Http://www.engstroy.spbstu.ru – полнотекстовая версия журнала в сети Интернет.
Бесплатный доступ, обновление с каждым новым выпуском

Инженерно-строительный журнал
НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

ISSN 2071-4726

Свидетельство о государственной регистрации: ПИ №ФС77-38070, выдано Роскомнадзором

Специализированный научный журнал. Выходит с 09.2008.

Включен в Перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ

Периодичность: 8 раз в год

Учредитель и издатель:

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Адрес редакции:

195251, СПб, ул. Политехническая, д. 29, Гидрокорпус-2, ауд. 227А

Главный редактор:
Вера Михайловна Якубсон

Научный редактор:
Николай Иванович Ватин

Литературный редактор:
Екатерина Игоревна Архипова

Редакционная коллегия:
д.т.н., проф. В.В. Бабков;
д.т.н., проф. М.И. Бальзанников;
к.т.н., проф. А.И. Боровков;
д.т.н., проф. Н.И. Ватин;
PhD, professor M. Вельжкович;
д.т.н., проф. А.Д. Гиргидов;
д.т.н., проф. Э.К. Завадскас;
д.ф.-м.н., проф. М.Н. Кирсанов;
D.Sc., professor M. Кнежевич;
д.т.н., проф. В.В. Лалин;
д.т.н., проф. Б.Е. Мельников;
д.т.н., проф. Ф. Неправишта;
д.т.н., проф. Р.Б. Орлович;
Dr. Sc. Ing., professor
Л. Пакрастиньш;
Dr.-Ing. Habil., professor
Х. Пастернак;
д.т.н., проф. А.В. Перельмутер;
к.т.н. А.Н. Пономарев;
д.ф.-м.н., проф. М.Х. Стрелец;
д.т.н., проф. О.В. Тараканов.

Установочный тираж 1000 экз.

Подписано в печать 29.02.16.
Формат 60x84/8, усл. печ. л. 11.
Заказ №0805.

Отпечатано в типографии СПбПУ.
СПб, ул. Политехническая, д. 29

Содержание

МЕТОДЫ

Уткин В.С. Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах 4

Серпик И.Н., Алексейцев А.В. Оптимизация системы стальной плоской рамы и столбчатых фундаментов 14

РАСЧЕТЫ

Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала 25

Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей 33

Кикоть А.А. Расчет растянутых элементов из стальных тонкостенных холодногнутых профилей в программе CFSteel 42

КОНСТРУКЦИИ

Бондарев А.Б., Югов А.М. Методика расчета точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий 60

Сергеев О.А., Киселев В.Г., Сергеева С.А. Оптимальное проектирование рам с учетом ограничений по прочности и кратным частотам собственных колебаний 74

МАТЕРИАЛЫ

Петинов С.В., Гучинский Р.В., Сидоренко В.Г. Идентичность повреждения в расчете ресурса конструкций (англ.) 82

© ФГАОУ ВО СПбПУ, 2016

На обложке: иллюстрации авторов к статьям номера

Контакты:
Тел. +7(812)535-52-47 E-mail: mce@ice.spbstu.ru
Web: http://www.engstroy.spbstu.ru

Http://www.engstroy.spb.ru – full-text open-access version in Internet. It is updated immediately with each new issue.

Magazine of Civil Engineering
SCHOLAR JOURNAL

ISSN 2071-4726

Peer-reviewed scientific journal

Start date: 2008/09

8 issues per year

Publisher:

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

Corresponding address:

227a Hydro Building, 29 Polytechnicheskaya st., Saint-Petersburg, 195251, Russia

Editor-in-chief:

Vera M. Yakubson

Science editor:

Nikolay I. Vatin

Copy editor:

Ekaterina I. Arkhipova

Editorial board:

V.V. Babkov, D.Sc., professor
M.I. Balzannikov, D.Sc., professor
A.I. Borovkov, PhD, professor
M. Veljkovic, PhD, professor
E.K. Zavadskas, D.Sc., professor
M.N. Kirsanov, D.Sc., professor
M. Knezevic, D.Sc., professor
V.V. Lalin, D.Sc., professor
B.E. Melnikov, D.Sc., professor
F. Nepravishta, D.Sc., assoc. professor
R.B. Orlovich, D.Sc., professor
L. Pakrastinsh, Dr.Sc.Ing., professor
H. Pasternak, Dr.-Ing.habil., professor
A.V. Perelmuter, D.Sc., professor
A.N. Ponomarev, PhD, professor
M.Kh. Strelets, D.Sc., professor
O.V. Tarakanov, D.Sc., professor

Contents

METHODS

Utkin V.S. Calculation of the reliability of the earth foundations of buildings and structures according to the deformation criteria with limited information on the soils and loads (rus) 4

Serpik I.N., Alekseytsev A.V. Optimization of flat steel frame and foundation posts system (rus) 14

CALCULATIONS

Tinkov D.V. The optimum geometry of the flat diagonal truss taking into account the linear creep (rus) 25

Kirsanov M.N. The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the 'Molodechno' truss with an arbitrary number of panels (rus) 33

Kikot A.A. Design of cold-formed tension members using the CFSteel software (rus) 42

STRUCTURES

Bondarev A.B., Yugov A. The method of calculating the accuracy of large-span metal rod systems (rus) 60

Sergeyev O.A., Kiselev V.G., Sergeyeva S.A. Optimal design of 3d frame structures taking into account the stress and multiple natural frequency constraints (rus) 74

MATERIALS

Petinov S.P., Guchinsky R.V., Sidorenko V.G. Damage identity in fatigue assessment of structures 82

© Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. All rights reserved.

On the cover: authors' illustrations

+7(812) 535-52-47
E-mail: mce@ice.spbstu.ru
Web: Http://www.engstroy.spbstu.ru/eng/index.html

InterStroy Expo
22-я Международная выставка строительных и отделочных материалов, строительной техники
20–22 апреля 2016
Место проведения:
Санкт-Петербург,
КВЦ «ЭКСПОФОРУМ»
Получите электронный билет:
interstroyexpo.com
В рамках выставки:
IBC
Международный конгресс по строительству
A city
Международный форум по градостроительству и архитектуре
Международный конкурс новых материалов и технологий «Инновации в строительстве»
Организаторы:
primexpo
ITE
+7 (812) 380 60 14 | build@primexpo.ru
Генеральный информационный партнер:
Строительный еженедельник
АСН Инфо
Агентство строительных новостей
При поддержке:
Ведущий отраслевой партнер:
Ктостроит.ру
Единый строительный портал Северо-Запада
в Петербурге
Ктостроит
Еженедельная газета
0+

doi: 10.5862/MCE.61.1

Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах

Calculation of the reliability of the earth foundations of buildings and structures according to the deformation criteria with limited information on the soils and loads

Д-р техн. наук, профессор В.С. Уткин,
Вологодский государственный университет, г. Вологда, Россия

V.S. Utkin,
Vologda State University, Vologda, Russia

Ключевые слова: основание фундамента; работоспособность основания; безопасность; осадка; расчет надежности; возможностный метод; метод обобщения; нечеткие множества; интервал надежности; теория свидетельств

Key words: foundation bed; foundation workability; safety; foundation settlement; reliability calculation; possibilistic method; Zadeh's extension principle; fuzzy sets; reliability interval; theory of evidence

Аннотация. Расчет надежности грунтового основания фундамента зданий и сооружений стандартом ГОСТ Р 54257–2010 рекомендовано проводить вероятностно-статистическими методами при полной статистической информации о случайных величинах. Методические указания к расчетам надежности при ограниченной информации о параметрах для грунтовых оснований фундаментов по осадке отсутствуют. Основание фундамента является элементом механической системы – основание, фундамент, надфундаментная (надземная) конструкция. Одним из показателей безопасности этой системы является вероятность безотказной работы, в которую входит вероятность для основания. В статье рассмотрен новый метод расчета надежности основания фундамента на стадии эксплуатации при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах в расчетной математической модели предельного состояния по осадке основания с использованиям принципа обобщения Л. Заде из теории нечетких множеств. Приведены расчетные формулы, на примере показан алгоритм расчета надежности основания фундамента по критерию общей осадки основания.

Abstract. GOST R 54257–2010 recommends calculating the reliability of the earth foundations of structures by probabilistic methods with full statistical information about random quantities. Currently, there are no guidelines for calculating the reliabilityof earth foundations by the settlement with limited information about the parameters. The earth foundation (foundation bed) is a part of a mechanical system also including the foundation itself and the above-foundation construction. One of the indicators of the safety of this system is the probability of non-failure, where the probability of non-failure of an earth foundation is included. In this article, we discussed a new method for calculating the reliability of earth foundations of buildings and structures during the operation stage according to the deformation criterion with limited information on the soil and loads by using Zadeh's extension principle from fuzzy sets theory. The article presents formulas and an example of an algorithm for calculating earth foundation reliability by the settlement criterion.

Введение

Проблеме безопасности зданий и сооружений на стадии эксплуатации в последнее время уделяется особое внимание. Повысилась ответственность за безопасность зданий в связи с увеличением их этажности, физическим износом в результате деградации материалов и т.д. Участились негативные природные и техногенные явления: наводнения, землетрясения, взрывы и т.п. Все это отражается на несущих конструкциях и основаниях фундаментов зданий и сооружений и требует оценки их эксплуатационной (оперативной) безопасности, одной из мер которой является оперативная надежность. По оценке и контролю уровня безопасности зданий и

Уткин В.С. Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 4–13.

сооружений вышел ряд нормативных документов. С декабря 2010 г. вступил в силу закон Российской Федерации №384–ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений», в 2015 г. – межгосударственный стандарт ГОСТ 27751–2014. «Надежность строительных конструкций и оснований», с 01.01.2014 введен Межгосударственный стандарт ГОСТ 31937–2011 «Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния» и т.д. Особую озабоченность вызывает проблема обеспечения безопасности эксплуатации (надежности) оснований фундаментов, которые нередко становятся причиной разрушения всей конструкции. Однако любые нормативные документы требуют разработки методов их реализации в конкретных условиях. В связи с этим предлагается рассмотреть метод расчета надежности грунтовых оснований по критерию деформаций (осадке) на стадии эксплуатации зданий и сооружений в соответствии с требованиями СП 22–13330–2011 и приведенными выше стандартами.

Постановка задачи

Здание или сооружение в понятиях теории надежности представляет собой механическую систему, состоящую из трех элементов: основание, фундамент и надфундаментная конструкция. Отказ одного из элементов приводит к отказу всей системы (невыполнению системой своих функций). Вероятность безотказной работы (надежность) этой последовательной системы определяется как произведение вероятностей безотказной работы каждого элемента в виде $P_c = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$. Без оценки значений всех P_i, в том числе оснований фундаментов, нельзя определить значение надежности всей системы. Основания фундаментов отличаются тем, что их отказ – постепенный или внезапный – нередко приводит к непоправимым разрушениям всей системы. Методы расчетов надежности любых элементов системы зависят от объема и точности статистической информации о контролируемых параметрах математических моделей предельных состояний.

Межгосударственным стандартом ГОСТ 277751–2014 рекомендовано рассчитывать надежность оснований фундаментов вероятностно-статическим методом, если исходной статистической информации о случайных величинах (параметрах математической модели предельного состояния) достаточно для их статистического анализа. Вероятностно-статические методы расчетов надежности применительно к основаниям фундаментов зданий и сооружений получили развитие и внедрение в практику в результате ряда исследований и публикаций [1–7]. Вероятностно-статические методы обработки результатов испытаний грунтов вошли в стандарт ГОСТ 20522–2012 «Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний».

Однако на практике для индивидуальных зданий и оснований фундаментов нередко не удается получить полную информацию (в понятиях математической статистики и теории надежности) о грунтах и нагрузках. Причинами этого становятся затруднительный и дорогостоящий доступ к грунтам основания и ограниченность времени на обследование и испытания. В этом случае приходится решать задачу по оценке надежности несущих элементов другими методами, применительно к условиям ограниченной статистической информации. В такой постановке до настоящего времени расчет оснований фундаментов на надежность по критерию деформации не проводился.

Обзор источников по проблеме

В последнее время получили развитие новые методы расчетов надежности несущих конструкций, в том числе для условий неполной статистической информации о контролируемых параметрах в расчетных математических моделях предельных состояний для строительных конструкций. Так, на основе теории возможностей [8] и теории нечетких множеств [9] разработаны новые методы расчетов надежности несущих конструкций и оснований фундаментов. В работах [10–17] и др. на основе этих теорий приводятся некоторые методы расчетов надежности в машиностроении и строительной практике, в частности, для оснований фундаментов. Нами предлагается использовать эти методы для расчета надежности оснований фундаментов по критерию осадки с учетом требований свода правил СП 22 13330–2011 «Основания зданий и сооружений» с привлечением принципа обобщения Л. Заде [9] из теории нечетких множеств.

Utkin V.S. Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovaniy fundamentov zdaniy i sooruzheniy po kriteriyu deformatsii pri ogranichennoy informatsii o nagruzkakh i gruntakh [Calculation of the reliability of the earth foundations of buildings and structures according to the deformation criteria with limited information on the soils and loads]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. C. 4–13. doi: 10.5862/MCE.61.1

Описание исследований

По СП 22.13330–2011 расчет грунтового основания фундамента производится по деформациям (общих, неравномерных осадок, кренов и т.д.) и по несущей способности. При этом если среднее давление грунта под подошвой фундамента *p* не превышает расчетного сопротивления грунта *R*, то расчет основания следует прежде всего выполнять по второй группе предельных состояний, применяя расчетную схему в виде линейно деформируемого полупространства с толщиной сжимаемого слоя H_c, на нижней границе которого выполняется условие $\sigma_{zp} = 0.5\sigma_{zg}$, где σ_{zp} – вертикальное напряжение от внешней нагрузки p на глубине *z* в нижнем слое; σ_{zg} – напряжение от собственного веса грунта до начала строительства на этом же уровне $\sigma_{zg} = \gamma' d_n + \sum_{i=1}^{n} \gamma_i h_i$. Предусмотрены и другие возможные варианты и особенности грунтовых оснований и их расчетные схемы.

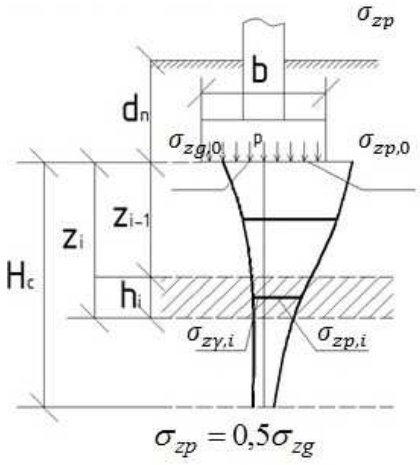

Рисунок 1. Расчетная схема основания фундамента

На рисунке 1 показана расчетная схема основания фундамента и его параметры в линейно деформируемом полупространстве, используемая в дальнейших исследованиях. Рассмотрим ситуацию, в которой для индивидуального здания или сооружения по расчетной схеме (рис. 1) выполняется условие *p* < *R*. Под надежностью будем понимать по терминологии ГОСТ 27751–2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» «способность строительного объекта выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации». В качестве показателя надежности по приведенному стандарту принята «невозможность превышения в объекте предельных состояний».

Рассмотрим метод расчета надежности основания фундамента по критерию деформации (общей осадки $\tilde{S}$) при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах (нечеткой переменной $\tilde{S}$), используя теорию нечетких множеств и теорию возможностей. Математическая модель предельного состояния имеет вид:

$$\tilde{S} \le S_u \,, \qquad (1)$$

где S_u – предельно допустимая осадка основания фундамента, устанавливаемая нормами СП 22.13330–2011. Следовательно, будем рассматривать ее детерминированной величиной. В качестве одного из наиболее распространенных вариантов рассмотрим основание, в котором глубина заложения фундамента меньше 5 м. Осадку основания *S* в детерминированной постановке по СП 22.13330–2011 определяют по формуле

$$S = \beta \sum_{i=1}^{n} \frac{(\sigma_{zp,i} - \sigma_{z\gamma,i})h_i}{E_i} \,, \qquad (2)$$

Уткин В.С. Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 4–13.

где $\sigma_{zp,i}$ – среднее значение вертикального напряжения от внешней нагрузки в i-м слое грунта основания (рис. 1); $\sigma_{z\gamma,i}$ – то же самое от собственного веса грунта на глубине *z*; E_i – модуль деформации i-го слоя грунта; h_i – толщина i-го слоя грунта, которой задаются по СП, принимая ее не более 0.4*b*, где *b* – ширина фундамента. Соответственно, в дальнейшем будем считать h_i детерминированной величиной; *n* – число слоев; по СП β = 0.8.

В (2) контролируемые параметры $\tilde{\sigma}_{zp,i}, \tilde{\sigma}_{z\gamma,i}, \tilde{E}_i$ на стадии эксплуатации (после возможного изменения свойств грунта, нагрузки, функционального назначения здания и т.д.) находят по результатам испытаний, поэтому они являются случайными величинами в понятиях теории вероятностей [18] и отмечены волнистой линией. В соответствии с отмеченным, формулу (1) с учетом (2) можно представить в виде:

$$\beta\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\tilde{\sigma}_{zp,i}-\tilde{\sigma}_{z\gamma,i}\right)h_i}{\tilde{E}_i}\le S_u\,. \tag{3}$$

Формула (3) является математической моделью предельного состояния для расчетов надежности рассматриваемого основания фундамента по осадке.

На практике на стадии эксплуатации число измерений $\sigma_{zp,i}$ и $\sigma_{z\gamma,i}$ (или *p* и $\sigma_{zg,0}$, рис. 1) для индивидуального основания существующими методами и средствами измерений [19–21] нередко ограничено по различным причинам: дефицит времени, ограниченность доступа к грунтам основания, трудность получения качественных образцов грунта и т.д. В таком случае применять к ним статистический анализ методами теории вероятности и математической статистики некорректно. Модуль деформации грунта E_i определяется в лабораторных или полевых условиях методом статической нагрузки. Как правило, объем информации о значениях E_i также ограничен. Если руководствоваться ГОСТ 20522–2012 «Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний», то E_i можно характеризовать нормальным законом распределения вероятностей, если достаточно информации для оценки его параметров – математического ожидания и дисперсии. В ином случае анализ $\tilde{E}_i$ следует рассматривать на основе других подходов, например возможностных [9–14]. Разновидности этих методов и их практическое использование приведены в работах [15–17, 22–25].

В теории возможностей аналогом случайной величины служит нечеткая переменная *X*. Для характеристики *X* используются различные виды функций распределения возможностей. Наибольшее использование на практике для описания нечеткой переменной получила [10–13] функция $\pi_X(x)$, представленная на рисунке 2, с аналитическим видом:

$$\pi_X(x)=\exp\left[\left(-\left(x-a_x\right)/b_x\right)^2\right]\,, \tag{4}$$

где $a_x=0.5\left(X_{\max}+X_{\min}\right)$ – условное «среднее»; $b_x=0.5\left(X_{\max}-X_{\min}\right)/\sqrt{-\ln\alpha}$.

Значением уровня среза (риска) $\alpha\in[0,1]$ задаются в зависимости от объема и точности статистической информации о нечеткой переменной, от технического состояния несущих элементов и т.д.

В дальнейшем расчет надежности основания на стадии эксплуатации будет строиться с использованием принципа обобщения Л. Заде [9]. Для этого предварительно найдем обратную функцию *x* в (4). Обозначим в (4) для краткости записи $\pi_X(x)=\alpha_X$. Из (4) после ряда математических действий найдем $x=a_x\pm b_x\sqrt{-\ln\alpha_X}$; обозначив $\sqrt{-\ln\alpha_X}=\theta$, имеем:

$$x=a_x\pm b_x\theta\,. \tag{5}$$

Utkin V.S. Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovaniy fundamentov zdaniy i sooruzheniy po kriteriyu deformatsii pri ogranichennoy informatsii o nagruzkakh i gruntakh [Calculation of the reliability of the earth foundations of buildings and structures according to the deformation criteria with limited information on the soils and loads]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. C. 4–13. doi: 10.5862/MCE.61.1

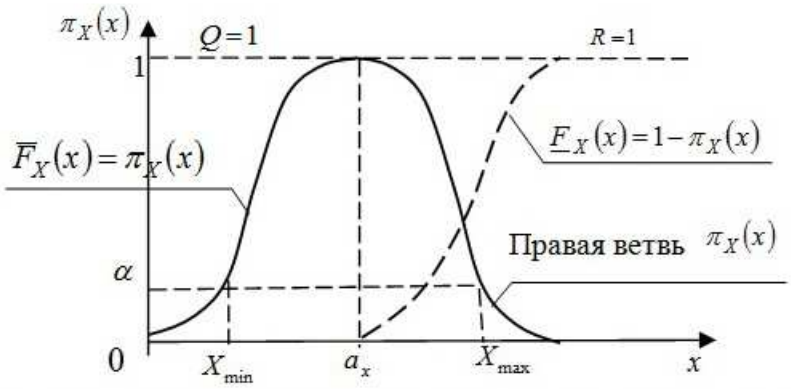

Рисунок 2. Функция распределения возможностей $\pi_X(x)$, α_X – условное «среднее»

Для использования принципа обобщения Л. Заде для (3), сформируем нечеткую функцию *Y(y)* из (3), в которой будут содержаться нечеткие переменные $\tilde{\sigma}_{zp,i}, \tilde{\sigma}_{z\gamma,i}, \tilde{E}_i$. График нечеткой функции *Y(y)* неизвестен, но некоторая аналогия с рисунком 2, имеется, т.е. есть условное «среднее», левая и правая ветви функции $\pi_Y(y), \theta = \sqrt{-\ln \alpha_y}$. Аналитическое выражение для *Y(y)* получим из (3) в виде

$$Y(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\tilde{\sigma}_{zp,i} - \tilde{\sigma}_{z\gamma,i}) h_i}{\tilde{E}_i} \le S_u / \beta . \qquad (6)$$

Согласно СП 22.13330–2011 для прямоугольных, круглых и ленточных фундаментов, на глубине *z* от подошвы фундамента принято $\sigma_{zp,i} = \alpha_i p$, где α_i находится по табл. 5.8 СП 22.13330–2011 в зависимости от $\xi = 2z/b$. Следовательно, нечеткая переменная $\sigma_{zp,i}$ будет определяться результатами измерения давления *p*, а α_i будут детерминированными величинами, то есть $\tilde{\sigma}_{zp,i} = \alpha_i \tilde{p}$. Аналогичные замечания (рис. 1) относятся и к $\sigma_{z\gamma,i} = \alpha_i \sigma_{zg,o}$, то есть $\tilde{\sigma}_{z\gamma,i} = \alpha_i \tilde{\sigma}_{zg,o} = \alpha_i d_n \tilde{\gamma}$. Из (4) видно, что значения a_x и b_x (параметры распределения для *X*) будут определяться через X_{min} и X_{max} результатов измерений. Таким же способом находятся параметры распределения для нечетких переменных $\tilde{p}$ и $\tilde{\sigma}_{zg,o} = \tilde{\gamma} d_n$.

Так, для функции $\pi(\sigma_{zp,i})$ при $\tilde{\sigma}_{zp,i} = \alpha_i \tilde{p}$ имеем условное «среднее» $a_{\sigma_{zpi}} = \alpha_i (a_p) = 0.5\alpha_i (p_{\max} + p_{\min})$ и $b_{\sigma_{zpi}} = \alpha_i (b_p) = 0.5\alpha_i (p_{\max} - p_{\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}$. Аналогично можно записать для $\tilde{\sigma}_{z\gamma,i} = \alpha_i \tilde{\sigma}_{zg,0} = \alpha_i \tilde{\gamma} d_n$, а именно $a_{z\gamma,i} = 0.5\alpha_i (\gamma'_{\max} + \gamma'_{\min}) d_n$, $b_{z\gamma,i} = 0.5\alpha_i (\gamma'_{\max} - \gamma'_{\min}) d_n / \sqrt{-\ln \alpha}$, при одном и том же $\alpha \in [0,1]$. Для $\tilde{E}_i$ как нечеткой переменной имеем $a_{E_i} = 0.5(E_{i\max} + E_{i\min})$, $b_{E_i} = 0.5(E_{i\max} - E_{i\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}$.

Из (6) найдем левую $y_{лев}$ и правую $y_{пр}$ ветви обратных функций *y* через обратные функции аргументов (нечетких переменных), соответствующие правой и левой ветвям результирующего нечеткого множества *Y(y)* (по аналогии с рис. 2).

Опуская промежуточные выводы, приведем расчетные формулы для определения вероятности безотказной работы основания по критерию (6) осадки основания, выбирая наихудший вариант (равенство).

$$y_{лев} = [(a_p - a_{\sigma\gamma}) - (b_p - b_{\sigma\gamma})\theta] \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i h_i}{(a_{E_i} + b_{E_i}\theta)} = S_u / \beta . \qquad (7)$$

Уткин В.С. Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 4–13.

В (7) для $y_{лев}$ перед *b* ставят знак минус, если с ростом нечеткой переменной по (6) $Y(y)$ возрастает, и знак плюс – если убывает. Для $y_{пр}$ все наоборот.

$$y_{пр} = \left[\left(a_p - a_{\sigma\gamma}\right) + \left(b_p - b_{\sigma\gamma}\right)\theta\right]\sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha_i h_i}{\left(a_{E_i} - b_{E_i}\theta\right)} = S_u / \beta \quad (8)$$

Из (7) или (8) находят $\theta_{\min}$ по абсолютному значению.

Предварительно находят значение условного «среднего» a_y при $\pi_Y(y) = 1$ или $\theta = 0$ (рис. 2). Из (7) или (8) имеем: $a_y = \left(a_p - a_{\sigma\gamma}\right)\sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha_i h_i}{a_{E_i}}$. При $a_y \le S_u/\beta$, что обычно имеет место на стадии безаварийной эксплуатации зданий, расчет надежности основания проводят по формуле (8) с правой ветвью функции распределения возможности вида $(1-\pi_Y(y))$ (рис. 2). В этом случае возможность безотказной работы $R = 1$, а необходимость безотказной работы $N = 1 - \pi_Y(y)$, или $N = 1 - e^{-\theta_{пр}^2}$, где $\theta_{пр}$ – наименьшее значение, которое находят из (8) при $y_{пр} = S_u/\beta$. При значении $a_y > S_u/\beta$ возможность отказа $Q = 1$, а из (7) при $y_{лев} = S_u/\beta$ находят значение $\theta_{лев}$, по которому находят возможность безотказной работы $R = e^{-\theta_{лев}^2}$. Необходимость безотказной работы основания в этом варианте $N = 1 - Q = 0$.

В терминах теории вероятностей вероятность безотказной работы определяется следующим образом:

$$P = \begin{cases} \left[1 - e^{-\theta_{пр}^2}, 1\right], & \text{если } a_y \le S_u/\beta \\ \left[0, e^{-\theta_{лев}^2}\right], & \text{если } a_y > S_u/\beta \end{cases} \quad (9)$$

Аналогично можно найти значение вероятности отказа по формулам:

$$Q = \begin{cases} \left[0,\ e^{-\theta_{лев}^2}\right], & \text{если } a_y \le S_u/\beta \\ \left[1 - e^{-\theta_{пр}^2}, 1\right], & \text{если } a_y > S_u/\beta \end{cases} \quad (10)$$

Рассмотрим пример. Пусть в результате измерений нагрузки p, удельного веса грунтов γ' (суглинка) основания и модуля деформации E установлено $\tilde{p} = \{0.3; 0.4; 0.5\}$ МПа, $\tilde{\gamma} h_n = \{0.017; 0.018; 0.019\}$ 2МПа, $\tilde{E} = \{8, 9, 10\}$ МПа. Число измерений, равное трем, указано условно, но в общем их мало. Известно также: $h_n = 2$ м, $b = 2$ м, $l = 4.8$ м, $S_u = 0.1$ м, $\beta = 0.8$. Задаемся $H_c = 4$ м, $h_i = idem$ (одно и то же), $h_i = 0.8$ м. Зададимся уровнем среза $\alpha = 0.2$. Нечеткие переменные $\tilde{p}, \tilde{\gamma}', \tilde{E}$ описываются функцией вида (4).

По условным исходным данным (по результатам измерений) с учетом изменчивости $\tilde{p}, \tilde{\sigma}_\gamma$ и $\tilde{E}$ и их наибольших и наименьших значений найдем $a_p = 0.8$ МПа, $b_p = 0.04$ МПа, $a_{\sigma\gamma} = 0.036$ МПа, $b_{\sigma\gamma} = 0.004$ МПа, $a_E = 9$ МПа, $b_E = 0.8$ МПа. Фундамент прямоугольный. Значения α_i находим по табл. 5.8. СП 22.13330.2011 при $l/b = 1.8$, $h_i = 0.8$ м (одинаковым для всех слоев грунта). Некоторые результаты расчетов сведены в таблицу. Исходные данные и форма решения примера частично заимствованы из [26]. Грунт суглинок на всю глубину

сжимающей толщи $H_c = 4$ м. Модуль деформации грунта примем одинаковым на всю толщу грунта (в некоторых случаях его связывают с давлением грунта).

Таблица 1. Результаты расчетов осадки основания фундамента

Номер слоя	z, м	2z/b	α_i	$a_{zpi} = a_p \alpha_i = 0.4\alpha_i$ МПа	$\sigma_{zgi} = \gamma'(h_n + z)$ МПа
-	0	0	1	0.4	0.036
1	0.8	0.8	0.866	0.346	0.050
2	1.6	1.6	0.612	0.245	0.065
3	2.4	2.4	0.419	0.167	0.079
4	3.2	3.2	0.294	0.111	0.094
5	4.0	4.0	0.214	0.086	0.108
6	4.8	4.8	0.161	0.064	0.122
$\sum$	16.8	16.8	2.566	1.019	0.518

Из таблицы видно, что требование СП 22.13330.2011 в виде $\sigma_{zpi} = 0.5\sigma_{zgi}$ удовлетворяется, а именно для $H = H_c + d_n = 4.8$ м при $i = 6$ из таблицы 5.8 СП имеем $\sigma_{zp6} = 0.064$ МПа $\approx \sigma_{zp6} = 0.5 \cdot 0.122 = 0.061$ МПа.

Предварительно найдем $a_y = \left(a_p - a_{\sigma\gamma}\right)\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i h_i}{a_{Ei}}$ с учетом $h_i = idem$ и $a_{Ei} = idem$. В результате $a_y = (0.4 - 0.036) \cdot 0.8 \cdot 2.566 / 9 = 0.085$ м.

Так как $a_y = 0.085 < S_u / \beta = 0.1/0.8 = 0.125$ м, то возможность безотказной работы $R = 1$, а дальнейший расчет надежности основания по осадке ведем по (8) $y_{np} = \left[(0.4 - 0.036) + (0.08 - 0.004)\theta\right] \cdot 0.8 \cdot 2.566 / (9 - 0.8\theta) = 0.125$. Отсюда $\theta = 1.4$ и возможность отказа $Q = e^{-\theta^2} = e^{-1,4^2} = 0.1409$, а $N = 1 - Q = 0.8591$. Надежность основания фундамента по осадке характеризуется интервалом $[0.8591; 1]$. Истинное, но неизвестное значение надежности находится внутри интервала.

Об уровне безопасности эксплуатации основания можно судить по полученным результатам расчета надежности и по нормативному значению вероятности безотказной работы грунтового основания. Обсуждение вопроса о нормировании надежности в строительных конструкциях можно найти в работах [27–29]. В [29] без обоснования указывается, что вероятность отказа основания фундамента должна быть не более 10^{-5} при отказе без предварительного сигнала. Если вероятность отказа основания окажется больше 10^{-3}, то основание усиливается или его эксплуатация, как и здания в целом, запрещается. Таким образом, нормативное значение отказа основания фундамента требует изучения и дальнейшего обсуждения, что выходит за рамки статьи.

При расчете надежности основания фундамента по критериям деформации и несущей способности окончательный результат представляют в виде интервала $\left[\underline{P}_{\min}; \overline{P}_{\min}\right]$ из обоих результатов [27].

В ответственных конструкциях по обеспечению безопасности здания или сооружения рекомендуется проводить несколько независимых испытаний и расчетов основания и получать совокупность интервалов $\left[\underline{P}_{\min}; \overline{P}_{\min}\right]_i$ или $[N, R]_i$.

Для анализа таких интервальных множеств используется метод Демпстера–Шефера из теории свидетельств [31–33], который получил развитие в последнее время в ряде работ [34, 35].

Уткин В.С. Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 4–13.

Для определения значений границ математического ожидания E случайной величины X в этом случае используются формулы [36] $\underline{E}X = \sum_{i=1}^{n} m(A_i)\inf A_i$ и $\overline{E}X = \sum_{i=1}^{n} m(A_i)\sup A_i$.

Покажем это на примере, имеющем по методике отношение не только к рассмотренным основаниям фундамента. Пусть условно имеем некоторые значения результатов испытаний и расчетов. Для упрощения примем их целыми числами. Так, $A_1 = [4,5]$ в двух испытаниях, $A_2 = [2,4]$ в трех испытаниях, $A_3 = [1,5]$ в одном испытании. Отсюда $N = 6$ испытаний, расчетов, которые характеризуются по [36] базовыми вероятностями $m(A_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $m(A_2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $m(A_3) = \frac{1}{6}$. Статистические математические ожидания будут

$$\underline{E}X = \frac{1}{3}\cdot 4 + \frac{1}{2}\cdot 2 + \frac{1}{6}\cdot 1 = \frac{15}{6} = 2.5;\ \overline{E}X = \frac{1}{3}\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot 4 + \frac{1}{6}\cdot 5 = \frac{27}{6} = 4.5.$$

Интервал по всем результатам будет $[2.5;4.5]$.

Аналогично этому примеру находят интервал надежности основания фундамента по нескольким интервалам, что повышает достоверность информации о надежности.

Заключение

1. Рассмотрен новый метод расчета надежности основания фундамента по критерию осадки на стадии эксплуатации при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах в математической расчетной модели предельного состояния.

2. В расчетах надежности нечеткие переменные в терминах теории возможностей описаны экспоненциальной функцией распределения возможностей; для расчета надежности основания использован принцип обобщения Л. Заде теории нечетких множеств.

3. Приведен пример расчета основания по критерию осадки основания фундамента, который служит алгоритмом расчета.

4. Рассмотренный метод может быть использован при расчетах других видов оснований и других видов фундаментов, грунтов оснований, а также других несущих частей здания по различным критериям работоспособности.

Литература

1. Ермолаев Н.Н., Михеев В.В. Надежность оснований сооружений. Л.: Стройиздат, 1976. 152 с.
2. Шейнин В.И., Лесовой Ю.В., Михеев В.В. Подход к оцениваю надежности в инженерных расчетах оснований // Основания фундаментов и механика грунтов. 1990. №1. С. 24–26.
3. Шейнин В.И., Михеев В.В., Попов Н.Б. Вероятностный расчет основания под отдельным фундаментом по второй группе предельных состояний // Основания фундаментов и механика грунтов. 1991. №2. С. 19–23.
4. Гарагаш Б.А. Надежность систем «Основание-сооружение». Т. 1. М.: Изд. Ассоциации строительных вузов. 2012. 413 с.
5. Гарагаш Б.А. Надежность систем «Основание-сооружение». Т.2. М.: Изд. Ассоциации строительных вузов. 2012. 471 с.
6. Ладышенский Г. Надежность строительства на просадочных грунтах // Основания фундаментов и

References

1. Yermolaev N.N., Mikheev V.V. *Nadezhnost' osnovaniy sooruzheniy* [The soil bases reliability of structures]. Leningrad. Stroyizdat. 1976. 152 p. (rus)
2. Sheynin V.I., Lesovoy Yu.V., Mikheev V.V. Podkhod k otsenivayu nadezhnosti v inzhenernykh raschetakh osnovaniy [Approach to assess reliability in engineering soil bases calculations]. *Soil Mechanics and Foundation Engineering.* 1990. No. 1. Pp. 24–26. (rus)
3. Sheynin V.I., Mikheev V.V., Popov N.B. Veroyatnostnyy raschet osnovaniya pod otdel'nym fundamentom po vtoroy gruppe predel'nykh sostoyaniy [The probabilistic calculation of the base under a separate foundation for the second group of limiting states]. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1991. No. 2. Pp. 19–23. (rus)
4. Garagash B.A. *Nadezhnost' sistem «Osnovanie-sooruzhenie»* [Reliability of «Soil base-structure» system]. Vol. 1. Moscow: Izd. Assotsiatsii stroitelnykh vuzov. 2012. 413 p. (rus)
5. Garagash B.A. *Nadezhnost' sistem «Osnovanie-sooruzhenie»* [Reliability of «Soil base-structure» system]. Vol. 2. Moscow: Izd. Assotsiatsii stroitelnykh vuzov. 2012. 471 p. (rus)

Utkin V.S. Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovaniy fundamentov zdaniy i sooruzheniy po kriteriyu deformatsii pri ogranichennoy informatsii o nagruzkakh i gruntakh [Calculation of the reliability of the earth foundations of buildings and structures according to the deformation criteria with limited information on the soils and loads]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. C. 4–13. doi: 10.5862/MCE.61.1

механика грунтов. 2013. С. 16–20.

7. Альберт И.У. Численная оценка вероятности отказа системы «сооружение – сейсмоизолирующий фундамент – основание» при сейсмических воздействиях // Вестник гражданских инженеров. 2008. №1(14). С. 17–24.
8. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению зданий в информатике. М.: Радио и связь, 1990. 288с.
9. Zaden L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy sets and Systems. 1978. Vol. 1. Pp. 3–28.
10. Уткин В.С., Уткин Л.В. Расчет надежности механических систем при ограниченной статистической информации. Монография. Вологда: ВоГТУ, 2008. 188 с.
11. Ярыгина О.В. Методы расчета надежности железобетонных конструкций при ограниченной статистической информации: Автореферат дисс. … канд. Техн. наук. СПб., 2013.
12. Уткин В.С. Расчет надежности грунтового основания фундаментов по критерию несущей способности // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2014. С. 23–27.
13. Уткин В.С. Расчет надежности фундаментов машин по критериям прочности грунта основания и амплитудам колебаний при ограниченной статистической информации // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. №9(4). С. 226–237.
14. Уткин В.С., Уткин Л.В. Расчет надежности грунтовых оснований и фундаментов машин при ограниченной информации на стадии эксплуатации. Монография. Вологда: ВоГТУ, 2013. 124 с.
15. Уткин В.С., Каберова А.А. Расчет надежности оснований фундаментов, сложенного набухающими грунтами, по критерию деформации (общей осадки) // International journal for computational civil and structural engineering. 2015. Vol. 11. №3. С. 116–125.
16. Уткин В.С. Расчет надежности оснований и фундаментов при различной информации. LAC LAMDERT Academic Publishig. Германия, 2014. 100 с.
17. Уткин В.С., Ярыгина О.В, Сборник примеров расчета надежности несущих элементов зданий. Вологда: ВоГТУ. 2015. 83 с.
18. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, Физматгиз, 1969. 576 с.
19. Далматов Б.И., Морарескул Н.Н., Иовчук А.Т., Науменко В.Г. Проектирование фундаментов зданий и промышленных сооружений. М.: Высшая школа,1969. 297 с.
20. Тензорезисторный извлекаемый датчик давления грунта [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://spb.tenso-m.ru/tenzodatchiki/specialnogo-naznachenija/241/ (дата обращения: 01.02.2016).
21. Технические решения для диагностики и мониторинга. Мониторинг давления на грунты [Электронный ресурс]. SOLDATA. Режим доступа: http:soldata.com.ua/ru/geotehnicheskij_monitoring/monitoring_davlenij_na_ drunti.
22. Eryilmaz S., Tütüncü G.Y. Stress strength reliability in the presence of fuzziness // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2015. Vol. 282. Pp. 262–267.
23. Li G., Lu Z., Xu J. A fuzzy reliability approach for structures based on the probability perspective // Structural Safety. 2015. Vol. 54. Pp. 10–18.
24. Gao P., Yan S. Fuzzy dynamic reliability model of dependent series mechanical systems // Advances in

6. Ladyshenskiy G. Nadezhnost' stroitel'stva na prosadochnykh gruntakh [Reliability of construction on subsiding soils]. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2013. Pp. 16–20. (rus)
7. Albert I.U. Chislennaya otsenka veroyatnosti otkaza sistemy «sooruzhenie – seysmoizoliruyushchiy fundament – osnovanie» pri seysmicheskikh vozdeystviyakh [Numerical estimation of the failure probability of the system "structure – foundation seismic isolation – foundation" under seismic loads]. *Bulletin of Civil Engineers*. 2008. No. 1(14). Pp. 17–24. (rus)
8. Dyubua D., Prad A. *Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniya k predstavleniyu zdaniy v informatike* [The theory of possibilities. Application to the representation of buildings in computer science]. Moscow. Radio i svyaz. 1990. 288 p. (rus)
9. Zaden L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and Systems*. 1978. Vol. 1. Pp. 3–28.
10. Utkin V.S., Utkin L.V. *Raschet nadezhnosti mekhanicheskikh sistem pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii.* Monografiya [Calculation of reliability of mechanical systems with limited statistical information. Monograph]. Vologda. VoGTU. 2008. 188 p. (rus)
11. Yarygina O.V. *Metody rascheta nadezhnosti zhelezobetonnykh konstruktsiy pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii.* Avtoreferat dissertatsii kandidata tekhnicheskikh nauk [Methods of reliability calculation of reinforced concrete structures with limited statistical information. Abstract of thesis of candidate of technical sciences]. Saint Petersburg. 2013. (rus)
12. Utkin V.S. Raschet nadezhnosti gruntovogo osnovaniya fundamentov po kriteriyu nesushchey sposobnosti [Calculation of reliability of soil bases by the bearing capacity criterion]. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2014. Pp. 23–27. (rus)
13. Utkin V.S. Raschet nadezhnosti fundamentov mashin po kriteriyam prochnosti grunta osnovaniya i amplitudam kolebaniy pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii [The reliability calculation of machine bases according to the criteria of strength of the Foundation soil and the amplitudes of the oscillations at the limited statistical information. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013. No. 9.Pp. 226–237. (rus)
14. Utkin V.S., Utkin L.V. *Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovaniy i fundamentov mashin pri ogranichennoy informatsii na stadii ekspluatatsii.* Monografiya [Calculation of reliability of soil bases and foundations of machines with limited information at the stage of operation. Monograph]. Vologda. VoGTU. 2013. 124 p. (rus)
15. Utkin V.S., Kaberova A.A. Raschet nadezhnosti osnovaniy fundamentov, slozhennogo nabukhayushchimi gruntami, po kriteriyu deformatsii (obshchey osadki) [The reliability calculation of foundations, composed of swelling soils, according to the criterion of deformation (total precipitation)]. *// International journal for computational civil and structural engineering.* 2015. Vol. 11. No. 3. Pp. 116–125. (rus)
16. Utkin V.S. *Raschet nadezhnosti osnovaniy i fundamentov pri razlichnoy informatsii* [The calculation of the reliability of bases and foundations for different information]. LAC LAMDERT Academic Publishig. 2014. 100 p.
17. Utkin V.S., Yarygina O.V. *Sbornik primerov rascheta nadezhnosti nesushchikh elementov zdaniy* [A collection of examples of calculation of reliability of load-bearing elements of buildings]. Vologda: VoGTU. 2015. 83p. (rus)
18. Venttsel Ye.S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow. Nauka, Fizmatgiz. 1969. 576 p. (rus)
19. Dalmatov B.I., Morareskul N.N., Iovchuk A.T., Naumenko V.G. Proektirovanie fundamentov zdaniy i promyshlennykh sooruzheniy [Design of foundations of buildings and industrial structures]. Moscow. Vysshaya shkola.1969. 297 p. (rus)
20. *Tenzorezistornyy izvlekaemyy datchik davleniya grunta*

Уткин В.С. Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 4–13.

Mechanical Engineering. 2013. Vol. 5. Pp. 685–721.

25. Wang X., Wang L., Qiu Z. Safety estimation of structural systems via interval analysis // Chinese Journal of Aeronautics, 2013. Vol. 26(3), Pp. 614–623.
26. Юрик Я.В. Таблицы для определения осадок фундамента. Киев: Будівельник, 1971. 194 с.
27. Тур В.В., Пецольд Т.М. Зарубежный опыт оценки технического состояния существующих железобетонных конструкций // Строительная наука и техника. 2006. №2. С. 17–21.
28. Faber M., Sorensen J. Reliability Based Code Calibration. Paper for JCSS. Aalborg University, 2002. 17 p.
29. Казачек В.Г., Нечаев Н.В., Нотенко С.Н. Обследование и испытание зданий и сооружений. М.: Высшая школа, 2007. 655 с.
30. Гуров С.В., Уткин Л.В. Надежность систем при неполной информации. СПб: Любович, 1999. 166 с.
31. Shafer G.A. Mathematical Theory of Evidence. Princeton University Press, 1976. 297 p.
32. Smets P. What is dempster-shafers model // Advances in the dempster-shafers Theory Evidence. 1994. Pp. 5–34.
33. Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multivalved mapping // Annals of Mathematical Statistics.1967. Vol. 38. Pp. 325–339.
34. Jiang C., Zhang Z., Han X. An evidence-based reliability analysis method for rencertain structures // Chin J Theor Appl Mech. 2013. №45 (1), Vol 103. Pp. 15.
35. Zhang Z., Jiang C., Han X., Dean Hu, Yu S. A response surface approach for Structure reliability analysis using evidence theory // Advances in Engineering Software. 2014. Pp. 37–45.
36. Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. СПб.: Наука, 2007. 404 с.

[Recoverable strain gauge pressure sensor ground] [online]. URL: http://spb.tenso-m.ru/tenzodatchiki/specialnogo-naznachenija/241/ (accessed: 01 February 2016). (rus)

21. Tekhnicheskie resheniya dlya diagnostiki i monitoringa. Monitoring davleniya na grunty [Technical solutions for diagnostics and monitoring. Monitoring of pressure on the ground] [online]. *SOLDATA.* URL: http:soldata.com.ua/ru/geotehnicheskij_monitoring/monitoring_davlenij_na_ drunti. (rus)
22. Eryilmaz S., Tütüncü G.Y. Stress strength reliability in the presence of fuzziness. *Journal of Computational and Applied Mathematics.* 2015. Vol. 282. Pp. 262–267.
23. Li G., Lu Z., Xu J. A fuzzy reliability approach for structures based on the probability perspective. *Structural Safety*. 2015. Vol. 54. Pp. 10–18.
24. Gao P., Yan S. Fuzzy dynamic reliability model of dependent series mechanical systems. *Advances in Mechanical Engineering*. 2013. Vol. 5. Pp. 685–721.
25. Wang X., Wang L., Qiu Z. Safety estimation of structural systems via interval analysis. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2013. Vol. 26. Pp. 614–623.
26. Yurik Ya.V. *Tablitsy dlya opredeleniya osadok fundamenta* [Tables for determining the sag of the foundation]. Kiev. Budivelnik. 1971. 194 p. (rus)
27. Tur V.V., Petsold T.M. Zarubezhnyy opyt otsenki tekhnicheskogo sostoyaniya sushchestvuyushchikh zhelezobetonnykh konstruktsiy [Foreign experience of technical condition assessment of existing reinforced concrete structures]. *Stroitel'naya nauka i tekhnika.* 2006. No. 2. Pp. 17–21. (rus)
28. Faber M., Sorensen J. *Reliability Based Code Calibration.* Paper for JCSS. Aalborg University. 2002. 17 p.
29. Kazachek V.G., Nechaev N.V., Notenko S.N. *Obsledovanie i ispytanie zdaniy i sooruzheniy* [Inspection and testing of buildings and structures]. Moscow. Vysshaya shkola. 2007. 655 p. (rus)
30. Gurov S.V., Utkin L.V. *Nadezhnost' sistem pri nepolnoy informatsii* [The reliability of systems with incomplete information]. Saint Petersburg. Ljubovic. 1999. 166 p. (rus)
31. Shafer G.A. Mathematical Theory of Evidence. Princeton University Press. 1976. 297 p.
32. Smets P. What is Dempster-Shafers model. *Advances in the Dempster-Shafers Theory Evidence.* 1994. Pp. 5–34.
33. Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multivalved mapping. *Annals of Mathematical Statistics*. 1967. Vol. 38. Pp. 325–339.
34. Jiang C., Zhang Z., Han X. An evidence-based reliability analysis method for rencertain structures. *Chin J Theor Appl Mech.* 2013. Vol. 103. No. 45. Pp. 15.
35. Zhang Z., Jiang C., Han X., Dean Hu, Yu S. A response surface approach for Structure reliability analysis using evidence theory. *Advanced in Engineering Software*. 2014. Pp. 37–45.
36. Utkin L.V. *Analiz riska i prinyatie resheniy pri nepolnoy informatsii* [Risk analysis and decision making with incomplete information]. Saint Petersburg. Nauka. 2007. 404 p. (rus)

Владимир Сергеевич Уткин,
+7(8172)518396; эл. почта:
UtkinVoGTU@mail.ru

Vladimir Utkin,
+7(8172)518396; UtkinVoGTU@mail.ru

© Уткин В.С., 2016

Utkin V.S. Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovaniy fundamentov zdaniy i sooruzheniy po kriteriyu deformatsii pri ogranichennoy informatsii o nagruzkakh i gruntakh [Calculation of the reliability of the earth foundations of buildings and structures according to the deformation criteria with limited information on the soils and loads]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. C. 4–13. doi: 10.5862/MCE.61.1

doi: 10.5862/MCE.61.2

Оптимизация системы стальной плоской рамы и столбчатых фундаментов

Optimization of flat steel frame and foundation posts system

Д-р техн. наук, зав. каф. И.Н. Серпик,
канд. техн. наук, доцент А.В. Алексейцев,
Брянский государственный инженерно-технологический университет, г. Брянск, Россия

I.N. Serpik,
A.V. Alekseytsev,
Bryansk State University of Engineering and Technology, Bryansk, Russia

Ключевые слова: стальные рамы; столбчатые фундаменты; естественное основание; оптимизация; генетические алгоритмы; параметры проектирования; прочность; устойчивость

Key words: steel frames; foundation posts; natural foundation bed; optimization; genetic algorithms; design parameters; strength, stability

Аннотация. Разработка эффективных проектных решений для многих строительных объектов требует учета несущей способности и стоимости изготовления надстройки и фундамента как единой системы. В статье предложен алгоритм комплексного оптимального проектирования стальной плоской рамы каркаса здания и столбчатых фундаментов под ее колонны на естественном основании. Ставится задача минимизации стоимости материалов основных изменяемых частей конструкции. Поиск осуществляется с использованием генетического алгоритма на дискретных множествах типоразмеров поперечных сечений стержней рамы, размеров в плане подошв фундаментов и опорных стальных плит, высот фундаментов и вылетов их ступеней, классов бетона и арматуры, диаметров и шагов установки продольных арматурных стержней. Для рамы используется стержневая расчетная схема. Принимается во внимание влияние продольных сил в стержнях на их изгибные деформации. Учитываются вертикальные и угловые податливости грунтового основания. Приводится пример оптимизации трехпролетной стальной рамы и столбчатых фундаментов здания при строительстве в условиях г. Брянска.

Abstract. The development of effective design solutions for many construction projects requires taking into account the bearing capacity and the cost of manufacturing the superstructure and the foundation as a single system. We suggested an algorithm of complex optimal design of a steel flat frame for the building frame, and foundation posts under its columns on the natural foundation. It is proposed to minimize the cost of materials of basic variable parts of the structure. The search is carried out using a genetic algorithm on the discrete sets of standard sizes of cross-sections of frame rods, sizes in terms of foundation bases and base steel plates, foundations heights and overhangs of their jumps, concrete and reinforcement grades, diameters and installation steps of longitudinal reinforcement bars. The rod design scheme is used for the frame. The influence of normal forces in bars on their bending strains is taken into account. Vertical and angular compliances of ground base are taken into consideration. The example of optimizing a three-span steel frame and foundation posts of a building during the construction process in the town of Bryansk is given.

Введение

Вопрос оптимального проектирования стальных рам при заданных условиях опирания рассмотрен в ряде работ [1–3]. Подробно изучалась и задача оптимизация фундаментов различных типов при неизменных конструктивных решениях надстроек зданий и сооружений [4–12]. В то же время действующий СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01–83*» указывает, что «расчет оснований по деформациям должен производиться исходя из условия совместной работы сооружения и основания» (п. 5.6.3). Соответственно, требуется решать задачу оптимизации строительных конструкций с рамными надстройками, принимая во внимание несущую способность и стоимость изготовления каркаса и фундаментов как единой системы.

Серпик И.Н., Алексейцев А.В. Оптимизация системы стальной плоской рамы и столбчатых фундаментов // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 14–24.

В целом оптимальному проектированию строительных объектов при совместном варьировании параметров надстроек и фундаментов уделяется недостаточно внимания. Отдельным аспектам этого направления посвящены работы [13, 14]. В работе [13] рассматривается совместная оптимизация балочной конструкции и свайного фундамента для моста пирса. В работе [14] анализируются вопросы комплексной оптимизации свайного фундамента и надстройки при повторном использовании свай. Существует потребность в дальнейшей разработке алгоритмов, которые обеспечивали бы возможность решения конструкторских задач такого типа. При этом представляется целесообразным использование универсального метода эволюционного моделирования, иначе называемого генетическими алгоритмами [15]. Следует отметить, что генетические алгоритмы уже нашли применение при раздельной оптимизации надстроек [3, 16] и фундаментов [9, 11, 12, 17].

В настоящей работе предлагается методика комплексной оптимизации плоской стальной рамы каркаса здания и столбчатых фундаментов. Учитывается эксплуатация объекта в нормальных условиях на естественном основании. Поиск рациональных решений выполняется на основе развития процедуры эволюционного моделирования работ [18–20].

Постановка задачи

Ставится задача минимизации стоимости $C_б$ материалов основных изменяемых элементов рамы и фундаментов:

$$C_б = M_r C_r + M_{bf} C_{bf} + M_{af} C_{af} + M_{nf} C_{nf} \to \min, \quad (1)$$

где M_r – масса варьируемой части стержней рамы; M_{bf}, M_{af}, M_{nf} – массы бетона, арматуры и опорных стальных плит; C_r, C_{bf}, C_{af}, C_{nf} – плановая производственная себестоимость единицы массы для соответствующих элементов конструкции.

Все рассматриваемые в формуле (1) массы, а также удельные стоимости для бетона и арматуры зависят от параметров проектирования. Удельные стоимости для стержней рамы и опорных стальных плит считаются величинами постоянными. Поиск осуществляется на дискретных множествах типоразмеров поперечных сечений стержней рамы, форм подошв фундаментов (квадрат или прямоугольник), размеров в плане подошв фундаментов и опорных стальных плит, высот фундаментов и вылетов их ступеней, классов бетона и арматуры, диаметров и шагов установки продольных арматурных стержней.

Считаем стержневую систему рамы относящейся к первому классу напряженно-деформированного состояния (СП 16.13330.2011. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II–23–81*). Полагаем, что рама раскреплена из своей плоскости. Принимаем во внимание условия, при которых не предусматривается проводить расчет на плоский сдвиг по подошве фундамента (СП 22.13330.2011).

Рассматриваем следующие основные ограничения.

1. *Прочность рамы.* Требуем выполнения соотношения

$$t_\sigma = \frac{|\sigma_э|}{R_y} - 1 \le 0, \quad (2)$$

где t_σ – параметр, используемый для характеристики удовлетворения условий прочности стержней; $\sigma_э$ – эквивалентное по теории Мизеса напряжение; R_y – расчетное сопротивление стали, назначенное по пределу текучести (СП 16.13330.2011).

2. *Ограничения по деформациям основания (СП 22.13330.2011):*

$$p_{ср} \le R; \; p_{кр} \le 1{,}2R, \quad (3)$$

где $p_{ср}$ – среднее давление под подошвой фундамента на грунт; $p_{кр}$ – давление на грунт вдоль оси фундамента у края подошвы, перпендикулярного плоскости рамы; R – расчетное сопротивление грунта основания, вычисляемое в соответствии с п. 5.6.7 СП 22.13330.2011.

3. *Выполнение условий прочности фундаментов на продавливание [4].*

4. *Проверка несущей способности основания по методике п. 5.7 СП 22.13330.2011*.

5. *Трещиностойкость фундаментов ([4], СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52–01–2003):*

$$a_{crcs} \le [a_{crc}], \quad (4)$$

где a_{crcs} – полученная в расчетах ширина раскрытия трещин в растянутом бетоне; $[a_{crc}]$ – допустимая ширина продолжительного или непродолжительного раскрытия трещин.

6. *Обеспечение требуемой жесткости (СП 22.13330.2011, СП 20.13330.2011. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85*. Нагрузки и воздействия):*

$$t_{\delta в} = \frac{|\delta_в|}{[u]+[f_в]} - 1 \le 0\,,\ t_{\delta г} = \frac{|\delta_г|}{[f_г]} - 1 \le 0\,, \quad (5)$$

где $t_{\delta в}, t_{\delta г}$ – параметры, используемые для характеристики выполнения условий жесткости для перемещений по вертикали и горизонтали; $\delta_в$, $\delta_г$ – перемещения по вертикали и горизонтали в результате совместной деформации основания и рамы; $[u]$ – допустимое значение осадки основания; $[f_в]$, $[f_г]$ – допустимые значения вертикального и горизонтального перемещений стержней вследствие деформаций рамы.

7. *Обеспечение общей устойчивости деформируемой системы с учетом податливости основания.* Местную устойчивость поясных листов, стенок в процессе оптимизации не рассматриваем, полагая, что ее можно обеспечить для полученного решения путем установки дополнительных ребер жесткости, подкрепляющих косынок и т.п.

8. *Требования по максимальной относительной разности осадок фундаментов (СП 22.13330.2011).*

9. *Конструктивные и технологические требования, в том числе указания нормативных документов по строительству.*

10. *Условия унификации.* Предусматривается возможность выбора одного типоразмера для каждой из задаваемых групп поперечных сечений стержней. Для варианта конструкции высоты всех фундаментов, классы бетона и арматуры принимаются одинаковыми.

Процедура оптимизации

Полагаем, что перед оптимизацией задается район строительства, компоновочная схема несущей конструкции, действующие нагрузки, характеристики грунтов, глубина заложения фундаментов, толщина опорных стальных плит, механические характеристики и стоимости материалов. Принимаются допустимые значения варьируемых параметров с учетом ограничений 9, 10. После выполнения оптимального поиска исходные предпосылки к проектированию можно откорректировать и повторить счет.

Ограничения 1–7 рассматриваем как активные, учитываемые непосредственно в процедуре оптимизации. Ограничение 8 трактуем как пассивное. Его удовлетворение следует проверить после проведения оптимизации.

Выполняем декомпозицию параметров проектирования, выделив данные о типоразмерах поперечных сечений стержней рамы, высоте фундаментов и формах их подошв, классах бетона и арматуры. Эта информация отражается в коде варианта конструкции (особи) эволюционного алгоритма. Остальные параметры подбираются с учетом рассматриваемого кода. Формируем алгоритм таким образом, чтобы ограничения 1, 6 непосредственно влияли на выбор особей в эволюционной схеме. Ограничение 7 должно быть связано с ограничением 6, а выполнение ограничений 2–5 должно учитываться при нахождении параметров фундаментов, не входящих в коды особей.

Последовательность генов хромосомы Y каждой особи представляется в виде

$$Y = \{y_{r1},...,y_{rn},y_h,y_{f1},...,y_{fk},y_b,y_a\}, \quad (6)$$

где $y_{r1},...,y_{rn}$ – номера типоразмеров профилей групп стержней; *n* – число таких групп; y_h – номер высоты фундаментов; $y_{f1},...,y_{fk}$ – номера форм подошв фундаментов; *k* – число фундаментов; y_b, y_a – номера классов бетона и арматуры.

Оптимизация выполняется последовательно для каждого из принимаемых во внимание сочетаний нагрузок. Для вновь учитываемого сочетания корректируем множества допустимых профилей стержней, устраняя профили, меньшие по площади поперечных сечений полученных в процессе предыдущей оптимизации. После прохождения всех рассматриваемых сочетаний нагрузок для каждой колонны выбираем из полученных в оптимизационных расчетах вариантов фундамент обладающий наибольшей несущей способностью. В итоге предусматривается выполнение проверочных расчетов разработанной несущей системы.

В эволюционной схеме принимаем во внимание основной набор проектов I, имеющий фиксированное четное число *n* вариантов конструкции, и вспомогательный набор II улучшенных проектов, размер которого зависит от результатов работы эволюционного алгоритма, но не превышает *n*. Первоначально формируем первое поколение из одинаковых вариантов конструкции с наибольшими допустимыми значениями площадей поперечных сечений стержней и высот фундаментов, заданием прямоугольной формы подошвы фундаментов, введением наиболее высоких классов бетона и арматуры из принимаемых для оптимизации множеств. Далее осуществляется итерационный процесс (движение по поколениям), включающий следующие основные действия.

А. Проверка выполнения ограничений 1–7 для проектов набора I*, совмещенная с выбором для каждого фундамента параметров, не входящих в коды вариантов конструкции эволюционного алгоритма.*

При анализе общих деформаций несущей системы рассматривается стержневая расчетная схема с учетом вертикальной и угловой податливости грунтового основания. Материалы стержней рамы считаются линейно упругими. Принимается во внимание влияние продольных сил в стержнях на их изгибные деформации. Вертикальная податливость основания оценивается по схеме линейно деформируемого полупространства методом послойного суммирования (СП 22.13330.2011). Угловая податливость основания вычисляется в соответствии с процедурой определения крена фундамента, приведенной в п. 5.6.44 СП 22.13330.2011. Расчет напряженно-деформированного состояния вариантов конструкции выполняется методом конечных элементов с помощью последовательных приближений. В первом приближении реализуется расчет несущей системы при абсолютно жестких опорах и нулевых продольных силах в стержнях. В каждом приближении *s* > 1 решается следующая система линейных алгебраических уравнений:

$$\left(\left[K\left(\left\{ V^{(s-1)} \right\} \right) \right]^{(s)} + \left[K_G\left(\left\{ N^{(s-1)} \right\} \right) \right]^{(s)} \right) \{\delta\}^{(s)} = \{R\}^{(s)}, \quad (7)$$

где $\left[K\left(\left\{ V^{(s-1)} \right\} \right) \right]^{(s)}$ – матрица жесткости конечно-элементной модели, получаемая с учетом податливости основания для фундаментов, спроектированных по результатам вычисления в приближении *s*-1 опорных реакций $\{V\}^{(s-1)}$; $\left[K_G\left(\left\{ N^{(s-1)} \right\} \right) \right]^{(s)}$ – геометрическая матрица [21, 22] системы конечных элементов, выражаемая через найденные в приближении *s*-1 продольные силы $\{N\}^{(s-1)}$ в стержнях; $\{\delta\}^{(s)}$ – вектор узловых перемещений, вычисляемый в приближении *s*; $\{R\}^{(s)}$ – вектор приведенной к узлам внешней нагрузки, учитывающий изменение сил тяжести вследствие варьирования параметров конструкции.

Выбор параметров фундаментов осуществляется в соответствии с методикой работы [4]. При этом размеры подошв подбираются на основе ограничений 2 и 4, параметры арматуры – ограничения 5. Размеры в плане опорных стальных плит, а также вылеты ступеней фундаментов

назначаются с учетом ограничения 3, размеров в плане подошвы фундамента и размеров поперечных сечений колонн.

Введение матриц $\left[K_G\left(\left\{N^{(s-1)}\right\}\right)\right]^{(s)}$ позволяет реализовать оценку устойчивости всей деформируемой системы в плоскости рамы. Проверка по перемещениям в данном случае фактически обеспечивает и учет ограничения 7. Расчеты показали, что при выполнении условия устойчивости несущей системы данный внутренний итерационный процесс, как правило, практически сходится за 8–10 итераций.

Разделяем проекты набора I на подгруппы α и β. Если для какого-либо из проектов подгруппы α не выполняется хотя бы одно из ограничений 1, 5, то он заменяется не используемым в наборе I проектом из набора II или вновь сформированным вариантом несущей системы. Если не обеспечивается полное удовлетворение таких ограничений для проектов из подгруппы β, то вводится штраф путем умножения значения целевой функции на коэффициент

$$k_{\partial} = \left(1+\xi\chi\left(t_{\sigma\max}\right)t_{\sigma\max}\right)\left(1+\xi\chi\left(t_{\delta\max}\right)t_{\delta\max}\right), \quad (8)$$

где ξ – задаваемое положительное число; $\chi(x)$ – функция Хэвисайда от некоторого аргумента *x* ($\chi(x)$=0, если $x<0$; $\chi(x)$=1, если $x\geq 0$); $t_{\sigma\max}$, $t_{\delta\max}$ – максимальные значения для t_{σ} и в целом для величин t_{δ_B}, t_{δ_C} в проверяемом проекте конструкции.

B. Корректировка набора II *улучшенных проектов.* Каждый из проектов набора I проверяется по двум критериям: существует ли такой вариант конструкции в наборе II, и не превышает ли значение $C_{\text{б}}$ рассматриваемого варианта наибольшего значения целевой функции в данном наборе. Если оба условия не выполняются, то проект включается в набор II. В том случае, когда число вариантов конструкции во вспомогательном наборе превысит *n*, проект с наибольшим значением $C_{\text{б}}$ из него удаляется.

C. Проверка удовлетворения критерию окончания эволюционного алгоритма. Расчеты показывают, что при оптимальном синтезе конструкций рассматриваемого типа с помощью представляемой эволюционной схемы отсутствие изменений в наборе II в течение 200…300 итераций внешнего цикла говорит о целесообразности остановки оптимизации. Дальнейшее продолжение итерационного процесса обычно не приводит к существенному изменению параметров для наиболее рациональных проектов.

D. Случайное изменение параметров (мутация), дополнительная проверка выполнения ограничений для проектов набора I и редактирование набора II, выбор проектов по значению целевой функции (селекция) и обмен параметрами (кроссинговер). При выполнении мутации случайным образом для каждой особи набора I может быть изменен один или несколько параметров. Для модифицируемого параметра с помощью датчика случайных чисел, оперирующего на отрезке (0, 1) и имеющего равномерный закон распределения, находится значение p, которое сравнивается с управляющим числом мутации $m\left(0<m<1\right)$. Если соблюдается неравенство $p>m$, то случайно с равной вероятностью выбирается любой элемент из множества допустимых значений параметра. В противном случае выбор в этом множестве осуществляется случайным образом только из соседних значений по отношению к текущей позиции параметра. Селекция особей выполняется методом рулетки в зависимости от величины целевой функции. Кроссинговер осуществляется на основе известной одноточечной схемы со случайным выбором точки разрыва хромосом. Для рассматриваемого в данной работе примера в наборе I любого из поколений учитывалось по 20 особей, для каждой особи мутация реализовывалась по 2-м параметрам. При этом принималось $m=0.9$.

Данный алгоритм реализован в разработанном авторами статьи программном комплексе «BGITAFEM/OPTIMA» (свидетельство об официальной регистрации №2012661425 РФ).

Пример оптимизации

Выполнялось совместное оптимальное проектирование стальной трехпролетной рамы каркаса бесподвального здания II уровня ответственности и столбчатых фундаментов *A, B, C, D*

под ее колонны (рис. 1а). Объект расположен в г. Брянске. Принималось монолитное исполнение фундаментов. Полагалось, что соседние здания и сооружения находятся на достаточном удалении и не оказывают существенного дополнительного давления на основание. Учитывалась средняя стоимость материалов на январь 2015 г. по данным организаций-производителей г. Брянска.

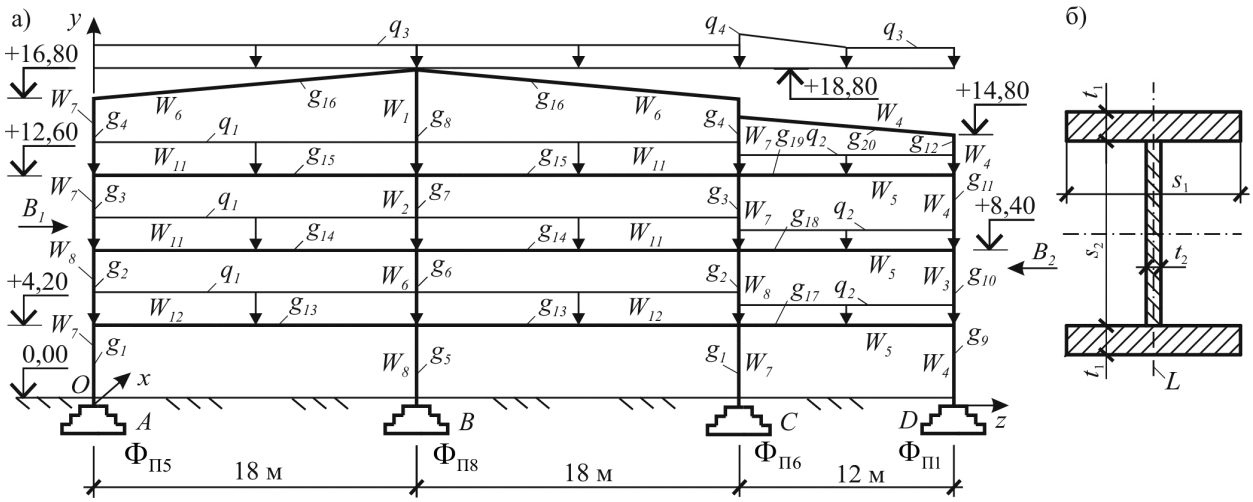

Рисунок 1. Объект оптимизации: а) компоновочная схема; б) форма поперечных сечений стержней (ось *L* расположена в плоскости *OYZ*); g_i – группы профилей стержней; W_i, $\Phi_{\Pi l}$ –выбранные профили стержней и сочетания размеров подошв фундаментов

Стержни рамы выполнены из сварных двутавровых профилей (рис. 1б) и имеют жесткие соединения между собой и с фундаментами. Колонны изготовлены из стали С345, горизонтальные и наклонные ригели – стали С255. Группировка параметров поперечных сечений стержней отражена на рисунке 1а. Каждая из групп стержней $g_i (i = 1,...,20)$ предусматривала возможность использования одного из допустимых профилей $W_i (i = 1,...,20)$, параметры которых приведены в таблице 1.

Таблица 1. Допустимые сочетания размеров поперечных сечений стержней

Вариант поперечного сечения	s_1, см	t_1, см	s_2, см	t_2, см
W_1	16	2	18	0.8
W_2	20	2	20	0.8
W_3	25	2	24	1
W_4	28	2.5	30	1
W_5	30	2.5	32	1.4
W_6	34	3	34	1.4
W_7	40	3	40	1.6
W_8	45	3.5	42	1.8
W_9	48	3.5	44	1.8
W_{10}	50	4	48	2
W_{11}	55	4	50	2
W_{12}	60	4	58	2.5
W_{13}	65	4	62	2.5
W_{14}	70	4	70	3
W_{15}	75	4	76	3
W_{16}	80	4.5	80	3
W_{17}	85	4.5	85	3.5
W_{18}	90	4	58	3.5

Serpik I.N., Alekseytsev A.V. Optimizatsiya sistemy stalnoy ploskoy ramy i stolbchatykh fundamentov [Optimization of flat steel frame and foundation posts system]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 14–24. doi: 10.5862/MCE.61.2

W_{19}	95	4	58	4
W_{20}	100	6	90	4

Принималось, что на строительной площадке залегают грунты с характеристиками, представленными в таблице 2 и определенными по результатам инженерно-геологического исследования. Расчетная глубина сезонного промерзания задавалась 1.38 м как средняя величина по данным метеорологических наблюдений в г. Брянске за период 2000–2013 гг.

Таблица 2. Характеристики грунтов

Наименование четвертичных отложений	Мощность слоя, м	Показатель текучести I_L	Коэффициент пористости	Модуль деформации, МПа
Песок крупный и средней крупности желто-серый и серый, кварцевый, маловлажный	1…2	-	1.0	-
Супесь аллювиальная, пластичная, желто-серая	2.1…5	$0 < I_L \le 0.75$	0.52	22
Суглинок флювиогляциальный буровато-коричневый, полутвердый	2.5…4	$0 \le I_L \le 0.25$	0.55	33

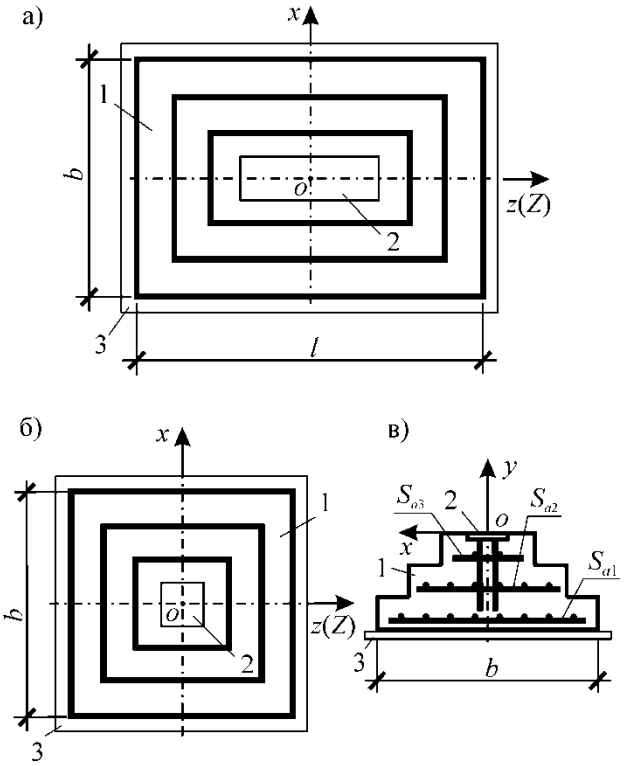

Рисунок 2. Схемы проектируемых фундаментов: а), б) планы фундаментов с квадратной и прямоугольной подошвой; в) сечение фундаментов плоскостью *oxy*; 1 – железобетонная плита; 2 – стальная опорная плита с анкерами; 3 – щебеночная подготовка

Фундаменты располагаются на щебеночной подготовке толщиной 100 мм, выступающей за грани фундамента на 100 мм. Для каждой опоры рамы предусматривалась возможность задания квадратной или прямоугольной формы подошвы фундамента (см. рис. 2а, б). Высота фундаментов варьировалась на множестве {0.75; 0,9; 1.05; 1.2; 1.35} м, сформированном в соответствии с уровнем нагружения рамы. Число ступеней принималось равным трем. Высоты ступеней считались одинаковыми. Бетон армирован тяжелыми сварными сетками S_{a1}, S_{a2}, S_{a3} (рис. 2в) из стержней периодического профиля по ГОСТ 5781–82. Предусматривался выбор бетона из классов B15, B20, B25, B30, B35, арматуры – из классов A300, A400, A500. Толщина защитного слоя бетона задавалась для нижней фундаментной сетки равной 5 см, для других

защитных слоев – 4 см. Условие трещиностойкости фундаментов проверялось в соответствии с 3-й категорией требований (СП 22.13330.2011, СП 63.13330.2012).

Размер стороны *b* каждой квадратной подошвы выбирался из следующих значений: 1.5; 1.8; 2.1; 2.4; 2.7; 3.0; 3.6; 4.2; 4.8; 5.4 м, объединяемых во множество $\Phi_{Kj}\left(j=1,...,10\right)$. Допускались такие сочетания $b\times l$ размеров прямоугольных подошв: 1.5 x 1.8; 1.8 x 2.1; 1.8 x 2.4; 2.1 x 2.7; 2.4 x 3.0; 2.7 x 3.3; 3.0 x 3.6; 3.3 x 3.9; 3.6 x 4.2; 3.9 x 4.5 м, рассматривавшиеся как элементы множества $\Phi_{\Pi l}\left(l=1,...,10\right)$. Толщины стальных опорных плит под колонны принимались равными 2.5 см. Диаметры арматуры сеток выбирались из следующих значений: 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 40 мм. При этом независимо принимался диаметр для системы параллельных стержней каждой сетки. Шаг установки арматуры допускался равным 100, 150 или 200 мм. Вылеты ступеней фундаментов принимались кратными 50 мм, размеры в плане стальных опорных плит – 10 мм.

В соответствии с СП 20.13330.2011 учитывались постоянные и временные длительно действующие нагрузки. Рассматривалось два сочетания расчетных нагрузок, для каждого из которых задавались распределенные загружения стержней с интенсивностями $q_1=106$ кН/м, $q_2=53$ кН/м, $q_3=24.7$ кН/м, $q_4=30.8$ кН/м (рис. 1), учитывающие собственный вес неизменяемых частей конструкции, снеговую и полезную эксплуатационную нагрузку. Вес фундаментов и стержней рамы оценивался и принимался во внимание в контексте варьирования параметров проектирования. Кроме того, вводилось ветровое давление при направлении ветра B_1 для первого сочетания нагрузок и B_2 – для второго. С учетом нормативных требований (СП 22.13330.2011) и авторской практики проектирования зданий в г. Брянске предельная величина осадки фундамента задавалась равной 6 см.

Итерационный процесс эволюционной оптимизации реализовывался при $n=20$ и числе параметров проектирования, которые в каждой особи могут быть подвержены мутации [3], равном 2. Расчеты показали, что в данном примере для получения какого-либо стабильного решения в более чем 70 % реализаций эволюционного алгоритма требуется выполнять менее 400 итераций, в 85 % – менее 500 итераций. Время выполнения 501 итерации на компьютере с процессором Intel Core i5 2400 составило 3.8 часа. На рисунке 3 иллюстрируется сходимость алгоритма для типичной реализации итерационного процесса, где $C_\text{ф}$ – стоимость материалов основных варьируемых элементов фундаментов.

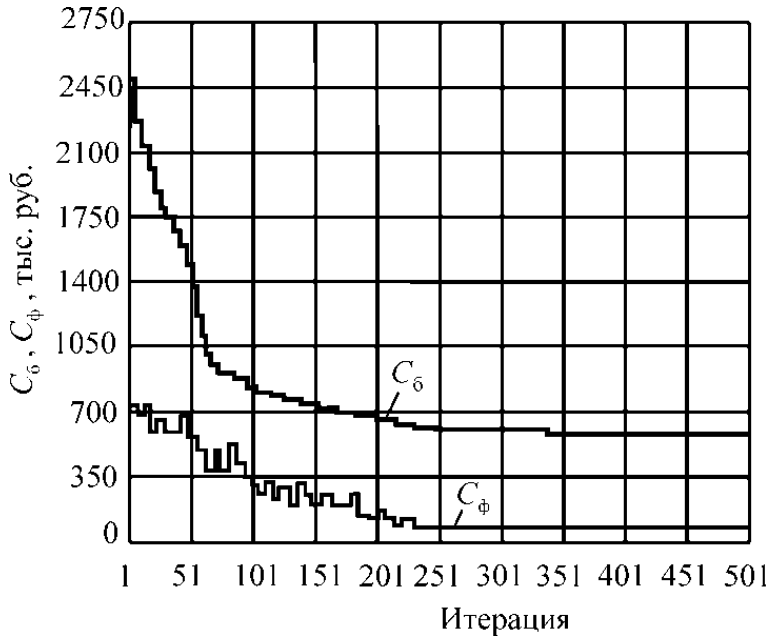

Рисунок 3. Характер сходимости эволюционного алгоритма

Serpik I.N., Alekseytsev A.V. Optimizatsiya sistemy stalnoy ploskoy ramy i stolbchatykh fundamentov [Optimization of flat steel frame and foundation posts system]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 14–24. doi: 10.5862/MCE.61.2

Для первого нагружения осуществлялось 15 запусков на счет. В 11 запусках было получено решение, в котором стоимость $C_б$ составила 539.2 тыс. руб. Для других решений значения целевой функции превышали данную величину на 1…3 %. В проекте с наименьшей стоимостью $C_б$ получились только прямоугольные фундаменты. Сведения о выбранных вариантах поперечных сечений стержней рамы и размерах в плане подошв фундаментов даны на рисунке 1а. Поиск привел к высоте фундаментов 0.75 м, классу бетона В15, классу арматуры А500. В фундаментах *A, B, C* и *D* размеры в плане опорных плит получились равными 0.55 x 0.44; 0.8 x 0.66; 0.8 x 0.66 и 0.48 x 0.37 м. Для всех арматурных сеток шаг установки продольных стержней составил 100 мм, поперечных – 150 мм. Диаметры всех стержней в фундаментах *A, D* получились 10 мм, *B, C* – 12 мм.

Осадки основания под фундаментами *A, B, C* и *D* для выбранной несущей системы составили 3.41; 5.55; 4.43 и 2.23 см. Ограничение 8 при этом выполняется. Оптимальное проектирование для второго сочетания нагрузок здесь не привело к изменению наилучшего из найденных проектов. На рисунке 4а отражены результаты проектирования фундамента *D* по размерам в плане ступеней и стальной плиты, рисунках 4б, в, г – по параметрам арматурных сеток. Проверочные расчеты подтвердили работоспособность полученного в результате оптимизации варианта конструкции.

Выводы

1. Разработан алгоритм совместной оптимизации плоских стальных рам и столбчатых фундаментов на дискретных множествах значений параметров проектирования с использованием эволюционного моделирования.

2. На конкретном примере оптимального синтеза трехпролетной стальной рамы и столбчатых фундаментов монолитного исполнения иллюстрируется возможность реального проектирования конструкций такого типа на основе рассматриваемой вычислительной схемы.

3. Предлагаемая методика может быть рекомендована к реализации в САПР строительных систем.

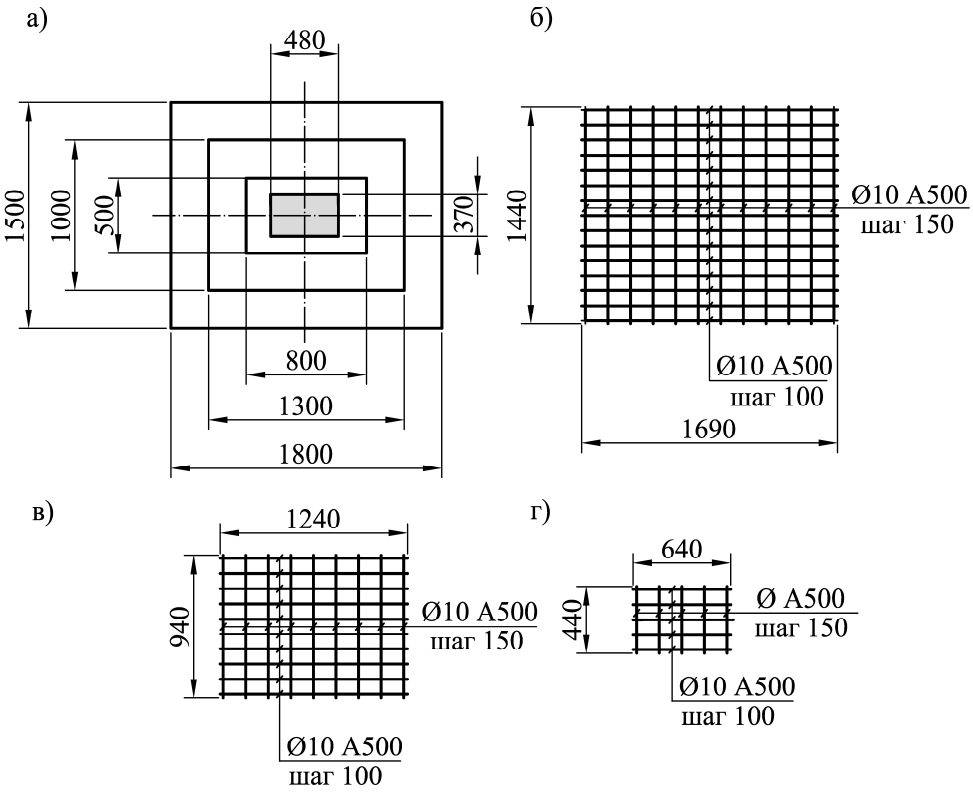

Рисунок 4. Результат поиска параметров фундамента *D*: а) план фундамента; б), в) г) арматурные сетки S_{a1}, S_{a1}, S_{a3}

Серпик И.Н., Алексейцев А.В. Оптимизация системы стальной плоской рамы и столбчатых фундаментов // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 14–24.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, государственное задание ФГБОУ ВО «БГИТУ» по проекту № 2946.

Литература

1. Тухфатуллин Б.А., Путеева Л.Е. Оптимизация плоских стальных рам с учетом требований норм проектирования // Вестник ТГАСУ. 2008. №3. С. 171–175.
2. Hadidi A., Rafiee A. Harmony search based, improved particle swarm optimizer for minimum cost design of semi-rigid steel frames // Structural Engineering and Mechanics. 2014. №3 (50). Pp. 323–347.
3. Серпик И.Н. Оптимизация металлических конструкций путем эволюционного моделирования. М.: Издательство АСВ, 2012. 240 с.
4. Пособие по проектированию фундаментов на естественном основании под колонны зданий и сооружений (к СНиП 2.03.01–84 и СНиП 2.02.01–83). М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. 112 с.
5. Почтман Ю.М., Ланда М.Ш., Холод Е.В. Оптимизация размеров столбчатых фундаментов колонн с учетом существующих модульных систем // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1994. №2. С. 13–16.
6. Логутин В.В. Оптимизация проектных решений оснований и фундаментов [Электронный ресурс] // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». 2012. №4. URL: http://naukovedenie.ru/PDF/16tvn412.pdf (дата обращения: 20.12.2015).
7. Анищенко Е.Ю. Исследование, проектирование и оптимизация параметров фундаментов каркасных зданий: автореферат дисс. ... канд. техн. наук : 05.23.02. Волгоград: Волгогр. гос. архитектур.-строит. акад., 2004. 22 с.
8. Hurd A.J., Truman K.Z. Optimization method of pile foundations // Advances in Engineering Structures. Mechanics and Construction. 2006. Vol. 140. Pp. 653–661.
9. Chan C.M., Zhang L.M., and Ng J.T.M. Optimization of pile groups using hybrid genetic algorithms // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2009. №4(135). Pp. 497–505.
10. Penteado L.M., de Brito J. Expert knowledge-based selection methodology for optimizing the construction of concrete piles // Journal of Performance of Constructed Facilities. 2012. №1 (26). Pp. 95–103.
11. Hwang J.H., Lyu Y.D., Chung M.C. Optimizing pile group design using a real genetic approach // Proceedings of the Twenty-first International Offshore and Polar Engineering Conference. Maui, Hawaii, USA, 19–24 June. 2011. Pp. 491–499.
12. Liu X., Cheng G., Wang B., Lin S. Optimum design of pile foundation by automatic grouping genetic algorithms [Электронный ресурс] // ISRN Civil Engineering. 2012. Pp. 1-16. URL: http://dx.doi.org/ 10.5402/2012/678329. Online publication date: 1-Jan-2012. (дата обращения: 20.12.2015).
13. Demura Y., Matsuo M. Optimization of foundation of bridge on soft ground // Reliability and Optimization of Structural Systems: Proc. of the sixth IFIP WG7.5 Working Conference. 1995. Pp. 112–119.
14. Leung Y., Soga K., Klar A. Multi-objective foundation optimization and its application to pile reuse // Geo-Frontiers 2011: Advances in Geotechnical Engineering. Dallas. Texas. USA. 2011. Vol. 1. Pp. 75–84.
15. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. М.: Физматлит, 2010. 317 с.
16. Юрьев А.Г., Клюев С.В. Эволюционные и генетические алгоритмы оптимизации строительных конструкций.

References

1. Tukhfatullin B.A., Puteyeva L.Ye. Optimizatsiya ploskikh stalnykh ram s uchetom trebovaniy norm proyektirovaniya [Optimization of flat steel frames in view of requirements of designing standards]. *Vestnik of TSUAB*. 2008. No. 3. Pp. 171–175. (rus)
2. Hadidi A., Rafiee A. Harmony search based, improved particle swarm optimizer for minimum cost design of semi-rigid steel frames. *Structural Engineering and Mechanics*. 2014. No. 3. Pp. 323–347.
3. Serpik I.N. *Optimizatsiya metallicheskikh konstruktsiy putem evolyutsionnogo modelirovaniya* [Optimization of metal structures by evolutionary modeling]. Moscow. Izdatel'stvo ASV. 2012. 240 p. (rus)
4. *Posobiye po proyektirovaniyu fundamentov na yestestvennom osnovanii pod kolonny zdaniy i sooruzheniy (k SNiP 2.03.01-84 i SNiP 2.02.01-83)* [Reference manual on design of foundations on a natural foundation bed under the columns of build-ings and structures (to SNiP 2.03.01-84 and SNiP 2.02.01-83)]. Moscow. TsITP Gosstroya SSSR Publ. 1989. 112 p. (rus)
5. Pochtman Yu.M., Landa M.Sh., Kholod Ye.V. Optimizatsiya razmerov stolbchatykh fundamentov kolonn s uchetom sushchestvuyushchikh modulnykh sistem [Optimization of sizes of columns foundation posts with the consideration of existing modular systems]. *Soil Mechanics and Foundation Engineering.* 1994. No. 2. Pp. 13–16. (rus)
6. Logutin V.V. Optimizatsiya proyektnykh resheniy osnovaniy i fundamentov [Design optimization of footings and foundations] [Online]. *On-line journal "Naukovedenie".* 2012. No. 4. Available at: URL: http://naukovedenie.ru/PDF/16tvn412.pdf (Accessed 20.12.2015). (rus)
7. Anishchenko Ye.Yu. *Issledovaniye, proyektirovaniye i optimizatsiya parametrov fundamentov karkasnykh zdaniy* [Research, design and optimization of the parameters of frame buildings foundations]. Author's abstract of PhD diss. Volgograd State Academy of Architecture and Civil Engineering. Volgograd. 2004. 22 p. (rus)
8. Hurd A.J., Truman K.Z. Optimization method of pile foundations. *Advances in Engineering Structures. Mechanics and Construction.* 2006. Vol. 140. Pp. 653–661.
9. Chan C.M., Zhang L.M., and Ng J.T.M. Optimization of pile groups using hybrid genetic algorithms. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering.* 2009. No. 4. Pp. 497–505.
10. Penteado L.M., de Brito J. Expert knowledge-based selection methodology for optimizing the construction of concrete piles. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2012. No. 1. Pp. 95–103.
11. Hwang J.H., Lyu Y.D., Chung M.C. Optimizing pile group design using a real genetic approach. *Proceedings of the Twenty-first International Offshore and Polar Engineering Conference. Maui, Hawaii, USA*. 19-24 June. 2011. Pp. 491–499.
12. Liu X., Cheng G., Wang B., Lin S. Optimum design of pile foundation by automatic grouping genetic algorithms [Online]. *ISRN Civil Engineering*. 2012. Pp. 1-16. Available at URL: http://dx.doi.org/ 10.5402/2012/678329. Online publication date: 1-Jan-2012. (Accessed: 20.12.2015).
13. Demura Y., Matsuo M. Optimization of foundation of bridge on soft ground. *Reliability and Optimization of Structural Systems: Proc. of the sixth IFIP WG7.5 Working Conference*. 1995. Pp. 112–119.

Serpik I.N., Alekseytsev A.V. Optimizatsiya sistemy stalnoy ploskoy ramy i stolbchatykh fundamentov [Optimization of flat steel frame and foundation posts system]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 14–24. doi: 10.5862/MCE.61.2

Белгород: Изд-во БГТУ им. В.Г. Шухова, 2006. 134 с.

17. Letsiosa C., Lagarosb N.D., Papadrakakisb M. Optimum design methodologies for pile foundations in London // Case Studies in Structural Engineering. 2014. Vol. 2. Pp. 24–32.
18. Серпик И.Н., Алексейцев А.В. Построение высокопроизводительного алгоритма оптимизации стержневых систем на основе комбинированной эволюционной стратегии // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 58–63.
19. Серпик И.Н., Мироненко И.В., Смашнева М.И. Генетический алгоритм оптимизации плоских железобетонных рам // Бетон и железобетон. 2011. № 4. С. 17–21.
20. Серпик И.Н., Алексейцев А.В. Оптимизация рамных конструкций с учетом возможности запроектных воздействий // Инженерно-строительный журнал. 2013. №9. С. 23–29.
21. Бате К. Методы конечных элементов. М.: Физматлит, 2010. 1024 с.
22. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Fox D. The finite element method for solid and structural mechanics. Oxford: Elsevier, 2014. 672 p.

14. Leung Y., Soga K., Klar A. Multi-objective foundation optimization and its application to pile reuse. *Geo-Frontiers 2011: Advances in Geotechnical Engineering.* Dallas. Texas. USA. 2011. Vol. 1. Pp. 75–84.
15. Gladkov L.A., Kureychik V.V., Kureychik V.M. *Geneticheskiye algoritmy* [Genetic algorithms]. Moscow. Fizmatlit. 2010. 317 p. (rus)
16. Yuryev A.G., Klyuyev S.V. *Evolyutsionnyye i geneticheskiye algoritmy optimizatsii stroitelnykh konstruktsiy* [Evolutionary and genetic algorithm of optimization of building structures]. Belgorod. Izdatel'stvo BSTU named after V.G. Shukhov. 2006. 134 p. (rus)
17. Letsiosa C., Lagarosb N.D., Papadrakakisb M. Optimum design methodologies for pile foundations in London. *Case Studies in Structural Engineering*. 2014. Vol. 2. Pp. 24–32.
18. Serpik I.N., Alekseytsev A.V. Postroyeniye vysokoproizvoditelnogo algoritma optimizatsii sterzhnevykh sistem na osnove kombinirovannoy evolyutsionnoy strategii [Construction of an efficient algorithm of bars systems optimization on the basis of combined evolutionary strategy]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions.* 2011. No. 5. Pp. 58–63. (rus)
19. Serpik I.N., Mironenko I.V., Smashneva M.I. Geneticheskiy algoritm optimizatsii ploskikh zhelezobetonnykh ram [Genetic algorithm of optimization of flat reinforced concrete frames]. *Concrete and reinforced concrete*. 2011. No. 4. Pp. 17–21. (rus)
20. Serpik I.N., Alekseytsev A.V. Optimizatsiya ramnykh konstruktsiy s uchetom vozmozhnosti zaproyektnykh vozdeystviy [Optimization of frame structures with possibility of emergency actions]. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No. 9. Pp. 23–29. (rus)
21. Bate K. *Metody konechnykh elementov* [Finite element methods]. Moscow. Fizmatlit, 2010. 1024 p. (rus)
22. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Fox D. *The finite element method for solid and structural mechanics.* Oxford. Elsevier. 2014. 672 p.

Игорь Нафтольевич Серпик,
+7(4832)648800; эл. почта: iserpik@online.debryansk.ru

Анатолий Викторович Алексейцев,
+7(960)5643358; эл. почта: aalexw@mail.ru

Igor Serpik,
+7(4832)648800; iserpik@online.debryansk.ru

Anatoliy Alekseytsev,
+7(960)5643358; aalexw@mail.ru

© Серпик И.Н., Алексейцев А.В., 2016

Серпик И.Н., Алексейцев А.В. Оптимизация системы стальной плоской рамы и столбчатых фундаментов // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 14–24.

doi: 10.5862/MCE.61.3

Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала

The optimum geometry of the flat diagonal truss taking into account the linear creep

Инженер-конструктор Д.В. Тиньков,
ОАО «Государственное машиностроительное конструкторское бюро «Радуга» имени А.Я. Березняка», г. Дубна, Россия

D.V. Tinkov,
"Raduga" State Engineering Design Bureau JSC named after A.Y. Bereznyak, Dubna, Russia

Ключевые слова: раскосная ферма; масса; прогиб; аналитическое решение; индукция; линейная ползучесть

Key words: diagonal truss; weight; deflection; analytical solution; induction; linear creep

Аннотация. Находятся точные аналитические выражения оптимальной геометрии и минимальной массы для балочной раскосной фермы, выполненной из материала, обладающего свойством линейной ползучести. Выведены простые аналитические выражения для прогиба оптимальной по массе фермы. Вычисления производятся по формуле Максвелла – Мора. Найдены обобщения решений на произвольное число панелей методом индукции. Исследования выполняются при поддержке системы компьютерной математики Maple в символьном виде. Для сравнения решений и их проверки применяется многофункциональный программный комплекс ЛИРА-САПР, который предназначен для проектирования и численного расчета строительных и машиностроительных конструкций.

Abstract. We have found the exact analytical expressions for the optimal geometry and minimum mass of a diagonal truss beam made of a material with properties of linear creep. We have derived simple analytical expressions for the deflection of the optimal weight of the truss. The deflection of the truss was calculated by the Maxwell - Mohr formula. We found solution generalizations for any number of panels by induction. The research was carried out with the support of the Maple computer mathematics system in symbolic form. The multifunctional Lira software package intended for the design and numerical calculation of buildings and engineering structures was used for comparing and testing the solutions.

Постановка задачи

В традиционных задачах расчета стальных строительных конструкций ползучесть не учитывается [1]. Для стеклопластиковой конструкции, обладающей свойством линейной ползучести, учет реологии материала представляется существенным моментом при выборе оптимальной схемы. В настоящей работе ставится задача оптимизации по массе фермы при помощи точных формул. Как правило, аналогичные задачи решаются численно, с применением различных специализированных методик и программ [2–12]. Известно [13], что в некоторых случаях численные методы не в состоянии выявить особенности конструкции. Покажем преимущества точных аналитических расчетов регулярных стержневых конструкций. Процедуру минимизации веса и определения прогиба рассмотрим на примере статически определимой раскосной фермы с шарнирным соединением в узлах. Предположим, что критическое состояние в оптимальной ферме наступит во всех стержнях одновременно. Критическое состояние для сжатых стержней – потеря устойчивости под заданной нагрузкой, для растянутых стержней – разрыв от накопленных со временем повреждений в структуре материала. Применим индуктивный метод аналитического обобщения результатов на произвольное число панелей фермы, принципиально отличный от широко используемого в таких задачах метода балочной аналогии [1]. Ранее аналогичная задача была решена для фермы с треугольной решеткой [14].

Расчет

Рассмотрим расчетную модель балочной раскосной фермы длиной пролета L, высотой H с количеством панелей в половине пролета $n = 4$ (рис. 1). Элементы между собой соединены шарнирно. Ферма нагружена по нижнему поясу. Собственный вес не учитываем.

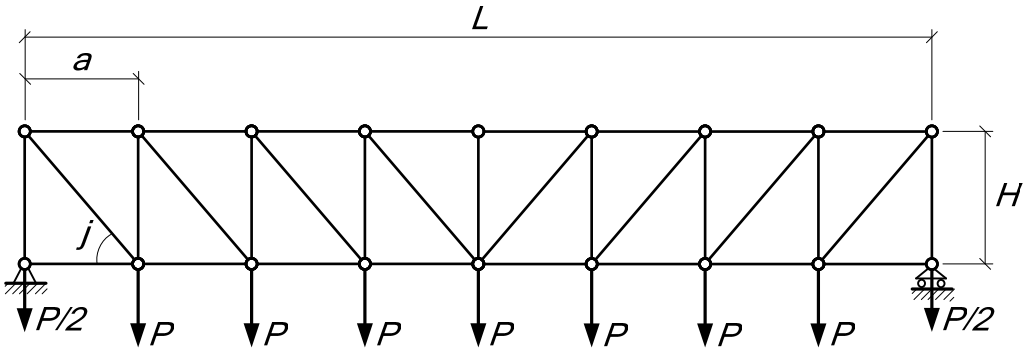

Рисунок 1. Расчетная модель, *n* = 4

Масса конструкции

$$m = \rho V, \tag{1}$$

где объем конструкции вычислим по формуле

$$V = \sum \left(A_i^+ \ell_i + A_i^- \ell_i \right). \tag{2}$$

Величины, относящиеся к сжатым стержням, будем отмечать знаком –, растянутые – знаком +.

Длина раскосов равна $d = \sqrt{a^2 + H^2}$. Длина элементов нижнего и верхнего пояса (длина панелей) $a = L/(2n)$. Высота стоек – H.

Теоретически минимальная масса фермы с сохранением прочности и устойчивости ее элементов достигается при минимально допустимой площади каждой составной части. Для растянутых элементов площадь определяется пределом прочности на растяжение, а для сжатых – критическим напряжением потери устойчивости.

Определим минимальную площадь растянутых стержней. В растянутых стержнях из стеклопластика при долговременных нагрузках прочность материала со временем убывает. Примем как гипотезу, что критическое состояние – разрыв – достигается за время, обратно пропорциональное усилию в стержне. При этом для мгновенного нагружения ($t = 0$) критическое состояние должно соответствовать $\sigma = \sigma_p$, где σ_p – расчетное сопротивление. Для растянутых стержней имеем:

$$A_i^+ = F_i^+ / s, \text{ где } s = \sigma_p / (t/3600 + 1)^b, \tag{3}$$

где b – показатель степени, зависящий от типа армирования (при расположении волокон по направлению нагрузки: $b = 0.01$ – для однонаправленных слоев, $b = 0.04$ – для тканых слоев и $b = 0.1$ – для слоев из мата) [15]. $\sigma_p = 140\ МПа$ – значение расчетного сопротивления однонаправленного стеклопластика, полученного методом пултрузии (протяжки) [15]. Пултрузия – это технология изготовления высоконаполненных волокном композиционных деталей, которая обеспечивает более высокие и стабильные характеристики материала по сравнению с другими технологиями – ручным формованием, вакуумной инфузией. Заметим, что условная прочность $s(t)$ резко убывает в начале эксплуатации и мало меняется при больших t. Например, при $t = 0.316 \cdot 10^8$ с (1 год) $s = 0.91\sigma_p$, при $t = 0.158 \cdot 10^{10}$ с (50 лет) $s = 0.88\sigma_p$, при $t = 0.316 \cdot 10^{10}$ с (100 лет) $s = 0.87\sigma_p$.

Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25–32.

Определим минимальную площадь сжатых стержней. Примем, что материал для них обладает линейной ползучестью: $\dot{p} = (d/dt)(\varepsilon - \sigma/E) = \nu\sigma/E$, где ν – вязкость материала. Для постоянных напряжений деформация, увеличивающаяся со временем за счет ползучести, равна $\varepsilon(t) = (1+\nu t)\sigma/E$, где напряжение $\sigma = F_i^- / A_i$.

Известно [16], что выбор критерия потери устойчивости не влияет на геометрию оптимальной по весу фермы. Рассмотрим критерий секущего модуля [17] (другое название – критерий критической деформации), согласно которому потеря устойчивости сжатого стержня наступит, когда деформация достигнет критического значения для упругого стержня:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0. \tag{4}$$

Предполагаем, что радиус инерции r всех сжатых стержней одинаков. Отсюда следует, что значение критической деформации для i-го стержня принимает вид $\varepsilon_0 = -(\pi r/\ell_i)^2$.

Подставим в уравнение (4) функцию деформации $\varepsilon(t)$ и значение критической деформации ε_0:

$$(1+\nu t) F_i^- / (EA_i) = -(\pi r/\ell_i)^2.$$

Выразим площадь сечения. Для сжатых стержней имеем:

$$A_i^- = -F_i^- \cdot \ell_i^2 / q, \text{ где } q = E(\pi r)^2 / (1+\nu t). \tag{5}$$

Знак минус в формуле площади взят потому, что значения деформаций и усилий F_i^- для сжатых элементов отрицательны.

Для удобства расчетов введем обозначения сил по их положению в ферме: раскосы, элементы поясов, стойки. Силы в раскосах обозначим R_{nj}, где n – количество панелей в половине пролета, j – номер панели (j=1…n). Силы в элементах нижнего пояса – T_{nj}. Силы в стойках – N_{nj}. Силы в элементах верхнего пояса – S_{nj}. Заметим, что сила в центральной стойке равна 0: нагрузка от нижнего пояса передается на верхний только при помощи двух центральных раскосов.

В силу симметрии достаточно рассмотреть половину фермы. Схема обозначений усилий в элементах конструкции приведена на рисунке 2.

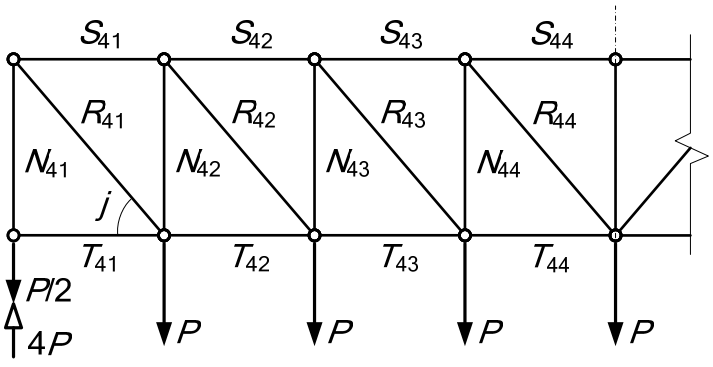

Рисунок 2. Схема обозначений усилий в элементах, n = 4

В частном случае для одной панели в половине пролета (n = 1) силы в элементах равны:

$$R_{11} = P/(2\sin\varphi),\ T_{11} = 0,\ N_{11} = -P/2,\ S_{11} = -P/(2\mathrm{tg}\varphi).$$

Для n = 2:

$$R_{21} = 3P/(2\sin\varphi), T_{21} = 0, N_{21} = -3P/2, S_{21} = -3P/(2\mathrm{tg}\varphi),$$
$$R_{22} = P/(2\sin\varphi), T_{22} = 3P/(2\mathrm{tg}\varphi), N_{22} = -P/2, S_{22} = -2P/\mathrm{tg}\varphi.$$

Для n = 3:

$$R_{31} = 5P/(2\sin\varphi), T_{21} = 0; N_{31} = -5P/2, S_{31} = -5P/(2\mathrm{tg}\varphi),$$
$$R_{32} = 3P/(2\sin\varphi), T_{32} = 5P/(2\mathrm{tg}\varphi), N_{32} = -3P/2, S_{32} = -4P/\mathrm{tg}\varphi,$$
$$R_{33} = P/(2\sin\varphi), T_{33} = 4P/\mathrm{tg}\varphi, N_{33} = -P/2, S_{33} = -9P/(2\mathrm{tg}\varphi).$$

Для обобщения методом индукции вычислим значения нагрузок в элементах j-й панели фермы с числом панелей в половине пролета n:

$$R_{nj} = \frac{P}{\sin\varphi}\left(n - j + \frac{1}{2}\right), T_{nj} = \frac{P}{tg\varphi}(j-1)\left(n - \frac{j-1}{2}\right), N_{nj} = -P\left(n - j + \frac{1}{2}\right),$$
$$S_{nj} = -\frac{P}{tg\varphi}j\left(n - \frac{j}{2}\right). \quad (6)$$

Для упрощения вида формул введем переменную $x = \mathrm{tg}\varphi = H/a$. Тогда значение $\sin\varphi$, длины раскосов d и высота фермы H будут равны:

$$\sin\varphi = x/\sqrt{1+x^2}, d = a\sqrt{1+x^2}, H = xa. \quad (7)$$

В итоге с учетом замены переменных (7), уравнений (2), (3), (5) и при помощи системы компьютерной математики Maple [18] уравнение для массы фермы (1) примет вид:

$$m = \rho V = 2\rho\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{R_{nj}}{s}d + \frac{T_{nj}}{s}a - \frac{N_{nj}}{q}H^3 - \frac{S_{nj}}{q}a^3\right) = 2\rho P\left(x^3B + xC + D/x\right), \quad (8)$$

где коэффициенты

$$B = n^2a^3/q, C = n^2a/s, D = \frac{n^2a}{s} + \frac{na}{6s}(n-1)(4n+1) + \frac{na^3}{6q}(n+1)(4n-1). \quad (9)$$

Заметим, что по формуле (8) масса стремится к бесконечной величине при угле наклона раскосов, стремящемся к 0 и к 90 °.

Минимальную массу конструкции определим по условию $dm/dx = 0$:

$$3Bx^4 + Cx^2 - D = 0.$$

Отсюда минимальная масса конструкции достигается при тангенсе угла наклона раскосов, равном:

$$x^* = \sqrt{\frac{-C + \sqrt{C^2 + 12BD}}{6B}}.$$

Подставим значения коэффициентов B, C, D в найденную зависимость x^* и выполним замену переменной $k = s/q$:

$$x^* = \sqrt{\sqrt{2ka^2\left(ka^2+1\right)(n+1)(4n-1)/n+1} - 1}\Big/\left(a\sqrt{6k}\right). \quad (10)$$

Из этого следует, что оптимальная высота фермы

$$H^* = x^*a = \sqrt{\sqrt{2ka^2\left(ka^2+1\right)(n+1)(4n-1)/n+1} - 1}\Big/\sqrt{6k}. \quad (11)$$

Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25–32.

Также можно определить оптимальное отношение высоты фермы к пролету как функцию числа панелей

$$\frac{H^*}{L}=\frac{x^*a}{2na}=\sqrt{\sqrt{2ka^2\left(ka^2+1\right)(n+1)(4n-1)/(n+1)}-1}\Big/\left(2na\sqrt{6k}\right). \quad (12)$$

Оценим прогиб середины пролета оптимальной по массе фермы. В начале эксплуатации деформация ползучести еще не развилась, и материал ведет себя как упругий. По формуле Максвелла – Мора:

$$\Delta=\frac{\sum F_i\cdot F_i^{(1)}\cdot\ell_i}{EA_i}, \quad (13)$$

где $F_i^{(1)}$ – усилия в элементах при единичной вертикальной нагрузке, действующей на центральный узел нижнего пояса – его вертикальное перемещение требуется определить.

В частном случае для $n = 1$ силы в элементах при единичной нагрузке равны:

$$R_{11}^{(1)}=1/(2\sin\varphi),\ T_{11}^{(1)}=0,\ N_{11}^{(1)}=-1/2,\ S_{11}^{(1)}=-1/(2\mathrm{tg}\varphi).$$

Для $n = 2$:

$$R_{21}^{(1)}=1/(2\sin\varphi),\ T_{21}^{(1)}=0,\ N_{21}^{(1)}=-1/2,\ S_{21}^{(1)}=-1/(2\mathrm{tg}\varphi),$$
$$R_{22}^{(1)}=1/(2\sin\varphi),\ T_{22}^{(1)}=1/(2\mathrm{tg}\varphi),\ N_{22}^{(1)}=-1/2,\ S_{22}^{(1)}=-1/\mathrm{tg}\varphi.$$

Для $n = 3$:

$$R_{31}^{(1)}=1/(2\sin\varphi),\ T_{31}^{(1)}=0,\ N_{31}^{(1)}=-1/2,\ S_{31}^{(1)}=-1/(2\mathrm{tg}\varphi),$$
$$R_{32}^{(1)}=1/(2\sin\varphi),\ T_{32}^{(1)}=1/(2\mathrm{tg}\varphi),\ N_{32}^{(1)}=-1/2,\ S_{32}^{(1)}=-1/\mathrm{tg}\varphi,$$
$$R_{33}^{(1)}=1/(2\sin\varphi),\ T_{33}^{(1)}=1/\mathrm{tg}\varphi,\ N_{33}^{(1)}=-1/2,\ S_{33}^{(1)}=-3/(2\mathrm{tg}\varphi).$$

Обобщим методом индукции значения нагрузок, возникающих в элементах j-й панели фермы с числом панелей в половине пролета n при единичной нагрузке:

$$R_{nj}^{(1)}=\frac{1}{2\sin\varphi};\ T_{nj}^{(1)}=\frac{j-1}{2\mathrm{tg}\varphi};\ N_{nj}^{(1)}=-\frac{1}{2};\ S_{nj}^{(1)}=-\frac{j}{2\mathrm{tg}\varphi}. \quad (14)$$

Воспользуемся программой Maple [18] для вывода итоговой формулы прогиба оптимальной по массе фермы. Подставим уравнения (6), (14) в формулу Максвелла – Мора (13):

$$\Delta=\frac{2}{E}\sum_{j=1}^{n}\left(sdR_{nj}+saT_{nj}-\frac{qN_{nj}}{H}-\frac{qS_{nj}}{a}\right)=$$
$$=\frac{n}{E}\left(sax+\frac{sa^2(n+1)+q(n+3)}{2ax}\right). \quad (15)$$

Ранее аналитические решения задачи о прогибе были решены для конструкций из элементов равной площади [19–22]. В процессе решения задачи оптимизации, в отличие от приведенных работ, найден прогиб для фермы из элементов разной площади с учетом прочности, устойчивости и реологии материала.

Пример

Рассмотрим ферму с параметрами $a=1.5$ м, $n=10$, $r=0.03$ м, нагруженную силами $P=9$ кН. Для стеклопластика имеем следующие характеристики [15]: $E=28$ ГПа, $\sigma_p=140$ МПа, $\nu=0.475\cdot10^{-10}$ с$^{-1}$, $\rho=2000$ *кг/м*^{3}.

Для $t=0$ с результаты распределения площадей элементов j-х панелей, вычисленных при помощи формул (3), (5), (6), приведены в таблице 1. Для наглядности в ячейках таблицы отображены гистограммы, пропорциональные величинам площадей. $A[S_{nj}]$ – площадь элемента верхнего пояса j-й панели, $A[R_{nj}]$ – площадь раскоса, $A[N_{nj}]$ – площадь стойки, $A[T_{nj}]$ – площадь элемента нижнего пояса.

Таблица 1. Площади сечений элементов оптимальной по массе фермы при $t=0$ с

j		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A[S_{nj}]$	*см*^{2}	5.56	10.53	14.91	18.72	21.93	24.57	26.61	28.07	28.95	29.24
$A[R_{nj}]$	*см*^{2}	7.52	6.73	5.94	5.14	4.35	3.56	2.77	1.98	1.19	0.40
$A[N_{nj}]$	*см*^{2}	14.99	13.41	11.83	10.26	8.68	7.10	5.52	3.94	2.37	0.79
$A[T_{nj}]$	*см*^{2}	0.00	4.39	8.31	11.78	14.78	17.32	19.40	21.01	22.17	22.86

Зависимость массы m от тангенса наклона раскосов x показана на рисунке 3. Оптимальная величина x при времени эксплуатации $t=0$ с равна $x=1.392\,(54.3°)$, при $t=1$ год – $x=1.403\,(54.3°)$, при $t=50$ лет – $x=1.399\,(54.4°)$.

Функция оптимальной высоты фермы H^* (11) от критического времени t для различных значений количества панелей в половине пролета n показана на рисунке 4.

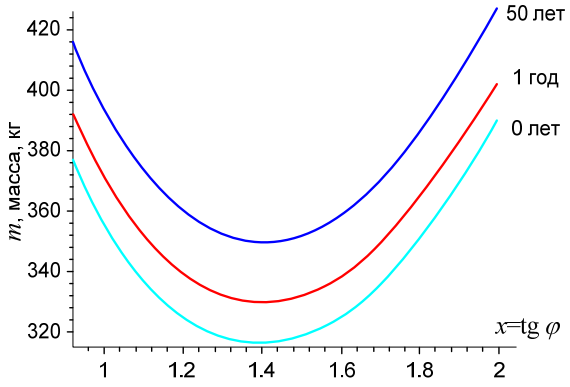

Рисунок 3. Функция массы фермы от тангенса угла наклона раскосов для разных моментов времени

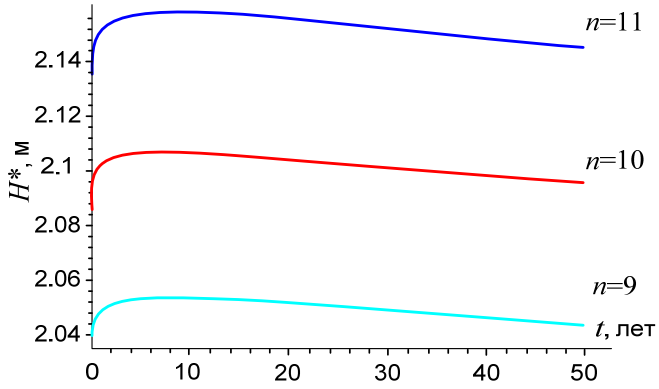

Рисунок 4. Функция оптимальной высоты фермы от тангенса угла наклона раскосов для разных моментов времени

Прогиб оптимальной по массе фермы по формуле (15) при $t=0$ с равен 677.3 мм.

По результатам численного расчета, проведенного в системе ЛИРА [23] для модели с шарнирными узлами и с геометрическими параметрами, полученными по формулам (3), (5), (10), прогиб равен 677.3 мм. Для модели с жесткими узлами – 675.7 мм. Численный расчет модели с шарнирными узлами подтверждает правильность аналитического выражения для прогиба. Близость величин прогиба для модели с жесткими и шарнирными узлами объясняется тем, что изгибная жесткость стеклопластиковых элементов достаточно мала, и, как следствие, оценка прогиба по аналитическим формулам выигрышна в силу простоты.

Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25–32.

Для ферменных конструкций пешеходных мостов, стропильных ферм и т.п. требования по жесткости больше, чем получившийся прогиб $677.3\,\text{мм} = L/45\,(L = 30000\,\text{мм})$. Для пешеходного моста допустим прогиб не более $L/400$ [24]. Для стропильной фермы – не более $L/250$ [25]. Следовательно, для удовлетворения требованиям по жесткости площади элементов будут больше, чем рассчитано по условию прочности.

Заключение

Символьные преобразования, необходимые для вывода формул зависимости от числа панелей, требуют значительно больше времени, чем численный анализ конкретных конструкций. Однако для регулярных систем символьные вычисления и индуктивный метод позволяют получить формулы, которые годятся без ограничения для ферм с произвольным числом стержней. В ходе выполненной работы найдены параметры геометрии оптимальной по массе плоской балочной раскосной фермы как функции времени эксплуатации и количества панелей. Найдено аналитическое выражение прогиба в начале эксплуатации, при неразвитой деформации ползучести и упругой работе материала.

Литература

1. Лихтарников Я.М. Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций. М.: 1979. 319 с.
2. Кирсанов М.Н. Генетический алгоритм оптимизации стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2010. №2. С. 60–63.
3. Ramaswamy G. S., Eekhout M., Suresh GR. Analysis, Design and Construction of Steel Space Frames. London: Thomas Telford Publishing, 2002. 242 p.
4. Narayanan S. Space Structures: Principles and Practice. U.K. Essex, Brentwood: Multi-Science Publishing Company, 2006. 844 p.
5. Chilton J. Space Grid Structures. U.S.A. Woburn, MA: Architectural Press, 2000. 180 p.
6. Gasbarria P., Montia R., Sabatinib M. Very large space structures: Non-linear control and robustness to structural uncertainties // Acta Astronautica. 2014. Vol. 93. Pp. 252–265.
7. Camp C.V., Farshchin M. Design of space trusses using modified teaching-learning based optimization // Engineering Structures. 2014. Vols. 62–63. Pp. 87–97.
8. Kaveh A., Sheikholeslami R., Talatahari S., Keshvari-Ilkhichi M. Chaotic swarming of particles: A new method for size optimization of truss structures // Advances in Engineering Software. 2014. Vol. 67. Pp. 136–147.
9. Kociecki M, Adeli H. Two-phase genetic algorithm for topology optimization of free-form steel space-frame roof structures with complex curvatures // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2014. Vol. 32. Pp. 218–227.
10. Lebee A., Sab K. Homogenization of a space frame as a thick plate: Application of the Bending-Gradient theory to a beam lattice // Computers & Structures. 2013. Vol. 127. Pp. 88–101.
11. Stottrup-Andersen U. Masts and Towers // Proceedings of the IASS Symposium, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures 28 September - 2 October 2009, Universidad Politecnica de Valencia Spain. Alberto DOMINGO and Carlos Lazaro (eds.) Pp. 127–138.
12. Zhang R., Guo X. Liu Y., Leng J. Theoretical analysis and experiments of a space deployable truss structure // Composite Structures. 2014. Vol. 112. Pp. 226–230.
13. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 58–65.

References

1. Likhtarnikov Ya.M. *Variantnoye proyektirovaniye i optimizatsiya stalnykh konstruktsiy* [Variant design and optimization of steel structures]. Moscow. 1979. 319 p. (rus)
2. Kirsanov M.N. Geneticheskiy algoritm optimizatsii sterzhnevykh system [Genetic algorithm optimization of rob systems]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2010. No. 2. Pp. 60–63. (rus)
3. Ramaswamy G. S., Eekhout M., Suresh GR. *Analysis, Design and Construction of Steel Space Frames.* London. Thomas Telford Publishing. 2002. 242 p.
4. Narayanan S. *Space Structures: Principles and Practice.* U.K. Essex. Brentwood. Multi-Science Publishing Company. 2006. 844 p.
5. Chilton J. *Space Grid Structures*. U.S.A. Woburn. MA. Architectural Press. 2000. 180 p.
6. Gasbarria P., Montia R., Sabatinib M. Very large space structures: Non-linear control and robustness to structural uncertainties*. Acta Astronautica.* 2014. Vol. 93. Pp. 252–265.
7. Camp C. V., Farshchin M. Design of space trusses using modified teaching-learning based optimization. *Engineering Structures.* 2014. Vols. 62–63. Pp. 87–97.
8. Kaveh A., Sheikholeslami R., Talatahari S., Keshvari-Ilkhichi M. Chaotic swarming of particles: A new method for size optimization of truss structures. *Advances in Engineering Software*. 2014. Vol. 67. Pp. 136–147.
9. Kociecki M, Adeli H. Two-phase genetic algorithm for topology optimization of free-form steel space-frame roof structures with complex curvatures*. Engineering Applications of Artificial Intelligence.* 2014. Vol. 32. Pp. 218–227.
10. Lebee A., Sab K. Homogenization of a space frame as a thick plate: Application of the Bending-Gradient theory to a beam lattice. *Computers & Structures.* 2013. Vol. 127. Pp. 88–101.
11. Stottrup-Andersen U. Masts and Towers*. Proceedings of the IASS Symposium, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures*. 28 September – 2 October 2009. Universidad Politecnica de Valencia. Spain. Pp. 127–138.
12. Zhang R., Guo X. Liu Y., Leng J. Theoretical analysis and experiments of a space deployable truss structure. *Composite Structures*. 2014. Vol. 112. Pp. 226–230.
13. Kirsanov M.N. Analiz progiba reshetchatoy balochnoy fermy raspornogo tipa [Analysis of the deflection of a strut-type

Tinkov D.V. Optimalnaya geometriya ploskoy balochnoy raskosnoy fermy s uchetom lineynoy polzuchesti materiala [The optimum geometry of the flat diagonal truss taking into account the linear creep]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 25–32. doi: 10.5862/MCE.61.3

14. Кирсанов М.Н. Оптимальная высота балочной фермы с учетом линейной ползучести материала // Известия вузов. Строительство. 2000. №5. С. 141–144.
15. СТО 39790001.03-2007. Стандарт организации. Дороги автомобильные общего пользования. Пешеходные мосты и путепроводы. Конструкции дорожно-строительные из композиционных материалов. Технические требования, методы испытаний и контроля.
16. Кирсанов М.Н. О влиянии выбора критерия неустойчивости при ползучести на решение задачи оптимизации стержневых конструкций // ПМТФ. 1992. №4. С. 107–110.
17. Gerard G. A creep buckling hypothesis // J. Aeron. Sci. 1956. Vol. 23. Pp. 879.
18. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решение задач механики. СПб.: Лань, 2012. 512 с.
19. Воронкин А.В. Аналитическое выражение для прогиба балочной фермы с нисходящими раскосами // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности: сб. науч. тр. по мат-лам Междунар. науч.-практ. конф. 30 мая 2015 г.: Часть 6. Тамбов, 2015. С. 37–38.
20. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
21. Ахмедова Е.Р. Аналитический расчет прогиба плоской фермы со шпренгельной решеткой // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М. Т. 1. С. 62–65.
22. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. №3. С. 7–11.
23. Добромыслов А.Н. Расчет железобетонных сооружений с использованием программы «Лира». М.: Изд-во АСВ, 2015. 200 с.
24. СП 35.13330.2011 "СНиП 2.05.03–84* Мосты и трубы" / Минрегион России. М., 2011. 341 с.
25. СП 20.13330.2011 "СНиП 2.01.07-85* Нагрузки и воздействия". М.: Минрегион России, 2011. 80 с.

lattice girder truss]. *Magazine of Civil Engineering*. 2015. No. 5. Pp. 58–65. (rus)
14. Kirsanov M.N. Optimalnaya vysota balochnoy fermy s uchetom lineynoy polzuchesti materiala [The optimum height of girder taking into account the linear creep]. *News of higher educational institutions. Construction.* 2000. No. 5. Pp. 141–144. (rus)
15. *STO 39790001.03-2007. Standart organizatsii. Dorogi avtomobilnyye obshchego polzovaniya. Peshekhodnyye mosty i puteprovody. Konstruktsii dorozhno-stroitelnyye iz kompozitsionnykh materialov. Tekhnicheskiye trebovaniya, metody ispytaniy i kontrolya.* [Standard organization. Highway public. Pedestrian bridges and overpasses. Construction road construction from composite materials. Technical requirements , test methods and controls] (rus)
16. Kirsanov M.N. O vliyanii vybora kriteriya neustoychivosti pri polzuchesti na resheniye zadachi optimizatsii sterzhnevykh konstruktsiy [Influence of the criterion of instability for creep to solve the problem of optimizing beam structures]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics.* 1992. No. 4. Pp. 107–110. (rus)
17. Gerard G. A creep buckling hypothesis. *J. Aeron. Sci*. 1956. Vol. 23. Pp. 879.
18. Kirsanov M. N. *Maple i Maplet. Resheniye zadach mekhaniki* [Maple and Maplet. The solution of problems of mechanics]. St. Petersburg. Lan. 2012. 512 p. (rus)
19. Voronkin A.V. Analiticheskoye vyrazheniye dlya progiba balochnoy fermy s niskhodyashchimi raskosami [An analytical expression for the deflection of girder with descending diagonals]. *Aktualnyye voprosy v nauchnoy rabote i obrazovatelnoy deyatelnosti: sb. nauch. tr. po mat-lam Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* 30 may 2015. [Topical issues in scientific work and educational activities: collection of scientific papers on the materials of the International scientific and practical conference May 30, 2015]. Part 6. Tambov, 2015. Pp. 37–38. (rus)
20. Tinkov D.V. Sravnitelnyy analiz analiticheskikh resheniy zadachi o progibe fermennykh konstruktsiy [Comparative analysis of analytical solutions to the problem of truss structure deflection]. *Magazine of Civil Engineering*. 2015. No. 5. Pp. 66–73. (rus)
21. Akhmedova Ye.R. Analiticheskiy raschet progiba ploskoy fermy so shprengelnoy reshetkoy [Analytical calculation of deflection truss with a strut frame]. *Trends in Applied Mechanics and Mechatronics.* Moscow. Infra-M. Vol. 1. Pp. 62–65. (rus)
22. Kirsanov M.N. Analiticheskiy raschet balochnoy fermy so slozhnoy reshetkoy [Analytical calculation of truss with a complex grid]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions.* 2015. No. 3. Pp. 7–11. (rus)
23. Dobromyslov A.N. *Raschet zhelezobetonnykh sooruzheniy s ispolzovaniyem programmy "Lira"* [Calculation of reinforced concrete structures using the program " Lira"]. Moscow. Izd-vo ASV. 2015. 200 p. (rus)
24. SP 35.13330.2011 "SNiP 2.05.03-84* Mosty i truby"[Set of rules 35.13330.2011 "Construction norms and rules 2.05.03-84* Bridges and pipes"]. Moscow. Russian Ministry of Regional Development. 2011. 341 p. (rus)
25. *SP 20.13330.2011 "SNiP 2.01.07-85* Nagruzki i vozdeystviya"* [Set of rules 20.13330.2011 " Construction norms and rules 2.01.07-85* Loads and impacts"]. Moscow. Russian Ministry of Regional Development. 2011. 80 p. (rus)

Дмитрий Владимирович Тиньков,
+7(926)1715492; эл. почта: dvtinkov@yandex.ru

Dmitriy Tinkov,
+7(926)1715492; dvtinkov@yandex.ru

© Тиньков Д.В., 2016

Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25–32.

doi: 10.5862/MCE.61.4

Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей

The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the 'Molodechno' truss with an arbitrary number of panels

Д-р физ.-мат. наук, профессор
М.Н. Кирсанов,
Национальный исследовательский университет "МЭИ", г. Москва, Россия

M.N. Kirsanov,
National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russia

Ключевые слова: ферма; прогиб; метод индукции; точное решение; Maple; ферма «Молодечно»

Key words: truss, deflection; induction method; exact solution; Maple

Аннотация. Получено аналитическое выражение для прогиба и усилий в стержнях типовой плоской фермы балочного типа в упругой стадии. Замечено, что метод индукции, апробированный для широкого класса плоских и упругих регулярных ферм, не дает непосредственного компактного результата для ферм с наклонным верхним поясом. Разложение прогиба в ряд по малому параметру, характеризующему наклон, пригодно лишь для весьма малых наклонов, не характерных для реального практического применения. В формулы, выведенные для усилий в стержнях фермы, входят размеры фермы, номер стержня в поясе или решетке и число панелей. Найдены асимптотики решения для прогиба с учетом различной жесткости стержней (уклон верхнего пояса произвольный). Все аналитические преобразования выполнены в системе компьютерной математики Maple.

Abstract. We have obtained an analytical expression for the deflection and forces in the rods of a flat truss of beam type in the elastic stage. We found that the induction method, which has been tested for a wide class of two-dimensional elastic and regular trusses, does not yield a direct and compact result for trusses with an inclined upper chord. Decomposing the deflection into a series of a small parameter characterizing the slope is only suitable for very small tilts that are not typical for real practical application. The formulas for the forces in the rods of the truss include the geometrical and physical parameters, the number of a rod in the belt or grid, and the number of panels. The asymptotics of the solution for the deflection taking into account the different rod stiffnesses (the slope of the upper belt is random) were found. All the analytical transformations were executed in the Maple computer algebra system.

Введение

Преимущество аналитических решений в строительной механике неоспоримо. Чем больше входит в такое решение параметров конструкции, чем универсальней постановка задачи, тем больший теоретический и практический смысл имеет такое решение. Обычные расчеты для конкретной фермы, в которые в качестве параметров входят размеры конструкции и величины нагрузок, не сложны, доступны для студентов, изучающих азы строительной механики, и имеют ограниченное применение. Обобщение же решения на произвольное число стержней или панелей требует использования пакетов символьной математики с применением метода индукции [1, 2]. Известны такие решения для регулярных систем, где можно выделить классы стержней одинаковой длины. Метод индукции дает гарантированный успех, если с увеличением параметра индукции (например, числа панелей), количество этих классов не растет. Например, для балочной фермы с параллельными поясами и произвольной решеткой количество таких классов составляет от двух (треугольная решетка без вертикальных стоек) до пяти-шести (шпренгельные решетки),

Kirsanov M.N. Tochnyye formuly dlya rascheta progiba i usiliy v sterzhnyakh tipovoy fermy «Molodechno» s proizvolnym chislom paneley [The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the 'Molodechno' truss with an arbitrary number of panels]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 33–41. doi: 10.5862/MCE.61.4

один из которых – это стержни нижнего и верхнего пояса. В результате в формулу для прогиба, рассчитанного по формуле Максвелла–Мора для упругих ферм, войдет ровно столько коэффициентов, зависящих от числа панелей, сколько классов длин стержней. В настоящей работе на примере стандартной фермы типа «Молодечно» [3, 4], широко используемой в практике, сделана попытка получить аналитическое решение для случая, когда с увеличением числа панелей неограниченно растет число классов длин стержней. Выбор типа исследуемой фермы связан с ее широким применением в практике. Исследования прочности и долговечности узловых соединений гнутосварных профилей фермы «Молодечно» проведены, в частности, в [4–10]. Для оптимизации формы подобных плоских ферм широко используются различные методы [10–14], в том числе методы нечеткой логики [15] и генетические алгоритмы [16–21].

Схема фермы

Рассмотрим ферму с треугольной решеткой, моделирующую типовую ферму «Молодечно» (рис. 1). Длину панели характеризует параметр a, высоту – b, уклон верхнего пояса – c. Конструкция статически определимая. Действительно, в ферме, состоящей из $k = 2n+1$ панелей, число стержней $m = 8n+10$, включая три стержня, моделирующие неподвижные опоры. Число шарниров равно $4n+5$, следовательно, система уравнений равновесия, содержащая по два уравнения равновесия в проекциях на оси координат для каждого узла, замкнута.

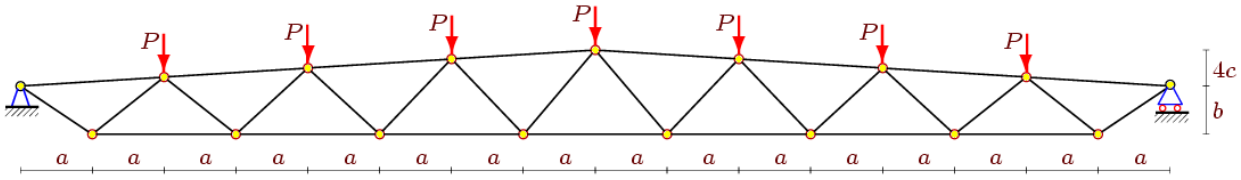

Рисунок 1. Ферма. $n = 3,\ k = 7$

Математическая модель. Система уравнений

Усилия в стержнях фермы, загруженной по верхнему поясу равномерной нагрузкой, определим методом вырезания узлов [22]. Для вычисления проекций усилий на оси координат потребуются направляющие косинусы усилий, которые удобно находить, зная координаты концов стержня. Шарниры фермы пронумеруем сначала по нижнему поясу слева направо, затем – по верхнему. Начало координат расположим в левой опоре:

$$x_i = (2i-1)a, \quad y_i = 0, \ i = 1,\ldots,2n+2,$$

$$x_{i+2n+2} = 2(i-1)a, \quad i = 1,\ldots,2n+3,$$
$$y_{i+2n+2} = y_{4n+6-i} = b + c(i-1), \ i = 1,\ldots,n+2.$$

Порядок соединения узлов и стержней решетки фермы зададим условными векторами $\overline{V}_i$, $i = 1,\ldots,m$. Компонентами этих векторов являются номера шарниров по их концам. Направления конфигурационных векторов произвольны, служат только для задания структуры соединений стержней и шарниров и не влияют на правило знаков усилий, которое остается общепринятым: сжатые стержни имеют отрицательные усилия, растянутые – положительные. Для стержней нижнего пояса имеем следующие векторы:

$$\overline{V}_i = [i, i+1], \ i = 1,\ldots,2n+1,$$

Для стержней верхнего пояса:

$$\overline{V}_{i+2n+1} = [i+2n+2, i+2n+3], \quad i = 1,\ldots,2n+2.$$

Для раскосов решетки (восходящих и нисходящих):

$$\overline{V}_{i+4n+3} = [i, i+2n+2], \ \overline{V}_{i+6n+5} = [i, i+2n+3], \quad i = 1,\ldots,2n+2.$$

Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.

Длины стержней и проекции их векторных представлений на оси координат:

$$l_i = \sqrt{{l_{1,i}}^2 + {l_{2,i}}^2}\,,\ l_{1,i} = x_{V_{2,i}} - x_{V_{1,i}},\ l_{2,i} = y_{V_{2,i}} - y_{V_{1,i}},\ \ i = 1,...,m.$$

В номере $V_{i,j}$ первый индекс i – это номер стержня, второй – номер компоненты вектора $\overline{V}_i$ принимает значение 1 (условное начало стержня-вектора) или 2 (условный конец стержня). Матрица направляющих косинусов $\mathbf{G}$ имеет следующие элементы:

$$G_{k,i} = -l_{j,i} / l_i,\ k = 2V_{i,2} - 2 + j,\ \ k \le m,\ j = 1,2,\ i = 1,...,m,$$

$$G_{k,i} = l_{j,i} / l_i,\ \ k = 2V_{i,1} - 2 + j,\ \ \ k \le m,\ \ j = 1,2,\ i = 1,...,m.$$

Систему линейных уравнений равновесия узлов запишем в матричной форме

$$\mathbf{G}\overline{S} = \overline{Y}\,. \tag{1}$$

Здесь $\overline{S}$ – вектор неизвестных усилий длиной m, $\overline{Y}$ – вектор нагрузок. Горизонтальные нагрузки, приложенные к узлу i, записываются в нечетные элементы Y_{2i-1}, вертикальные – в четные Y_{2i}. Решение находим с помощью обратной матрицы $\overline{S} = \mathbf{G}^{-1}\overline{Y}$. Данный метод особенно удобен при неоднократном решении системы с разными правыми частями. При определении перемещения узлов система уравнений решается дважды: один раз при вычислении усилий от действия внешней нагрузки, другой – от действия единичной силы, приложенной к заданному узлу, перемещение которого определяется.

Расчет

Найдем формулу зависимости прогиба середины пролета фермы от числа панелей и ее геометрических параметров. Используем систему компьютерной математики Maple [23–25]. Усилия в стержнях фермы от внешней нагрузки, приложенной к верхнему поясу, обозначим $S_{i,P}$, а усилия от единичной вертикальной нагрузки, приложенной к центральному узлу в середине пролета – s_i. Жесткости EF всех стержней принимаем одинаковыми, деформациями опорных стержней пренебрегаем. Прогиб центрального узла нижнего пояса фермы определяем по формуле Максвелла–Мора

$$\Delta = \frac{1}{EF}\sum_{i=1}^{m} S_{i,P} s_i l_i. \tag{2}$$

В общем случае для произвольных значений размера c аналитическое решение получается громоздким, поэтому выпишем результат, раскладывая решение в ряд по малым значениям c. Решение содержит только нечетные степени c. Учтем только первую степень:

$$\Delta = \frac{P(n+1)}{b^2}\left(B_{1,n}a^3 + B_{2,n}d^3 - \frac{C_{1,n}a^2 d + C_{2,n}db^2 + C_{3,n}a^3}{b}c \right), \tag{3}$$

где $d = \sqrt{a^2 + b^2}$. Для разложения в ряд по c использован оператор mtaylor системы Maple. Коэффициенты C_1, C_2, C_3 получены индуктивным методом и имеют следующий вид:

Kirsanov M.N. Tochnyye formuly dlya rascheta progiba i usiliy v sterzhnyakh tipovoy fermy «Molodechno» s proizvolnym chislom paneley [The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the 'Molodechno' truss with an arbitrary number of panels]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 33–41. doi: 10.5862/MCE.61.4

$$B_{1,n} = (10n^2 + 20n + 9)(n+1)/3,$$
$$B_{2,n} = n+1,$$
$$C_{1,n} = (5n^2 + 10n + 6)/3, \quad (4)$$
$$C_{2,n} = (2n+3)(2n+1)/6,$$
$$C_{3,n} = (24n^4 + 96n^3 + 144n^2 + 96n + 25)/5.$$

Формулы для общих членов последовательностей выведены обобщением решений 12 ферм с числом панелей от 1 до 12 в половине пролета. Если общий член последовательности $B_{2,n}$ очевиден, то в других случаях необходимо использовать аппарат преобразований системы Maple. Последовательность коэффициентов $C_{3,n}$, например, имеет вид: 77, 389, 1229, 15001/5, 6221, 11525, 19661, 31493, 240001/5, 70277, 99533, 137093. Рекуррентное уравнение

$$C_{3,n} = 5C_{3,n-1} - 10C_{3,n-2} + 10C_{3,n-3} - 5C_{3,n-4} + C_{3,n-5}$$

для общего члена этой последовательности найдено с помощью специального оператора rgf_findrecur из состава пакета genfunc системы Maple. Оператор genfunc требует для ввода четное число членов последовательности. Для других коэффициентов рекуррентное уравнение проще и имеет вид

$$C_{j,n} = 3C_{j,n-1} - 3C_{j,n-2} + C_{j,n-3},\ j = 1,2.$$

Решение рекуррентных уравнений дает оператор rsolve. Готовые формулы легко проверяются при других значениях числа панелей в численном режиме работы программы. Заметим, что для символьных преобразований при большом числе панелей требуется значительное время выполнения, быстро растущее с увеличением n.

Анализ решения

Численные расчеты показывают, что полученное аналитическое приближенное решение соответствует точному при малых значениях параметра c, характеризующего уклон верхнего пояса. При $b = 1{,}04\,м$, $a = 1{,}5\,м$, $c = a/30$, $n = 3$ погрешность не превышает 6 %. Заметим, что в практике используются фермы со значительно большим уклоном $c = a/5$. Учет в разложении более высоких степеней c, вплоть до пятой, не *решает* проблему. С увеличением же числа панелей погрешность растет еще больше.

Зафиксируем длину пролета и суммарную нагрузку P_{sum} на ферму, положив усилие на каждый узел верхнего пояса зависящим от числа панелей

$$L = a(2n+1),\ P = P_{sum}/(2n+1). \quad (5)$$

Найдем следующий предел:

$$\lim_{n\to\infty} \Delta/n^2 = P_{sum} cd/(3b). \quad (6)$$

Эта величина имеет теоретическое значение при выборе схемы решетки. В зависимости от конструкции фермы рост прогиба как функции числа пролетов имеет различную степень [2]. На рисунке 3 представлены кривые зависимости относительного прогиба $\Delta' = EF\Delta/P_{sum}$ от числа панелей, полученные на основе (3), при $L = 20\,м$, $c = a/40$ и условии (5); размеры даны в метрах.

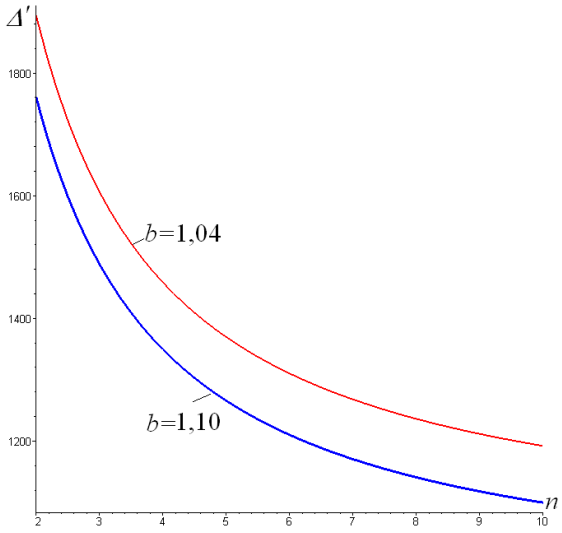

Рисунок 3. Зависимость прогиба от числа панелей

Усилия в стержнях

Индуктивный метод позволяет получить формулу для усилия в каждом из стержней фермы без ограничения на малость параметра c, характеризующего уклон верхнего пояса. Необходимость таких формул возникает при расчете прочности стержней на разрыв и анализе устойчивости сжатых стержней. Кроме того, эти усилия необходимы для получения формулы для прогиба в виде конечной суммы, если вывести ее в общем случае для произвольного значения c не удается, а разложение по малому параметру, как выяснилось, пригодно лишь для весьма небольших уклонов.

Для стержней нижнего пояса в результате индуктивного обобщения решений задачи метода вырезания узлов для десяти ферм имеем следующие формулы для усилий в стержнях $j=1,...,n+1$ от действия распределенной по верхнему поясу нагрузки P:

$$U_j = Pa\frac{2jn+j(2-j)}{b+jc}. \tag{7}$$

Для стержней верхнего пояса:

$$O_j = -Pg\frac{2n(2j-1)-2j^2+6j-3}{2(2b+(2j-1)c)}, \quad g=\sqrt{4a^2+c^2}\ . \tag{8}$$

Для нисходящих раскосов:

$$D_j^{(нис)} = P\frac{(b(2n-2j+3)-j(j-1)c)\sqrt{a^2+(b+(j-1)c)^2}}{(2b+(2j-1)c)(b+(j-1)c)} \tag{9}$$

Для восходящих:

$$D_j^{(вск)} = -P\frac{(b(2n-2j+3)-j(j-1)c)\sqrt{a^2+(b+jc)^2}}{(2b+(2j-1)c)(b+jc)}. \tag{10}$$

Формулы для усилий в стержнях от действия единичной силы имеют сходную структуру. Для усилий в стержнях нижнего пояса (растянутый) имеем положительные величины:

$$u_j = \frac{a\,j}{b+jc}, \qquad j=1,...,n+1.$$

Kirsanov M.N. Tochnyye formuly dlya rascheta progiba i usiliy v sterzhnyakh tipovoy fermy «Molodechno» s proizvolnym chislom paneley [The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the 'Molodechno' truss with an arbitrary number of panels]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 33–41. doi: 10.5862/MCE.61.4

Для стержней верхнего (сжатого) пояса усилия меньше нуля:

$$o_j = -\frac{g(2j-1)}{2(2b+(2j-1)c)},$$

Для нисходящих раскосов:

$$d_j^{(нис)} = \frac{b\sqrt{a^2+(b+(j-1)c)^2}}{(2b+(2j-1)c)(b+(j-1)c)}.$$

Для восходящих:

$$d_j^{(всх)} = -\frac{b\sqrt{a^2+(b+jc)^2}}{(2b+(2j-1)c)(b+jc)}.$$

Длины стержней легко вычисляются: $l_j^{(u)} = 2a$, $l_j^{(o)} = \sqrt{4a^2+c^2}$, $l_j^{(всх)} = \sqrt{a^2+(b+jc)^2}$, $l_j^{(нис)} = \sqrt{a^2+(b+(j-1)c)^2}$, $j = 1,...,n+1.$

Предельные значения прогиба

Аналитические выражения для усилий позволяют получить точное выражение для прогиба в конечной форме. Сумму, входящую в формулу Максвелла–Мора (2), удобно разбить на четыре: для стержней нижнего пояса $\Delta^{(u)}$, верхнего пояса $\Delta^{(o)}$, стержней решетки – нисходящие раскосы $\Delta^{(нис)}$ и восходящие $\Delta^{(всх)}$. Имеем общие выражения:

$$\Delta^{(u)} = \frac{2}{EF}\left(\sum_{i=1}^{n} U_i u_i l_i^{(u)} + U_{2n+1}u_{2n+1}a\right),\ \Delta^{(o)} = \frac{2}{EF}\sum_{i=1}^{n+1} O_i o_i l_i^{(u)},$$

$$\Delta^{(нис)} = \frac{2}{EF}\sum_{i=1}^{n+1} D_i^{(нис)} d_i^{(нис)} l_i^{(нис)},\ \Delta^{(всх)} = \frac{2}{EF}\sum_{i=1}^{n+1} D_i^{(всх)} d_i^{(всх)} l_i^{(всх)}.$$

Указанные суммы имеют конечные, хотя и громоздкие, выражения, которые легко получаются в системе Maple оператором sum. Результат выражается через дигамму-функцию – логарифмическую производную гамма-функции. Эти формулы не имеет смысла выписывать, ими можно просто пользоваться, вычисляя суммы для конкретных значений числа панелей, что значительно точнее и быстрее прямого численного решения задачи. Предельные же величины при увеличении числа панелей вычисляются достаточно легко – с помощью оператора limit системы Maple. Зафиксируем суммарную нагрузку и длину пролета фермы (5). Имеем следующие пределы:

$$\lim_{n\to\infty}\Delta^{(u)} = 0,\ \lim_{n\to\infty}\Delta^{(o)}/n = 3g^2/(8c),\ \lim_{n\to\infty}\Delta^{(нис)}/n = \lim_{n\to\infty}\Delta^{(всх)}/n = -b/8.$$

Этот результат позволяет оценить вклад отдельных элементов в общую деформативность конструкции. Слагаемое в сумме формулы Максвелла–Мора, соответствующее стержням нижнего пояса, с увеличением числа панелей уменьшается до нуля, остальные слагаемые выходят на асимптоту. Кроме того, разбиение суммы на четыре дает возможность получить решение для различных жесткостей стержней поясов и решетки. Результат будет в этом случае иметь вид

$$\Delta = \gamma_1\Delta^{(u)} + \gamma_2\Delta^{(o)} + \gamma_3\Delta^{(нис)} + \gamma_4\Delta^{(всх)}, \qquad (11)$$

где коэффициенты $\gamma_k, k = 1,..,4$ выражают жесткости различных стержней через некоторую заданную $EF_k = EF/\gamma_k$. Заметим, что предел (6), полученный по приближенной формуле, показывает иной характер роста прогиба – квадратичный, что лишний раз напоминает о необходимости осторожного обращения с формулами, найденными разложением в ряд по малому параметру.

Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.

Пример расчета

В таблице приведены результаты расчета усилий в стандартной ферме пролетом 24 м с уклоном $c/(2a)=10\,\%$ по формулам (7)–(10), в которых использованы значения $b=1{,}04$ м, $a=1{,}5$ м, $c=a/5$, $n=3$, $P=6$ кН. Результаты хорошо согласуются с данными [3] и близки [4], где предложен и рассчитан вариант фермы «Молодечно» с дополнительными вертикальными стойками.

Следует отметить характерную для таких ферм смену знака усилия в раскосе. Аналитическое решение (9) или (10) позволяет легко найти условие этой смены из решения уравнения $D_j^{(всх)}=0$ или, что то же, $b(2n-2j+3)-j(j-1)c=0$. На номер панели j (первый столбец таблицы), где происходит смена знака, влияет главным образом отношение b/c. При $c=0$ смены знака не происходит.

Прогиб, вычисленный по формуле (11) при $\gamma_k=1$, $k=1,..,4$, $E=2\cdot10^5$ МПа, $F=3\text{см}^2$ и условной нагрузке $P=1$ кН, равен 0.014 м.

Таблица

j	U_j	O_j	$D_j^{(нис)}$	$D_j^{(всх)}$
панель	кН			
1	47.015	−26.603	32.211	−27.548
2	65.854	−57.669	13.902	−12.551
3	69.588	−68.216	2.998	−2.796
4	64.286	−67.079	−4.645	4.422

Выводы

Разложением в ряд по малому параметру аналитического решения, найденного методом индукции, получено приближенное выражение для прогиба фермы при малом уклоне верхнего пояса. Обнаружено, что ряд сходится весьма медленно, и решение справедливо лишь для узкого диапазона уклона. Однако усилия в стержнях удается найти в аналитической форме для произвольных параметров конструкции. Это позволяет обойти ограничения на уклон в методе разложения в ряд. Результат получается в виде конечных сумм и допускает простой предельный по числу панелей анализ. Найдены асимптоты решения с учетом разных жесткостей стержней фермы. Приведен пример расчета, дающий хорошее совпадение с известными результатами.

Литература

1. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 58–65.
2. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
3. Типовая документация на конструкции, изделия и узлы зданий и сооружений. Серия 1.460.3 – 23.98. Стальные конструкции покрытий производственных зданий из замкнутых гнутосварных профилей прямоугольного сечения пролетом 18, 24 и 30 м с уклоном кровли 10%.
4. Барановский М.Ю., Тарасов В.А. Стандартизированные ферменные конструкции с уклоном 10% пролетами 24, 30, 36 метров // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. №7(22). С. 92–106.
5. Левитанский И.В., Севрюгин В.В., Абрам З.П. Циклические испытания фланцевых соединений сварных ферм из гнутосварных профилей //

References

1. Kirsanov M.N. Analiz progiba reshetchatoy balochnoy fermy raspornogo tipa [Analysis of the deflection of a strut-type lattice girder truss]. *Magazine of Civil Engineering*. 2015. No. 5. Pp. 58–65.(rus)
2. Tinkov D.V. Sravnitel'nyy analiz analiticheskikh resheniy zadachi o progibe fermennykh konstruktsiy [Comparative analysis of analytical solutions to the problem of truss structure deflection]. *Magazine of Civil Engineering.* 2015. No. 5. Pp. 66–73.(rus)
3. *Tipovaya dokumentatsiya na konstruktsii, izdeliya i uzly zdaniy i sooruzheniy. Seriya 1.460.3 - 23.98. Stalnyye konstruktsii pokrytiy proizvodstvennykh zdaniy iz zamknutykh gnutosvarnykh profiley pryamougolnogo secheniya proletom 18, 24 i 30 m s uklonom krovli 10%* [Typical documentation for design, products and units of buildings and structures. Series 1.460.3 - 23.98. Steel structure coatings industrial buildings of notowanych closed profiles of rectangular cross section with a span of 18, 24 and 30 m with a roof pitch 10%]. (rus)
4. Baranovskiy M.Yu., Tarasov V.A. Standartizirovannyye

Kirsanov M.N. Tochnyye formuly dlya rascheta progiba i usiliy v sterzhnyakh tipovoy fermy «Molodechno» s proizvolnym chislom paneley [The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the 'Molodechno' truss with an arbitrary number of panels]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 33–41. doi: 10.5862/MCE.61.4

Автоматическая сварка. 1987. №1. С. 56–59.

6. Семенов А.А., Маляренко А.А., Порываев И.А., Сафиуллин М.Н. Напряженно-деформированное состояние высокопрочных болтов фланцевых соединений в укрупнительных стыках стропильных ферм // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 54–62.
7. Шерстобитова Е.Г. Применение ферм покрытия из квадратных труб «на ребро» в условиях агрессивной среды // Наука ЮУрГУ. Секции технических наук : материалы 66-й науч. конф. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. С. 1686–1690.
8. Зинькова В.А., Солодов Н.В. Исследование напряженно-деформированного состояния бесфасоночных узлов трубчатых ферм [электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6. URL: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=11776 (дата обращения: 24.12.2015).
9. Гимранов Л.Р. Исследование жесткости узла опирания профилированного настила на верхний пояс ферм из ГСП // Известия КазГАСУ. 2009. №1(11). С. 79–84.
10. Марутян А.С. Оптимизация высот стропильных перекрестных стальных ферм // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №4(255). С. 25–34.
11. Алпатов В.Ю., Холопов И.С. Оптимизация геометрической формы пространственно-стержневых конструкций // Металлические конструкции. 2009. Т. 15. №1. С. 47–57.
12. Gilbert M., Tyas A. Layout optimization of large-scale pin-jointed frames // Engineering Computations. 2003. Vol. 20. №8. Pp. 1044–1064.
13. Kirsch U., Benardout, D. Optimal Design Of Elastic Trusses By Approximate Equilibrium // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1980. Vol. 22. Pp. 347–359.
14. Afonso S.M., Horowitz B., Silva M.F. Performance of a physical surrogate in the sequential approximate optimization of space trusses // Engineering Computations. 2011. Vol. 28. №7. Pp. 912–938.
15. Brown C.B., Yao, T.P. Fuzzy Sets And Structural Engineering // Journal of Structural Engineering. 1983. Vol. 109(5). Pp. 1211–1225.
16. Rajan S.D. Sizing, Shape, and Topology Design Optimization of Trusses Using Genetic Algorith // Journal of Structural Engineering. 1995. Vol. 121. №10. Pp. 1480–1487.
17. Xu T., Zuo W., Xu T., Song G., Li R. An adaptive reanalysis method for genetic algorithm with application to fast truss optimization // Acta Mechanica Sinica. 2010. Vol. 26. №2. Pp. 225–234.
18. Серпик И.Н., Алексейцев А.В., Левкович Ф.Н., Тютюнников А.И. Структурно-параметрическая оптимизация стержневых металлических конструкций на основе эволюционного моделирования // Известия вузов. Строительство. 2005. №8. С. 16–24.
19. Пелешко И.Д., Юрченко В.В. Использование генетических алгоритмов для поиска оптимальных проектных решений металлических конструкций // VIII Украинская научно-техническая конференция “Металлические конструкции: взгляд в прошлое и будущее” (18-22 октября 2004 г., Киев, Украина) / Сборник докладов, часть 1. К.: Сталь, 2004. С. 250–260.
20. Ghasemi M.R., Hinton E., Wood R.D. Optimization of trusses using genetic algorithms for discrete and continuous variables // Engineering Computations. 1999. Vol. 16. №3. Pp. 272–303.
21. Astudillo N. C., Vera R., Ruiz G. H., Cardenas R.A., Viramontes F.J. A long span bridge and a greenhouse roof truss structure optimized by means of a consistent genetic algorithm with a natural crossover // Engineering Computations. 2013. Vol. 30. №1. Pp. 49–73.

fermennyye konstruktsii s uklonom 10% proletami 24, 30, 36 metrov [The standardized farm designs with 10% slope for 24, 30, 36 meters span]. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2014. No. 7. Pp. 92–106.(rus)

5. Levitanskiy I.V. Sevryugin V.V. Abram Z.P. Tsiklicheskiye ispytaniya flantsevykh soyedineniy svarnykh ferm iz gnutosvarnykh profiley [Cyclic testing of welded flange connections of truss from notowanych profile]. *The Paton Welding Journal.* 1987. No. 1. Pp. 56–59.(rus)
6. Semenov A.A., Malyarenko A.A., Poryvayev I.A., Safiullin M.N. Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye vysokoprochnykh boltov flantsevykh soyedineniy v ukrupnitelnykh stykakh stropilnykh ferm[Stress-strain behavior investigation of friction grip bolts in flange joints of trusses]. *Magazine of Civil Engineering*. 2014. No. 5. Pp. 54–62.(rus)
7. Sherstobitova Ye.G. Primeneniye ferm pokrytiya iz kvadratnykh trub «na rebro» v usloviyakh agressivnoy sredy[Trusses of covering of square pipes "on the edge" in conditions of aggressive environment].*Science YuUrGU. Section of technical Sciences : proceedings of the 66th scientific. Conf.* Chelyabinsk. Publishing center SUSU. 2014. Pp. 1686–1690. (rus)
8. Zinkova V.A., Solodov N.V. Issledovaniye napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya besfasonochnykh uzlov trubchatykh ferm [Investigation of the stress-strain state of non-faceted hubs tubular trusses] [online]. *Modern problems of science and education.* 2013. No. 6. URL: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=11776 (Accessed: 24.12.2015) (rus)
9. Gimranov L.R. Issledovaniye zhestkosti uzla opiraniya profilirovannogo nastila na verkhniy poyas ferm iz GSP [Study of the rigidity of the unit bearing profiled sheeting to the upper belt truss from SSE]. *News of the KSUAE*. 2009. No.1. Pp. 79–84. (rus)
10. Marutyan A.S. Optimizatsiya vysot stropilnykh perekrestnykh stalnykh ferm [Optimization of heights truss steel trusses cross]. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2014. No. 4. Pp. 25–34. (rus)
11. Alpatov V.Yu., Kholopov I.S. Optimizatsiya geometricheskoy formy prostranstvenno-sterzhnevykh konstruktsiy [Geometrical form optimization of space frame structures]. *Metal Constructions*. 2009. Vol. 15. No. 1. Pp. 47–57. (rus)
12. Gilbert M., Tyas A. Layout optimization of large-scale pin-jointed frames. *Engineering Computations*. 2003. Vol. 20. No. 8. Pp.1044–1064.
13. Kirsch U., Benardout, D. Optimal Design Of Elastic Trusses By Approximate Equilibrium. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.* 1980. Vol. 22. Pp. 347–359.
14. Afonso S.M., Horowitz B., Silva M.F. Performance of a physical surrogate in the sequential approximate optimization of space trusses. *Engineering Computations*. 2011. Vol. 28. No. 7. Pp. 912–938.
15. Brown C.B., Yao, T.P. Fuzzy Sets And Structural Engineering. *Journal of Structural Engineering*. 1983. Vol. 109. Pp. 1211–1225.
16. Rajan S.D. Sizing, Shape, and Topology Design Optimization of Trusses Using Genetic Algorith. *Journal of Structural Engineering.* 1995. Vol. 121. No. 10. Pp. 1480–1487.
17. Xu T., Zuo W., Xu T., Song G., Li R. An adaptive reanalysis method for genetic algorithm with application to fast truss optimization. *Acta Mechanica Sinica.* 2010. Vol. 26. No. 2. Pp. 225–234.
18. Serpik I.N., Alekseytsev A.V., Levkovich F.N., Tyutyunnikov A.I. Strukturno-parametricheskaya optimizatsiya sterzhnevykh metallicheskikh konstruktsiy na osnove evolyutsionnogo modelirovaniya [Structural-parametric optimization of rod metal structures on the basis of evolutionary modeling]. *News of higher educational institutions. Construction.* 2005. No. 8. Pp. 16–24. (rus)

Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.

22. Carpinteri A. Structural mechanics. A unified approach. Taylor and Francis. London, New York. 1997. 761 p.
23. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решение задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
24. Vivaldi F. Experimental Mathematics with Maple. Boca Raton, FL, United States: Chapman and Hall/CRC Mathematics, 2001. 240 p.
25. Голоскоков Д.П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб.: Изд-во ПаркКом, 2010. 644 с.

19. Peleshko I.D., Yurchenko V.V. Ispolzovaniye geneticheskikh algoritmov dlya poiska optimalnykh proyektnykh resheniy metallicheskikh konstruktsiy [The use of genetic algorithms for finding optimal design solutions of metal structures*] VIII Ukrainian scientific-technical conference "The metalwork: insight in the past and the future" (18-22 October 2004, Kyiv, Ukraine) / a Collection of papers, part 1*. Kiev. Stal'. 2004. Pp. 250–260.(rus)
20. Ghasemi M.R., Hinton E., Wood R.D. Optimization of trusses using genetic algorithms for discrete and continuous variables. *Engineering Computations*. 1999. Vol. 16. No. 3. Pp. 272–303.
21. Astudillo N. C., Vera R., Ruiz G. H., Cardenas R.A., Viramontes F.J. A long span bridge and a greenhouse roof truss structure optimized by means of a consistent genetic algorithm with a natural crossover. *Engineering Computations*. 2013. Vol. 30. No. 1. Pp. 49–73.
22. Carpinteri A. *Structural mechanics. A unified approach.* Taylor and Francis. London, New York. 1997. 761 p.
23. Kirsanov M. N. *Maple i Maplet. Resheniya zadach mekhaniki* [Maple, and Maplet. Solving mechanics problems]. Saint Petersburg. Izd-vo Lan'. 2012. 512 p. (rus)
24. Vivaldi F. *Experimental Mathematics with Maple.* Boca Raton, FL, United States. Chapman and Hall/CRC Mathematics. 2001. 240 p.
25. Goloskokov D.P. *Prakticheskiy kurs matematicheskoy fiziki v sisteme Maple* [Practical course in mathematical physics in Maple]. Saint Petersburg. ParkKom. 2010. 644 p. (rus)

Михаил Николаевич Кирсанов,

+7(495)3627314; эл. почта: mpei2004@yandex.ru

Mikhail Kirsanov,

+7(495)3627314; mpei2004@yandex.ru

© Кирсанов М.Н., 2016

Kirsanov M.N. Tochnyye formuly dlya rascheta progiba i usiliy v sterzhnyakh tipovoy fermy «Molodechno» s proizvolnym chislom paneley [The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the 'Molodechno' truss with an arbitrary number of panels]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 33–41. doi: 10.5862/MCE.61.4

doi: 10.5862/MCE.61.5

Расчет растянутых элементов из стальных тонкостенных холодногнутых профилей в программе CFSteel

Design of cold-formed tension members using the CFSteel software

Канд. техн. наук, доцент А.А. Кикоть,
Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, г. Барнаул, Россия

A.A. Kikot,
Polzunov Altai State Technical University, Barnaul, Russia

Ключевые слова: холодногнутый тонкостенный профиль; стержень; растяжение; болтовое соединение; СП 16; Eurocode; North American Specification; CFSteel

Key words: cold-formed steel member; tension; attachment by bolts; SP16; Eurocode; North American Specification; CFSteel

Аннотация. Представлен обзор литературы в области исследований и расчета растянутых стержней из тонкостенных холодногнутых профилей с болтовыми прикреплениями. Предельными состояниями таких стержней могут быть его чрезмерное удлинение, разрушение от разрыва в пределах длины, в месте прикрепления – разрушение от разрыва по ослабленному отверстиями для болтов сечению, смятие частей стержня в местах контакта с болтами, вырыв части стержня. Дано краткое описание компьютерной программы CFSteel, реализующей расчет таких стержней по российским нормам СП 16.13330.2011, Eurocode и North American Specification. Показано, что при небольшом количестве поперечных рядов болтов – до двух, в некоторых случаях до трех – в месте прикрепления стержня как по стенке, так и по поясам, расчет на прочность по формуле (5) СП 16.13330.2011 недостаточно надежен. Предложено для стержней швеллерного сечения, прикрепляемых болтами по поясам, при количестве болтов до трех в каждом выполнять расчет как для стержня, состоящего из двух уголков, прикрепляемых одной полкой, по формуле (6) СП 16.13330.2011.

Abstract. A review of literature in research and calculate of cold-formed steel tension members with bolt attachments is presented. Limit States of such members may be: excessive elongation, a rupture in the weakened cross-section along the member, a rupture in the net cross-section with the holes at connection, bearing, block shear. A CFSteel software for calculation of the strength of tension members was developed. The Russian building code SP 16.13330.2011, Eurocode and North American Specification AISI S100 were implemented. It was shown that at short attachments with the number of transverse rows of bolts not exceeding two (in some cases, three) design strength according to the general case of Russian code is not reliable. It was suggested the members with cross-sections similar to channel, to treat as a members consisting of two angles, attached by one leg, and calculate the strength using appropriate formula of SP 16.13330.2011. In the case of member attachment by bolts in the flanges the value of reduction coefficient U and tensile strength for rupture in net section according to standards AISC 360–10 and AISI S100 gives similar results.

Введение

В последнее время в строительстве все более широко применяются конструкции из стальных тонкостенных холодногнутых оцинкованных профилей. Их часто называют ЛСТК – легкие стальные тонкостенные конструкции. Среди их элементов используются стержни, работающие на растяжение.

Расчет растянутых элементов может производиться на предотвращение чрезмерных деформаций удлинения и (или) на предотвращение различного вида разрушений, в том числе в местах прикрепления. Также необходимо ограничивать гибкость элементов.

Значительные деформации удлинения элемента, связанные, как правило, с пластическими свойствами стали, могут привести к затруднению или невозможности дальнейшей эксплуатации

Кикоть А.А. Расчет растянутых элементов из стальных тонкостенных холодногнутых профилей в программе CFSteel // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 42–59.

отдельной конструкции, части здания или здания в целом. Чтобы этого не произошло, материал должен работать в пределах упругих деформаций, следовательно, расчет в таких случаях ведется по пределу текучести стали.

Цель исследования

В настоящее время в России отсутствуют официально принятые на государственном уровне нормы для проектирования конструкций из тонкостенных профилей. Нормы СП 16.13330.2011 [1] ориентированы на более толстостенные сечения.

Целью данной работы является оценка степени надежности результатов расчета растянутых тонкостенных стержней на прочность, получаемых по действующим российским нормам.

Обзор литературы

СП 16 [1] в случае пластичных сталей ограничивает возникающие при растяжении напряжения в элементе пределом текучести, в том числе и в ослабленных отверстиями под болты поперечных сечениях:

$$\frac{N}{A_n R_y \gamma_c} \le 1, \quad (1)$$

где N – действующая в элементе продольная сила; A_n – площадь сечения с учетом ослаблений (площадь нетто); R_y – расчетное сопротивление стали по пределу текучести; γ_c – коэффициент условий работы, который в случае ослабления расчетного сечения отверстиями для болтов для сталей с пределом текучести до 440 МПа принимается равным 1.1, иначе $\gamma_c = 1.0$.

В то же время оговаривается, что если по условиям работы элемента в нем допускаются значительные удлинения, то есть возможны пластические деформации, расчет следует производить на прочность от разрыва по формуле

$$\frac{N \gamma_u}{A_n R_u \gamma_c} \le 1, \quad (2)$$

где R_u – расчетное сопротивление стали по пределу прочности; γ_u – коэффициент надежности, принимаемый равным 1.3.

В случае менее пластичных сталей, предел текучести которых достаточно близок к пределу прочности R_{un} (R_{un} > 440 МПа), расчет необходимо выполнять также по (2). При этом полагается, что элемент работает в пределах упругих деформаций.

Растянутые элементы из холодногнутых профилей прикрепляются к смежным элементам либо непосредственно, либо через листовые фасонки. Чаще соединение осуществляется с помощью болтов или самосверлящих самонарезающих винтов (саморезов). Крепление может производиться через стенку профиля, через полки или через стенку и полки одновременно. В дальнейшем рассматриваются только болтовые соединения.

В месте прикрепления растянутого элемента болтами может произойти его смятие, что также является предельным состоянием. Приходящееся на один болт расчетное усилие по критерию смятия определено в [1] как

$$N_{bp} = R_{bp} d \sum t \gamma_b \gamma_c, \quad (3)$$

где R_{bp} – расчетное сопротивление смятию соединяемых элементов $R_{bp} = 1.35 R_u$; d – диаметр болта; $\sum t$ – наименьшая сумма толщин деталей элемента, сминаемых в одном направлении; γ_b – коэффициент условий работы, зависящий от геометрических параметров соединения (рис. 1).

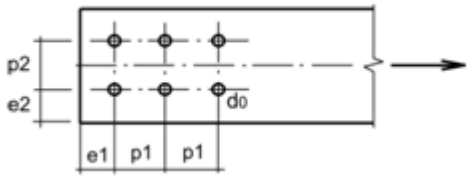

Рисунок 1. Обозначение размеров в месте прикрепления элемента

В рекомендациях ЦНИИПСК им. Н.П. Мельникова [2] несущая способность одного болта по смятию записана в виде

$$N_{bp} = R_{bp}\gamma_{b1}\gamma_{b2}\gamma(t)d, \quad (4)$$

где R_{bp} зависит от ответственности и характера работы элемента или конструкции и конструктивных особенностей соединения, в частности от расстояния вдоль усилия от края элемента до центра ближайшего отверстия e_1 и его отношения к расстоянию между центрами смежных отверстий вдоль усилия; γ_{b1} – коэффициент условий работы, учитывающий одновременное включение в нее болтов: для одноболтовых соединений $\gamma_{b1} = 1$, для многоболтовых $\gamma_{b1} = 0.9$; γ_{b2} – коэффициент условий работы, учитывающий расстояние вдоль усилия от края элемента до центра ближайшего отверстия; $\gamma(t)$ – коэффициент, учитывающий толщину соединяемых элементов; t – наименьшая суммарная толщина сминаемых в одном направлении элементов.

Обычно длина ослабленного отверстиями под болты сечения или даже суммарная длина ослабленных сечений невелика по сравнению с общей длиной элемента, поэтому в некоторых нормах проектирования стальных конструкций заложен следующий общий подход к расчету растянутых элементов. Для предотвращения чрезмерных деформаций удлинения стержень по длине работает в упругой стадии. Напряжения в сечениях брутто ограничиваются пределом текучести. При этом допускается развитие пластических деформаций в ослабленных отверстиями сечениях, но обязательно обеспечивается их прочность.

В соответствии с нормами EN 1993–1–1 [3] и EN 1993–1–3 [4] расчетная несущая способность поперечного сечения растянутого элемента определяется по формуле

$$N_{t,Rd} = \frac{f_{ya}A}{\gamma_{M0}}, \quad (5)$$

где A – полная площадь поперечного сечения; γ_{M0} – частный коэффициент надежности, применяемый при определении несущей способности сечений по критерию чрезмерных пластических деформаций. Значения γ_{M0} могут определяться в национальных приложениях стран-участниц CEN. В общей редакции [4] $\gamma_{M0} = 1.0$; f_{ya} – среднее значение предела текучести стали по сечению, учитывающее некоторое повышение предела текучести в местах гиба и определяемое следующим образом:

$$f_{ya} = f_{yb} + \left(f_u - f_{yb}\right)\frac{knt^2}{A} \le \frac{f_u + f_{yb}}{2},$$

где f_{yb} – номинальное значение предела текучести стали исходной заготовки, из которой формуется профиль; f_u – предел прочности стали; k – коэффициент, зависящий от способа формования профиля; n – количество гибов на 90° в сечении; t – расчетная толщина стали до формования без учета толщины цинкового или другого покрытия.

Расчетная несущая способность растянутого элемента по ослабленному сечению в соответствии с [4]:

$$F_{n,Rd} = \left(1 + 3r\left(\frac{d_0}{u} - 0{,}3\right)\right)A_n f_u/\gamma_{M2} \le A_n f_u/\gamma_{M2} \quad (6)$$

Кикоть А.А. Расчет растянутых элементов из стальных тонкостенных холодногнутых профилей в программе CFSteel // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 42–59.

где r – количество болтов в поперечном сечении / общее количество болтов; d_0 – диаметр отверстий; $u = 2e_2 \le p_2$ (рис. 1); γ_{M2} – частный коэффициент надежности, применяемый при определении несущей способности сечений, ослабленных отверстиями под метизы.

В соответствии с нормами расчета холодногнутых профилей North American Specification AISI S100 (American Iron and Steel Institute) [5] номинальная несущая способность элемента по критерию предотвращения чрезмерных удлинений определяется для полного сечения:

$$P_{gn} = A f_y, \quad (7)$$

$$\Omega = 1.67 \text{ (ASD)}, \ \phi = 0.9 \text{ (LRFD)},$$

где Ω – коэффициент безопасности для метода расчёта по допускаемым напряжениям (ASD); ϕ – коэффициент сопротивления для расчёта по методу коэффициентов (LRFD); f_y – расчетный предел текучести, который может приниматься равным либо пределу текучести металла исходной заготовки, либо среднему пределу текучести стали по сечению f_{ya}, определяемому в соответствии с п. A7.2 [5] по формуле:

$$f_{ya} = C f_{yc} + (1 - C) f_{yf} \le f_{uv}, \quad (8)$$

где C – отношение суммарной площади закруглений в местах гиба к общей площади поперечного сечения; f_{yc} – предел текучести стали в местах гиба, зависящий от предела текучести и предела прочности стали исходной заготовки, радиуса гиба, толщины стали и определяемый по п. A7.2 [5]; f_{yf} – предел текучести стали плоских частей сечения, принимаемый равным пределу текучести стали исходной заготовки; f_{uv} – предел прочности стали исходной заготовки.

Номинальная несущая способность элемента по критерию предотвращения разрушения по ослабленному сечению вне прикрепления, если таковое имеет место, вычисляется следующим образом (Приложение A C2 [5]):

$$P_{nn} = A_n f_u, \quad (9)$$

$$\Omega = 2.00 \text{ (ASD)}, \ \phi = 0.75 \text{ (LRFD)}.$$

При этом считается, что ослабление симметрично относительно продольной оси элемента.

Если прикрепление стержня осуществляется только через часть сечения, – стенку или полки, то это вызывает неравномерное распределение напряжений по критическому сечению нетто, включающему отверстия в месте прикрепления. Величина средних напряжений в момент разрыва элемента по такому сечению может оказаться меньше предела прочности стали. Иными словами, имеет место снижение прочности сечения и, следовательно, несущей способности всего элемента. Данное явление в англоязычной научно-технической и нормативной литературе получило название shear lag effect – эффект сдвигового запаздывания.

Отношение средних напряжений в сечении нетто при разрыве элемента к пределу прочности стали в таких случаях называют [6–9] эффективностью сечения нетто:

$$\frac{N_u / A_n}{f_u}, \quad (10)$$

где N_u – предельная несущая способность элемента при разрыве по сечению нетто в месте прикрепления.

На основании собственных экспериментальных исследований, а также данных других авторов, W.Y. Munse и E.Jr. Chesson [6] предложили определять несущую способность при разрыве по сечению нетто, расположенному в месте прикрепления растянутого элемента, на основе его эффективной площади

$$N_u = A_e f_u, \quad (11)$$

Kikot A.A. Raschet rastyanutykh elementov iz stalnykh tonkostennykh kholodnognutykh profiley v programme CFSteel [Design of cold-formed tension members using the CFSteel software]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 42–59. doi: 10.5862/MCE.61.5

$$A_e = k\left(1-\frac{x}{L}\right)A_n, \quad (12)$$

где A_e – эффективная площадь сечения нетто; k – коэффициент, учитывающий способ образования отверстий под болты: при сверлении $k = 1$, при пробивке $k = 0.85$; x – расстояние между плоскостью соприкосновения элемента со смежным элементом (например, узловой фасонкой) и центром тяжести расчетного сечения (рис. 2); L – длина прикрепления вдоль усилия, равная расстоянию между крайними отверстиями для болтов.

Выражение 1-x/L отражает влияние эффекта сдвигового запаздывания на несущую способность сечения нетто в месте прикрепления.

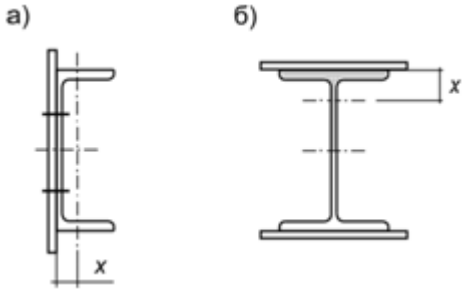

Рисунок 2. Определение *x*

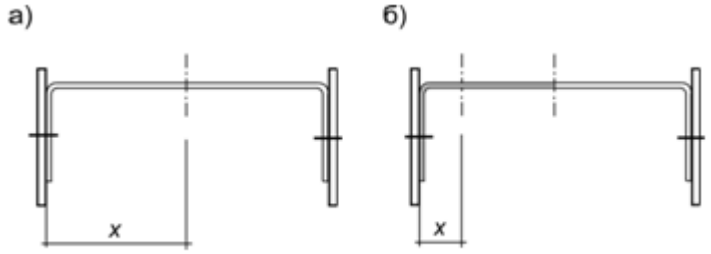

Рисунок 3. Определение эксцентриситета прикрепления по поясам для швеллера: а – AISI S100; б – AISC 360–10

В нормах AISC 360–10 по проектированию стальных конструкций зданий [10] расчет по сечению, ослабленному болтами в месте прикрепления растянутого элемента, основан на исследованиях [6]. Номинальное значение несущей способности при разрыве по сечению нетто в месте прикрепления по [10]

$$P_{rn} = f_u A_e, \quad (13)$$

$$A_e = U A_n, \quad (14)$$

где U – редукционный коэффициент, учитывающий эффект сдвигового запаздывания.

Для большинства профилей, прикрепляемых частью сечения [10] (рис. 2),

$$U = 1 - x / L. \quad (15)$$

Если элемент прикрепляется через каждую составляющую часть сечения, то $U = 1$. При определении площади сечения нетто A_n диаметр отверстия под болты принимается на 2 мм больше его номинального значения [10, 11].

G.L. Kulak и E.Y. Wu [7, 8] экспериментально изучали работу растянутых элементов из одиночных и спаренных горячекатаных уголков и сделали следующие выводы. Установлено, что в рамках применяемых на практике элементов из уголков их длина не влияет на несущую способность. Изгибная жесткость листовой фасонки, к которой прикрепляются одиночные уголки в направлении, перпендикулярном ее плоскости, существенно не влияет на несущую способность уголка. Толщина уголка незначительно влияет на эффективность его поперечного сечения нетто (с учетом ослабления отверстием под болт). Эффективность поперечного сечения неравнополочного уголка выше, когда он крепится широкой полкой. Длина, на которой происходит присоединение уголка к фасонке, в значительной мере влияет на несущую способность уголка, определяемую прочностью сечения нетто. Это относится к элементам как из одиночных, так и из спаренных уголков. Такая зависимость имеет место в соединениях, имеющих два, три и четыре болта вдоль линии действия усилия. В соединениях, имеющих более четырех болтов, эффективность сечения нетто практически не зависит от длины соединения. Иными словами, этот показатель в соединениях с количеством болтов вдоль линии действия усилия меньше четырех существенно ниже, чем эффективность аналогичного сечения в соединениях с количеством болтов четыре и более. Принципиальной разницы в характере работы сечения нетто в одиночных уголках и индивидуально каждого из спаренных уголков нет. То есть уголки в составе элемента из спаренных профилей также находятся под действием эффекта сдвигового запаздывания.

Кроме того, было замечено, что несущая способность профиля по сечению нетто зависит от способа образования отверстия – пробивка или сверление. И это наряду с эффектом сдвигового запаздывания должно учитываться при расчете.

Авторы предложили модель, которая рассматривает разрушение от разрыва одиночных и спаренных уголков по площади нетто. Полагается, что в критическом сечении прикрепляемой полки уголка с отверстием напряжения распределяются равномерно и достигают предела прочности стали. В то же время в другой полке уголка напряжения распределяются также равномерно, но достигают предела текучести, если количество болтов вдоль соединения четыре или более. Если количество болтов меньше четырех, распределение напряжений в неприкрепленной полке должно быть модифицировано, для того чтобы учесть длину соединения. Одним из вариантов учета длины может быть предположение о том, что уровень напряжений достигает лишь половины предела текучести.

На основании данной модели в [7, 8] приводится формула для определения несущей способности элементов из одиночных и спаренных уголков по разрушению ослабленного сечения:

$$N = f_u A_{cn} + \beta f_y A_0, \tag{16.1}$$

или

$$N = f_u \left(A_{cn} + \beta \frac{f_y}{f_u} A_0\right), \tag{16.2}$$

где N – несущая способность элемента, определяемая разрушением по ослабленному отверстиями для болтов сечению в месте прикрепления; A_{cn} – площадь нетто присоединяемой полки с отверстием (учитываемый при расчете диаметр отверстия больше номинального диаметра отверстия на 2 мм); A_0 – полная площадь другой полки уголка; $\beta = 1$ – для прикреплений с количеством болтов или поперечных рядов болтов вдоль усилия $n_b \geq 4$; $\beta = 0.5$ при $n_b < 4$.

Приводя (16) к виду, принятому в [10], можно получить

$$U = \left(A_{cn} + \beta \frac{f_y}{f_u} A_0\right) / A_n. \tag{17}$$

В нормах расчета холодногнутых профилей AISI S100 [5] номинальная несущая способность при разрыве элемента по ослабленному отверстиями для болтов сечению в месте прикрепления также основана на [6], но учитывает исследования R.A. LaBoube и W.W. Yu [12] и представлена в общем виде, аналогичном (13). Для элементов с сечением в виде швеллера, имеющих два и более ряда болтов в направлении действующего усилия, редукционный коэффициент:

$$U = 1.0 - 0.36 \frac{x}{L} \quad (0.5 \leq U \leq 0.9). \tag{18}$$

При этом не оговаривается, для какого случая данное значение U приведено: для прикрепления швеллера через стенку или через пояса. Следовательно, надо полагать, что оно применимо для обоих случаев. Эксцентриситет прикрепления x определяется как расстояние от плоскости сдвига соединения до центра тяжести поперечного сечения. Если следовать данному определению, то при прикреплении элемента через пояса значение x следует принимать равным половине высоты сечения швеллера (рис. 3а). Но необходимо заметить, что в нормах AISC [10] и комментариях к ним [11] в аналогичном случае с двутавром, прикрепляемым через пояса, эксцентриситет x определяется как расстояние от наружной грани пояса до центра тяжести соответствующего тавра, на которые разбивается сечение двутавра (рис. 2б).

Нормы AISI [5] не содержат указаний по расчету несущей способности в результате разрыва по сечению нетто в случае с одним болтом или одним поперечным рядом болтов в месте прикрепления. Также нет указаний на то, следует ли увеличивать номинальный диаметр отверстий при определении площади нетто.

Kikot A.A. Raschet rastyanutykh elementov iz stalnykh tonkostennykh kholodnognutykh profiley v programme CFSteel [Design of cold-formed tension members using the CFSteel software]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 42–59. doi: 10.5862/MCE.61.5

В нормах EN 1993–1–8 [13] одиночный уголок, прикрепляемый одним рядом болтов, расположенным на одной полке, рассматривается как центрально растянутый. Расчетная предельная несущая способность по сечению нетто:

- 1 болт в ряду

$$N_{u,Rd} = 2(e_2 - 0{,}5d_0)t\, f_u / \gamma_{M2}, \quad (19.1)$$

- 2 болта в ряду

$$N_{u,Rd} = \beta_2 A_n f_u / \gamma_{M2}, \quad (19.2)$$

- 3 и более болта

$$N_{u,Rd} = \beta_3 A_n f_u / \gamma_{M2}, \quad (19.3)$$

где e_2 – расстояние от оси отверстия до кромки пера уголка; значения γ_{M2} могут определяться в национальных приложениях стран-участниц CEN, в общей редакции [4] $\gamma_{M2} = 1.25$; β_2 и β_3 – понижающие коэффициенты, зависящие от шага отверстий в ряду; их значения приводятся в [15] и находятся в интервале от 0.4 до 0.7. В п. 6.2.3 [3] и п. 6.1.2 [4] косвенно указывается, что предельная несущая способность сечения нетто для других типов профилей, присоединяемых не всем сечением, а лишь какой-либо его частью, должна определяться таким же образом.

Поскольку эффект сдвигового запаздывания оказывает существенное влияние на несущую способность растянутых элементов, ученые разных стран продолжают исследования в этой области. Так, C.-L. Pan в работе [9] представил результаты испытаний на растяжение образцов из холодногнутых оцинкованных профилей с сечением в виде швеллера. Основное внимание уделялось изучению эффекта сдвигового запаздывания. Прикрепление элемента осуществлялось через стенку швеллера посредством четырех или шести болтов с различными вариантами расстояний вдоль усилия. Большинство испытанных образцов разрушалось от разрыва по сечению нетто в месте прикрепления. На основании данных, полученных в результате испытаний таких образцов, автором сделаны следующие выводы.

1. Распределение напряжений, которые получены экспериментально, в сечениях в зоне прикрепления носит неравномерный характер. Напряжения в части сечения, где происходит соединение, выше, чем в поясах швеллера. Этим подтверждается наличие эффекта сдвигового запаздывания.
2. Двумя основными факторами, влияющими на несущую способность элемента при разрыве по сечению нетто в месте крепления, являются отношение эксцентриситета соединения к длине соединения (x/L) и отношение ширин свободных частей сечения (поясов) и присоединяемой части (стенки). Несущая способность элемента по разрушению от разрыва по сечению нетто выше при количестве болтов в соединении 6 шт. (3 поперечных ряда по два болта) по сравнению с количеством болтов 4 шт. (2 ряда) при прочих равных условиях.
3. При одинаковом количестве поперечных рядов большую несущую способность имеют элементы с большим расстоянием между поперечными рядами. При сравнении результатов испытаний с соответствующими расчетами по нормам AISC [10] (формула, идентичная (13)) сделан вывод о хорошем совпадении для швеллеров с относительно малой высотой сечения. В то же время наблюдается значительный запас для швеллеров с относительно большими высотами.
4. Расчетные значения, полученные по нормам AISI [5] (значение U по формуле (18) в сочетании с (13)), переоценивают несущую способность испытанных образцов. Среднее значение отношения экспериментального значения несущей способности к рассчитанному нормативному значению составляет 0.742. При этом меньшее расхождение наблюдалось для больших расстояний между рядами болтов вдоль усилия и для большего количества болтов в соединении.

На основании результатов исследования C.-L. Pan [9] предлагает формулу для определения номинального значения несущей способности элемента по критерию разрыва по сечению нетто, ослабленному отверстиями для болтов в месте прикрепления через стенку:

$$P_{rn} = U A_n f_u. \quad (20)$$

При этом редукционный коэффициент U выражается эмпирическим выражением

$$U = \left[1.15 - 0.86\left(\frac{x}{L}\right) - 0.14\left(\frac{W_u}{W_c}\right)\right], \quad (21)$$

где W_u – суммарная ширина поясов $W_u = 2W_f$; W_c – высота швеллера (рис. 4).

Расчеты испытанных образцов по (20) в сочетании с (21) показали хорошую согласованность результатов.

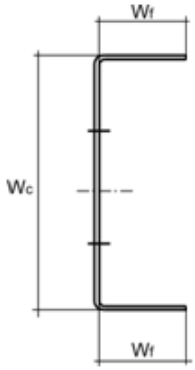

Рисунок 4. Размеры швеллера по [9, 14]

L.H. Teh и B.P. Gilbert в работе [14] на основании собственных экспериментальных исследований сделали вывод о том, что на эффективность сечения нетто в месте прикрепления по стенке растянутого элемента с сечением в виде швеллера влияют три фактора: эффект сдвигового запаздывания в плоскости стенки, связанный с неравномерностью распределения напряжений и их концентрацией у отверстий; сдвиговое запаздывание из плоскости стенки; изгибающий момент, возникающий из-за эксцентриситета соединения. С учетом предложенного в [9] выражения (21) авторы предлагают уравнение для определения номинальной несущей способности элемента при разрыве по сечению нетто, ослабленному отверстиями для болтов в месте прикрепления через стенку швеллера, которое учитывает эти факторы:

$$P_{rn} = A_n f_u \left[\frac{1}{1.1 - \frac{W_f}{W_c + 2W_f} + \frac{x}{L}}\right], \quad (22)$$

где W_f – ширина пояса; W_c – высота швеллера (рис. 4).

В выражении в скобках константа *1.1* отражает эффект сдвигового запаздывания в плоскости стенки, аналогичный возникающему в плоских листах; слагаемое $W_f/(W_c+2W_f)$ рассматривается как отражение эффекта сдвигового запаздывания из плоскости стенки. Слагаемое x/L, в литературе обычно называемое по терминологии авторов [6] коэффициентом сдвигового запаздывания, по мнению авторов [14] правильнее рассматривать как учет момента, возникающего от эксцентриситета соединения x, и противодействующего момента, возрастающего по мере увеличения длины соединения L.

Выполненные экспериментальные исследования на образцах из холодногнутых швеллеров из оцинкованной стали, прикрепляемых болтами через стенку и подверженных растяжению, показали хорошую согласованность с расчетами по (22).

Рисунок 5. Характерный вид исчерпания несущей способности элемента в результате разрыва по сечению нетто [14]

Kikot A.A. Raschet rastyanutykh elementov iz stalnykh tonkostennykh kholodnognutykh profiley v programme CFSteel [Design of cold-formed tension members using the CFSteel software]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 42–59. doi: 10.5862/MCE.61.5

В выражения (21) и (22) включен элемент, отражающий геометрические пропорции швеллера. Последний в обоих случаях был подобран для случая, когда швеллер прикрепляется болтами через стенку. Поэтому, надо полагать, данные выражения неприменимы для случаев, когда швеллер прикрепляется через пояса. На рисунке 5 показан характерный вид исчерпания несущей способности растянутого элемента в результате разрыва по сечению нетто в месте прикрепления.

E.A. Bolandim, A.T. Beck и M. Malite [15] также изучали эффективность поперечного сечения при разрыве ослабленного отверстиями под болты в месте прикрепления растянутого элемента из холодногнутых уголков и швеллеров. В их работе приведены результаты экспериментальных исследований. Отмечено, что нормы AISI S100 [5] в большинстве случаев переоценивают несущую способность таких элементов, а применяемый при определении расчетной несущей способности коэффициент сопротивления $\phi = 0.65$ (LRFD) не обеспечивает целевую надежность расчетов.

Расчетная несущая способность одного болта по смятию соединяемых элементов толщиной до 3 мм в соответствии с EN 1993–1–3 составляет (таблица 8.4 [4]):

$$F_{v,Rd} = 2.5 k_t \alpha_b f_u dt / \gamma_{M2}. \quad (23.1)$$

Для толщин соединяемых элементов 3 мм и более расчетная несущая способность одного болта по смятию определяется по EN 1993–1–8 [13] как

$$F_{v,Rd} = k_t \alpha_b f_u dt / \gamma_{M2}, \quad (23.2)$$

где k_t , α_b – коэффициенты, зависящие от геометрических параметров прикрепления.

Таким образом, несущая способность по смятию зависит от толщины металла, места положения отверстия как в группе, так и относительно кромок вдоль и поперек усилия.

Нормы AISI S100 [5] определяют нормативную несущую способность одного болта смятию соединяемых элементов толщиной до 4.76 мм как

$$P_{bn} = C m_f dt f_u, \quad (24)$$

$\Omega = 2.50$ (ASD), $\phi = 0.6$ (LRFD),

где C – коэффициент, зависящий от отношения d/t и определяемый по таблице E3.3.1–1 [5]; m_f – коэффициент, зависящий от конструктивных особенностей соединения и наличия или отсутствия шайб и определяемый по таблице E3.3.1–2 [5].

Данный формат расчетной формулы и таблицы основан на исследованиях, C.A.Rogers и G.J.Hancock [16] в Сиднейском университете и J.A.Wallace, R.M.Shuster и R.A.LaBoube [17, 18] в университете Ватерлоо.

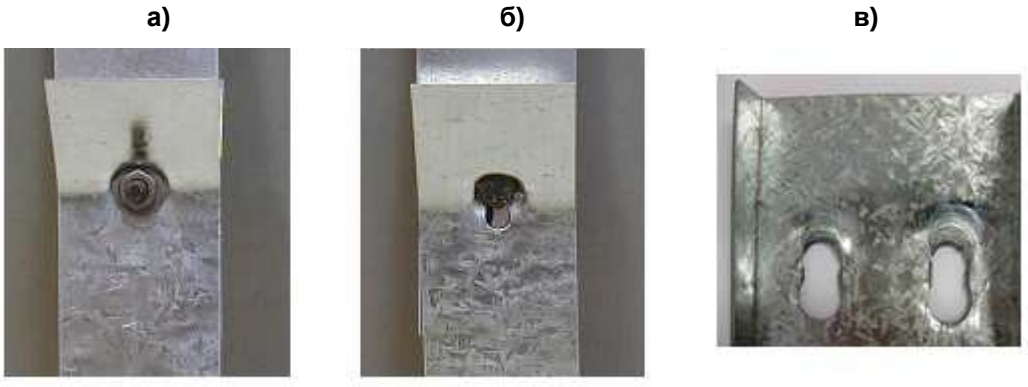

Рисунок 6. Характерный вид исчерпания несущей способности в результате смятия: а – с шайбами; б – без шайб ([17]); в – смятие в швеллере ([14])

Исчерпание несущей способности растянутого элемента из холодногнутого профиля в месте прикрепления болтами может произойти также за счет вырыва отдельного участка металла, как это показано на рисунке 7. Разрушение происходит от одновременного отрыва по площади A_{nt} перпендикулярно действующему усилию и среза по площадкам A_{nv}, A_{gv} или A_{av} параллельно усилию.

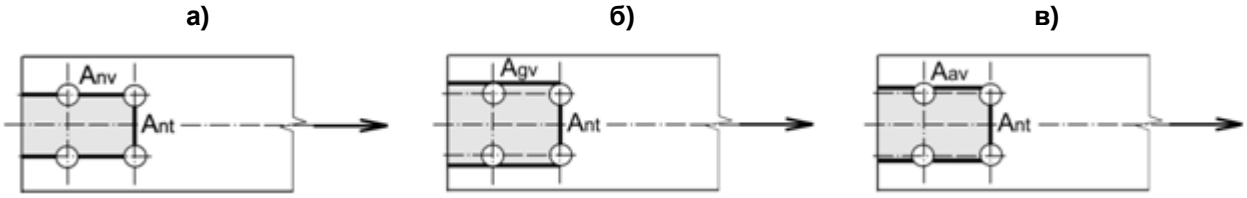

Рисунок 7. Вырыв материала: а) площадь сдвига нетто; б) площадь сдвига брутто; в) площадь сдвига по [19]

Нормы EN 1993–1–8 [13] определяют несущую способность при вырыве материала следующим образом:

- симметричная группа болтов

$$V_{eff,1Rd} = f_u A_{nt} / \gamma_{M2} + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) f_y A_{nv} / \gamma_{M0}; \quad (25.1)$$

- несимметричная группа болтов

$$V_{eff,2Rd} = 0{,}5\, f_u A_{nt} / \gamma_{M2} + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) f_y A_{nv} / \gamma_{M0}, \quad (25.2)$$

где A_{nt} – площадь сечения нетто растянутой зоны; A_{nv} – площадь сечения нетто сдвигаемой зоны.

В нормах AISC 360–10 [10] несущая способность при вырыве материала определена как

$$R_n = 0.6 f_u A_{nv} + U_{bs} f_u A_{nt} \le 0.6 f_y A_{gv} + U_{bs} f_u A_{nt}, \quad (26)$$

ϕ = 0.65 (LRFD),

где A_{nv} – площадь сечения нетто, подвергаемая сдвигу; A_{gv} – площадь брутто (полная площадь), подвергаемая сдвигу; U_{bs} – коэффициент, учитывающий распределение растягивающих напряжений по площади A_{nt} : U_{bs} = 1 – для равномерного распределения, U_{bs} = 0.5 – для неравномерного.

В соответствии с AISI S100 [5] номинальное значение несущей способности при вырыве определяется как наименьшее из

$$P_n = 0.6 f_y A_{gv} + f_u A_{nt} \quad (27.1)$$

и

$$P_n = 0.6 f_u A_{nv} + f_u A_{nt}, \quad (27.2)$$

Ω = 2.22 (ASD), ϕ = 0.65 (LRFD).

L.H. Teh и D.D.A. Clements [19] изучали явление вырыва части листового элемента в месте его крепления болтами. На основании конечноэлементного моделирования они установили, что плоскость среза находится между внешней плоскостью (рис. 7б) и плоскостью нетто (рис. 7а) и располагается как показано на рисунке 7в. На этом основании предложено выражение для определения длины плоскости среза:

$$L_{av} = L_{gv} - \left(\frac{n_r - 1}{2} + \frac{1}{4} \right) d_0, \quad (28)$$

где L_{gv} – длина брутто среза (внешняя плоскость); n_r – количество рядов болтов, перпендикулярных действующему усилию; d_0 – диаметр отверстия.

Тогда площадь среза

$$A_{av} = 2 L_{av} t. \quad (29)$$

Предлагаемое выражение для определения несущей способности растянутого листового элемента при вырыве его части:

$$P_u = f_u \sum A_{nt} \left(0.9 + 0.1 \frac{d}{p_2} \right) + 0.6 f_y A_{av}. \quad (30)$$

Приведенные в этой же работе результаты экспериментальных исследований на листовых элементах показали хорошую согласованность с расчетами по (30). При этом авторы отмечают, что нормы AISC переоценивают несущую способность для всех испытанных образцов. Основной причиной является принятие внешней плоскости среза в качестве расчетной. Нормы EN 1993–1–8 [13] неплохо согласуются с экспериментальными данными при одном поперечном ряде болтов. С увеличением количества рядов увеличивается запас, который обеспечивается расчетами. Это объясняется принятием в расчетах [15] плоскости среза нетто (рис. 7а).

И.И. Ведяков, П.Д. Одесский и Д.В. Соловьев [20] выполнили экспериментальное исследование двухсрезных одноболтовых соединений холоднокатаных листов из оцинкованной стали толщиной 1.2 и 1.5 мм. Расстояния от края листа до центра отверстия вдоль усилия составляли *2d* и *3d*. Разрушение в большинстве случаев было обусловлено вырывом (срезом) металла образца болтом. Авторы отмечают повышение несущей способности соединения с увеличением расстояния от края элемента до болта. Минимальное расстояние *2d*, указанное в нормах [1], недостаточно и должно быть увеличено до *3d*, по крайней мере, в случае применения стали толщиной до 2 мм.

А.В. Коротких [21] изучал работу сдвигоустойчивых болтовых соединений холодногнутых оцинкованных профилей. Экспериментально установлен коэффициент трения и коэффициенты условий работы. Разработана инженерная методика расчета таких соединений.

R.B. Kulkarni и V.M.Vaghe [22] экспериментально изучали работу болтового прикрепления растянутых элементов из тонкостенных швеллеров с применением дополнительной листовой накладки, устанавливаемой внутри швеллера так, что его стенка оказывается между этой накладкой и фасонкой, к которой происходит прикрепление элемента. Установлено, что это несколько повышает несущую способность элемента в месте его прикрепления. Также отмечается, что установка накладки толще швеллера позволяет исключить предельное состояние по смятию.

Основываясь на экспериментальных данных, многие исследователи [14, 20, 23] отмечают, что при прикреплении элемента по стенке одним болтом или одним поперечным рядом болтов преимущественным видом исчерпания несущей способности является смятие.

Во многом на основании анализа приведенного материала в рамках расчетного комплекса CFSteel [24] реализован модуль расчета растянутых стержней из стальных тонкостенных холодногнутых профилей. Расчет производится в соответствии с российскими нормами СП 16 [1], европейскими нормами EN 1993 [3, 4, 15] и североамериканскими нормами AISI S100 [5]. В последнем случае реализован расчет как по методу допускаемых напряжений (ASD), так и по методу коэффициентов (LRFD).

Библиотека сечений CFSteel включает Швеллер, С-образное сечение, С-образное сечение с двойными отгибами, С-образное сечение с рифом на стенке, Сигма-образное сечение, а также спаренные из этих сечений профили (рис. 8).

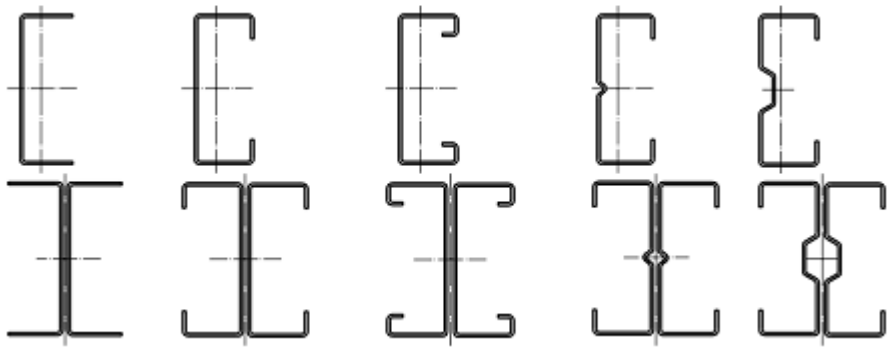

Рисунок 8. Типы поперечных сечений, реализованные в программе CFSteel

Прикрепление растянутых стержней к смежным элементам осуществляется на болтах, которые могут располагаться на стенке профиля, на поясах, а также на стенке и поясах одновременно. Возможные конфигурации прикреплений показаны на рисунке 9.

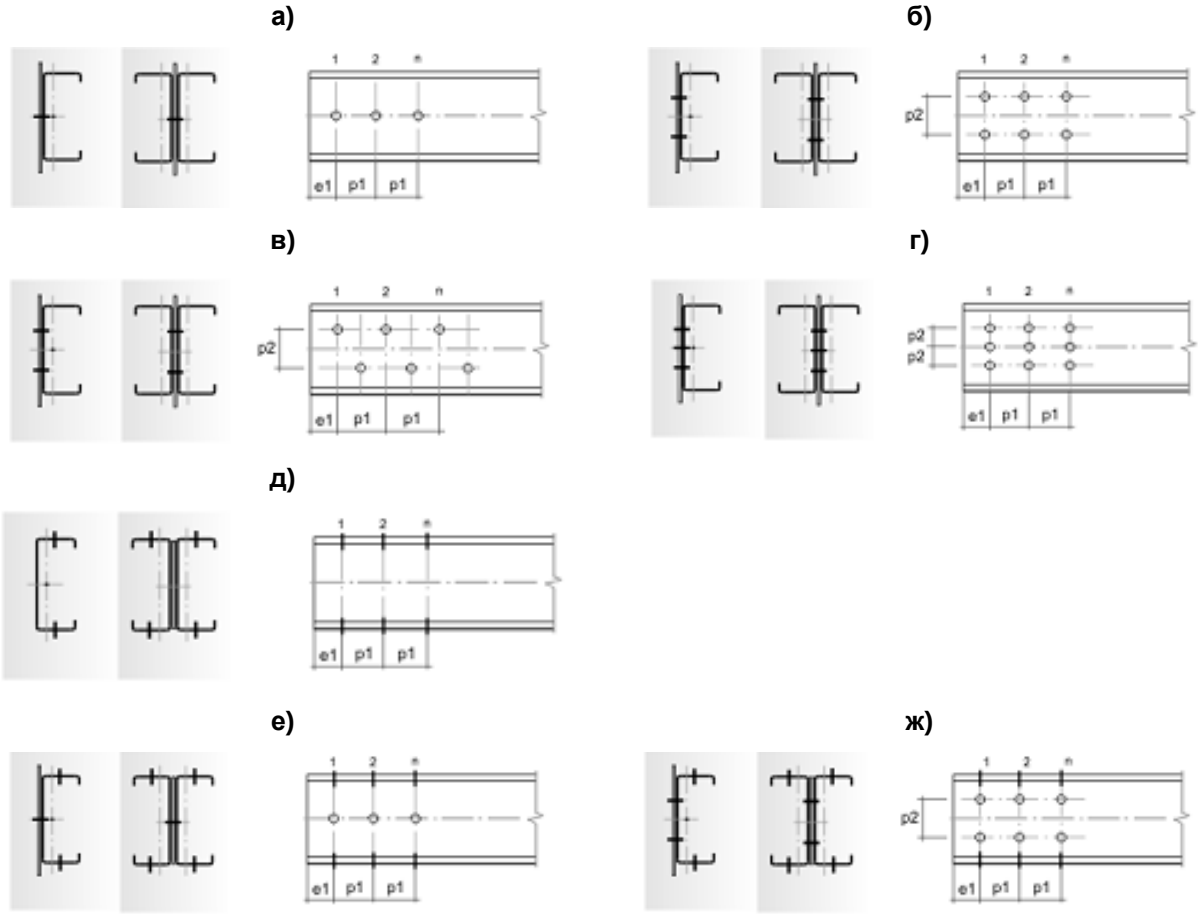

Рисунок 9. Варианты прикреплений элементов: а, б, в, г – через стенку; д – через пояса; е, ж – через стенку и пояса

Расчет растянутых элементов по СП 16 [1] выполняется на прочность, а также на смятие частей элемента болтами в месте прикрепления. Пользователю предоставляется возможность корректировать значение γ_c. Кроме того, выполняется проверка элемента по предельной гибкости. Также реализована методика расчета элемента на смятие, изложенная в Рекомендациях ЦНИИПСК им. Н.П. Мельникова [2].

Kikot A.A. Raschet rastyanutykh elementov iz stalnykh tonkostennykh kholodnognutykh profiley v programme CFSteel [Design of cold-formed tension members using the CFSteel software]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 42–59. doi: 10.5862/MCE.61.5

Расчет по нормам EN 1993 [3,4,15] выполняется по следующим критериям:

- предотвращение чрезмерных удлинений элемента по (5);
- предотвращение разрушения от разрыва по ослабленному сечению по длине элемента вдали от его концов (если ослабление имеет место) по (6);
- предотвращение разрушения от разрыва по ослабленному отверстиями для ботов сечению в месте прикрепления элемента по (19) с корректировками, связанными с различием форм рассматриваемых сечений от уголка;
- предотвращение смятия болтами присоединяемых частей элемента в месте прикрепления; причем несущая способность в данном случае определяется как сумма расчетных несущих способностей всех болтов прикрепления на одном конце элемента, рассчитываемых по (23);
- предотвращение вырыва части элемента в месте прикрепления по (25);
- расчет по предельной гибкости.

В расчете по нормам AISI S100 [5] учитываются следующие предельные состояния:

- чрезмерное удлинение элемента в результате текучести материала по сечению брутто (7);
- разрушение от разрыва по сечению нетто, удаленному от концов стержня (9);
- разрушение от разрыва по ослабленному отверстиями сечению в месте прикрепления элемента болтами (13);
- смятие элемента болтами в месте прикрепления (24);
- вырыв части элемента в месте прикрепления (27);
- превышение предельной гибкости элемента.

Кроме того, дополнительно для отдельных видов предельных состояний и профилей реализованы методики, предложенные некоторыми исследователями. В частности, для вычисления несущей способности элемента при разрыве по ослабленному отверстиями под болты сечению в месте прикрепления можно воспользоваться методиками, предложенными G.L. Kulak и E.Y. Wu [7, 8] (формула (16)), C.L. Pan [9] (20), а также L.H. Teh и B.P. Gilbert [14] (22).

Результаты исследования

В таблице 1 представлены результаты расчета несущей способности по разрыву в ослабленном отверстиями для болтов сечении элементов из холодногнутых оцинкованных швеллеров, экспериментальные исследования которых приведены в [9]. Толщина стали $t = 2.4$ *мм*. Предел текучести – $f_y = 328$ *МПа*, предел прочности – $f_u = 44.77$ *МПа* ($f_u/f_y = 1.365$). Прикрепление растянутых элементов к смежным деталям осуществлялось болтами $d = 12.7$ *мм* с диаметром отверстий $d_0 = 14.3$ *мм*, которые располагались в стенке швеллера по два ряда в каждом направлении. Всего 4 болта в соединении (рис. 10). Расстояние между болтами в продольном и поперечном направлении одинаковое и составляет 40 мм.

Рисунок 10. Характерный вид разрушения испытанных в [9] образцов

Расчеты производились с помощью программы CFSteel [24] по нормам СП 16 [1], EC 3 [3, 4, 15], AISI S100 [5], а также по методикам, предложенным G.L. Kulak и E.Y. Wu [8], C.L. Pan [9], L.H. Teh и B.P. Gilbert [14]. Определялось нормативное значение несущей способности элементов по ослабленному отверстиями для болтов сечению в месте прикрепления, а также соответствующее расчетное значение. Для вычисления расчетного значения по СП 16 учтен коэффициент надежности по материалу $\gamma_m = 1.05$, по EC3 – частный коэффициент $\gamma_{M2} = 1.25$, по AISI S100 – коэффициент сопротивления $\phi_t = 0.65$, так же, как и по методикам C.L. Pan, L.H. Teh и B.P. Gilbert . В методике G.L. Kulak и E.Y. Wu для определения расчетного значения ослабленная часть сечения домножается на коэффициент *0.9* и делится на частный коэффициент надежности $\gamma_{M1} = 1.25$; неослабленная часть делится на $\gamma_{M0} = 1.1$ как это делается, например, в индийских нормах IS:800–2007.

Таблица 1а. Результаты расчета растянутых элементов по нормам СП 16, EC3 и AISI

Размеры, мм	N_{exp}, кН [9]	Нормативное значение несущей способности						Расчетное значение несущей способности					
		N_n, кН СП 16	N_{exp}/N_n	N_{uR} кН EC3	N_{exp}/N_{uR}	P_{rn}, кН AISI	N_{exp}/P_{rn}	N, кН СП 16	N_{exp}/N	N_{uRd}, кН EC3	N_{exp}/N_{uRd}	P_r, кН AISI	N_{exp}/P_r
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
120.82x40.26	99.05	139.93	0.71	75.66	1.31	156.29	0.63	133.27	0.74	60.53	1.64	101.59	0.97
120.82x40.38	98.00	140.13	0.70	75.77	1.29	156.52	0.63	133.46	0.73	60.61	1.62	101.74	0.96
100.22x40.30	96.62	122.46	0.79	66.21	1.46	136.78	0.71	116.63	0.83	52.97	1.82	88.91	1.09
100.52x40.28	95.70	122.68	0.78	66.33	1.44	137.02	0.70	116.84	0.82	53.06	1.80	89.07	1.07
100.72x40.35	95.70	122.97	0.78	66.49	1.44	137.35	0.70	117.11	0.82	53.19	1.80	89.28	1.07
80.33x60.32	101.68	139.61	0.73	75.49	1.35	143.10	0.71	132.97	0.76	60.39	1.68	93.02	1.09
80.67x60.48	99.15	140.18	0.71	75.79	1.31	143.62	0.69	133.50	0.74	60.63	1.64	93.36	1.06
80.77x60.38	98.23	140.09	0.70	75.74	1.30	143.62	0.68	133.42	0.74	60.60	1.62	93.35	1.05
80.45x50.33	93.63	122.70	0.76	66.34	1.41	131.49	0.71	116.86	0.80	53.07	1.76	85.47	1.10
80.28x50.33	95.70	122.56	0.78	66.27	1.44	131.32	0.73	116.72	0.82	53.01	1.81	85.356	1.12
80.38x50.19	97.31	122.41	0.79	66.18	1.47	131.24	0.74	116.58	0.83	52.95	1.84	85.31	1.14
80.55x40.35	94.78	105.79	0.90	57.2	1.66	118.03	0.80	100.756	0.94	45.76	2.07	76.72	1.24
80.38x40.34	93.63	105.63	0.89	57.11	1.64	117.84	0.79	100.60	0.93	45.69	2.05	76.60	1.22
Среднее значение			0.77		1.42		0.71		0.81		1.78		1.09
Среднеквадратическое отклонение			0,065		0,119		0,051		0,068		0,149		0,079
Коэффициент вариаций			0,084		0,084		0,072		0,084		0,084		0,072

Таблица 1б. Результаты расчета растянутых элементов по методикам [8], [9] и [14]

Размеры, мм	N_{exp}, кН [9]	Нормативное значение несущей способности						Расчетное значение несущей способности					
		N_{trn}, кН [8]	N_{exp}/N_{trn}	P_{trn}, кН [9]	N_{exp}/P_{trn}	P_{trn}, кН [14]	N_{exp}/P_{trn}	N_{tr}, кН [8]	N_{exp}/N_{tr}	P_{tr}, кН [9]	N_{exp}/P_{tr}	P_{tr}, кН [14]	N_{exp}/P_{tr}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
120.82x40.26	99.05	130.43	0.76	151.70	0.65	114.97	0.86	100.28	0.99	98.60	1.00	74.73	1.33
120.82x40.38	98.00	130.52	0.75	151.73	0.65	115.03	0.85	100.37	0.98	98.62	0.99	74.77	1.31
100.22x40.30	96.62	108.69	0.89	127.08	0.76	97.62	0.99	84.64	1.14	82.60	1.17	63.45	1.52
100.52x40.28	95.70	108.99	0.88	127.43	0.75	97.86	0.98	84.85	1.13	82.83	1.16	63.61	1.50
100.72x40.35	95.70	109.26	0.88	127.68	0.75	98.07	0.98	85.05	1.13	83.00	1.15	63.74	1.50
80.33x60.32	101.68	103.17	0.99	94.03	1.08	92.54	1.10	83.59	1.22	61.12	1.66	60.15	1.69
80.67x60.48	99.15	103.65	0.96	94.32	1.05	92.87	1.07	83.96	1.18	61.31	1.62	60.37	1.64
80.77x60.38	98.23	103.68	0.95	94.56	1.04	92.90	1.06	83.97	1.17	61.46	1.60	60.39	1.63
80.45x50.33	93.63	95.56	0.98	101.64	0.92	87.36	1.07	76.65	1.22	66.07	1.42	56.79	1.65
80.28x50.33	95.70	95.38	1.00	101.43	0.94	87.23	1.10	76.53	1.25	65.93	1.45	56.70	1.69
80.38x50.19	97.31	95.38	1.02	101.62	0.96	87.23	1.12	76.5	1.27	66.05	1.47	56.70	1.72
80.55x40.35	94.78	87.94	1.08	103.35	0.92	81.40	1.16	69.73	1.36	67.18	1.41	52.91	1.79
80.38x40.34	93.63	87.75	1.07	103.15	0.91	81.26	1.15	69.57	1.35	67.04	1.40	52.82	1.77
Среднее значение			0.94		0.88		1.04		1.18		1.35		1.60
Среднеквадратическое отклонение			0.103		0.148		0.100		0.116		0.228		0.154
Коэффициент вариаций			0.110		0.169		0.096		0.098		0.169		0.096

Kikot A.A. Raschet rastyanutykh elementov iz stalnykh tonkostennykh kholodnognutykh profiley v programme CFSteel [Design of cold-formed tension members using the CFSteel software]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 42–59. doi: 10.5862/MCE.61.5

Видно, что расчет по СП 16 значительно переоценивает несущую способность в месте прикрепления элемента. Для нормативных значений несущей способности коэффициент надежности, равный отношению экспериментального значения к полученному расчетным путем $k = N_{эксп}/N_{расч}$, составляет от *0.7* до *0.9* со средним значением *0.77*. Это объясняется тем, что не учитывается эффект сдвигового запаздывания, который особенно сильно проявляется в относительно коротких соединениях. Тот факт, что в расчете участвует предел текучести стали, а не предел прочности, не исправляет ситуацию. Даже для расчетных значений средний коэффициент $k_{ср} = 0.81 < 1$. Расчет по EC3, напротив, существенно недооценивает несущую способность. Расчет по нормам AISI переоценивает несущую способность: $k = 0.63…0.8$ ($k_{ср} = 0.71$). Для расчетных значений несущей способности надежность расчета также не может быть признана достаточной, так как значения коэффициентов составляют от *0.96* до *1.24* при $k_{ср}=1.09$. Как видно, в некоторых случаях даже для расчетных значений несущей способности $k < 1$.

Следует отметить, что, имея в виду нормативные значения несущей способности, методики [8], [9] и [14] более точно оценивают прочность по разрыву ослабленного сечения. Хотя в некоторых случаях $k < 1$, в целом $k_{ср} = 0.94$ по [8], 0.88 по [9] и 1.04 по [14]. Поэтому в программу CFSteel решено включить модуль расчетов по приведенным методикам. При этом пользователю предоставляется возможность назначать значения коэффициентов γ_{M1}, γ_{M0} и ϕ_t. Для более обоснованного их назначения в томе II Документации к программе CFSteel [25] представлены многочисленные верификационные расчеты по приведенным методикам в сравнении с данными соответствующих экспериментов разных исследователей. Приводятся экспериментальные значения несущей способности, нормативные значения (без коэффициентов) и расчетные значения (с коэффициентами). Таким образом, анализируя эти данные и принимая те или иные значения коэффициентов, пользователь программы может настроить расчет в зависимости от требуемой надежности.

Как уже отмечалось, существует некоторая неопределенность в назначении эксцентриситета x при вычислении несущей способности при разрыве элемента по ослабленному отверстиями для болтов сечению в случае его прикрепления через пояса по нормам AISI S100 [5]. В связи с этим были выполнены расчеты несущей способности растянутых элементов из холодногнутых швеллеров (рис. 11), результаты испытаний которых приведены в [15]. Для каждого элемента вычисления производились дважды. В первом случае расчет производился по AISC 360–10 [10]. Редукционный коэффициент U определялся по (15), эксцентриситет x – по рисунку 3,б. Во втором случае расчет производился по AISI S100 [5] с определением U по (18). Значение x принималось равным половине высоты сечения швеллера (рис. 3а). В обоих случаях несущая способность элемента определялась по (13), (14). Результаты представлены в таблице 2.

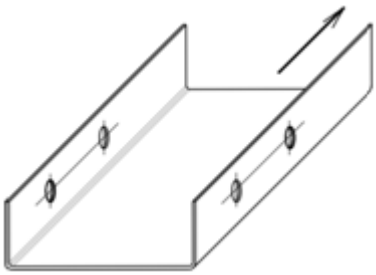

Рисунок 11. Элементы из холодногнутых швеллеров, испытанные в [15]

Разница между значениями несущей способности, вычисленной по двум вариантам (при $U = 1-x/L$, где x – расстояние до центра тяжести половины швеллера, и $U = 1-0.36x/L$, где x – половина высоты швеллера) не превышает 10 %. Для случая с количеством болтов в каждом поясе, равным четырем, имеет место практически совпадение результатов. Следовательно, противоречий между двумя подходами, изложенными в нормах [5] и [10], нет.

Расчет несущей способности этих элементов также был выполнен по формуле (5) СП 16 (формулы (1) и (2) данной работы). Результаты представлены в таблице 3. В расчете не учитывается эффект сдвигового запаздывания, что приводит к постоянному значению несущей способности вне зависимости от количества болтов (длины соединения). Более того, в случае коротких соединений (в данном случае при количестве болтов в поясе, равном двум) СП 16 сильно переоценивает несущую способность. Разница по расчетному значению составляет 13…21 %. С увеличением длины прикрепления результаты оказываются более надежными, и при четырех болтах экспериментальные значения уже превышают расчетные на 10…26 %.

Кикоть А.А. Расчет растянутых элементов из стальных тонкостенных холодногнутых профилей в программе CFSteel // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 42–59.

Таблица 2а. Результаты сравнительных расчетов для элементов толщиной t = 1.5 мм

Образец	Размеры образца, мм	Кол-во попереч. рядов	P_{exp}, кН [15]	Нормативное значение несущей способности					Расчетное значение несущей способности (ϕ = 0.65)			
				P_{rn} (U по AISC), кН	P_{exp}/P_{rn}	P_{rn} (U по AISI), кН	P_{exp}/P_{rn}	P_{rnAISC}/P_{rnAISI}	P_r (U по AISC), кН	P_{exp}/P_r	P_r (U по AISI), кН	P_{exp}/P_r
C1B2–1	100x40x1.5	2	64.9	66.64	0.97	60.71	1.07	1.1	43.32	1.5	39.46	1.64
C1B2–2		2	64		0.96		1.05			1.48		1.62
C1C2–1		3	82.6	80.75	1.02	77.79	1.06	1.04	52.49	1.57	50.56	1.63
C1D2–1		4	91.5	85.37	1.07	83.48	1.1	1.02	55.49	1.65	54.26	1.69
C1D2–2		4	92.2		1.08		1.1			1.66		1.7

Таблица 2б. Результаты сравнительных расчетов для элементов толщиной t = 3,9 мм

Образец	Размеры образца, мм	Кол-во попереч рядов	P_{exp}, кН [15]	Нормативное значение несущей способности					Расчетное значение несущей способности (ϕ = 0,65)			
				P_{rn} (U по AISC), кН	P_{exp}/P_{rn}	P_{rn} (U по AISI), кН	P_{exp}/P_{rn}	P_{rnAISC}/P_{rnAISI}	P_r (U по AISC), кН	P_{exp}/P_r	P_r (U по AISI), кН	P_{exp}/P_r
C3B2–1	150x50x3.9	2	188	191.98	0.98	180.13	1.04	1.07	124.79	1.51	117.08	1.61
C3B2–2		2	186		0.97		1.03	1.03		1.49		1.59
C3C2–1		3	226	251.78	0.9	245.86	0.92	0.92	163.66	1.38	159.81	1.41
C3D2–1		4	263	271.71	0.97	267.77	0.98	0.98	176.61	1.49	174.05	1.51
C3D2–2		4	258		0.95		0.96	1.01		1.46		1.48

Учитывая недостаточно надежные результаты расчета относительно короткого соединения, растянутый элемент швеллерного сечения был представлен состоящим из двух уголков, прикрепленных каждый одной полкой болтами. Тогда расчет можно выполнять по п. 7.1.2 СП 16. Это означает, что с учетом ограничений в данном случае расчет производится по формуле (6) Свода правил:

$$\frac{N\gamma_u}{A_n R_u \gamma_{c1}} \le 1, \qquad (31)$$

где γ_{c1} – коэффициент, зависящий от геометрических параметров и количества болтов, расположенных в один ряд в каждой полке. Результаты таких расчетов также представлены в таблице 3. Отметим, что в данном случае значения несущей способности реагируют на количество болтов в полке и являются весьма надежными. Запас составляет 81…95 % для *t = 1.5 мм* и 67…75 % для *t = 3.9 мм.* Учитывая данные результаты, в программе CFSteel для расчета прочности по сечению нетто в месте прикрепления элемента полками (рис. 9д) для Швеллера и С-образного профиля наряду с расчетом по формуле (5) СП 16 реализован также расчет по формуле (6).

Таблица 3а. Результаты расчетов по СП 16 для элементов толщиной t = 1.5 мм

Образец	Размеры образца, мм	Кол-во попереч рядов	P_{exp} кН [15]	Нормативное значение несущей способности				Расчетное значение несущей способности			
				P_{rn} (5) кН	$P_{exp}/P_{rn(5)}$	P_{rn} (6) кН	$P_{exp}/P_{rn(6)}$	P_r (5) кН	$P_{exp}/P_{r(5)}$	P_r (6) кН	$P_{exp}/P_{r(6)}$
C1B2–1	100x40x1.5	2	64,9	77.05	0.84	37.73	1.72	73.38	0.88	35.40	1.83
C1B2–2		2	64		0.83		1.70		0.87		1.81
C1C2–1		3	82.6		1.07	45.36	1.82		1.13	43.20	1.91
C1D2–1		4	91.5		1.19	49.70	1.84		1.25	47.34	1.93
C1D2–2		4	92.2		1.20		1.86		1.26		1.95

Kikot A.A. Raschet rastyanutykh elementov iz stalnykh tonkostennykh kholodnognutykh profiley v programme CFSteel [Design of cold-formed tension members using the CFSteel software]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 42–59. doi: 10.5862/MCE.61.5

Таблица 3б. Результаты расчетов по СП 16 для элементов толщиной t = 3.9 мм

Образец	Размеры образца, мм	Кол-во попереч рядов	P_{exp}, кН [15]	Нормативное значение несущей способности				Расчетное значение несущей способности			
				P_{rn} (5), кН	$P_{exp}/P_{rn(5)}$	P_{rn} (6), кН	$P_{exp}/P_{rn(6)}$	P_r (5), кН	$P_{exp}/P_{r(5)}$	P_r (6), кН	$P_{exp}/P_{r(6)}$
C3B2–1	150x50x3.9	2	188	246.53	0.76	113.34	1.66	234.79	0.80	107.94	1.74
C3B2–2		2	186		0.75		1.64		0.79		1.72
C3C2–1		3	226		0.92	141.83	1.59		0.96	135.07	1.67
C3D2–1		4	263		1.07	157.47	1.67		1.12	149.97	1.75
C3D2–2		4	258		1.05		1.64		1.10		1.72

Заключение

На основании проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Из анализа научно-технической литературы следует, что предельными состояниями растянутых стержней из холодногнутых тонкостенных профилей, прикрепляемых болтами, могут быть их чрезмерное удлинение, разрушение от разрыва в сечении по длине элемента и предельные состояния в месте прикрепления. К последним относятся разрушение от разрыва по ослабленному отверстиями для болтов сечению, смятие частей стержня в местах контакта с болтами, вырыв части стержня.

2. Показано, что расчет прочности по ослабленному отверстиями для болтов сечению в месте прикрепления растянутого элемента из тонкостенного холодногнутого швеллера при количестве поперечных рядов, равном двум и в некоторых случаях – трем, по формуле (5) СП 16 не является надежным. Это относится к прикреплениям как по стенке, так и по поясам профилей.

3. Предложено в случае прикрепления элементов швеллерного сечения по поясам выполнять расчет прочности в месте ослабления отверстиями для болтов по формуле (6) СП 16 в предположении, что сечение состоит из двух уголков, прикрепленных каждый одной полкой болтами.

Литература

1. СП 16.13330.2011 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II–23–81*. Минрегион России, 2011. 171 с.
2. Рекомендации по проектированию работающих на сдвиг болтовых соединений стальных строительных конструкций // ВНИПИ Промстальконструкция, ЦНИИПроектстальконструкция им. Н.П. Мельникова. М.: 1990. 17 с.
3. EN 1993–1–1:2005 Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings // European Committee for Standardization CEN. Brussels. 2005.
4. EN 1993–1–3:2004 Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members and sheeting // European Committee for Standardization CEN. Brussels. 2004.
5. AISI S100–2007 North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. 2007.
6. Munse W.Y., Chesson E. Jr. Riveted and bolted joints: Net section design // Journal of the Structural Division. ASCE. 1963. Vol. 89(1). Pp. 45-67.
7. Wu Y., Kulak G.L. Shear lag in bolted single and double angle tension members // Structural Engineering Report. 1993. №187. Pp. 178-194.
8. Kulak G.L., Wu E.Y. Shear lag in bolted angle tension members // Journal of Structural Engineering. ASCE. 1997. Vol. 123(9). Pp. 1144–1152.
9. Pan C.L. Prediction of the bolted cold-formed channel sections in tension // Journal of Structural Engineering. ASCE. 2004. Pp. 340–357.
10. ANSI/AISC 360-10. Specification for Structural Steel

References

1. *SP 16.13330.2011 Stalnyye konstruktsii. Aktualizirovannaya redaktsiya SNiP II–23–81** [Russian building codes. Steel structures]. Minregion Rossii. 2011. 171 p. (rus)
2. *Rekomendatsii po proyektirovaniyu rabotayushchikh na sdvig boltovykh soyedineniy stalnykh stroitelnykh konstruktsiy* [Recommendations for the design of shear bolted connections of steel building structures]. VNIPI Promstalkonstruktsiya, TsNIIProyektstalkonstruktsiya im. N.P. Melnikova. M.: 1990. 17 p. (rus)
3. *EN 1993–1–1:2005 Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1–1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization CEN. Brussels. 2005.
4. *EN 1993–1–3:2004 Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1–3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members and sheeting*. European Committee for Standardization CEN. Brussels. 2004.
5. *AISI S100–2007 North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members*. 2007.
6. Munse W.Y., Chesson E. Jr. Riveted and bolted joints: Net section design. *Journal of the Structural Division. ASCE*. 1963. Vol. 89(1). Pp. 45-67.
7. Wu Y., Kulak G.L. *Shear lag in bolted single and double angle tension members*. Structural Engineering Report. 1993. No. 187. Pp. 178-194.
8. Kulak G.L., Wu E.Y. Shear lag in bolted angle tension members. *Journal of Structural Engineering*. ASCE. 1997. Vol.123(9). Pp. 1144–1152.
9. Pan C.L. Prediction of the bolted cold-formed channel sections in tension. *Journal of Structural Engineering.* ASCE. 2004. Pp. 340–357.

Кикоть А.А. Расчет растянутых элементов из стальных тонкостенных холодногнутых профилей в программе CFSteel // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 42–59.

Buildings / American Institute of Steel Construction. Chicago IL. 2010.

11. ANSI/AISC 360-10. Commentary on the Specification for Structural Steel Buildings / American Institute of Steel Construction. Chicago IL. 2005.
12. LaBoube R.A., Yu W.W. Additional design considerations for bolted connections // Thirteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. St. Louis. Missouri. USA. October 17–18. 1996. Pp. 575–593.
13. EN 1993–1–8:2005 Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-8: Design of joints / European Committee for Standardization CEN. Brussels. 2005.
14. Teh L.H., Gilbert B.P. Net section capacity of cold-reduced sheet steel channel braces bolted at the web // Journal of Structural Engineering. ASCE. 2013. Vol. 139(5). Pp. 740–747.
15. Bolandim E.A., Beck A.T., Malite M. Bolted connections in cold-formed steel: reliability analysis for rupture in net section // Journal of Structural Engineering. ASCE. 2013. Vol. 139(5). Pp. 748–756.
16. Rogers C.A., Hancock G.J. Bolted connection tests of thing G550 and G300 sheet steels // Journal of structural engineering. ASCE. 1998. Vol. 124. №7. Pp. 34–67.
17. Wallace J.A., Shuster R.M., LaBoube R.A. Testing of Bolted Cold-Formed Steel Connections in Bearing (With and without Washers). Final Report / Canadian Cold Formed Research Group Department of Civil Engineering, University of Waterloo. Waterloo. Canada. 2001. 33 p.
18. Wallace J.A., Shuster R.M. Testing of Bolted Cold-Formed Steel Connections in Bearing (With and without Washers) // Sixteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. Orlando. Florida. October 17–18. 2002. Pp. 78-92.
19. Teh L.H., Clements D.D.A. Block shear failures of bolted connections // Sixteenth International Conference on Cold-Formed Steel Structures. Orlando. Florida USA. October 45–58. 2002. Pp. 67–73.
20. Ведяков И.И., Одесский П.Д., Соловьев Д.В. Несущая способность болтовых соединений легких конструкций из холодногнутых профилей малых толщин // Промышленное и гражданское строительство. 2010. №3. С. 19–22.
21. Коротких А.В. Фермы из тонкостенных оцинкованных профилей с перекрестной решеткой на сдвигоустойчивых соединениях: Автореферат дисс. … канд. техн. наук. Красноярск. 2012. 22 с.
22. Kulkarni R.B., Vaghe V.M. Experimental study of bolted connections using light gauge channel sections and packing plates at the joints // Int. J. Adv. Struct. Eng. 2014. Vol. 6, Issue 4. Pp. 105–119.
23. Maiola C.H., Malite M., Gocalves R. M., Neto J.M. Structural behavior of bolted connections in cold-formed steel members, emphasizing the shear lag effect // Sixteenth International Conference on Cold-Formed Steel Structures. Orlando. Florida USA. October 17–18. 2002. Pp. 98–102.
24. CFSteel v.4.0 Документация. Том I. Руководство пользователя [Электронный ресурс]. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://www.cfsteel.ru (дата обращения: 04.09.2015).
25. CFSteel v.4.0 Документация. Том II. Верификационные расчеты [Электронный ресурс]. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://www.cfsteel.ru (дата обращения: 04.09.2015).

10. *ANSI/AISC 360-10. Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction. Chicago IL. 2010.
11. *ANSI/AISC 360-10. Commentary on the Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction. Chicago IL. 2005.
12. LaBoube R.A., Yu W.W. Additional design considerations for bolted. *Thirteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*. St. Louis. Missouri. USA. October 17–18. 1996. Pp. 575–593.
13. *EN 1993-1-8:2005 Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-8: Design of joints*. European Committee for Standardization CEN. Brussels. 2005.
14. Teh L. H., Gilbert B.P. Net section capacity of cold-reduced sheet steel channel braces bolted at the web. *Journal of Structural Engineering*. ASCE. 2013. Vol. 139(5). Pp. 740–747.
15. Bolandim E.A., Beck A.T., Malite M. Bolted connections in cold-formed steel: reliability analysis for rupture in net section. *Journal of Structural Engineering*. ASCE. 2013. Vol. 139(5). Pp. 748–756.
16. Rogers C.A., Hancock G.J. Bolted connection tests of thing G550 and G300 sheet steels. *Journal of structural engineering.* ASCE. 1998. Vol. 124. No. 7. Pp. 34–67.
17. Wallace J.A., Shuster R.M., LaBoube R.A. *Testing of Bolted Cold-Formed Steel Connections in Bearing (With and without Washers)*. Final Report. Canadian Cold Formed Research Group Department of Civil Engineering, University of Waterloo. Waterloo. Canada. March 2001. 33 p.
18. Wallace J.A., Shuster R.M. Testing of Bolted Cold-Formed Steel Connections in Bearing (With and without Washers). *Sixteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*. Orlando. Florida. October 17–18. 2002. Pp. 78-92.
19. Teh L. H., Clements D.D.A. Block shear failures of bolted connections. *Sixteenth International Conference on Cold-Formed Steel Structures*. Orlando. Florida USA. October 45–58. 2002. Pp. 67–73.
20. Vedyakov I.I., Odesskiy P.D., Solovyev D.V. *Nesushchaya sposobnost boltovykh soyedineniy legkikh konstruktsiy iz kholodnognutykh profiley malykh tolshchin* [Bearing capacity of bolted connections for lightweight cold-formed structures of small thickness]. Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo. 2010. No. 3. Pp. 19–22. (rus)
21. Korotkikh A.V. *Fermy iz tonkostennykh otsinkovannykh profiley s perekrestnoy reshetkoy na sdvigoustoychivykh soyedineniyakh* [Trusses from cold-formed profiles with crossing diagonal members and frictioned bolt connections]. Ph.D. thesis. Krasnoyarsk. 2012. 22 p. (rus)
22. Kulkarni R.B., Vaghe V.M. Experimental study of bolted connections using light gauge channel sections and packing plates at the joints. *Int. J. Adv. Struct. Eng*. 2014. Vol. 6, Issue 4. Pp. 105–119.
23. Maiola C.H., Malite M., Gocalves R. M., Neto J.M. Structural behavior of bolted connections in cold-formed steel members, emphasizing the shear lag effect. *Sixteenth International Conference on Cold-Formed Steel Structures*. Orlando. Florida USA. October 17–18. 2002. Pp. 98–102.
24. *CFSteel v.4.0 Documentation. Vol. I. User's Guide* [online]. URL: http://www.cfsteel.ru (accessed: 04.09.2015) (rus)
25. *CFSteel v.4.0 Documentation. Vol. II. Verification* [online]. URL: http://www.cfsteel.ru (accessed: 04.09.2015) (rus)

Андрей Александрович Кикоть,
+7(3852)251876; эл. почта: deltaing@mail.ru

Andrey Kikot,
+7(3852)251876; deltaing@mail.ru

© Кикоть А.А., 2016

Kikot A.A. Raschet rastyanutykh elementov iz stalnykh tonkostennykh kholodnognutykh profiley v programme CFSteel [Design of cold-formed tension members using the CFSteel software]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 42–59. doi: 10.5862/MCE.61.5

doi: 10.5862/MCE.61.6

Методика расчета точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий

The method of calculating the accuracy of large-span metal rod systems

Аспирант А.Б. Бондарев,
д-р техн. наук, заведующий кафедрой А.М. Югов,
Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Макеевка, Украина

A.B. Bondarev,
A. Yugov,
Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, Makiyivka, Ukraine

Ключевые слова: большепролетные металлические пространственные покрытия; расчет точности; сборочные отклонения; геометрическое моделирование; теория размерных цепей; теория управления; монтажные нагрузки

Key words: large-span metal shells, calculation of accuracy, deflection assembly, geometric modeling, theory of dimensional chains, control theory, mounting loads

Аннотация. В статье представлена методика расчета точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий и ее математическая модель. Методика позволяет учесть связность шарнирно-стержневых металлических покрытий, технологию их возведения и зазоры в болтовых соединениях. Такие зазоры могут быть вызваны как отклонением центра отверстия от проектного положения, так и отклонением действительной формы отверстий под болты от номинальной формы. В статье приведен пример расчета шарнирно-стержневой оболочки с многоболтовыми стыками на накладках. Также показано, как использовать предложенную методику в сочетании с разработанным ранее методом генерации шарнирно-стержневых систем. Таким образом, данная методика расчета точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий может использоваться при определении отклонений как отдельных элементов шарнирно-стержневой системы, так и всей системы в целом. Представленную в статье методику можно использовать при расчете точности разнообразных шарнирно-стержневых многоэлементных систем, выполненных из металлоконструкций: поддерживающих башен дымовых труб, радиотелескопов, градирен, антенн и аналогичных им.

Abstract. The article presents a method for calculating the accuracy of large-span metal rod systems and its mathematical model. The method takes into account the connectivity of hinged-rod metal shells, the technology of their construction and the gaps in the bolted joints. The latter are caused by the the center of the hole deviating from its designed position and by the actual shape of the holes for the bolts designing from the nominal form. An example of calculating the hinged-rod shell with polybolted seams on the lining is described in the article. It is also shown how to use the proposed methodology for calculating the accuracy of hinged-rod metal shells in general combined with the previously proposed method for generating hinged-rod systems. Consequently, the proposed method for calculating the accuracy of large-span metal rod systemscan be used for determining the deviations of both the whole hinge-rod system and its individual elements. in the method presented in this papercan be used when calculating the accuracy of a variety of joint-core multiple systems, made from metal, e.g., support tower chimneys, radio telescopes, cooling towers, antennas and similar structures.

Введение

При возведении современных спортивных и зрелищных объектов – футбольных стадионов, плавательных бассейнов, кинотеатров, оздоровительных центров и многих других – применяются большепролетные шарнирно-стержневые покрытия [1]. Современный этап развития строительства требует проектирования систем с учетом конструктивных и технологических

особенностей. Неучет сборочных отклонений при проектировании большепролетных покрытий может привести к аварийному состоянию [2, 3].

При наличии отклонений действительная форма и положение узлов статически неопределимой шарнирно-стержневой системы и реальное напряженно-деформированное состояние (НДС) отличаются от проектных. При проектировании большепролетных покрытий необходим учет отклонений возведения, а также борьба с ними при необходимости. Этот учет, как правило, выполняется методом статистических испытаний, который не учитывает конструктивных и технологических особенностей большепролетных покрытий и не позволяет адекватно спрогнозировать как величины отклонений, так и НДС.

Следовательно, для определения и учета отклонений на этапе проектирования необходима разработка методики расчета точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий. Кроме того, для борьбы с отклонениями необходима разработка новых конструктивных решений оболочек и управление отклонениями. Такой комплексный подход к проектированию покрытий позволит повысить их несущую способность.

В данной работе представлена методика расчета точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий, которая позволяет учесть их связность, технологию возведения и зазоры в болтовых соединениях. Последние вызваны как отклонением центра отверстия от проектного положения, так и отклонением действительной формы отверстий под болты от номинальной формы. Приведенный пример расчета шарнирно-стержневой оболочки с многоболтовыми стыками на накладках позволяет продемонстрировать разработанную в статье методику.

1. Краткий обзор ранее выполненных исследований

А.С. Гвамичава [4], А. Абусамра Авад Юсиф [5], М.В. Моисеев [6] и многие другие ученые в своих работах для оценки влияния отклонений на НДС большепролетных покрытий использовали метод статистических испытаний, который широко известен, но не учитывает особенностей конструктивного и технологического характера. М.Н. Кирсанов [7] приводит в своей работе индуктивный метод определения погрешностей, схожий с методом Мора. M. Sonmez [8], H.S. Kim и A.K. Shin [9] предлагают алгоритм оптимизации ферменных конструкций с учетом отклонений геометрии. Для борьбы с отклонениями и деформациями в мостовых конструкциях A. Preumont [10] предлагает использовать систему управления. Аналогичные мероприятия для борьбы с отклонениями и деформациями отражательной поверхности радиотелескопов предлагают использовать J.E. Pearson и S. Hansen [11]. Исследованием отклонений в многоэтажных зданиях занимались Н.И. Ватин [12], В.Е. Сно [13] и многие другие. А.М. Белостоцкий, А.С. Павлов [14] в качестве сейсмоизоляции сетчатой оболочки покрытия большепролетного сооружения рекомендуют использовать эластомерные опоры, которые также могут являться компенсаторами отклонений. А.В. Перельмутер и О.В. Кабанцев [15, 16] занимаются моделированием поведения конструкций многоэтажных зданий с учетом последовательности их возведения. Аналогичные работы выполняла и М.С. Барабаш [17]. В целом, работы А.В. Перельмутера, О.В. Кабанцева и М.С. Барабаш являются современными, но не учитывают величин возможных отклонений при монтаже. Авторы данной статьи занимаются исследованием НДС конструкций большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий с учетом накопления отклонений геометрии [18–21]. Е.В. Лебедь и А.А. Григорян [22, 23] занимаются также исследованием начальных усилий в двухпоясных металлических куполах из-за погрешностей изготовления и монтажа их конструкций и силовым устранением погрешностей. Как показывает опыт строительства, наличие и накопление отклонений может привести к аварии покрытия, как это было с купольным покрытием сооружения ВНИЦ ВЭИ им. В.И. Ленина в г. Истра Московской области Российской Федерации [24]. С 70–х годов XX века на кафедре технологии ракетно-космического машиностроения в МГТУ им. Н.Э. Баумана Л.А. Кашуба, В.А. Тарасов, С.В. Исаев занимаются вопросами отклонений формы радиотелескопов, оболочек ракет [25], но их разработки нельзя применить для строительных металлоконструкций.

2. Выделение не разрешенных ранее частей общей проблемы и анализ современных исследований

Краткий обзор ранее выполненных исследований свидетельствует о том, что в настоящее время появилось множество работ по оценке НДС металлоконструкций с учетом монтажа. Учет отклонений в настоящее время выполняется методом статистических испытаний или методом Мора. При расчете точности простых систем можно использовать методы теории размерных цепей, но для сложных статически неопределимых многоэлементных и многосвязных систем его применение невозможно.

Использование метода статистических испытаний для определения отклонений и усилий в многоэлементных шарнирно-стержневых статически неопределимых системах не отражает процесса накопления отклонений при сборке и связности шарнирно-стержневой системы. Для учета процесса накопления отклонений и связности многоэлементной шарнирно-стержневой системы предлагается использовать такие геометрические процедуры как пересечение окружностей (метод круговых засечек), пересечение сфер, прямой и плоскости и другие процедуры, которые применяются в геодезии при расчете теодолитных ходов, сетей триангуляции. Все они в настоящее время реализованы в таких современных программных комплексах как AutoCAD Civil 3D, Micro Survey, Вычислительном Комплексе «Размерный Анализ Стержневых Конструкций» (ВК РАСК) и других [26]. Известные компьютерные программы и методики, изложенные, к примеру, в работах [27, 28], не учитывают ни связности шарнирно-стержневых систем, ни технологии возведения большепролетных покрытий, а главное – зазоров в болтовых соединениях.

Появившиеся в последнее время современные исследования рекомендуют для контроля поведения зданий и сооружений при эксплуатации применять системы мониторинга. В работах C.R. Farrar [29], C.J. Gantes [30], L. Gaul [31], R. Hasan [32], M.E. Kartal [33], A. Kaveh [34], K. Matsumoto [35], Ö. Keleşoğlu [36] предлагается создавать конструкции типа semi-active – конструкции с «полуактивным управлением», в том числе, для борьбы с несовершенствами формы. Управление поведением конструкций применяется для повышения их виброустойчивости и точности передачи возмущающих факторов, к примеру, радиоволн радиотелескопами.

Создание методики, которая позволит выполнить расчет точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий как пространственной размерной цепи с несколькими замыкающими звеньями с учетом формы и отклонения центров отверстий под болты с осеболтовыми и многоболтовыми соединениями, является актуальной задачей.

3. Объект, цель и методика исследований

Объект исследования – шарнирно-стержневые большепролетные металлические пространственные покрытия и их узловые соединения. В качестве примера объекта исследования принята однопоясная шарнирно-стержневая большепролетная металлическая пространственная оболочка покрытия (рис. 1).

Цель работы – разработать методику расчета точности шарнирно-стержневых большепролетных пространственных металлических покрытий в вероятностной постановке, которая позволяет учесть отклонения длин стержней, форму и отклонение положения центров отверстий под болты с осеболтовыми и многоболтовыми соединениями.

На рисунке 2 представлена схема однопоясной шарнирно-стержневой оболочки, собираемой в продольном направлении, как пространственная размерная цепь с несколькими замыкающими звеньями. В качестве конструктивного решения узлов шарнирно-стержневой оболочки покрытия приняты осеболтовые и многоболтовые стыки (рис. 3). Расчет точности конструкций выполняется для оценки показателей точности изготовления и монтажа. Результаты расчета точности – сборочные отклонения, как правило, являются монтажным загружением.

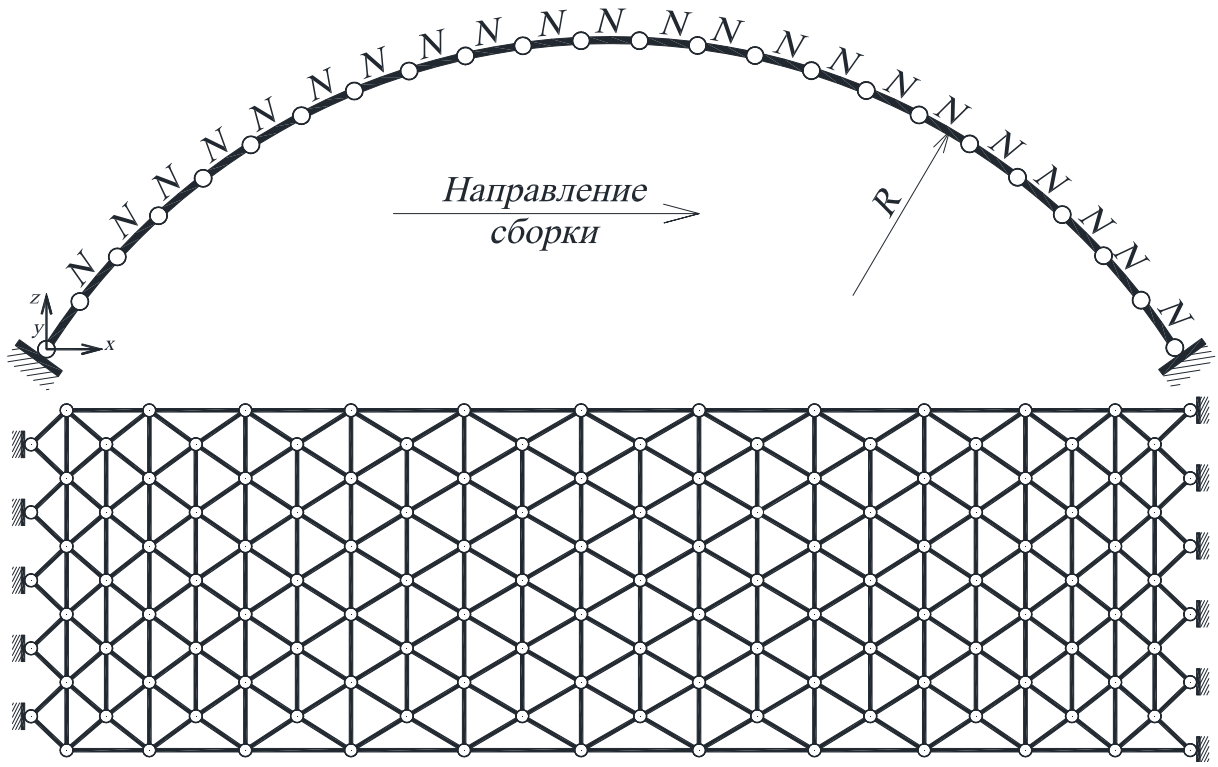

Рисунок 1. Схема однопоясной шарнирно-стержневой металлической оболочки при статическом расчете

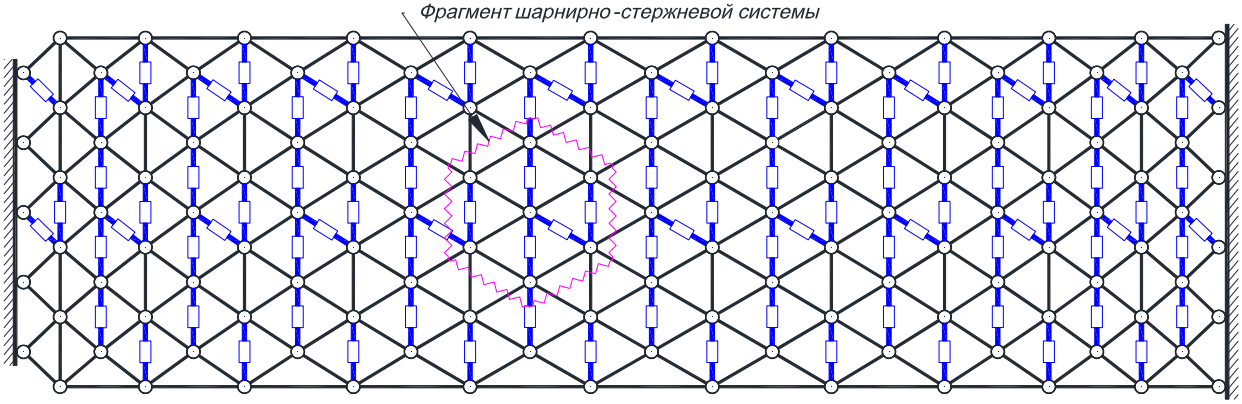

Рисунок 2. Схема однопоясной шарнирно-стержневой металлической оболочки при расчете точности (замыкающие звенья – стержни синего цвета)

Известно, что отправочные элементы шарнирно-стержневых систем в расчетных схемах при расчете точности имеют вид прямолинейного отрезка. Следовательно, форма марки определяется положением вершин прямолинейных отрезков, которые, как правило, в металлических конструкциях являются еще и узлами сопряжения шарнирно-стержневых элементов. Учитывая сказанное выше, предлагаем отклонения в стержнях с осеболтовыми узлами – MERO, МАрхИ – определять по формуле:

$$\ell^{*}_{i1} = \ell_{ic} + 0{,}5\omega_1\Delta\ell_i\,, \qquad (1)$$

где ℓ^{*}_{i1} – действительное значение длины стержня с осеболтовым стыком;
ℓ_{ic} – номинальное значение длины стержня с осеболтовым стыком;
$0{,}5\Delta\ell_i$ – допускаемое линейное отклонение стержня;
ω_1 – число, получаемое при помощи датчика случайных чисел (ДСЧ) в зависимости от закона распределения отклонений. Схема стержня с осеболтовым стыком при расчете точности приведена на рисунке 4.

Bondarev A.B., Yugov A. Metodika rascheta tochnosti bolsheproletnykh sharnirno-sterzhnevykh metallicheskikh pokrytiy [The method of calculating the accuracy of large-span metal rod systems]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 60–73. doi: 10.5862/MCE.61.6

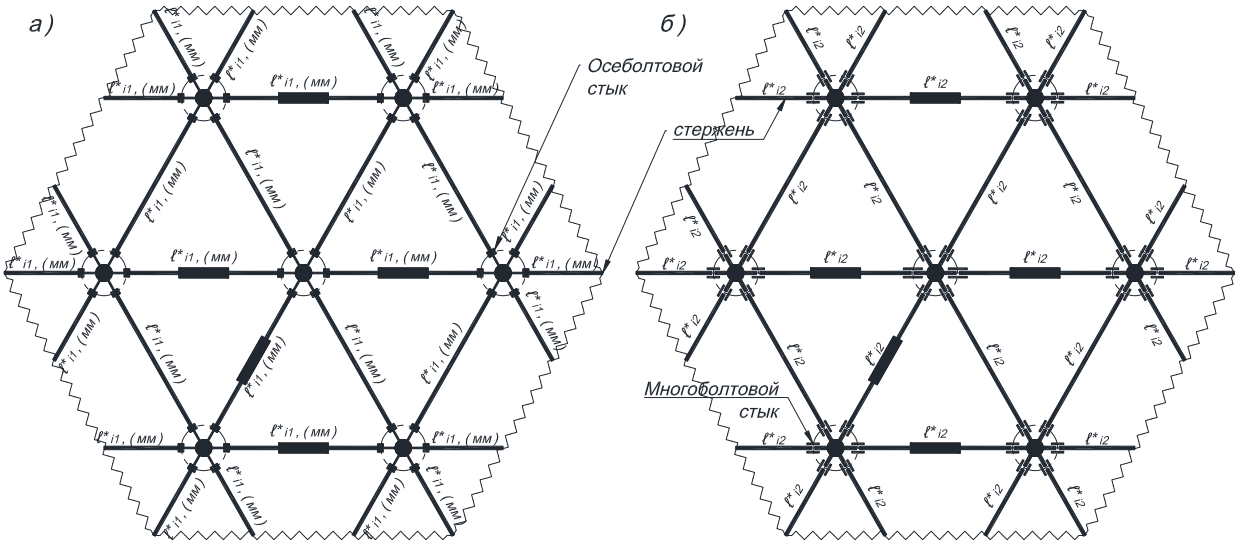

Рисунок 3. Фрагмент шарнирно-стержневой системы (повернуто на 90°): а) с осеболтовыми; б) с многоболтовыми стыками

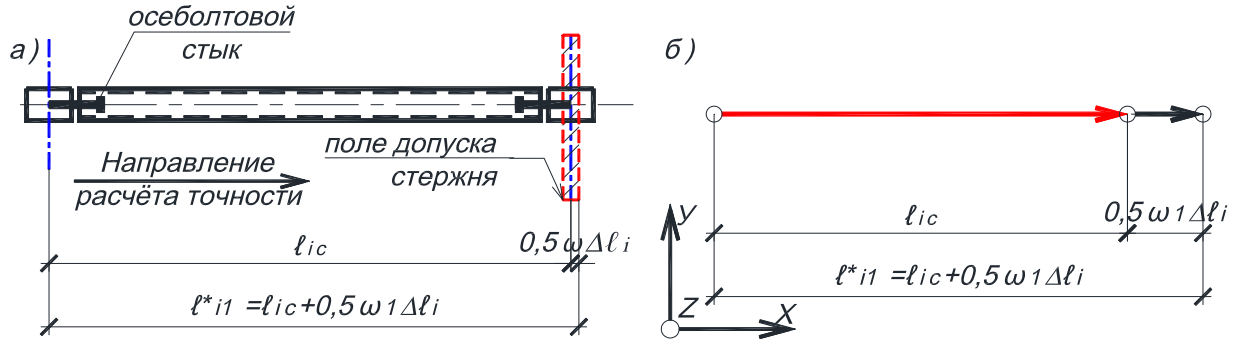

Рисунок 4. Схема стержня с осеболтовым стыком при расчете точности: а) конструктивная; б) расчетная

Формула 1 применима при определении отклонений в отправочных элементах с осеболтовыми стыками, которые представляют собой готовое прямолинейное изделие. Анализ многоболтового соединения стержней шарнирно-стержневой оболочки показал, что расчет точности стержня по формуле 1 будет неверным. На положение стержней с многоболтовыми соединениями (рис. 5) оказывает влияние положение центров отверстий, форма самих отверстий под болты.

Для расчета точности стержней с многоболтовыми соединениями принимаются отклонения по двум отверстиям в одном звене (отправочной марке), так как положение прямолинейного отрезка можно описать двумя точками, как на плоскости, так и в пространстве. Следовательно, точность соединения элементов и геометрия оболочки с многоболтовыми стыками зависят только от точности любых двух отверстий в каждом элементе, составляющем стержень – отправочной марки в направлении сборки. Отправочные марки стержня обозначены как 1…4 (рис. 5). Отклонение отверстия – $\Delta\ell_3$ (рис. 6) – величина допускаемого отклонения для соответствующего класса точности болта относительно осей x и y. Чтобы учесть совместность накопления отклонения, вызванного неточным положением отверстия относительно осей x, y и формой самого отверстия, представим модель размерной цепи, котоучитывающую совместность отклонения зазора по осям x и y и длину стержня $\Delta\ell_i$ (рис. 6).

Бондарев А.Б., Югов А.М. Методика расчета точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 60–73.

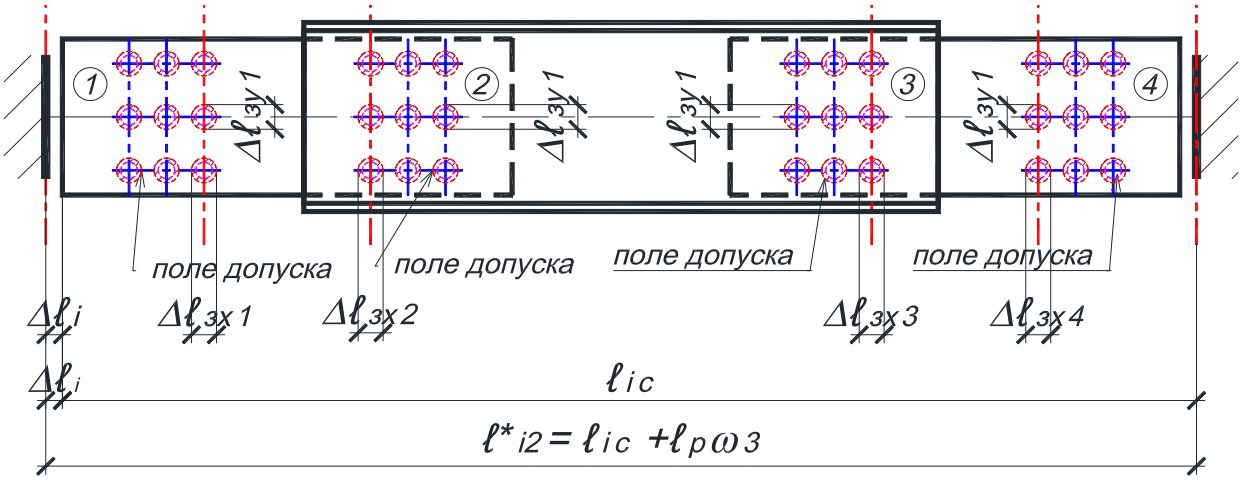

Рисунок 5. Конструктивная схема стержня с многоболтовым соединением

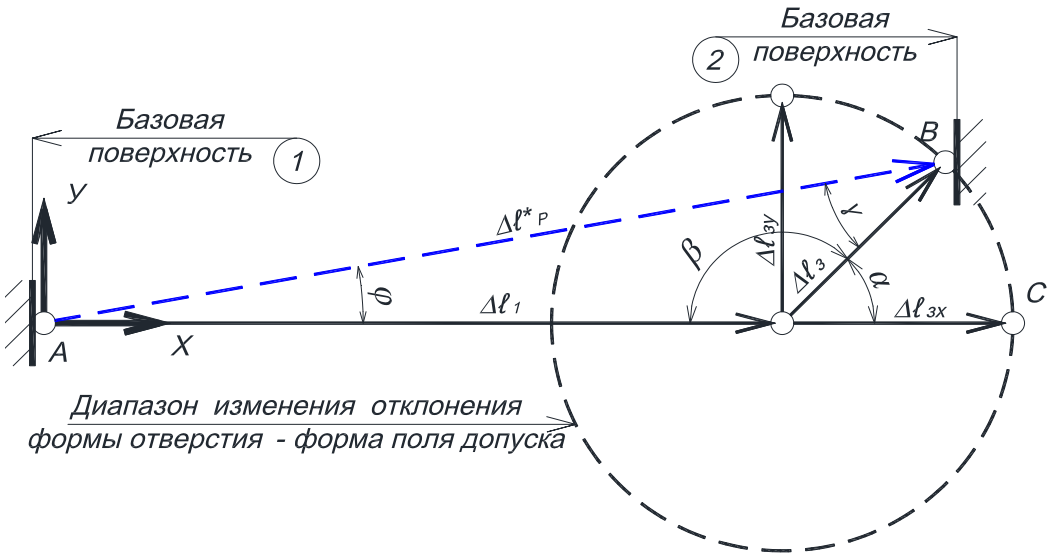

Рисунок 6. Модель размерной цепи, учитывающая положение и форму отверстий

Исходя из модели размерной цепи, учитывающей совместное влияние отклонения длины стержня (линейное отклонение) и зазора (угловое отклонение), можно получить результирующее отклонение в отправочной марке $\Delta\ell^*_p$:

$$\Delta\ell^*_p = (\Delta\ell_i^2 + \Delta\ell_з^2 - 2\Delta\ell_i\Delta\ell_з[\omega_2 \cos\beta])^{0,5}, \quad (2)$$

где $\Delta\ell^*_p$ – результирующее отклонение в отправочной марке;
$\Delta\ell_i$ – линейное отклонение в стержне;
$\Delta\ell_з$ – максимальный размер зазора;
ω_2 – случайная составляющая угла наклона отклонения ℓ_p, генерируемая ДСЧ;
β – угол, учитывающий влияние предельного отклонения формы отверстия на величину результирующее отклонение (рис. 6), $\beta = 90$ °.

В формуле 2 приняты предельные величины отклонений. Для перехода к вероятностному методу расчета точности с учетом возможных отклонений формы отверстия нужно сгенерировать случайное значение $\Delta\ell_p$ при помощи ДСЧ. Следовательно, величину результирующего отклонения $\Delta\ell_p$ совместно с номинальной длиной стержня и формой отверстия в вероятностной постановке можно представить:

$$\ell^*_{i2} = \ell_{ic} + \ell_p\omega_3, \quad (3)$$

где ℓ^*_{i2} – действительный геометрический размер при учете формы отверстия;

Bondarev A.B., Yugov A. Metodika rascheta tochnosti bolsheproletnykh sharnirno-sterzhnevykh metallicheskikh pokrytiy [The method of calculating the accuracy of large-span metal rod systems]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 60–73. doi: 10.5862/MCE.61.6

ℓ_{ic} – номинальная длина стержня в осях по проекту;
ℓ^*_p – результирующее отклонение в отправочной марке – по формуле 2;
ω_3 – случайная составляющая результирующего отклонения.

Учитывая, что отправочных марок, составляющих цепь – от первой до второй базовой поверхности или от узла до узла расчетной схемы (рис. 6) – может быть n-е количество, то размерную цепь можно представить как косоугольный треугольник (рис. 7). Расчет точности шарнирно-стержневой системы подразумевает последовательное вычисление координат узлов ее расчетной схемы, которая состоит из отрезков прямых ℓ^*i_1 или ℓ^*i_2, по формуле 1 или 3 соответственно.

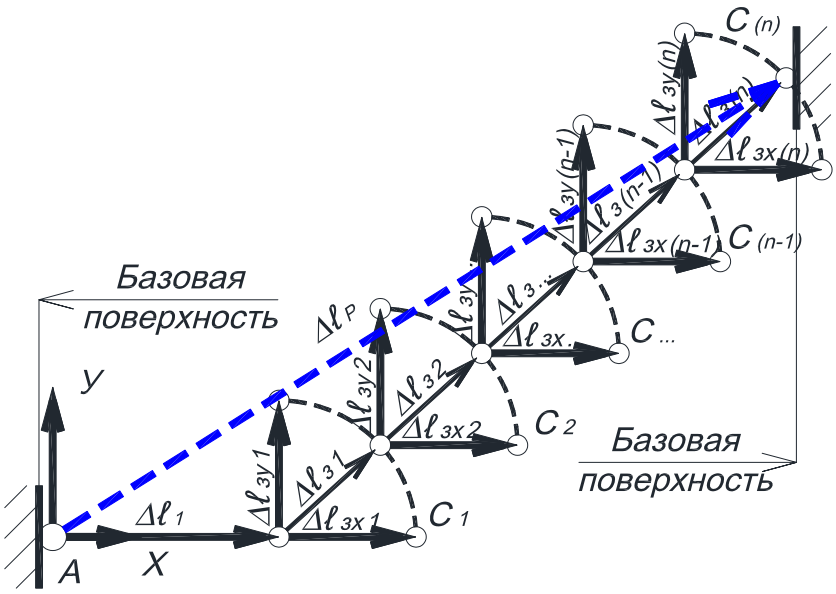

Рисунок 7. Модель размерной цепи, учитывающая n-е количество отклонений формы и положения отверстия в стержне

Для учета процесса накопления отклонений и связности многоэлементной шарнирно-стержневой системы предлагается использовать такие геометрические процедуры как пересечение окружностей (метод круговых засечек), пересечение сфер, прямой и плоскости и другие, применяемые в геодезии при расчете теодолитных ходов и сетей триангуляции.

Рассмотрим стадии построения стержневой системы действительной формы. В качестве примера возьмем ячейку плоской шарнирно-стержневой системы, изображенную на рисунке 8. Сборка ячейки плоской шарнирно-стержневой системы состоит из четырех отдельных стадий, то есть представляет собой последовательность геометрических преобразований номинальных и фактических координат ее элементов. Предварительно определим исходную пространственную базу для построения. Для этого условимся, что действительные узлы A* и D* совмещены с проектными A и D, а действительное ребро A*D* совмещено по направлению с проектным – AD, а действительные узлы B*, C*, E* находятся в той же плоскости, что и проектные узлы A и D.

Действительный узел E находится на пересечении двух окружностей с радиусом R_1 и R_2. R_1 = A*E* = AE + Δℓ и радиусом R_2 = D*E* = DE + Δℓ – первая стадия сборки. Вторая стадия сборки – поиск действительного положения координат действительного узла B*. Действительное положение узла находится на пересечении R_3 = A*B* = AB + Δℓ и R_4 = E*B* = EB + Δℓ. Аналогично определяется положение узла C*. Узел C* находится на пересечении двух окружностей с радиусом R_5 = D*C* = DC + Δℓ и R_6 = E*C* = EC + Δℓ. Возможная действительная длина стержня BC – B*C* находится как разность действительных координат точек C* и B* – последняя, четвертая стадия построения действительной геометрической формы ячейки плоской шарнирно-стержневой системы. Величина суммарного зазора (ΣΔx) в замыкающем стержне определяется как разница номинальной длины стержня BC и возможной действительной B*C*. То есть ΣΔx = BC – B*C*.

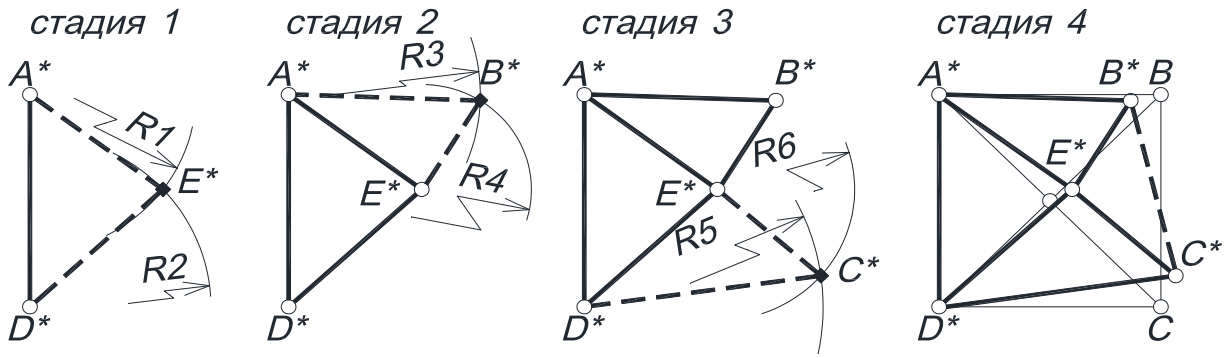

Рисунок 8. Сборка стержневой системы действительной формы

Следовательно, величина результирующего параметра с учетом связности шарнирно-стержневой системы на этапе n – $\ell^{n}_{ip}\omega_n$ в замыкающем стержне определяется как разница длины стержня $BC_{ij,}$ определенной по формуле 1 или 3 методики, и длины B*C*, накопленной на предыдущих этапах сборки, то есть $\ell^{n}_{ip}\omega_n = BC_{ij} – B^*C^*$. Значение $\Delta\ell$ в выражениях для $R_1…R_4$ – ℓ^*_{i1} или ℓ^*_{i2} в зависимости от конструктивного решения оболочки.

Вычисление координат точек пересечения основано на решении систем уравнений, описывающих рассматриваемые в конкретной задаче геометрические объекты в пространстве или, как в нашем случае, на плоскости. При этом используются 5 типов уравнений, представленных ниже.

Уравнение сферы радиусом R_1 с центром в точке $M_1(x_1, y_1, z_1)$:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R_1^2. \quad (4)$$

Уравнение прямой, проходящей через точки $M_1 (x_1, y_1, z_1)$, $M_2 (x_2, y_2, z_2)$:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_3} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_3} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_3} = 1. \quad (5)$$

Уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1 (x_1, y_1, z_1)$, $M_2 (x_2, y_2, z_2)$, $M_3 (x_3, y_3, z_3)$:

$$\begin{vmatrix} x; & y; & z \\ x_1 & y_1; & z_1 \\ x_2; & y_2; & z_2 \\ x_3; & y_3; & z_3 \end{vmatrix} = 1. \quad (6)$$

При определении координат искомой точки путем преобразования координат известной точки используются следующие выражения:

- при переносе точки $M_1 (x_1, y_1, z_1)$, то есть изменении ее координат на величины Δx, Δy, Δz, координаты точки $M_2 (x_2, y_2, z_2)$ вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} x_1 + \Delta x &= x_2; \\ y_1 + \Delta y &= y_2; \\ z_1 + \Delta z &= z_2. \end{aligned} \quad (7)$$

- при повороте точки $M_1 (x_1, y_1, z_1)$ вокруг оси Z на угол φ координаты точки $M_2 (x_2, y_2, z_2)$ вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} x_1 \times \cos\varphi - y_1 \times \sin\varphi &= x_2; \\ x_1 \times \sin\varphi + y_1 \times \cos\varphi &= y_2; \\ z_1 &= z_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Bondarev A.B., Yugov A. Metodika rascheta tochnosti bolsheproletnykh sharnirno-sterzhnevykh metallicheskikh pokrytiy [The method of calculating the accuracy of large-span metal rod systems]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 60–73. doi: 10.5862/MCE.61.6

Предлагаемая методика расчета максимально приближена к процессу реального накопления погрешностей при возведении сооружений и потому имеет преимущества по сравнению с другими способами определения отклонений. Кроме того, как сказано выше, данная методика реализована в ВК РАСК (рис. 9).

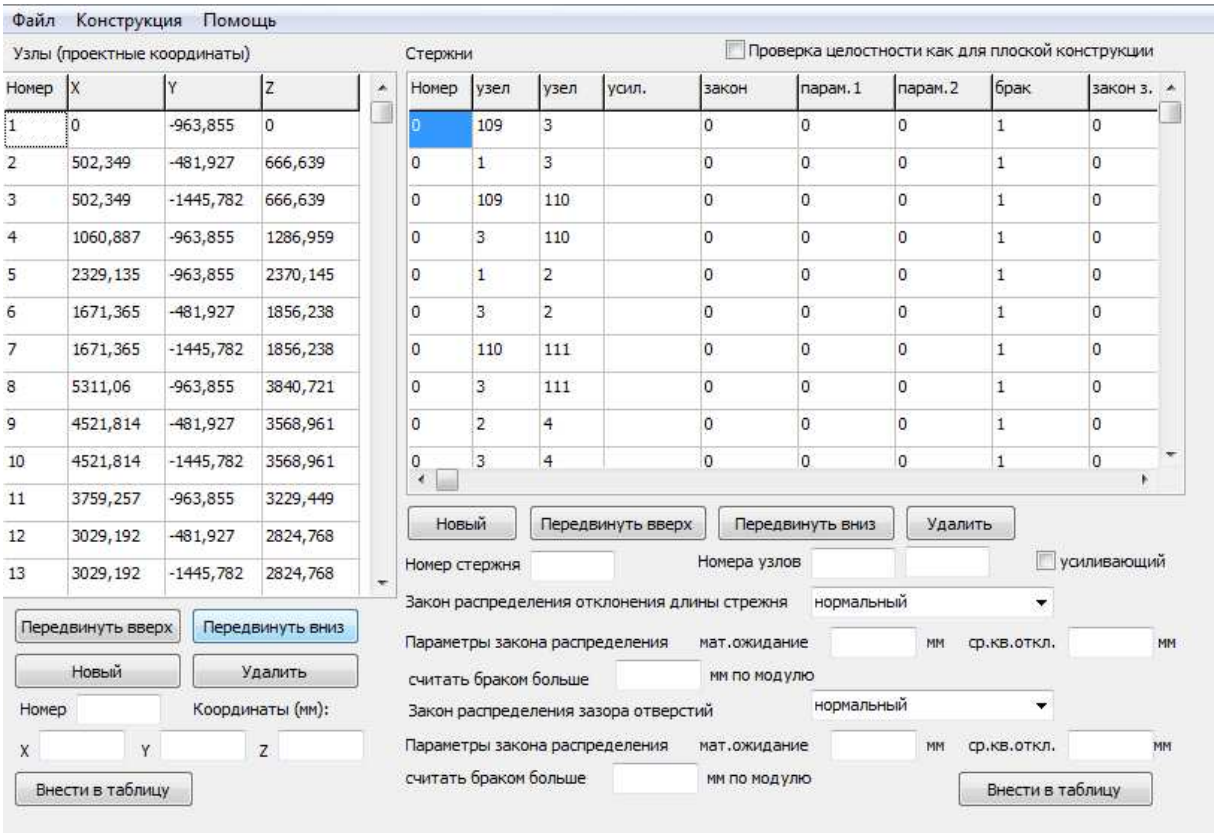

Рисунок 9. Диалоговое окно задания исходных данных в ВК РАСК

4. Пример расчета точности однопоясной оболочки с многоболтовыми стыками

Рассмотрим предлагаемую методику на примере определения погрешностей изготовления и монтажа металлической однопоясной оболочки покрытия цилиндрической формы. Сборка однослойной стержневой цилиндрической оболочки выполняется, как правило, поэлементно на подмостях в продольном или поперечном направлении. Рассмотрим продольную и поперечную последовательности поэлементной сборки оболочки. Расчет точности выполняется в следующем порядке:

- определение геометрических размеров объекта;
- определение координат номинальной геометрии системы;
- определение линейных размеров элементов системы;
- ввод координат узлов номинальной расчетной схемы;
- назначение допусков в соответствии с выбранным классом;
- собственно расчет точности.

Схема стержня однопоясной оболочки с многоболтовым соединением на накладках приведена на рисунке 10. Будем считать, что отклонение отверстия $\Delta\ell_3$ = 2 мм. Для первого класса точности изготовления конструкции $\Delta\ell_i$ = 5 мм. Зазоры в остальных отверстиях по направлению сборки (соединения стыков) можно определить по аналогии с формулой 3. В нашем примере (рис. 11) будет 4 таких расчетных отклонения, величина суммарного отклонения $\Sigma\ell_3 = 4 \times 2 = 8$ мм.

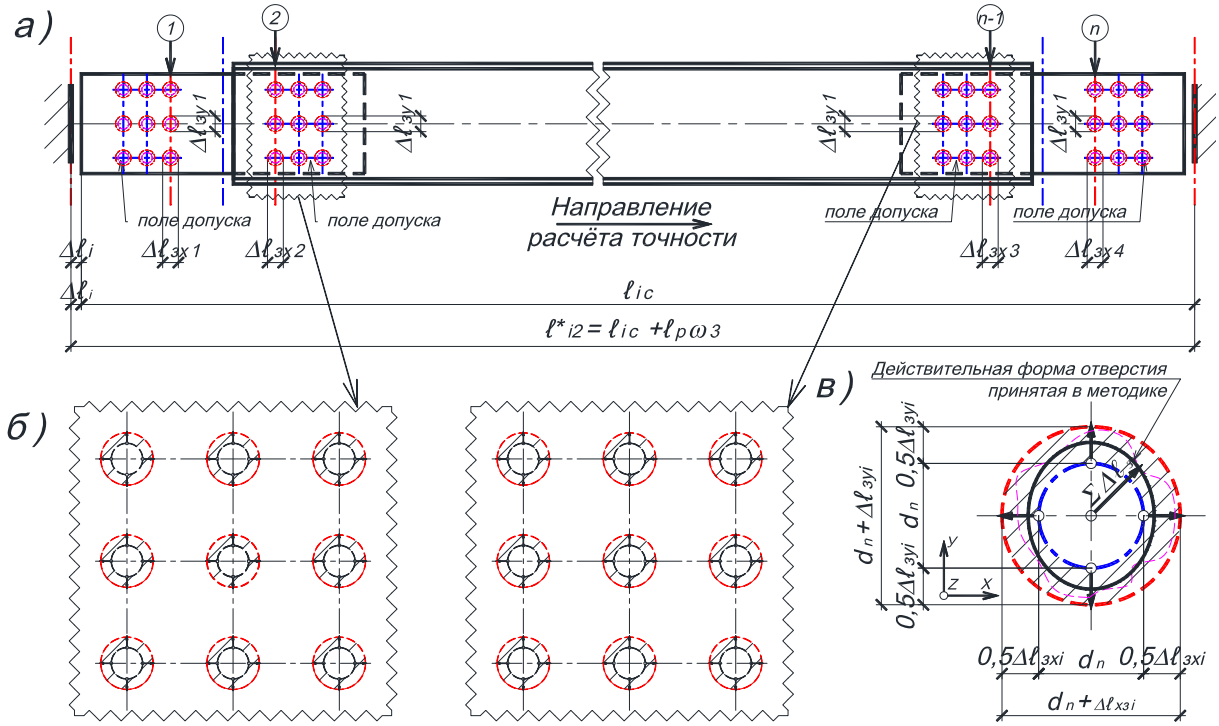

Рисунок 10. Схема стержня с многоболтовым соединением (n отправочных марок): а) конструктивное решение стержня; б) схема расположения отверстий; в) возможные формы отверстий

Чтобы учесть совместность накопления отклонений, которые вызваны отклонением формы отверстия относительно оси x, y по представленной модели размерной цепи (рис. 8б), нужно воспользоваться формулой 2 методики и получить $\Delta\ell_p$ = 6.4 мм. Пример: величина ω_2 = 0.6 – из формулы 2. Следовательно, $\Delta\ell_p$ – предельная величина отклонения, как для метода минимум–максимум, учитывающая только случайный характер угловой составляющей отклонения. Для перехода к вероятностному методу нужно генерировать случайное значение и $\Delta\ell_p$, так как $\Delta\ell_i$ – тоже случайная величина. Поэтому величину результирующего отклонения $\Delta\ell_p$ совместно с номинальной длиной стержня можно представить как в формуле 3.

В качестве примера примем ω_3 = -0.7 – из формулы 3. Номинальную длину стержня ℓ_{ic} примем 0.935 м = 935 мм – как для оболочки на рисунке 2. Значит, возможный размер отдельного стержня однопоясной оболочки с учетом результирующего отклонения ℓ^*_{i2} = 930.52 мм. Рассмотрим однопоясную металлическую оболочку цилиндрической формы радиусом R = 10 м, которая образована из последовательно соединенных в поперечном направлении N = 11 монтажных элементов, угол раскрытия образующей φ = 110 º. Длина отдельного стержня оболочки составляет 935 мм. Сеть оболочки в плане образована равносторонними треугольниками. Схема в плане рассматриваемой оболочки с указанием замыкающих стержней при продольной сборке представлена на рисунке 11.

В таблице 1 даны среднеквадратические отклонения некоторых узлов вдоль оси x (dX), y (dY), z (dZ) для продольной схемы сборки, а для поперечной схемы сборки – в таблице 2. При сборке оболочки образуется по 80 замыкающих стержней. В таблицах даны замыкающие стержни, в которых линейные погрешности максимальны. Предельные линейные отклонения замыкающих стержней при продольной сборке составляют 88…91 мм (монтаж) и 16…17 мм (изготовление). Предельные значения возможных отклонений действительных размеров замыкающих стержней от номинала при продольной сборке находятся в интервале 5…30 мм – 15 шт., 30…60 – 26 шт., 60…114 – 39 шт. (монтаж), 1…10 мм – 39 шт., 10…17 мм – 41 шт. (изготовление). При поперечной сборке расположение замыкающих стержней в оболочке иное (рис. 12). Предельные линейные отклонения замыкающих стержней при поперечной сборке составляют 52…55 мм (монтаж) и 8…9 мм (изготовление). Предельные значения возможных отклонений действительных размеров замыкающих стержней от номинала при поперечной сборке: 3…30 мм – 29 шт., 31…55 мм – 51 шт. (монтаж), 1…5 мм – 38 шт., 6…9 мм – 42 шт.

Bondarev A.B., Yugov A. Metodika rascheta tochnosti bolsheproletnykh sharnirno-sterzhnevykh metallicheskikh pokrytiy [The method of calculating the accuracy of large-span metal rod systems]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 60–73. doi: 10.5862/MCE.61.6

Таблица 1. – Предельные отклонения при продольной сборке, мм

Узел	dX	dY	dZ	Стер-жень	Δx_{max}	Узел	dX	dY	dZ	Стер-жень	Δx_{max}
Монтаж						Изготовление					
1	**9.8**	70.3	4.3	1	88.3	1	**1.5**	11.2	0.6	1	16.7
2	6.9	**111.1**	9.2	2	90.8	2	1.1	**17.5**	1.5	2	16.9
3	7.4	111.0	**9.8**	3	90.5	3	1.1	17.5	**1.5**	3	17.3

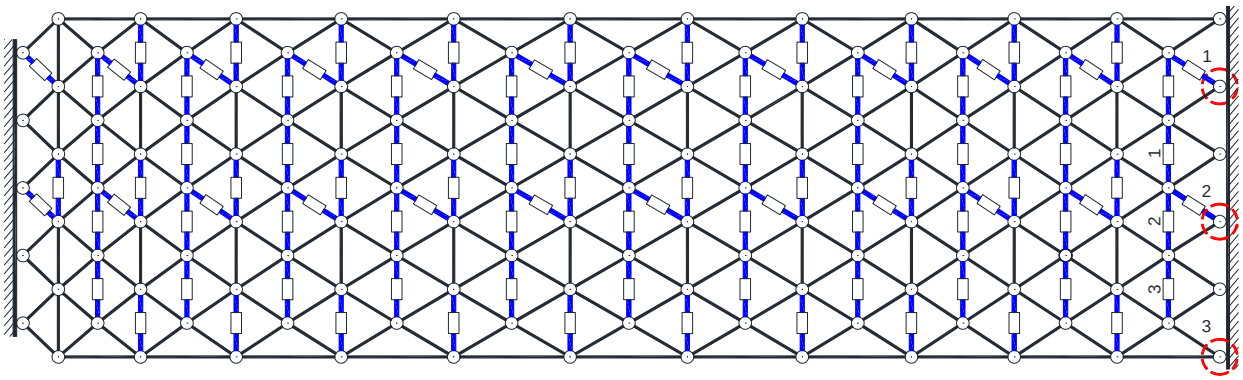

Рисунок 11. Схема оболочки при продольной сборке

Таблица 2. Предельные отклонения при поперечной сборке, мм

Узел	dX	dY	dZ	Стер-жень	Δx_{max}	Узел	dX	dY	dZ	Стер-жень	Δx_{max}
Монтаж						Изготовление					
1	**8.3**	20.9	3.7	1	52.3	1	**1.3**	3.8	0.8	1	8.1
2	4.4	**32.0**	4.9	2	52.9	2	0.7	**5.0**	0.8	2	8.4
3	6.1	31.5	**8.1**	3	54.7	3	0.9	4.9	**1.3**	3	8.7

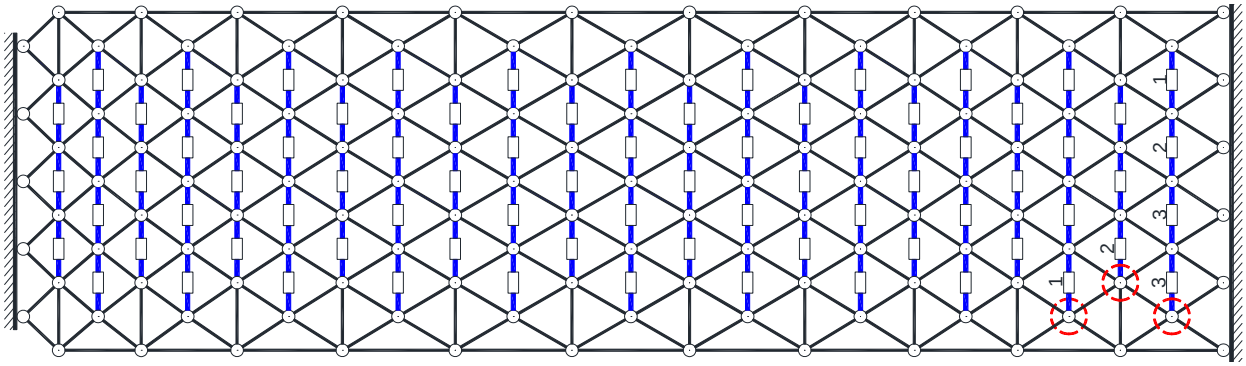

Рисунок 12. Схема оболочки при поперечной сборке

Выводы

1. Разработана новая методика расчета точности шарнирно-стержневых большепролетных пространственных металлических покрытий в вероятностной постановке, которая позволяет учесть отклонения длин стержней, положение центров отверстий, форму отверстий и последовательность сборки.

2. Разработаны и реализованы алгоритм и программа Вычислительный Комплекс «Размерный Анализ Стержневых Конструкций» (ВК РАСК) для расчета точности шарнирно-стержневых большепролетных пространственных металлических покрытий в вероятностной постановке (авторское свидетельство №47952).

3. Последовательность сборки однопоясной цилиндрической стержневой оболочки в конструктивную форму оказывает существенное влияние на схему расположения замыкающих

стержней и величины отклонений узлов и стержней. Сборочные отклонения, полученные из расчета точности цилиндрической оболочки в ВК РАСК, могут быть использованы при оценке НДС оболочки и служить основой для разработки конструктивных и других мероприятий, повышающих несущую способность оболочки.

Литература

1. Гарифуллин М.Р., Семенов С.А., Беляева С.В., Порываев И.А., Сафиуллин М.Н., Семенов А.А. Поиск рациональной геометрической схемы пространственной металлической конструкции покрытия большепролетного спортивного сооружения // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. Т. 2. №17. С. 107–124.
2. Колесников Г.Н. Статический расчет и формообразование несущих каркасов сетчатых оболочек: автореферат дисс. … канд. техн. наук. Ростов-на-Дону: РГСУ, 1982. 21 с.
3. Савельев В.А. Теоретические основы проектирования металлических куполов: автореферат дисс. … докт. техн. наук. М.: ЦНИИСК им. Мельникова, 1995. 40 с.
4. Гвамичава А.С. Разработка и внедрение конструктивных форм и методов расчета крупногабаритных космических антенных сооружений: автореферат дисс. … д-ра техн. наук. М.: ЦНИИПСК им. Н.П. Мельникова, 1984. 57 с.
5. Абусамра Авад Юсиф А. Влияние начальных несовершенств конструкций двухпоясных сетчатых куполов на их несущую способность: дисс. … канд. техн. наук. Ростов-на-Дону: РГСУ, 2006. 148 с.
6. Моисеев М.В. Начальные усилия и собираемость стальных структурных конструкций при случайных отклонениях длин стержней: дисс. … канд. техн. наук / Казань: КГАСА,. 2004. 164 с.
7. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешностей монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. №5. С. 38–42.
8. Sonmez M. Artificial bee colony algorithm for optimization of truss structures // Applied Soft Computing. 2011. Vol. 11. Pp. 2406–2418.
9. Kim H.S., Shin A.K. Column shortening analysis with lumped construction sequence // Procedia Engineering. 2011. Vol. 14. Pp. 1791–1798.
10. Preumont A. Vibration control of active structures: an introduction. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers. 2002. 385 p.
11. Pearson J.E., Hansen S. Experimental Studies of a Deformable-Mirror Adaptive Optical System // Journal of Optical Society America. 1977. №67. Pp. 360–369.
12. Ватин Н.И., Кузнецов В.Д., Недвига Е.С. Учет погрешностей монтажа при расчете крупнопанельных зданий // Инженерно-строительный журнал. 2011. №6. С. 35–40.
13. Сно В.Е. Влияние геометрических погрешностей сборных каркасов на работу конструкций многоэтажных зданий: диссертация на соискание ученой степени кандидат технических наук / ЦНИИЭП ТБЗиТК. М., 1981. 164 с.
14. Белостоцкий А.М., Павлов А.С. Комплексное конечноэлементное моделирование НДС и устойчивости сетчатой оболочки покрытия большепролетного сооружения с эластомерными опорами // International journal for computational civil and structural engineering. 2014. Vol. 10(3). С. 64–70.
15. Перельмутер А.В., Кабанцев О.В. Учет изменения жесткостей элементов в процессе монтажа и эксплуатации // Инженерно-строительный журнал. 2015.

References

1. Garifullin M.R., Semenov S.A., Belyaev S.V., Poryvaev I.A., Safiullin M.N., Semenov A.A. Poisk ratsionalnoy geometricheskoy skhemy prostranstvennoy metallicheskoy konstruktsii pokrytiya bolsheproletnogo sportivnogo sooruzheniya [The search of rational shape of spatial metal roof of longspan sport arena]. *Construction of Unique Buildings and Structures.* 2014. Vol. 2. Pp. 107–124. (rus)
2. Kolesnikov G.N. *Staticheskiy raschet i formoobrazovaniye nesushchikh karkasov setchatykh obolochek* [Static calculations and formation of base plates lattice shells]: Ph.D. thesis in Engineering Science. Rostov-on-Don. 1982. 21 p. (rus)
3. Savelev V.A. *Teoreticheskie osnovy proektirovanija metallicheskih kupolov.* [Theoretical bases of designing of metal domes]: Doctoral Dissertation abstract. Moscow. 1995. 40 p. (rus)
4. Gvamichava A.S. *Razrabotka i vnedrenie konstruktivnykh form i metodov rascheta krupnogabaritnykh kosmicheskikh antennykh sooruzhenij*. [Development and intercalation of design shapes and method of analysis of large-sized space antenna constructions]: Doctoral Dissertation abstract. Moscow. 1984. 57 p. (rus)
5. Abusamra Attalman A. *Vlijanie nachal'nyh nesovershenstv konstrukcij dvuhpojasnyh setchatyh kupolov na ih nesushhuju sposobnost':* dissertacija kandidata tehnicheskih nauk [Influence of initial imperfections designs of two-mesh domes on their load-carrying capacity]: Ph.D. Dissertation. Rostov-on-Don. 2006. 148 p. (rus)
6. Moiseev M.V. *Nachal'nye usiliya i sobiraemost' stal'nykh strukturnykh konstruktsij pri sluchajnykh otkloneniyakh dlin sterzhney* [Initial efforts and collection of steel structural designs at random deviations of the lengths of rods] Ph.D. Dissertation. Kazan. 2004. 164 p. (rus)
7. Kirsanov M.N. Induktivnyj analiz vliyaniya pogreshnosti montazha na zhestkost' i prochnost' ploskoj fermy [Inductive analysis of the effect of error mounting on the stiffness and strength of a plane truss]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 5. Pp. 38–42. (rus)
8. Sonmez M. Artificial bee colony algorithm for optimization of truss structures. *Applied Soft Computing*. 2011. Vol. 11. Pp. 2406–2418.
9. Kim H.S., Shin A.K. Column shortening analysis with lumped construction sequence. *Procedia Engineering*. 2011. Vol. 14. Pp. 1791–1798.
10. Preumont A. *Vibration control of active structures: an introduction.* New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow. Kluwer Academic Publishers. 2002. 385 p.
11. Pearson J.E., Hansen S. Experimental Studies of a Deformable-Mirror Adaptive Optical System. *Journal of Optical Society America*. 1977. No. 67. Pp. 360–369.
12. Vatin N.I., Kuznetsov V.D., Nedviga E.S. Uchet pogreshnostej montazha pri raschete krupnopanel'nyh zdanij [Accounting installation errors in the calculation of large-panel buildings]. *Magazine of Civil Engineering.* 2011. No. 6. Pp. 35–40. (rus)
13. Sno V.E. *Vliyanie geometricheskikh pogreshnostej sbornykh karkasov na rabotu kon-struktsij mnogoehtazhnykh zdanij* [The influence of geometrical errors of prefabricated scaffolds for construction of multi-storey buildings work]: Ph.D. Dissertation. Moscow. 1981. 164 p. (rus)
14. Belostockij A.M., Pavlov A.S. Kompleksnoe

Bondarev A.B., Yugov A. Metodika rascheta tochnosti bolsheproletnykh sharnirno-sterzhnevykh metallicheskikh pokrytiy [The method of calculating the accuracy of large-span metal rod systems]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 60–73. doi: 10.5862/MCE.61.6

№1. С. 6–14.

16. Kabantsev O.V., Perelmuter A.V. Modeling Transition in Design Model when Analyzing Specific Behaviors of Structures. // Procedia Engineering. 2013. Vol. 57. Pp. 479–488.
17. Барабаш М.С. Методы компьютерного моделирования процессов возведения высотных зданий // International journal for computational civil and structural engineering. 2012. Vol. 8. No. 3. Pp. 58–67.
18. Бондарев А.Б. Сборочные отклонения в шарнирно-стержневом металлическом покрытии // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. Т. 30. №3. С. 98–110.
19. Бондарев А.Б. Оценка монтажных воздействий в однопоясной стержневой металлической оболочки покрытия цилиндрической формы // Вестник ДонНАСА. 2013. Т. 104. №6. С. 54–59.
20. Бондарев А.Б., Югов А.М. Оценка монтажных усилий в металлическом покрытии с учетом сборки // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4. С. 28–37.
21. Бондарев А. Б., Югов А.М. Определение и анализ сборочных отклонений в металлическом каркасе большепролетного сооружения с купольным покрытием // International journal for computational civil and structural engineering. 2015. Vol. 11. No. 1. Pp. 90–96.
22. Лебедь Е.В. Прогнозирование погрешностей возведения большепролетных металлических куполов на основе геометрического моделирования их монтажа: автореферат дисс. … канд. техн. наук. М.: ЦНИИПСК им. Мельникова, 1988. 15 с.
23. Лебедь Е.В., Григорян А.А. Влияние монтажных расчетных схем ребер двухпоясного металлического купола на начальные усилия при устранении погрешностей // Вестник МГСУ. 2015. №8. С. 66–79.
24. Лебедь Е.В., Григорян А.А. Начальные усилия в двухпоясных металлических куполах из-за погрешностей изготовления и монтажа их конструкций // Вестник МГСУ. 2015. №4. С. 69–79.
25. Кашуба Л.А. Геометрия сборки недеформируемых деталей // Системный анализ в науке и образовании: электронный научный журнал. 2011. №4. С. 1–8.
26. Бондарев А.Б., Югов А.М. А.с. 47952 Украина. Компьютерная программа «Вычислительный комплекс «Размерный анализ стержневых конструкций» («ВК РАСК»). № 48382; заявлено 20.12.2012; опубликовано 20.02.2013, Бюллетень №1. 2 с.
27. Исаев С.В. Методика оценки линейной модели пространственной размерной цепи для обеспечения взаимозаменяемости объектов производства при сборке: дисс. … канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 204 с.
28. Шаломеенко М.А. Размерный анализ в Solid Works. // САПР и графика. Инструменты АРМ. 2010. №10. С. 40–42.
29. Farrar C.R., Worden K., Todd M.D., Park G., Nichols J., Adams D.E., Bement M.T., Farinholt K. Impacts of artificial intelligence and optimization on design, construction and maintenance. Los Alamos, New Mexico: Los Alamos. National Laboratory, 2007. 143 p.
30. Gantes C.J., Connor J.J., Lwxher R.D., Rosenfeld Y. Structural analysis and design of deployable structures // Computers and Structures. 1989. Vol. 32(3-4) Pp. 661–669.
31. Gaul L., Albrecht H., Wirnitzer J. Semi-active friction damping of large space truss structures // Shock and Vibration. 2004. Vol. 11. Pp. 173–186.
32. Hasan R., Xu L., Grierson D.E. Push-over analysis for performance-based seismic design // Computers and Structures. 2002. №80. Pp. 2483–2493.
33. Kartal M.E., Basaga H.B., Bayraktar A., Muvafık M. Effects of semi-rigid connection on structural responses // konechnojelementnoe modelirovanie NDS i ustojchivosti setchatoj obolochki pokrytija bol'sheproletnogo sooruzhenija s jelastomernymi oporami [Complex finite element simulation of stress-strain state and stability of braced shell with elastomeric bearings] // International journal for computational civil and structural engineering. 2014. Vol. 10. Pp. 64–70. (rus)
15. Perelmuter A.V., Kabancev O.V. Uchjot izmenenija zhestkostej jelementov v processe montazha i jekspluatacii [Accounting for the elements stiffness change in the course of erection and operation]. *Magazine of Civil Engineering*. 2015. No. 1. Pp. 6–14. (rus)
16. Kabantsev O., Perelmuter A. Modeling Transition in Design Model when Analyzing Specific Behaviors of Structures. *Procedia Engineering*. 2013. Vol. 57. Pp. 479–488.
17. Barabash M.S. Metody komp'juternogo modelirovanija processov vozvedenija vysotnyh zdanij [The methods of computer simulation erection process of high-rise buildings]. *International journal for computational civil and structural engineering*. 2012. Vol. 8. No. 3. Pp. 58–67. (rus)
18. Bondarev A.B. Sborochnye otkloneniya v sharnirno-sterzhnevom metallicheskom pokrytii [The deviations in assembly hinged-rod metal coating]. *Construction of Unique Buildings and Structures.* 2015. Vol. 30. No. 3. Pp. 98–110. (rus)
19. Bondarev A. B. Ocenka montazhnyh vozdejstvij v odnopojasnoj sterzhnevoj metallicheskoj obolochki pokrytija cilindricheskoj formy [Mechanical impact assessment in odnopoyasnoy rod metal shell cover cylindrical shape] // *Proceeding of the DonNACEA*. 2013. Vol. 104. No. 6. Pp. 54–59. (rus)
20. Bondarev A.B., Yugov A.M. Ocenka montazhnyh usilij v metallicheskom pokrytii s uchjotom sborki [Evaluation of installation efforts in metal coatings, allowing for assembly process]. *Magazine of Civil Engineering.* 2015. No. 4. Pp. 28–37. (rus)
21. Bondarev A. B., Yugov A.M. Opredelenie i analiz sborochnyh otklonenij v metallicheskom karkase bol'sheproletnogo sooruzheniya s kupol'nym pokrytiem [Identification and analysis of deviations in the assembly-span metal framework structures with dome cover]. *International journal for computational civil and structural engineering.* 2015. Vol. 11. No. 1. Pp. 90–96. (rus)
22. Lebed E.V. *Prognozirovanie pogreshnostej vozvedenija bol'sheproletnyh metallicheskih kupolov na osnove geometricheskogo modelirovanija ih montazha* [Prediction errors in the construction of large-span metal dome based on geometric modeling of their installation]: Ph.D. thesis in Engineering Science. Moscow. 1988. 15 p. (rus)
23. Lebed E.V., Grigorjan A.A. Vlijanie montazhnyh raschetnyh shem reber dvuhpojasnogo metallicheskogo kupola na nachal'nye usilija pri ustranenii pogreshnostej [Influence of assembly analytical models of the ribs of a double-layer metal dome on the initial forces in case of elimination of imperfections]. *Vestnik MGSU*. 2015. No. 8. Pp. 66–79. (rus)
24. Lebed E.V., Grigoryan A.A. Nachal'nye usiliya v dvukhpoyasnykh metallicheskikh kupolakh iz-za pogreshnostey izgotovleniya i montazha ikh konstruktsiy [Initial stresses in two-layer metal domes due to imperfections of their production and assemblage]. *Vestnik MGSU*. 2015. No. 4. Pp. 69–79. (rus)
25. Kashuba L.A. Geometriya sborki nedeformiruyemykh detaley [Deformable geometry of the assembly parts]. *System analysis in science and education. Electronic scientific journal.* 2011. No. 4. Pp. 1–8. (rus)
26. Bondarev A.B., Yugov A.M. A. s. 47952 Ukraine. Computer program «Computing system "Dimensional analysis of frame structures"» («CS DAFS») (Ukraine). № 48382; preference, 20.12.2012; published, 20.02.2013, Ballot papers № 1. 2 p. (ua)
27. Isaev S.V. *Metodika otsenki lineynoy modeli*

Бондарев А.Б., Югов А.М. Методика расчета точности большепролетных шарнирно-стержневых металлических покрытий // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 60–73.

Electronic Journal of Structural Engineering. 2010. Vol. 10. Pp. 22–35.

34. Kaveh A., Nouri M. Weighted graph products for configuration processing of planar and space structures // International Journal of Space Structures. 2009. Vol. 24(1). Pp. 13–26.
35. Matsumoto K., Wakabayashi S., Noumi M., Yoshida T., Ueno H., Fukase Y. Space Truss Handling Experiment on ETS-VII // Automation and Robotics in Construction XVI. UC3M. 1999. Pp. 225–230.
36. Kelesoglu Ö., Ülker M. Fuzzy optimization of geometrical nonlinear space truss design // Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences. 2005. Vol. 80(5). Pp. 321–329.

prostranstvennoy razmernoy tsepi dlya obespecheniya vzaimozamenyayemosti obyektov proizvodstva pri sborke [Methodology to evaluate the linear model of the spatial dimension chain to ensure interchangeability of production facilities for assembly]. Ph.D. Dissertation. Moscow. 2007. 204 p. (rus)

28. Shalomeenko M.A. Razmernyj analiz v Solid Works [Dimensional Analysis in Solid Works]. *CAD and graphics. Tools APM.* 2010. No. 10. Pp. 40–42. (rus)
29. Farrar C. R., Worden K., Todd M. D., Park G., Nichols J., Adams D.E., Bement M.T., Farinholt K. *Impacts of artifical intelligence and optimization on design, construction and maintenance.* Los Alamos, New Mexico: Los Alamos. National Laboratory. 2007. 143 p.
30. Gantes C.J., Connor J.J., Lwxher R.D., Rosenfeld Y. Structural analysis and design of deployable structures Computers and Structures. 1989. Vol. 32 Pp. 661–669.
31. Gaul L., Albrecht H., Wirnitzer J. Semi-active friction damping of large space truss structures. *Shock and Vibration.* 2004. Vol. 11. Pp. 173–186.
32. Hasan R., Xu L., Grierson D. E. Push-over analysis for performance-based seismic design. *Computers and Structures*. 2002. No. 80. Pp. 2483–2493.
33. Kartal M.E., Basaga H.B., Bayraktar A., Muvafık M. Effects of semi-rigid connection on structural responses. *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2010. Vol. 10. Pp. 22–35.
34. Kaveh A., Nouri M. Weighted graph products for configuration processing of planar and space structures. *International Journal of Space Structures*. 2009. Vol. 24. Pp. 13–26.
35. Matsumoto K., Wakabayashi S., Noumi M., Yoshida T., Ueno H., Fukase Y. Space Truss Handling Experiment on ETS-VII. *Automation and Robotics in Construction XVI.* UC3M. 1999. Pp. 225–230.
36. Kelesoglu Ö., Ülker M. Fuzzy optimization of geometrical nonlinear space truss design. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*. 2005. Vol. 80. Pp. 321–329.

Алексей Борисович Бондарев,
+7(914)8645290; эл. почта: bondarev_a_b_rus@mail.ru

Анатолий Михайлович Югов,
+7(931)5797054; эл. почта: amyrus@mail.ru

Alexey Bondarev,
+7(914)8645290; bondarev_a_b_rus@mail.ru

Anatoliy Yugov,
+7(931)5797054; amyrus@mail.ru

© Бондарев А.Б., Югов А.М., 2016

Bondarev A.B., Yugov A. Metodika rascheta tochnosti bolsheproletnykh sharnirno-sterzhnevykh metallicheskikh pokrytiy [The method of calculating the accuracy of large-span metal rod systems]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 60–73. doi: 10.5862/MCE.61.6

doi: 10.5862/MCE.61.7

Оптимальное проектирование рам с учетом ограничений по прочности и кратным частотам собственных колебаний

Optimal design of 3d frame structures taking into account the stress and multiple natural frequency constraints

Канд. техн. наук, доцент О.А. Сергеев,
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия
канд. техн. наук, доцент В.Г. Киселев,
Нижегородский государственный университет им Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия
канд. физ.-мат. наук, доцент С.А. Сергеева,
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия

O.A. Sergeyev,
Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia
V.G. Kiselev,
Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia
S.A. Sergeyeva,
Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia

Ключевые слова: оптимизация рам; анализ чувствительности; линейно упругие пространственные рамы; кратные частоты собственных колебаний

Key words: optimization of frame structures; sensitivity analysis; linearly elastic space frames; multiple natural frequencies

Аннотация. Рассматривается задача определения оптимальных размеров поперечных сечений, координат узлов упругих пространственных рам, примерами которых являются каркасы зданий, мачты и отсеки корпусов судов, крылья самолетов, рамные конструкции автомобилей, мосты, трансляционные башни и т.д., с ограничениями на напряжения и кратные частоты собственных колебаний. Учитывается несколько независимых условий нагружения рамы, включая собственный вес. Анализ напряженного состояния включает в себя растяжение (сжатие), изгиб, сдвиг и кручение балочных элементов. Депланация балочных элементов не учитывается. Анализ чувствительности кратных частот выполняется через аналитическое дифференцирование по координатам узлов и размерам поперечных сечений балочных элементов. Оптимальный проект достигается путем решения последовательности задач квадратичного программирования.

Abstract. The problem of determining the optimal cross-sectional parameters and joint positions of linearly elastic space frames with imposed stress and multiple frequency constraints was considered. The frame was assumed to be acted on by different independent load systems, including temperature and self-weight loads. The stress-state analysis includes tension, bending, shear and torsion of beam elements. The warping of beam elements was not taken into account in this problem. The sensitivity analysis of multiple frequencies was performed through analytic differentiation with respect to the joint positions and the sizes of the cross-sections of beam elements. The optimal design is attained through solving a sequence of quadratic programming problems.

Введение

Одним из наиболее распространенных типов несущих конструкций являются рамные конструкции. К ним относятся каркасы зданий, мачты и отсеки корпусов судов, крылья самолетов, рамные конструкции автомобилей, мосты, трансляционные башни и т.д. В данной работе рассматривается задача оптимального проектирования рамных конструкций с варьируемыми координатами узлов и размерами поперечных сечений элементов. На оптимальный проект наложены ограничения на напряжения и частоты собственных колебаний. Ограничения на напряжения в элементах рамы обеспечивают надлежащие уровни напряжений при заданных условиях нагружения, а ограничения на частоты собственных колебаний необходимы для

Сергеев О.А., Киселев В.Г., Сергеева С.А. Оптимальное проектирование рам с учетом ограничений по прочности и кратным частотам собственных колебаний // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 74–81.

получения правильного отклика рамы при динамическом возбуждении, для которого исключается резонанс и получается подходящий спектр частот.

Оптимизация колонн, ферм, пластин и оболочек с ограничениями на кратные частоты собственных колебаний рассматривается в работах [1–4]. В работах [5–8] проводится анализ чувствительности некратных и кратных частот собственных колебаний.

Цель этой работы – расширить проведенные ранее исследования рассмотрев одновременное варьирование координат узлов конструкции и размеров поперечных сечений, и получить оптимальные проекты, для которых контролируются статические и динамические отклики [9–12].

Появление кратных или почти равных частот является характерной чертой оптимального проектирования конструкций с ограничениями на частоты собственных колебаний [13–16]. Такое совпадение частот связывается с симметрией конструкции или наводится в результате развития спектра частот из-за процесса перепроектирования к оптимальной точке с ограничением на фундаментальную частоту. Известно, что кратные частоты являются недифференцируемыми [17, 18]. Производные от них можно вычислить только по направлению. Этот факт создает трудности в нахождении таких производных по варьируемым параметрам конструкции и в применении эффективных градиентных методов оптимизации.

Настоящее исследование посвящено разработке эффективного метода анализа чувствительности и оптимизации рамных конструкций с кратными частотами. Задача оптимизации решается с помощью алгоритма приведенного квадратичного программирования.

1. Постановка задачи оптимизации

Рассмотрим линейно упругую раму, для которой статическое уравнение равновесия имеет вид:

$$[K]\{U\} = \{\{P_1\} + \{P_2\} + \{P_3\}\}, \quad (1)$$

где [*K*] – глобальная матрица жесткости рамы; {*U*} – вектор узловых перемещений; {P_1} – внешние узловые нагрузки; {P_2}, {P_3} – узловые нагрузки от распределенной нагрузки по элементам рамы.

Частоты собственных колебаний определяются с помощью уравнения

$$([K] - \omega_j^2[M])\{\Phi_j\} = 0 \text{ , j = 1, ... , n ,} \quad (2)$$

где [*M*] – глобальная матрица масс рамы; ω_j – *j*-я частота собственных колебаний; {Φ_j} – *j*-я мода собственных колебаний; *n* – число степеней свободы рамы. Частоты являются действительными числами и могут быть упорядочены:

$$0 < \omega_1 \le \omega_2 \le ... \le \omega_j \le ... \le \omega_n \text{ .} \quad (3)$$

Задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом [19, 20]. Требуется определить из заданного диапазона $[\{X\}_{\min}, \{X\}_{\max}]$ размеры поперечных сечений и координаты узлов (параметры формы) $\{X^*\}$, для которых масса *W* рамы принимает минимальное значение:

$$W(\{X^*\}) = \min_{\{X\} \in F} W(\{X\}) \text{ .} \quad (4)$$

Допустимая область *F* определяется ограничениями на напряжения, частоты собственных колебаний и на варьируемые параметры конструкции:

$$F = \{\{X\}: \sigma_{eff}(\{X\}) \le \sigma_{eff}^a,\ \omega_j(\{X\}) \ge \omega_j^a,\ j = 1,2,...,k, \{X\}_{min} \le \{X\} \le \{X\}_{max}\}, \quad (5)$$

где σ_{eff} – эквивалентное напряжение в каждой точке конструкции; σ_{eff}^a, ω_j^a – допустимые напряжение, частота; *k* – количество учитываемых частот; *l* – число переменных проектирования в векторе $\{X\}$.

Sergeyev O.A., Kiselev V.G., Sergeyeva S.A. Optimalnoye proyektirovaniye ram s uchetom ogranicheniy po prochnosti i kratnym chastotam sobstvennykh kolebaniy [Optimal design of 3d frame structures taking into account the stress and multiple natural frequency constraints]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 74–81. doi: 10.5862/MCE.61.7

2. Анализ чувствительности кратной частоты собственных колебаний

Предположим, что $\omega_1=\omega_2=\tilde{\omega}$, где $\tilde{\omega}$ – общее значение кратных частот. Тогда вычисление производных от ω_1 и ω_2 представляет собой проблему, так как моды собственных колебаний $\{\Phi_1\}$ и $\{\Phi_2\}$ для ω_1 и ω_2 не единственны. Любая линейная комбинация $\{\Phi_1\}$ и $\{\Phi_2\}$ будет удовлетворять уравнению (2). Пусть векторы $\{\Phi_j\}$ являются $[M]$-нормированными, то есть

$$\{\Phi_i\}^T[M]\{\Phi_j\}=\delta_{ij},\ \ i,j=1,2. \tag{6}$$

Представим линейную комбинацию $\{\Phi_1\}$ и $\{\Phi_2\}$ как

$$\{\tilde{\Phi}\}=\beta_1\{\Phi_1\}+\beta_2\{\Phi_2\}, \tag{7}$$

где β_1 и β_2 – неизвестные коэффициенты. Из уравнения $\{\tilde{\Phi}\}^T[M]\{\tilde{\Phi}\}=1$ получим, что

$$\beta_1^2+\beta_2^2=1. \tag{8}$$

Заметим, что кратные частоты и моды собственных колебаний недифференцируемы в общем смысле. Следовательно, будем использовать производные по направлению в пространстве проектирования для кратных частот $\omega_1=\omega_2=\tilde{\omega}$ и моды $\{\tilde{\Phi}\}$ собственных колебаний.

Рассмотрим вариацию вектора переменных проектирования $\{X\}$ в виде $\{X\}+\varepsilon\{e\}$, где единичный вектор $\{e\}$ представляет направление в пространстве проектирования, вдоль которого меняются переменные проектирования; ε – величина возмущения в этом направлении; норма вектора $\{e\}$ определяется равенством $\|\{e\}\|=\sqrt{e_1^2+e_2^2+\ldots+e_I^2}=1$.

Дифференцируя уравнение $([K]-\tilde{\omega}^2[M])\{\tilde{\Phi}\}=0$ по направлению, получим

$$([\dot{K}]-\tilde{\omega}^2[\dot{M}])\{\tilde{\Phi}\}+([K]-\tilde{\omega}^2[M])\{\dot{\tilde{\Phi}}\}-2\tilde{\omega}\dot{\tilde{\omega}}[M]\{\tilde{\Phi}\}=0, \tag{9}$$

где производные по направлению от $[K]$, $[M]$, $\{\tilde{\Phi}\}$, $\tilde{\omega}$ определяются как $[\dot{K}]=\sum_{i=1}^{I}(\partial[K]/\partial X_i)\,e_i$,

$[\dot{M}]=\sum_{i=1}^{I}(\partial[M]/\partial X_i)\,e_i$, $\{\dot{\tilde{\Phi}}\}=\sum_{i=1}^{I}(\partial\{\tilde{\Phi}\}/\partial X_i)\,e_i$, $\dot{\tilde{\omega}}=\sum_{i=1}^{I}(\partial\tilde{\omega}/\partial X_i)\,e_i$.

Умножим уравнение (9) слева на $\{\Phi_1\}^T$, а потом на $\{\Phi_2\}^T$:

$$\{\Phi_1\}^T[\dot{A}]\{\tilde{\Phi}\}-2\tilde{\omega}\dot{\tilde{\omega}}\,\{\Phi_1\}^T[M]\{\tilde{\Phi}\}=0,\ \ \{\Phi_2\}^T[\dot{A}]\{\tilde{\Phi}\}-2\tilde{\omega}\dot{\tilde{\omega}}\,\{\Phi_2\}^T[M]\{\tilde{\Phi}\}=0, \tag{10}$$

где $[\dot{A}]=[\dot{K}]-\tilde{\omega}^2[\dot{M}]$.

Подставляя (7) в (10), получим

$$\begin{bmatrix}\{\Phi_1\}^T[\dot{A}]\{\Phi_1\}-2\tilde{\omega}\dot{\tilde{\omega}} & \{\Phi_1\}^T[\dot{A}]\{\Phi_2\}\\ \{\Phi_2\}^T[\dot{A}]\{\Phi_1\} & \{\Phi_2\}^T[\dot{A}]\{\Phi_2\}-2\tilde{\omega}\dot{\tilde{\omega}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\end{Bmatrix}=0. \tag{11}$$

Равенство нулю определителя системы уравнений (11) дает квадратное уравнение для определения производных по направлению двукратной частоты:

$$\dot{\tilde{\omega}}^2\,4\tilde{\omega}^2-\dot{\tilde{\omega}}2\tilde{\omega}\left(\{\Phi_1\}^T[\dot{A}]\{\Phi_1\}+\{\Phi_2\}^T[\dot{A}]\{\Phi_2\}\right)+\left[\left(\{\Phi_1\}^T[\dot{A}]\{\Phi_1\}\right)\left(\{\Phi_2\}^T[\dot{A}]\{\Phi_2\}\right)-\left(\{\Phi_1\}^T[\dot{A}]\{\Phi_2\}\right)^2\right]=0. \tag{12}$$

Уравнение (12) имеет двукратный корень $\dot{\omega}_1=\dot{\omega}_2=\dot{\tilde{\omega}}=\{\Phi_1\}^T[\dot{A}]\{\Phi_1\}/(2\tilde{\omega})=\{\Phi_2\}^T[\dot{A}]\{\Phi_2\}/(2\tilde{\omega})$, если его дискриминант равен нулю.

Сергеев О.А., Киселев В.Г., Сергеева С.А. Оптимальное проектирование рам с учетом ограничений по прочности и кратным частотам собственных колебаний // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 74–81.

Заметим, что, например, в плоскости переменных проектирования X_1 и X_2 (рис. 1), используя условие для двукратного корня $\{\Phi_1\}^T[\dot{A}]\{\Phi_1\}=\{\Phi_2\}^T[\dot{A}]\{\Phi_2\}$, можно точно определить ориентацию вектора $\{e\}$ для траектории, где частоты ω_1 и ω_2 совпадают:

$$tg\varphi=\left(\{\Phi_1\}^T\frac{\partial[A]}{\partial X_1}\{\Phi_1\}-\{\Phi_2\}^T\frac{\partial[A]}{\partial X_1}\{\Phi_2\}\right)\Big/\left(\{\Phi_2\}^T\frac{\partial[A]}{\partial X_2}\{\Phi_2\}-\{\Phi_1\}^T\frac{\partial[A]}{\partial X_2}\{\Phi_1\}\right), \quad (13)$$

где $[A]=[K]-\tilde{\omega}^2[M]$.

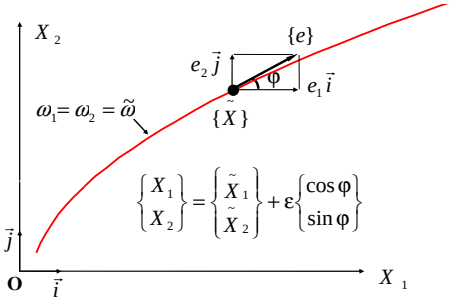

Рисунок 1. Траектория двукратной частоты

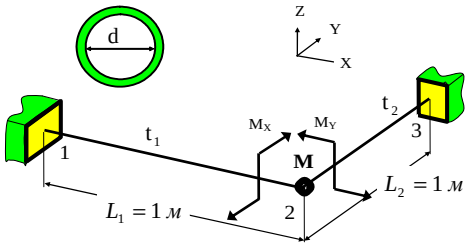

Рисунок 2. Пространственная рама

3. Пример 1: рама с двумя степенями свободы, двукратный оптимум

Рассмотрим двухэлементную раму с учетом собственного веса с двумя переменными проектирования: t_1, t_2 – толщины кольцевых сечений балочных элементов с внутренним диаметром d = 0.04 м. В узле 2 добавлены масса M с моментами инерции $I_X = I_Y = 0.147$ кг м^2 и сосредоточенные внешние моменты $M_X = M_Y = 784.8$ Н м (рис. 2). Рама имеет две степени свободы: углы поворота массы M относительно осей X и У. Модуль упругости E = 200 ГПа, модуль сдвига G = 80 ГПа, плотность материала $\rho = 7799\ кг/м^3$, допустимые эквивалентное напряжение и частота $\sigma^a_{eff} = 147\ МПа$, $\omega^a = 118.96\ Гц$. Переменные проектирования рамы изменяются в пределах (м): $0.001 \le t_1 \le 0.005$, $0.001 \le t_2 \le 0.005$.

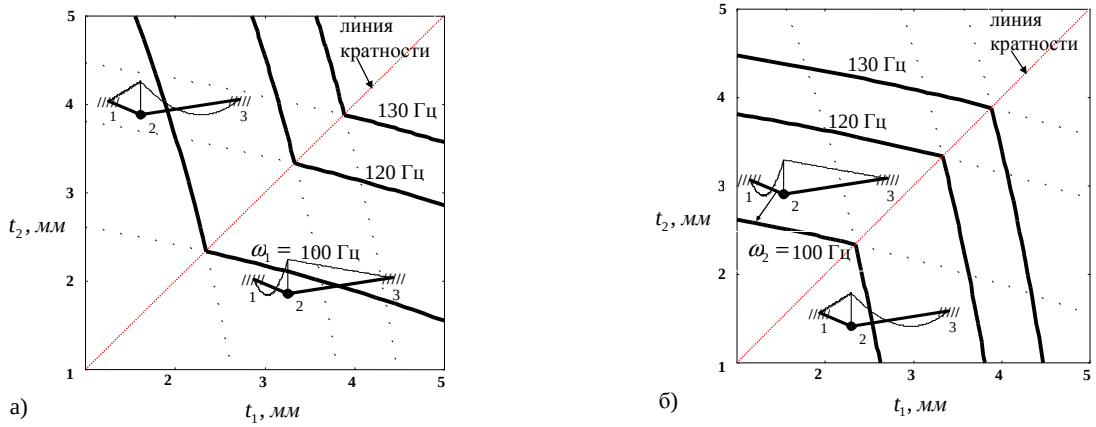

Рисунок 3. Линии уровней ω_1 и ω_2 : а) $\omega_1 = \text{const}$, б) $\omega_2 = \text{const}$

Линии уровней частот и моды собственных колебаний представлены в плоскости переменных проектирования t_1, t_2 на рисунке 3. Из него видно, что пересечения линий уровня

Sergeyev O.A., Kiselev V.G., Sergeyeva S.A. Optimalnoye proyektirovaniye ram s uchetom ogranicheniy po prochnosti i kratnym chastotam sobstvennykh kolebaniy [Optimal design of 3d frame structures taking into account the stress and multiple natural frequency constraints]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 74–81. doi: 10.5862/MCE.61.7

$\omega_1 = const$ и $\omega_2 = const$ на линии кратности нет. На рисунке 4 показаны поверхности частот $\omega_1(t_1, t_2)$ и $\omega_2(t_1, t_2)$, линия кратности проходит там, где $\omega_1 = \omega_2$. Заметим, что на ней нет пересечения частотных поверхностей, происходит только обмен модами собственных колебаний.

Оптимальная масса рамы W_{opt} = 6.94 кг связана с двукратной частотой $\omega_1 = \omega_2$ и лежит на границе допустимой области F в точке Optimum (t_1 = 3.27 мм, t_2 = 3.27 мм) (рис. 5).

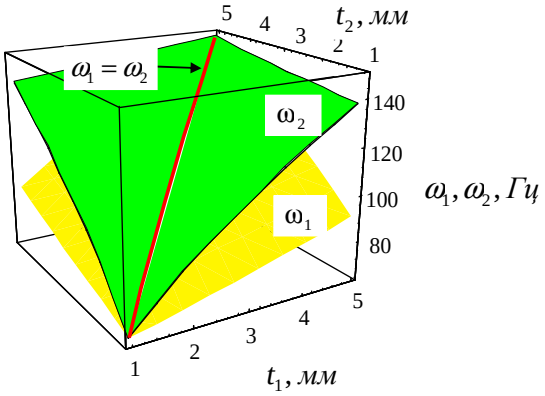

Рисунок 4. Поверхности частот ω_1 и ω_2

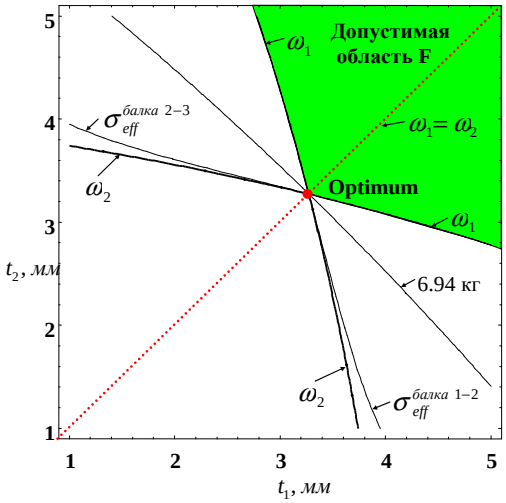

Рисунок 5. Двукратный оптимум

4. *Пример 2: купол с 78 степенями свободы, простой оптимум*

Рассмотрим задачу оптимального проектирования пространственного купола с ограничениями на фундаментальную частоту $\omega_1 \geq 5.9$ Гц и на эквивалентные напряжения $\sigma_{eff} \leq 147$ МПа. Модуль упругости материала E = 200 ГПа, модуль сдвига G = 80 ГПа, плотность материала $\rho = 7799\ кг/м^3$. Конструкция, состоящая из 52 балочных элементов, симметрична и, следовательно, ожидаются кратные частоты. Балочные элементы объединяются в 8 типов кольцевых сечений t_a, t_b, t_c, t_d, t_e, t_f, t_g, t_h с внутренним диаметром d = 86 мм (рис. 6; табл. 1). Координаты узлов 1–13 связываются в 5 групп через переменные проектирования Z_1, X_2, Z_2, X_6, Z_6. Сосредоточенная сила P = 632745 Н приложена в узле 1 в отрицательном направлении оси Z. Также принимается во внимание собственный вес балочных элементов.

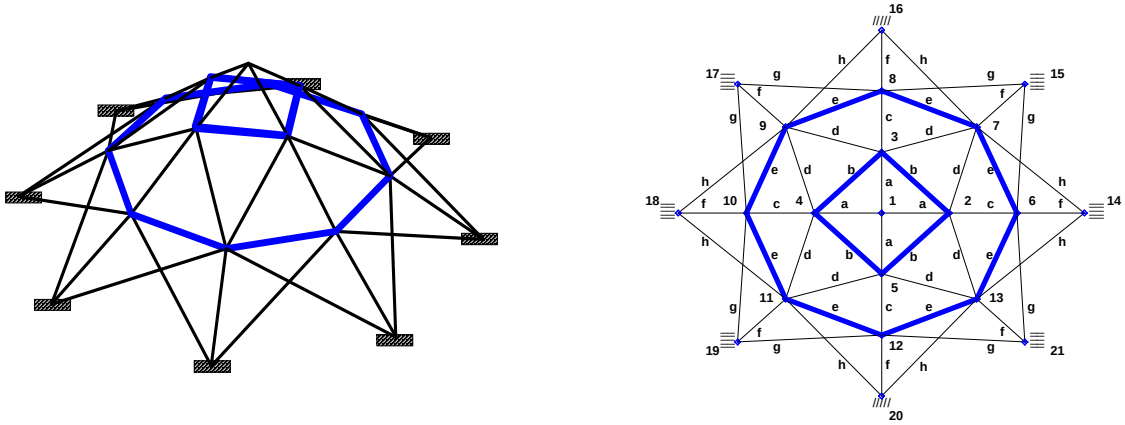

Рисунок 6. Пространственный купол. Номера узлов и 8 типов сечений (a–h)

Сергеев О.А., Киселев В.Г., Сергеева С.А. Оптимальное проектирование рам с учетом ограничений по прочности и кратным частотам собственных колебаний // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 74–81.

На рисунке 7 показана оптимальная форма купола. Оптимальные значения переменных проектирования и массы купола приведены в таблице 1. Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

1) оптимальное решение характеризуется некратной, или простой фундаментальной частотой;

2) если использовать в качестве критерия для кратных частот относительную разницу между ними $\leq 10^{-4}$, тогда вторая и третья частоты будут кратными (рис. 8).

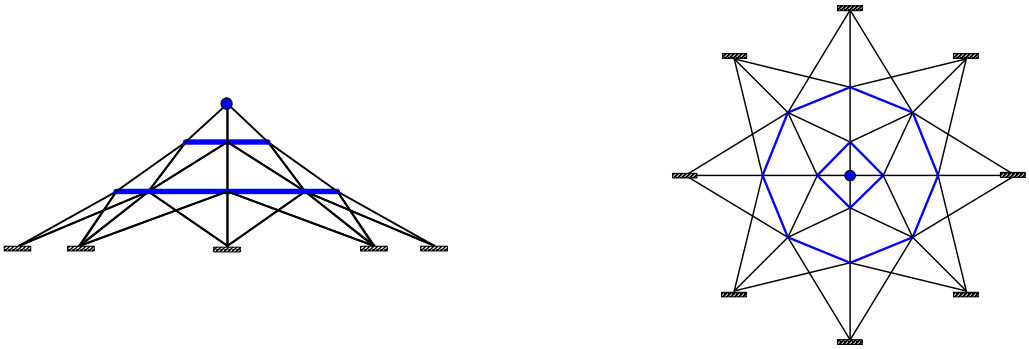

Рисунок 7. Оптимальная форма купола с сосредоточенной силой P = 632745 Н в узле 1.
$M_{opt} = 2069.145$ **кг**

Таблица 1. Оптимальные значения переменных проектирования (мм) и массы купола (кг)

Сосредоточенная сила P = 632745 Н на вершине купола с учетом собственного веса элементов			
Допустимая фундаментальная частота $\omega^a = 5.9\ Гц$			
ПП	**Minimum**	**Maximum**	**Оптимальные значения (мм)**
t_a	1.5	10.	5.809
t_b	1.5	10.	1.5
t_c	1.5	10.	4.046
t_d	1.5	10.	2.149
t_e	1.5	10.	1.5
t_f	1.5	10.	3.907
t_g	1.5	10.	1.5
t_h	1.5	10.	1.5
Z_1	7000.	11000.	10428.27
X_2	18000.	22000.	18000.
Z_2	6000.	10000.	7597.405
X_6	23000.	27500.	23000.
Z_6	3000.	7000.	4015.105
Оптимальная масса, кг			2069.145
Число итераций			19
Число активных ограничений для оптимума			46

Sergeyev O.A., Kiselev V.G., Sergeyeva S.A. Optimalnoye proyektirovaniye ram s uchetom ogranicheniy po prochnosti i kratnym chastotam sobstvennykh kolebaniy [Optimal design of 3d frame structures taking into account the stress and multiple natural frequency constraints]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 74–81. doi: 10.5862/MCE.61.7

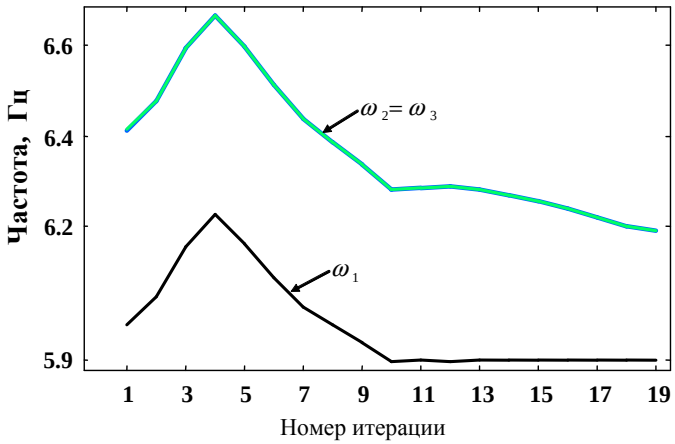

Рисунок 8. График зависимости частоты от числа итераций

Выводы

Рамы – один из наиболее распространенных типов несущих конструкций. В работе расширены проведенные ранее исследования и рассмотрено одновременное варьирование координат узлов и размеров поперечных сечений конструкции. Важно отметить, что рамные конструкции более чувствительны к варьированию координат узлов. Одновременное варьирование координат узлов и размеров поперечных сечений дает более эффективные проекты, а использование ограничений на напряжения в элементах рамы и частоты собственных колебаний гарантирует практические оптимальные проекты, для которых контролируются статические и динамические отклики.

Замечено, что на линии кратности нет пересечения поверхностей частот, на ней они только касаются друг друга и происходит их резкий излом и обмен модами собственных колебаний.

Литература

1. Ohsaki M., Fujisawa K., Katoh N., Kanno Y. Semi-definite programming for topology optimization of trusses under multiple eigenvalue constraints // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1999. Vol. 180. Pp. 203–217.
2. Krog L.A., Olhoff N. Topology optimization of plate and shell structures with multiple eigenfrequencies // Proceedings of the first World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization. Goslar, Germany. 1995. Pp. 675–682.
3. Khot K.S. Optimization of structures with multiple frequency constraints // Computers & Structures. 1985. Vol. 20. Pp. 869–876.
4. Masur E.F. Optimal structural design under multiple eigenvalue constraints // International Journal of Solids and Structures. 1984. Vol. 20. Pp. 211–231.
5. Gravesen J., Evgrafov A., Nguyen D.M. On the sensitivities of multiple eigenvalues // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2011. Vol. 44. Pp. 583–587.
6. Lee I.W., Jung G.H. An efficient algebraic method for the computation of natural frequency and mode shape sensitivities. Part II, Multiple natural frequencies // Computers & Structures. 1997. Vol. 62. Pp. 437–443.
7. Seyranian A.P., Lund E., Olhoff N. Multiple Eigenvalues in Structural Optimization Problems // Structural Optimization. 1994. Vol. 8. Pp. 207–227.
8. Mills-Curran W.C. Calculation of eigenvector derivatives for structures with repeated eigenvalues // AIAA Journal. 1988. Vol. 26(7). Pp. 867–871.

References

1. Ohsaki M., Fujisawa K., Katoh N., Kanno Y. Semi-definite programming for topology optimization of trusses under multiple eigenvalue constraints. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1999. Vol. 180. Pp. 203–217.
2. Krog L.A., Olhoff N. Topology optimization of plate and shell structures with multiple eigenfrequencies. *Proceedings of the first World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*. Goslar, Germany. 1995. Pp. 675–682.
3. Khot K.S. Optimization of structures with multiple frequency constraints. *Computers & Structures*. 1985. Vol. 20. Pp. 869–876.
4. Masur E.F. Optimal structural design under multiple eigenvalue constraints. *International Journal of Solids and Structures.* 1984. Vol. 20. Pp. 211–231.
5. Gravesen J., Evgrafov A., Nguyen D.M. On the sensitivities of multiple eigenvalues. *Structural and Multidisciplinary Optimization.* 2011. Vol. 44. Pp. 583–587.
6. Lee I.W., Jung G.H. An efficient algebraic method for the computation of natural frequency and mode shape sensitivities. Part II, Multiple natural frequencies. *Computers & Structures.* 1997. Vol. 62. Pp. 437–443.
7. Seyranian A.P., Lund E., Olhoff N. Multiple Eigenvalues in Structural Optimization Problems. *Structural Optimization*. 1994. Vol. 8. Pp. 207–227.
8. Mills-Curran W.C. Calculation of eigenvector derivatives for structures with repeated eigenvalues. *AIAA Journal*. 1988. Vol. 26. Pp. 867–871.
9. Kadisov G.M., Chernyshov V.V. Konechno-elementnoye modelirovaniye dinamiki mostov pri vozdeystvii podvizhnoy

Сергеев О.А., Киселев В.Г., Сергеева С.А. Оптимальное проектирование рам с учетом ограничений по прочности и кратным частотам собственных колебаний // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 74–81.

9. Кадисов Г.М., Чернышов В.В. Конечно-элементное моделирование динамики мостов при воздействии подвижной нагрузки // Инженерно-строительный журнал. 2013. №9(44). С. 56–63.
10. Савин С.Н. Динамический мониторинг строительных конструкций на примере пандуса киноконцертного зала «Пушкинский» в г. Москва // Инженерно-строительный журнал. 2012. №7(33). С. 58–62.
11. Денисов Г.В. К вопросу о локализации колебаний в строительных конструкциях // Инженерно-строительный журнал. 2012. №5(31). С. 60–64.
12. Денисов Г.В., Лалин В.В. О сплошном спектре колебаний балочных элементов конструкции при высокочастотных воздействиях // Инженерно-строительный журнал. 2012. №1(27). С. 91–97.
13. Olhoff N. Optimal design with respect to structural eigenvalues // In Proceedings of 15th IUTAM Congress. Toronto, Canada. 1980. Pp. 133–149.
14. Nakamura T., Ohsaki M. A natural generator of optimum topology of plane trusses for specified fundamental frequency // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1992. Vol. 94(1). Pp. 113–129.
15. Kirsch U. Combined approximations: A general reanalysis approach for structural optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2000. Vol. 20. Pp. 97–106.
16. Chen S.H., Yang X.W., Lian H.D. Comparison of several eigenvalue reanalysis methods for modified structures // Structural and Multidisciplinary optimization. 2000. Vol. 20. Pp. 253–259.
17. Haug E.J., Choi K.K., Komkov V. Design Sensitivity Analysis of Structural Systems. New York: Academic Press, 1986. 381 p.
18. Ohsaki M. Optimization of finite dimensional structures. USA: CRC Press, 2010. 439 p.
19. Sergeyev O., Mroz Z. Sensitivity analysis and optimal design of 3D frame structures for stress and frequency constraints // Computers & Structures. 2000. Vol. 75. Pp. 167–185.
20. Sergeyev O., Pedersen P. On design of joint positions for minimum mass 3D frames // Structural Optimization. 1996. Vol. 11. Pp. 95–101.

nagruzki [Finite-element modelling of bridge dynamics from exposure to moving load]. *Magazine of Civil Engineering.* 2013. No. 9. Pp. 56–63. (rus)

10. Savin S.N. Dinamicheskiy monitoring stroitelnykh konstruktsiy na primere pandusa kinokontsertnogo zala «Pushkinskiy» v g. Moskva [Dynamic monitoring of building structures on the example of the concert hall "Pushkinskiy" ramp in Moscow]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 7. Pp. 58–62. (rus)
11. Denisov G.V. K voprosu o lokalizatsii kolebaniy v stroitelnykh konstruktsiyakh [On the vibrations localization in building structures]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 5. Pp. 60–64. (rus)
12. Denisov G.V., Lalin V.V. O sploshnom spektre kolebaniy balochnykh elementov [About the continuous spectrum of vibrations of beam construction elements under high-frequency effects]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 1. Pp. 91–97. (rus)
13. Olhoff N. Optimal design with respect to structural eigenvalues. *In Proceedings of 15th IUTAM Congress*. Toronto. Canada. 1980. Pp. 133–149.
14. Nakamura T., Ohsaki M. A natural generator of optimum topology of plane trusses for specified fundamental frequency. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1992. Vol. 94. Pp. 113–129.
15. Kirsch U. Combined approximations: A general reanalysis approach for structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization.* 2000. Vol. 20. Pp. 97–106.
16. Chen S.H., Yang X.W., Lian H.D. Comparison of several eigenvalue reanalysis methods for modified structures. *Structural and Multidisciplinary optimization.* 2000. Vol. 20. Pp. 253–259.
17. Haug E.J., Choi K.K., Komkov V. *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems.* New York. Academic Press. 1986. 381 p.
18. Ohsaki M. *Optimization of finite dimensional structures*. USA. CRC Press. 2010. 439 p.
19. Sergeyev O., Mroz Z. Sensitivity analysis and optimal design of 3D frame structures for stress and frequency constraints. *Computers & Structures*. 2000. Vol. 75. Pp. 167–185.
20. Sergeyev O., Pedersen P. On design of joint positions for minimum mass 3D frames. *Structural Optimization*. 1996. Vol. 11. Pp. 95–101.

Олег Анатольевич Сергеев,
+79107974190; эл. почта: nnsoa@rambler.ru

Владимир Геннадьевич Киселев,
+79103833875; эл. почта: kivg@mts-nn.ru

Светлана Анатольевна Сергеева,
+79040648651; эл. почта: nnsveta@rambler.ru

Oleg Sergeyev,
+79107974190; nnsoa@rambler.ru

Vladimir Kiselev,
+79103833875; kivg@mts-nn.ru

Svetlana Sergeyeva,
+79040648651; nnsveta@rambler.ru

© Сергеев О.А., Киселев В.Г., Сергеева С.А., 2016

Sergeyev O.A., Kiselev V.G., Sergeyeva S.A. Optimalnoye proyektirovaniye ram s uchetom ogranicheniy po prochnosti i kratnym chastotam sobstvennykh kolebaniy [Optimal design of 3d frame structures taking into account the stress and multiple natural frequency constraints]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 74–81. doi: 10.5862/MCE.61.7

doi: 10.5862/MCE.61.8

Damage identity in fatigue assessment of structures
Идентичность повреждения в расчете ресурса конструкций

S.V. Petinov,
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia
R.V. Guchinsky,
Institute for Problems of Mechanical Engineering RAS, Saint Petersburg, Russia
V.G. Sidorenko,
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

Д-р техн. наук, профессор С.В. Петинов,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия
м.н.с. Р.В. Гучинский,
Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург, Россия
студент В.Г. Сидоренко,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия

Key words: fatigue life of structures; strain-life approach; damage summation technique; identity of damage

Ключевые слова: долговечность конструкций; деформационный метод; суммирование повреждений; идентичность повреждения

Abstract. The modified strain criterion-based method for fatigue assessment of structures is discussed. The damage is estimated based on the specified parameters of the criterion and the damage summation procedure by employing the finite-element method. With a reasonably fine mesh of the finite-element model of the 'critical location' structure, the condition of the identity of damage in the material of the test specimen and the structure is provided and, respectively, the effect of uncertainty on the fatigue life assessment of the structure is reduced. The implementation of this version of the method is using the example of the fatigue life evaluation of a ship hull and superstructure detail at expansion joint. For comparison, the fatigue life of the detail is estimated using the standard S-N approach. The results are in approximate agreement; however, reducing the computational uncertainties with the help of the deformation criterion shows more physically reasonable fatigue properties of the detail.

Аннотация. Приводится развитие метода оценки ресурса конструкций, основанного на использовании деформационного критерия. Оценка повреждения в узле конструкции выполняется на основе уточнения параметров критерия и процедуры суммирования повреждений с использованием метода конечных элементов. При целесообразно мелкой сетке конечных элементов расчетной модели «критической области» узла конструкции обеспечивается условие идентичности повреждения материала образца и конструкции и соответственно снижается эффект неопределенности в оценке долговечности конструкции. Применение метода в таком представлении показано на примере оценки усталости узла конструкции корпуса и надстройки судна в районе выреза для расширительного соединения. Для сравнения выполнен расчет ресурса узла с помощью расчетной S-N кривой, характеризующей свойства сварных соединений. Получено примерное согласование результатов, однако снижение роли неопределенностей в расчете с помощью деформационного критерия дает более благоприятные показатели надежности узла.

Introduction

Fatigue assessment of welded structures according to the current rules is based on applying the S-N criteria of fatigue failure at cyclic loading [1-6], etc. The test results implemented for determining the S-N curves include a crack initiation phase and crack growth until almost complete failure of specimens in two parts. Consequently, the methodology of the analysis and the particulars of the S-N curves do not allowdetermining the indications of damage of structural details and fatigue crack size; the occurrence of the latter is uncertain. Respectively, if the residual operational life of a structure should be estimated considering the safe period of the initiated crack propagation, and the crack extensions should be evaluated by applying the recommended approaches of the linear fracture mechanics, the necessary information on the initial crack size cannot be found. Apart from that, the designed S-N curves in Refs. [1–6], etc., are composed as a unified characterization of fatigue in a range of structural steels,

Петинов С.В., Гучинский Р.В., Сидоренко В.Г. Идентичность повреждения в расчете ресурса конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 82–88.

irrespective of the mechanical properties of steels. This also brings uncertainty into the results of fatigue evaluations of structures. Development of the approaches for numerically evaluating local stresses at critical locations for fatigue analysis (Hot-spot, Notch stress approaches [3–6]) introduces additional uncertainties since the analyses recommended have to be carried out based on the elastic behavior of the material, which contradicts the mechanics of fatigue. The mentioned factors cannot provide identity of damage between the test specimen and the structural detail; this fundamental principle is realized fairly approximately.

Understanding the problem of damage fitness in test pieces and structures aroused researchers' interest decades ago. V.P. Kogaev [7] suggested a statistical theory of fatigue similitudein which the leading role was given to the stress gradient at the critical location in a structure. Lately, attempts were made to establish the criteria of damage identity based on evaluating the «informative» crack extensions within the stress concentration areas [8, 9]. However, considering the mechanisms of damage development in the polycrystalline structure of structural materials [10, 11], the significance of the durability assessment of structures should be based on the damage identity between test specimen and structure material.

The influence of the above uncertainty factors in fatigue analyses may be substantially reduced by applying the strain-life technique in which the criterion for fatigue gives the dependence of fatigue life of the cyclic strain range. Cyclic strain characterizes cyclic elastic-plastic properties of a particular structural material; it is physically and mechanically more realistic than stress in determining the material damage at the stress concentration areas where the fatigue process develops. In a sense, in fatigue testing of specimens (under strain range control), the failure of material is determined by the manifestation of the early phase of macroscopic crack initiation, by the distortion of the ascending part of the elastic-plastic hysteresis loop. Applying the criterion together with finite-element modeling of the structure and the technique of fatigue damage accumulation in critical locations allows following the principle of identity of fatigue damage of test piece and structural detail the most closely.

In fatigue analyses, when the strain-life approach is applied, the cyclic elastic-plastic strain has to be assessed at the location where damage is expected to develop in the structure. Although the local strain range may be found by using the finite-element method (FEM), the current rules, e.g., Ref. [2], recommend the approach based on Neuber's heuristic formula [12]. The approach, as well as the FEM, do not provide an analytical description of the cyclic elastic-plastic strain; therefore, fatigue assessment at irregular service loading requires transforming the continuous probability distribution of the stress history into a block diagram, or a histogram, e.g., Ref. [1].

A brief description, the necessary improvement of the criterion and the illustration of applying the method using the example of fatigue analysis of a ship structure detail at the expansion joint cut in the superstructure are given below.

Strain-life approach and the necessary improvements

The strain-life criterion for fatigue failure of materials at cyclic loading (strain range control testing) is obtained in the following form [13]:

$$\Delta\varepsilon = CN^{-\alpha} + BN^{-\beta}, \quad (1)$$

where $\Delta\varepsilon$ is the cyclic elastic-plastic strain range, *C, B,* α and β are the empirical (material) parameters of the criterion ; *N* is the number of loading cycles prior to fatigue failure of material (early crack initiation).

It was observed long ago, e.g., in Ref. [10], that fatigue damages and microcracks develop well below the conventional fatigue limit stress. Even occasional stress cycles over this stress level provide the conditions for microcracks to extend into macroscopic and resulting in fatigue failure. Respectively, this effect of irregular loading must be accounted for by lowering the «minimum damaging» stress to $0.55\sigma_e$ [2], where σ_e is the conventional fatigue limit stress (obtained at cyclic loading resting). The corresponding strain range, accordingly (1), is:

$$\Delta\varepsilon = 1.1\sigma_e / E = CN^{-\alpha} + BN^{-\beta} \quad (2)$$

at $N = 10^7$ cycles [2]. Since fatigue damage in structural components is caused mostly by the moderate service stresses, the «high-cycle» parameter, *B*, should be corrected accordingly (2):

$$B^* = 1.1\sigma_e N^{\beta} / E - CN^{\beta-\alpha}, \quad (3)$$

where the number of cycles is $N = 10^7$.

Further correction of the criterion (1) is needed since it is applied for fatigue evaluation at stress concentration; the effects of stress concentration are most pronounced in high-cycle fatigue. For this reason, the high-cycle component, $BN^{-\beta}$, should be improved taking into account correction (3):

$$\Delta\varepsilon = CN^{-\alpha} + B * N^{-\beta} K_t / K_f, \quad (4)$$

where K_t is the stress concentration factor which depends on the loading type and the detail geometry, K_f is the respective notch factor.

The elastic-plastic strain $\Delta\varepsilon$ at critical location, stress concentration area, is estimated by using Neuber's formula [12]:

$$\Delta\sigma\,\Delta\varepsilon = (K_t \Delta\sigma_n)^2 / E = S^2 / E, \quad (5)$$

where E is the elasticity modulus, $\Delta\sigma_n$ is the nominal stress range, $S = K_t\Delta\sigma_n$, is the maximum stress range in the affected location of the structural detail. To solve Eq. (5) and find the strain $\Delta\varepsilon$, the generalized cyclic stress-strain curve obtained from the cyclic testing of specimens is applied.

Using Eq. (5) does not provide analytical solution: local strain is obtained at a discrete value of nominal stress. Consequently, the continuous probability distribution of stress at the detail location should be substituted, as mentioned above, by the equivalent (in the sense of fatigue damage) step-wise diagram, i.e., histogram. The rules, e.g., [1], do not indicate unambiguous recommendations for evaluating the characteristic stress ranges, S_i, and the respective number of load cycles, n_i, for each histogram class. These histogram parameters, *equivalent by fatigue damage* to the probability distribution of stress at the detail location, can be found by applying the technique developed in [14].

Furthermore, the fatigue analysis of the examined detail is carried out by using the linear damage summation procedure:

$$\sum_i n_i(S_i) / N_i(S_i) = D, \quad (6)$$

where D is the damage index of the accumulated damage; $D = 1$ is the condition for fatigue failure of material at the stress concentration, namely, for macroscopic crack initiation according to criterion (1), $n_i(S_i)$ is the number of load cycles in the *i*-th fragment of cyclic loading of the histogram at the stress S_i; $N_i(S_i)$ is the number of load cycles determined by the material failure criterion (4).

Example of applying the approach

In a ship structure with a long superstructure, whose longitudinal walls are extending the side structure of the ship hull, the superstructure walls are transversally cut and fitted with expansion joints. Local stress increase at the cut endings is regarded as menacing the main hull integrity; fatigue analysis is necessary when designing the superstructure.

Dividing long superstructures and deck houses into separate blocks in order to retainthe stress flow within the main hull and at the weight savings of superstructures has been long known and applied in shipbuilding. However, a sensible solution for the problem of reliability of the superstructure details at the expansion joints has not been found yet ([15], [16], etc.). Dividing superstructures and deck houses makes it necessary, apart from paying attention to designing the cut endings, to assess fatigue properties of the details.

The outline of a detail of a superstructure is shown in Fig. 1. Stress analysis of the ship structure in the examined area was carried out by the FEM and the respective software. Fig. 1 also shows the finite-element mesh at the cut ending and the localization of fatigue damage. Element sizes were selected so that the necessary precision of the local stress would be maintained and the stress gradient through the elements was insignificant enough to assume that damage accumulation in the elements was uniform.

The stress in the superstructure at the cut ending is caused by the hull (and superstructure) bending and shear deformation in the seaway, both in the vertical and the horizontal planes.

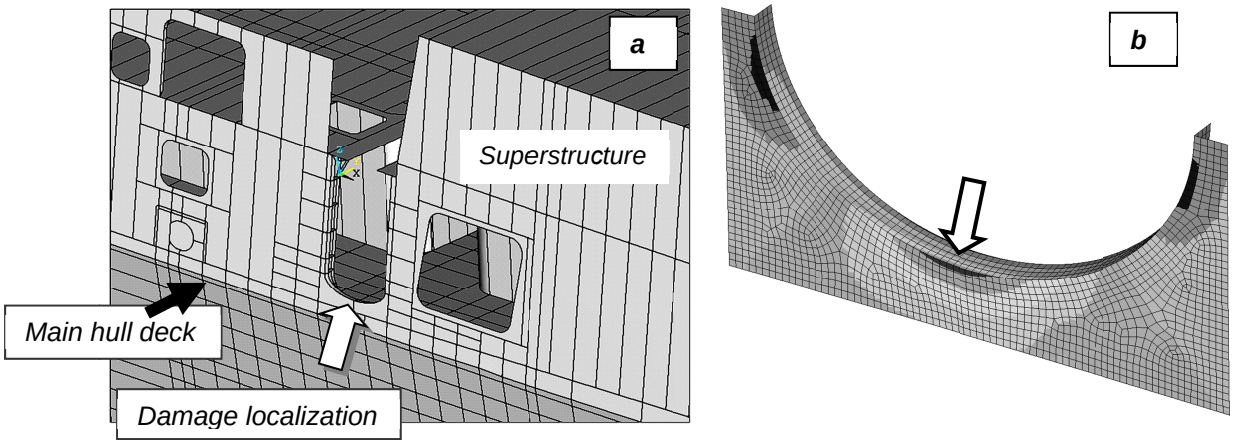

Figure 1. Superstructure at the expansion joint: geometrical model (*a*); The FE mesh and stress distribution in the detail at the cut ending (*b*)

However, for a semi-circular or a semi-elliptical shape of the cut ending in the superstructure, increases in local stress occur in different parts of the superstructure, as shown in Fig.1,b: the arrow indicates the area where a high stress is due to the bending deformation of the hull. Stress elevations caused by the shear deformation are shifted to the vertical edges of the superstructure at the cutout (Fig.1,b). For this reason, only the stresses caused by the effects of the hull (and the superstructure) bending in the vertical and the horizontal planes are considered further in fatigue analysis.

In the strength and reliability assessment of the ship and marine structures, the wave loads are characterized by the long-term probability distribution (of bending moments and respective stress) composed of the probability distribution at stationary loading conditions throughout the intended service life [1, 17], etc. The long-term probability distribution of the nominal stress caused by the hull bending is given by the two-parameter Weibull formula [17, 19]:

$$Q(S > S_1) = \exp(-(S_1 / a_s)^k), \tag{7}$$

which is understood as the probability that the stress range would exceed a provisional value of the stress range, S_1; a_s, k are the scale and the share parameters of the distribution, respectively.

The bending moments in the mid-part of the ship hull can be estimated following the rules recommended in Ref. [17]. The nominal stresses with regard to the bending modes (double amplitudes, ranges) are obtained as follows: at the hull bending in the vertical plane, $S_{v,n} = \Delta M_v / W_v$, and at the bending in the horizontal plane, $S_{h,n} = \Delta M_h / W_h$; ΔM_v and ΔM_h are the bending moments in the vertical and horizontal planes, W_v and W_h are the section modules of the hull at the sheerstrake and deck stringer joint, respectively.

The total nominal stress at the examined detail location is evaluated considering the statistical correlation of the bending moments [17, 19]. The results, the bending moments and the nominal stress ranges characterized by the exceedance $Q = 1/N_S = 2.1 \cdot 10^{-8}$ (only the time in the seaway is considered) are given in Table 1.

Table 1. Bending moments and nominal stresses in ship hull at the detail location

The mode of bending	Bending moment range, *κNm*	W_v, W_h, *m³*	Nominal stress range, *MPa*	Scale factor, a_s, *MPa*
Vertical	$4.719 \cdot 10^5$	1.9961	236.4	16.594
Horizontal	$2.098 \cdot 10^5$	2.8750	73.0	5.124
Total stress	-	-	254.6	17.872

The distribution shape parameter values according to [1], $k = 2.21 - 0.54 \lg L = 1.081$, L is the ship length, molded.

The fatigue life of the detail is assessed for two shape versions of the cut ending characterized by the values of the stress concentration factor $K_t = 1.85$ and 2.28, and of the maximum total stress $S_{\max} = 466.9$ and 581.6 MPa, respectively.

The material of the structure is a higher-strength steel (D40S) whose yield stress is $\sigma_y = 390$ MPa, and the conventional fatigue limit stress amplitude is $\sigma_e = 112$ MPa (loading along the superstructure side shell and flange joint, the weld thoroughly machined, 100% NDT). The parameters of criterion (4) of the steel are [20]: $C = 0.400$, $\alpha = 0.653$, $B = 0.015$, $\beta = 0.140$; corrected (3) parameter $B^* = 0.0058$.

Notch factor values of both detail versions are estimated by applying Peterson's [21] formula: $K_f = 1 + (K_t - 1)/(1 + g/r)$, where r is the notch root radius (cut ending), g is the «structural parameter», for hull structural steels $g = 0.38(350/\sigma_u)^{1.16}$, σ_u is the ultimate strength of the steel. In the examined detail, the root radius is substantially larger than the structural parameter; approximately, $K_f \approx 1 + (K_t - 1)/1.02$.

The necessary cyclic stress-strain curve for evaluating the strain range values at the stress concentration is found in Ref. [20]. The appropriate technique of using Neuber's formula (5) and the cyclic curve for evaluating the local strain range values is also shown in Ref. [20], etc.

In order to estimate the fatigue life of the detail, the parameters of the histogram *equivalent by fatigue damage* to the distribution (7) have to be determined. For the version of the cut ending shape which is specified by $K_t = 2.28$, $S_{\max} = S_{n,\max} \cdot K_t = 254.6 \cdot 2.28 = 581.0$ MPa, the total stress range is arbitrarily subdivided into 7 sub-ranges, or classes (based on the recommendations in Ref. [1]), Table 2. Furthermore, the relative number of equivalent loading cycles (probability of the class in the ensemble) p_i, the partial damage d_i and the equivalent stress range S_i^{eq} are estimated for each stress class by applying the procedure described in Refs. [14, 18]. The results are given in Table 2.

Table 2. Parameters of the equivalent stress histogram

S, class, MPa	28 – 107	107 – 186	186 – 265	265 – 344	344 – 423	423 – 502	502 – 581
p_i	0.455	0.053	$5.270 \cdot 10^{-3}$	$4.802 \cdot 10^{-4}$	$4.120 \cdot 10^{-5}$	$3.370 \cdot 10^{-6}$	$2.650 \cdot 10^{-7}$
d_i	0.231	0.680	0.398	0.125	0.028	0.0049	0.000735
S_{eq}, MPa	68.52	137.5	214.1	291.8	371.0	448.9	532.1

The values of the strain range for each class of the histogram are obtained through the equivalent stresses S_i^{eq} and the cyclic curve of the steel following (5); the strain ranges $\Delta\varepsilon_i$ are applied to calculate fatigue lives $N_i(\Delta\varepsilon_i)$, and the damage is assessed accordingly (6):

$$\sum_i n_i(S_i^{eq}) / N_i(S_i^{eq}) = N^* \sum_i p_i(S_i^{eq}) / N_i(\Delta\varepsilon_i) = D. \qquad (8)$$

The results of the damage evaluation are presented in Table 3 for the two versions of the cut ending shape, the semi-elliptical (1) and the semi-circular (2). For comparison, the results of the damage calculation following the standard scheme with the S-N criteria parameters recommended in Refs. [4, 5] are also given in Table 3.

Table 3. Fatigue life (accumulated damage) of the detail

Shape version	$S_{eq}^{\max}$, **MPa**	$K_t^{(eq)}$	**Damage, D, approach**	
			Strain-life	**Stress-life**
1	466.9	1.85	0.325	0.581
2	581.6	2.28	1.280	1.467

Петинов С.В., Гучинский Р.В., Сидоренко В.Г. Идентичность повреждения в расчете ресурса конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 82–88.

As can be seen from the table data, the necessary fatigue life of the detail is not provided when the semi-circular shape of the cut ending (2) might be applied. If the cut ending is given a semi-elliptical shape, (1) fatigue life is provided with a notable factor of safety.

Evidently, the strain-life approach results in better reliability characteristics of the structure than the standard method based on applying the S-N criteria. It may be explained by using particular steel characteristics in the analysis (the designed S-N curve [1] presents generalized data on a range of steels, from low-carbon to higher-strength steels); strain is physically and mechanically more correct than stress in characterizing fatigue damage, the strain-life criterion defines damage at an early stage of macroscopic crack origination.

It should be noted that the damage estimated by the strain-life approach predicts the initiation of a macroscopic fatigue crack in the side shell of the superstructure at the cut ending within the limits of the finite-element size in Fig.1,b. This suggestion is based on the principle of terminating fatigue testing and defining the parameters of criterion (4) – as mentioned above – by transition of the microscopic crack into a macroscopic one in the gage part of the specimen.

Respectively, allowing for insignificant conservatism (the local cyclic strain is almost constant within the limits of the volume included into the finite-element size of the fine mesh) it may be concluded that the displayed approach provides the identity of fatigue damage between the test specimen and the critical location of the structural detail. This statement certainly does not extend to the effects of uncertainties in fatigue analyses of structures, where the most substantial source may be the variability of service loads in practice compared to those recommended by the rules.

Conclusion

A modified strain-life approach for structural fatigue assessment is briefly discussed. In combination with the finite-element modeling of the structure, in particular, when the critical location area is modeled with the necessarily fine mesh, the most substantial principle of fatigue modeling is provided by the approach, i.e., the principle of damage identity between the test specimen and the fatigue-affected area of the structure.

The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research grant No. 16–08–00845.

References

1. Fatigue Assessment of Ship Structures. *Classification Notes.* No. 30.7. Det Norske Veritas. Hovik. Norway. June 2010. 108 p.
2. *EUROCODE 3: Design of Steel Structures, Part 1–9: Fatigue*. BS-EN 1993-1-9, 2005. 36 p.
3. Fricke W. *Guideline for the Fatigue Assessment by Notch Stress Analysis for Welded Structure*. Int. Institute of Welding, IIW–Doc. XIII–2240r–08/XV–1289r–08. Cambridge. Abington. 2008. 46 p.
4. Hobbacher A. *Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components.* Int. Institute of Welding, IIW Document XIII–2151r1–07 / XV–1254r1–07. Cambridge. Abington. 2007. 143 p.
5. Niemi E., Fricke W., Maddox S.J. *Structural Hot-spot Stress Approach to Fatigue Analysis of Welded Components. Designers' Guide*. Int. Institute of Welding, IIW–Doc. XIII–WG3–31r1–14. Cambridge. Abington. 2015. 49 p.
6. Nykanen T., Bjork T. Assessment of fatigue strength of steel butt-welded joints in as-welded condition - Alternative approaches for curve fitting and mean stress effect analysis. *Marine Structures*. 2015. Vol. 44. Pp. 288–310.
7. Kogaev V.P. Statistical Theory of Fatigue Failure Similitude. *Fatigue of Engineering Materials and Structures*. 1979. Vols. 2, 4. Pp. 177–180.
8. Petinov S.V., Reemsnyer H., Thayamballi A. The Similitude of Fatigue Damage Principle: Application in S-N Curves-based Fatigue Design. *Proc. of the Intern. Symposium «Fatigue Design» VTT*. Espoo. 1998. Vol.1. Pp. 219–228.

Литература

1. Fatigue Assessment of Ship Structures // Classification Notes. №30.7. Det Norske Veritas. Hovik. Norway. June 2010. 108 p.
2. EUROCODE 3: Design of Steel Structures, Part 1–9: Fatigue. BS-EN 1993-1-9, 2005. 36 p.
3. Fricke W. Guideline for the Fatigue Assessment by Notch Stress Analysis for Welded Structure / Int. Institute of Welding, IIW–Doc. XIII–2240r–08/XV–1289r–08. Cambridge. Abington. 2008. 46 p.
4. Hobbacher A. Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Component / Int. Institute of Welding, IIW Document XIII–2151r1–07 / XV–1254r1–07. Cambridge. Abington. 2007. 143 p.
5. Niemi E., Fricke W., Maddox S.J. Structural Hot-spot Stress Approach to Fatigue Analysis of Welded Components. Designers' Guide / Int. Institute of Welding, IIW–Doc. XIII–WG3–31r1–14. Cambridge. Abington. 2015. 49 p.
6. Nykanen T., Bjork T. Assessment of fatigue strength of steel butt-welded joints in as-welded condition - Alternative approaches for curve fitting and mean stress effect analysis // Marine Structures. 2015. Vol. 44. Pp. 288–310.
7. Kogaev V.P. Statistical Theory of Fatigue Failure Similitude // Fatigue of Engineering Materials and Structures. 1979. Vols. 2, 4. Pp. 177–180.
8. Petinov S.V., Reemsnyer H., Thayamballi A. The Similitude of Fatigue Damage Principle: Application in S-N Curves-based Fatigue Design // Proc. of the Intern. Symposium «Fatigue Design» VTT. Espoo. 1998. Vol.1. Pp. 219–228.

Petinov S.P., Guchinsky R.V., Sidorenko V.G. Damage identity in fatigue assessment of structures. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 1. Pp. 82–88. doi: 10.5862/MCE.61.8

9. Petinov S.V., Thayamballi A.K. The application of S-N curves considering mismatch of stress concentration between test specimen and structure. *Journal of Ship Research*. 1999. Vol. 42. No. 1. Pp. 29–41.
10. Forsyth P.J.E. *The Physical Aspects of Metal Fatigue*. Blackie and Son. London. 1969. 340 p.
11. Ivanova V.S. *Rasrushenie metallov* [Fracture of Metals]. Moscow. Metallurgiya. 1979. 168 p. (rus)
12. Neuber H. Theory of Stress Concentration for Shear Strained Prismatic Bodies with Arbitrary Non-Linear Stress-Strain Law. Trans. *Journal of Applied Mechanics*. 1961. Vol. 28. Pp. 544–550.
13. Manson S.S., Muralidharan U. A Modified Universal Slopes Equation for Estimation of Fatigue Characteristics of Metals. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1988. Vol. 110. Pp. 55–58.
14. Guchinsky R.V., Petinov S.V. Fatigue Assessment of Tubular Structures. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No. 1. Pp. 39–47.
15. Sivers N.L. *Proektirovanie sudovykh nadstroek* [Design of Ship Superstructures]. Leningrad. Sudostroenie. 1966. 228 p. (rus)
16. Sielski R. A. *Aluminum Marine Structure Design and Fabrication Guide.* USCG Project 1448. 2007. 429 p.
17. Korotkin Ja.I., Rabinovich O.N., Rostovtsev D.M. *Volnovye nagruzki korpusa sudna* [Wave Loads on Ship Hull] Leningrad. Sudostroenie. 1987. 236 p. (rus)
18. Petinov S.V., Guchinsky R.V. Fatigue assessment of ship superstructure at expansion joint. *International Journal of Maritime Engineering*. 2013. Vol. 155. Part A4. Pp. A201–A209.
19. Cramer E.H,. Loseth R., Oliasen K., Valsgard S. Fatigue Design of Ship Structures. *Proceedings, PRADS-95*. Seoul. Korea. 1995. Pp. 2.898–2.909.
20. Petinov S.V. *Fatigue Analysis of Ship Structures*. USA. NJ. Backbone Publishing Co. 2003. 262 p.
21. Peterson R.E. *Stress Concentration Factors. A Handbook.* J. Wiley & Sons. New York. 1974. 560 p.

9. Petinov S.V., Thayamballi A.K. The application of S-N curves considering mismatch of stress concentration between test specimen and structure // Journal of Ship Research. 1999. Vol. 42. №1. Pp. 29–41.
10. Forsyth P.J.E. The Physical Aspects of Metal Fatigue. London: Blackie and Son, 1969. 340 p.
11. Иванова В.С. Разрушение металлов. М.: Металлургия. 1979. 168 с.
12. Neuber H. Theory of Stress Concentration for Shear Strained Prismatic Bodies with Arbitrary Non-Linear Stress-Strain Law // Journal of Applied Mechanics. 1961. Vol. 28. Pp. 544–550.
13. Manson S.S., Muralidharan U. A Modified Universal Slopes Equation for Estimation of Fatigue Characteristics of Metals // Journal of Engineering Materials and Technology. 1988. Vol. 110. Pp. 55–58.
14. Петинов С.В., Гучинский Р.В. О расчетах долговечности трубчатых конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2013. №1(36). С. 39–47.
15. Сиверс Н.Л. Проектирование судовых надстроек. Л.: Судостроение, 1966. 228 с.
16. Sielski R. A. Aluminum Marine Structure Design and Fabrication Guide. USCG Project 1448. 2007. 429 p.
17. Короткин Я.И., Рабинович О.Н., Ростовцев Д.М. Волновые нагрузки корпуса судна. Л.: Судостроение, 1987. 236 с.
18. Petinov S.V., Guchinsky R.V. Fatigue assessment of ship superstructure at expansion joint // International Journal of Maritime Engineering. 2013. Vol. 155. Part A4. Pp. A201–A209.
19. Cramer E.H., Loseth R., Oliasen K., Valsgard S. Fatigue Design of Ship Structures // Proceedings, PRADS-95. Seoul, Korea, 1995. Pp. 2.898–2.909.
20. Petinov S.V. Fatigue Analysis of Ship Structures. NJ., USA: Backbone Publishing Co., 2003. 262 p.
21. Петерсон Р.Е. Коэффициенты концентрации напряжений. М.: Мир, 1977. 302 с.

Sergei Petinov,
+7(812)5526303; sergei.petinov@gmail.com

Ruslan Guchinsky,
+7(906)2499695; ruslan239@mail.ru

Valentina Sidorenko,
+7(999)2140020; Valentina.sidorenko@list.ru

Сергей Владимирович Петинов,
+7(812)5526303; эл. почта: sergei.petinov@gmail.com

Руслан Валерьевич Гучинский,
+7(906)2499695; эл. почта: ruslan239@mail.ru

Валентина Геннадьевна Сидоренко,
+7(999)2140020; эл. почта: Valentina.sidorenko@list.ru

© Petinov S.V., Guchinsky R.V., Sidorenko V.G., 2016

Петинов С.В., Гучинский Р.В., Сидоренко В.Г. Идентичность повреждения в расчете ресурса конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 82–88.