. Minsk. Nauka.1964. 488 p. (rus)
5. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti [Heat conductivity theory]*. Moscow. Vysshaya shkola. 1967. 600 p. (rus)
6. Shklover A.M. *Teploperedacha pri periodicheskikh teplovykh vozdeystviyakh [Heat transfer at periodictthermal actions]*. Moscow. Stroyizdat.1961. 160 p. (rus)
7. Yushkov P.P. *Priblizhennoye resheniye zadach nestatsionarnoy teploprovodnosti metodom konechnykh raznostey [Approximate of non-stationary heat conductivity problem solving]*. Minsk. Institut energetiki AN BSSR. 1958. 159 p. (rus)
8. Aleksandrovskiy S.V. *Raschet betonnykh i zhelezobetonnykh konstruksiy na izmeneniye temperatury i vlazhnosti s uchetom polzuchesti [Calculation of concrete and reinforced concrete structures on change of temperature and humidity subject to creeping]*. Moscow. 2004. 712 p. (rus)
9. Rymkevich P.P., Gorshkov A.S. *Modeli sovremennogo mira v mekhanike, fizike i ekonomike [Models of modern world in mechanics, physics and economics]*. St. Petersburg. Izd-vo SPbGPU. 2013. 28 p. (rus)
10. Rymkevich P.P., Gorshkov A.S. *Teoriya perenosa [Transport theory]*. St. Petersburg. Izd-vo SPbGPU. 2013. 120 p. (rus)
11. Rymkevich P.P., Gorshkov A.S. *Urvneniya perenosa additivnykh svoystv v kvantovoy mekhanike [Transport equation of addictive behavior in quantum mechanics]*. Saarbrücken. LAP LAMBERT Academic Publishing. 2015. 119 p. (rus)
12. Pukhkal V., Murgul V., Garifullin M. Reconstruction of buildings with a superstructure mansard: option to reduce energy intensity of buildings. *Procedia Engineering*. 2015. No. 117. Pp. 629–632.
13. Pukhkal V., Vatin N., Murgul V. Central ventilation system with heat recovery as one of measures to upgrade energy efficiency of historic buildings. *Applied Mechanics and Materials*. 2014. No. 633–634. Pp. 1077–1081.
14. Vatin N., Nemova D., Ibraeva Y., Tarasevskii P. Development of energy-saving measures for the multi-story apartment buildings. *Applied Mechanics and Materials*. 2015. No. 725–726. Pp. 1408.
15. Murgul V., Vuksanovic D., Vatin N., Pukhkal V. The use of decentralized ventilation systems with heat recovery in the historical buildings of St. Petersburg. *Applied Mechanics and Materials*. 2014. No. 635–637. Pp. 370–376.
16. Murgul V., Vuksanovic D., Vatin N., Pukhkal V. Decentralized ventilation systems with exhaust air heat recovery in the case of residential buildings. *Applied Mechanics and Materials*. 2014. No. 680. Pp. 524–528.
17. Aronova E., Radovic G., Murgul V., Vatin N. Solar power opportunities in northern cities (case study of St. Petersburg). *Applied Mechanics and Materials*. 2014. No. 587–589. Pp. 348–354.
18. Lecompte T., Le Bideau P., Glouannec P., Nortershauser D., Le Masson S. Mechanical and thermo-physical behaviour of concretes and mortars containing phase change material. *Energy and buildings*. 2015. No. 94. Pp. 52–60.
19. Kočí J., Maděra J., Jerman M., Černý R. Computational assessment of thermal performance of contemporary ceramic blocks with complex internal geometry in building envelopes. *Energy and buildings*. 2015. No. 99. Pp. 61–66.
20. Santos P., Martins C., Simo es da Silva L. Thermal performance of lightweight steel framed wall: the importance of flanking thermal losses. *Journal of Building Physics*. 2014. No. 38 (1). Pp. 81–98.
21. Garay R., Uriarte A., Apraiz I. Performance assessment of thermal bridge elements into a full scale experimental study of a building façade. *Energy and buildings*. 2014. No. 85. Pp. 579–591.
22. Vasilyev G.P., Lichman V.A., Peskov N.V., Brodach M.M., Tabunshchikov Y.A., Kolesova M.V. Simulation of Heat and Moisture Transfer in a Multiplex Structure. *Energy and Buildings*. 2015. No. 86. Pp. 803–807.

Горшков А.С., Рымкевич П.П. Диаграммный метод описания процесса нестационарной теплопередачи

- Simulation of Heat and Moisture Transfer in a Multiplex Structure // *Energy and Buildings*. 2015. №86. Pp. 803–807.
23. Ливчак В.И. Повышать ли уровень теплозащиты зданий? Ответ – «да» // *АВОК*. 2009. №7. С. 22–29.
  24. Васильев Г.П., Колесова М.В. Экономически и экологически целесообразный уровень теплозащиты зданий // *Вестник МГСУ*. 2011. №8. С. 293–302.
  25. Ливчак В.И. Европейская тенденция повышения теплозащиты зданий: как она реализуется в России? // *АВОК*. 2011. №6. С. 64–71.
  26. Ливчак В.И. Почему СП 50-13330-2012 «Тепловая защита зданий» приводит к снижению энергоэффективности зданий и как выполнить постановление Правительства России об их повышении // «Инженерные системы. АВОК – Северо-Запад». 2013. №3. С. 14–24.
  27. Табунщиков Ю.А. В поисках истины // *АВОК*. 2014. №6. С. 4–9.
  28. Ливчак В.И. Базовый уровень потребления энергетических ресурсов при установлении требований энергетической эффективности зданий // «Инженерные системы. АВОК – Северо-Запад». 2014. №1. С. 34–46.
  29. Matrosov Yu.A., Butovsky I.N., Norfold L.K., Opitz M.W. Standards For Heating Energy Use In Russian Buildings: A Review And A Report Of Recent Progress // *Energy and Buildings*. 1997. Vol. 25. №3. С. 207–222.
  30. Matrosov Y.A., Chao M., Goldstein D.B. Development, Review and Implementation of Buildings Energy Codes in Russia: History, Process and Stakeholder Roles // *Proceedings ACEE Summer Study on Energy Efficiency in Buildings*. 2000. №9. Pp. 9.275–9.286.
  31. Opitz M.W., Norfold L.K., Matrosov Yu.A., Butovsky I.N. Energy Consumption And Conservation In The Russian Apartment Building Stock // *Energy and Buildings*. 1997. Vol. 25. №1. Pp. 75–92.
  32. Matrosov Yu.A., Butovsky I.N. Concept Of Development Of Building Physics In USSR // *Energy and Buildings*. 1992. Vol. 18. №1992. Pp. 25.
  33. Matrosov Yu.A., Butovsky I.N., Childs K.V. Results of Comparing Solutions Of Calculation Problems of Enclosing Structures with Thermal Bridges by Soviet and American Methods // *Energy and Buildings*. 1990. No. 14. Pp. 401.
  34. Matrosov Yu.A., Butovsky I.N. USSR Experience in Thermal Design of Building Envelopes with Improved Thermal Properties // *Energy and Buildings*. 1989. No. 14. Pp. 31.
  35. Drozdov V.A., Matrosov Yu.A., Tabunshchikov Yu.A. The Main Trends In Energy Saving In Buildings – Theory and Practice In USSR // *Energy and Buildings*. 1989. No. 14. Pp. 43.
  36. Корниенко С.В. Учет формы при оценке теплозащиты оболочки здания // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2013. №5 (10). С. 20–27.
  37. Корниенко С.В. Комплексная оценка теплозащиты ограждающих конструкций оболочки здания // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. №7(33). С. 43–49.
  38. Корниенко С.В. Тестирование метода расчета температурно-влажностного режима ограждающих конструкций на результатах натурных измерений параметров микроклимата помещений // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. №2 (28). С. 18–23.
  39. Корниенко С.В. Расчетно-экспериментальный контроль энергосбережения зданий // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. №8(43). С. 24–30.
  40. Корниенко С.В. О нормировании тепловой защиты зданий с влажным и мокрым режимами //
  23. Livchak V.I. Povyshat li uroven teplozashchity zdaniy? Otvet – «da» [Is it necessary to raise heat shield level of buildings? The answer is "yes"]. *AVOK*. 2009. No. 7. Pp. 22–29. (rus)
  24. Vasilyev G.P., Kolesova M.V. Ekonomicheski i ekologicheski tselesoobraznyy uroven teplozashchity zdaniy [Economically and environmentally effective buildings level thermal shielding]. *Vestnik MGSU*. 2011. No. 8. Pp. 293–302. (rus)
  25. Livchak V.I. Yevropeyskaya tendentsiya povysheniya teplozashchity zdaniy: kak ona realizuyetsya v Rossii? [European trend for enhancement of thermal protection of buildings: how is it implemented in Russia?] *AVOK*. 2011. No. 6. Pp. 64–71. (rus)
  26. Livchak V.I. Pochemu SP 50–13330–2012 «Teplovaya zashchita zdaniy» privodit k snizheniyu energoeffektivnosti zdaniy i kak vypolnit postanovleniye Pravitelstva Rossii ob ikh povyshenii [“Heat shielding of buildings” brings to power-efficient fading and how to implement decree of Government of Russia about its rise]. *Inzhenernyye sistemy*. 2013. No 3. Pp. 14–24. (rus)
  27. Tabunshchikov Yu.A. V poiskakh istiny [Searching for the Truth]. *AVOK*. 2014. No. 6. Pp. 4–9. (rus)
  28. Livchak V.I. Bazovyy uroven potrebleniya energeticheskikh resursov pri ustanovlenii trebovaniy energeticheskoy effektivnosti zdaniy [Consumption of power resources base level by installation of requirements of energy effectiveness of buildings]. *Inzhenernyye sistemy. AVOK – Severo-Zapad*. 2014. No. 1. Pp. 34–46. (rus)
  29. Matrosov Yu.A., Butovsky I.N., Norfold L.K., Opitz M.W. Standards For Heating Energy Use In Russian Buildings: A Review And A Report Of Recent Progress. *Energy and Buildings*. 1997. Vol. 25. No. 3. Pp. 207–222.
  30. Matrosov Y.A., Chao M., Goldstein D.B. Development, Review And Implementation Of Buildings Energy Codes In Russia: History, Process And Stakeholder Roles. *Proceedings ACEE Summer Study on Energy Efficiency in Buildings*. 2000. No. 9. Pp. 9.275–9.286.
  31. Opitz M.W., Norfold L.K., Matrosov Yu.A., Butovsky I.N. Energy Consumption And Conservation In The Russian Apartment Building Stock. *Energy and Buildings*. 1997. Vol. 25. No. 1. Pp. 75–92.
  32. Matrosov Yu.A., Butovsky I.N. Concept Of Development Of Building Physics In USSR. *Energy and Buildings*. 1992. Vol. 18. No. 1992. Pp. 25.
  33. Matrosov Yu.A., Butovsky I.N., Childs K.V. Results Of Comparing Solutions Of Calculation Problems Of Enclosing Structures With Thermal Bridges By Soviet And American Methods. *Energy and Buildings*. 1990. No. 14. Pp. 401.
  34. Matrosov Yu.A., Butovsky I.N. USSR Experience In Thermal Design Of Building Envelopes With Improved Thermal Properties. *Energy and Buildings*. 1989. No. 14. Pp. 31.
  35. Drozdov V.A., Matrosov Yu.A., Tabunshchikov Yu.A. The Main Trends In Energy Saving In Buildings – Theory and Practice In USSR. *Energy and Buildings*. 1989. No. 14. Pp. 43.
  36. Korniyenko S.V. Uchet formy pri otsenke teplozashchity obolochki zdaniya [The accounting of the form at the assessment of the thermal performance of the envelopes]. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2013. No. 5(10). Pp. 20–27. (rus)
  37. Korniyenko S.V. Kompleksnaya otsenka teplozashchity ograzhdayushchikh konstruksiy obolochki zdaniya [The complex assessment of a thermal performance of the building envelope]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 7. Pp. 43–49. (rus)
  38. Korniyenko S.V. Testirovaniye metoda rascheta temperaturno-vlazhnostnogo rezhima ograzhdayushchikh konstruksiy na rezultatakh naturnykh izmereniy parametrov mikroklimate pomeshcheniy [Testing of calculation method of the enclosing structures temperature-humidity conditions on the results of indoor climate in-situ measurements]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 2. Pp. 18–23. (rus)
  39. Korniyenko S.V. Raschetno-eksperimentalnyy kontrol energosberezheniya zdaniy [Settlement and experimental

Gorshkov A.S., Rymkevich P.P. A diagram method of describing the process of non-stationary heat transfer

- Энергобезопасность и энергосбережение. 2014. №5. С. 19–24.
41. Корниенко С.В. Комплексная оценка энергоэффективности и тепловой защиты зданий // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. №11(26). С. 43–58.
42. Корниенко С.В. О применимости методики СП 50.13330.2012 к расчету влажностного режима ограждающих конструкций с мультizonальной конденсацией влаги // Строительство и реконструкция. 2014. №5 (55). С. 29–37.
43. Кривошеин А.Д., Федоров С.В. К вопросу о расчете приведенного сопротивления теплопередаче ограждающих конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2010. №8. С. 21–27.
44. Крайнов Д.В., Сафин И.Ш., Любимцев А.С. Расчет дополнительных теплопотерь через теплопроводные включения ограждающих конструкций (на примере узла оконного откоса // Инженерно-строительный журнал. 2010. №6. С. 17–22.
45. Васильев Г.П., Личман В.А., Песков Н.В. Моделирование процесса сушки ограждающих конструкций зданий // Жилищное строительство. 2013. №7. С. 21–26.
46. Васильев Г.П., Личман В.А., Голубев С.С. Результаты определения сопротивления теплопередаче наружных стеновых панелей // АВОК. 2012. №4. С. 74–81.
47. Васильев Г.П. Эффективная теплозащита – дань моде или экономическая необходимость? // Энергосбережение. 2011. №6. С. 14–23.
48. Vatin N., Gorshkov A., Rymkevich P., Nemova D., Tarasova D. Nonstationary Thermal Conduction Through The Building Envelope // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vols. 670–671. Pp. 365–369.
49. Горшков А.С., Рымкевич П.П., Ватин Н.И. Моделирование процессов нестационарного переноса тепла в стеновых конструкциях из газобетонных блоков // Инженерно-строительный журнал. 2014. №8(52). С. 38–48.
- control of energy saving for buildings]. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No. 8. Pp. 24–30. (rus)
40. Korniyenko S.V. O normirovanii teplovoy zashchity zdaniy s vlazhnym i mokrym rezhimami [About thermal shield rating for buildings with humid and wet conditions]. *Energo bezopasnost' i energosberezhenie*. 2014. No. 5. Pp. 19–24. (rus)
41. Korniyenko S.V. Kompleksnaya otsenka energoeffektivnosti i teplovoy zashchity zdaniy [Complex assessment of energy efficiency and thermal performance for buildings]. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2014. No. 11(26). Pp. 43–58. (rus)
42. Korniyenko S.V. O primenimosti metodiki SP 50.13330.2012 k raschetu vlazhnostnogo rezhima ograzhdayushchikh konstruktсий s multizonalnoy kondensatsiyey vlagi [About applicability of SP 50.13330.2012 method to calculation of a moisture conditions of enclosing structures with multi-zone moisture condensation]. *Building and reconstruction*. 2014. No. 5 (55). Pp. 29–37. (rus)
43. Krivoshein A.D., Fedorov S.V. K voprosu o raschete privedennogo soprotivleniya teploperedache ograzhdayushchikh konstruktсий [About the calculation of reduced total thermal resistance of walling]. *Magazine of Civil Engineering*. 2010. No. 8. Pp. 21–27. (rus)
44. Kraynov D.V., Safin I.Sh., Lyubimtsev A.S. Raschet dopolnitelnykh teplopoter cherez teploprovodnyye vkluyeniya ograzhdayushchikh konstruktсий (na primere uzla okonnogo otkosa) [Calculation of additional heat loss through heat-conducting inclusions (on the example of window reveal)]. *Magazine of Civil Engineering*. 2010. No. 6. Pp. 17–22. (rus)
45. Vasilyev G.P., Lichman V.A., Peskov N.V. Modelirovaniye protsessa sushki ograzhdayushchikh konstruktсий zdaniy [Simulation of Drying Process of Building's Enclosing Structures]. *Zhilishchnoe Stroitel'stvo*. 2013. No. 7. Pp. 21–26. (rus)
46. Vasilyev G.P., Lichman V.A., Golubev S.S. Rezultaty opredeleniya soprotivleniya teploperedache naruzhnykh stenovykh paneley [Results of heat transmission resistance calculation in outside wall panels]. *AVOK*. 2012. No. 4. Pp. 74–81. (rus)
47. Vasilyev G.P. Effektivnaya teplozashchita – dan mode ili ekonomicheskaya neobkhodimost'? [Effective heat shielding – follow the fashion or economic necessity?]. *Energosberezheniye*. 2011. No. 6. Pp. 14-23. (rus)
48. Vatin N., Gorshkov A., Rymkevich P., Nemova D., Tarasova D. Nonstationary Thermal Conduction Through The Building Envelope. *Applied Mechanic and Materials*. 2014. No. 670–671. Pp. 365–369.
49. Gorshkov A.S., Rymkevich P.P., Vatin N.I. Modelirovaniye protsessov nestatsionarnogo perenosa tepla v stenovykh konstruktсийakh iz gazobetonnykh blokov [Simulation of non-stationary heat transfer processes in autoclaved aerated concrete-walls]. *Magazine of Civil Engineering*. 2014. No. 8. Pp. 38–48. (rus)

Александр Сергеевич Горшков,  
+7(921)3884315; эл. почта: [alsgor@yandex.ru](mailto:alsgor@yandex.ru)

Alexander Gorshkov,  
+7(921)3884315; [alsgor@yandex.ru](mailto:alsgor@yandex.ru)

Павел Павлович Рымкевич,  
+79112245913; эл. почта:  
[rymkewitch@yandex.ru](mailto:rymkewitch@yandex.ru)

Pavel Rymkevich,  
+79112245913; [rymkewitch@yandex.ru](mailto:rymkewitch@yandex.ru)

© Горшков А.С., Рымкевич П.П., 2015