

## Экстремальные задачи расчета свободноконвективных движений в навесных вентилируемых фасадах

**Инженер, ассистент Д. В. Немова,**

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

**магистрант В.А. Емельянова,**

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

**студент Д.Р. Мифтахова,**

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

**Аннотация.** Системы навесных вентилируемых фасадов в последнее время набирают все большую популярность. В первую очередь это объясняется многофункциональностью этих систем. Навесные вентилируемые фасады не только придают зданиям выразительный архитектурный облик, но и обеспечивают защиту здания от внешних воздействий и эффективно справляются с теплозащитой здания. Основные существующие методики для расчета этих ответственных конструкций базируются на требованиях нормативных документов.

В настоящей статье представлен гидравлический метод расчета систем навесных вентилируемых фасадов с помощью экстремальных задач. Экстремальные условия разделяют действительные и виртуальные движения вязкого воздуха в вертикальных вентилируемых щелях. Их применение приводит к слабым формулировкам предельных задач, удобным для оценки гидравлических элементов движения. Метод базируется на экстремальной задаче Эккера, решение приводится с помощью уравнений Крокко.

**Ключевые слова:** свободноконвективное движение; баротропность; потери напора; предельная задача; топология

**Элементарное условие экстремума.** Свободноконвективные движения (СКД) в вентилируемых вертикальных каналах навесных фасадов реализуются за счет работы силы Архимеда. Пусть задана высота канала, условия передачи теплоты и значения потерь. Среди множества каналов необходимо найти канал, обеспечивающий пропуск максимального расхода (гидравлически оптимальный канал). Доказывается, что в таком канале средняя скорость  $v$  СКД и размеры канала (высота  $L$  и ширина  $h$ ) удовлетворяют оценкам:

$$v = O\left(\frac{\sqrt{(gL)^3}}{RT_0}\right),$$

$$\frac{L}{h} = O\left(\frac{1}{\lambda}\right),$$

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения.

**Вариационная задача и уравнение типа Крокко.** Интенсивность СКД и условие передачи теплоты. Пусть  $\dot{Q} = \dot{Q}(\theta)$ ,  $u = u(\theta)$  – безразмерный тепловой поток и безразмерная скорость в сечениях СКД (потока как функции безразмерного температурного напора  $\theta$ ),  $\theta := \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \in [0,1]$ .

Переменная  $\theta$  удобна тем, что монотонно изменяется от горячей стенки щели к холодной поперек потока. Тогда безразмерный тепловой поток формируется предельной задачей типа Крокко:

$$\dot{Q} \frac{d^2 \dot{Q}}{d\theta^2} + 3\sigma u(\theta) = 0, \quad \dot{Q}(0) = \left(\frac{d\dot{Q}}{d\theta}\right)_{\theta=1} = 0.$$

Немова Д.В., Емельянова В.А., Мифтахова Д.Р. Экстремальные задачи расчета свободноконвективных движений в навесных вентилируемых фасадах

Обозначим:  $\dot{Q}(1) := N, N := \frac{\alpha \delta}{\kappa}$  – число Нуссельта по толщине пограничного слоя (примерно  $3^{1/4}$ ). Тогда в действительном СКД:

1) выполняется неравенство:  $N \leq \sqrt{3\sigma \int_0^1 u d\theta}$  – аналогия Рейнольдса, связывающая норму

скорости и норму интенсивности теплообмена;

2) выполняется условие минимума положительного функционала:

$$\mathfrak{J}(\dot{Q}) = \int_0^1 \left( \frac{1}{2} \left( \frac{d\dot{Q}}{d\theta} \right)^2 + 3\sigma u \ln \frac{N}{\dot{Q}} \right) d\theta \rightarrow \inf \geq 0.$$

Из условия минимума следует, что поперек пограничного слоя подъемной силы величина теплового потока наименее отклоняется от  $N$ . Действительно, если  $\dot{Q} = N$  везде поперек СКД, то функционал достигает точной нижней грани (равной 0).

### 1. Аналитический обзор

Конструкция навесного фасада предусматривает проветривание воздушного зазора между горячей (защищаемой) стеной здания и холодной плоскостью покрытия в условиях свободного (термогравитационного) движения воздуха в зазоре. Определение скорости движения воздуха в обогреваемом вертикальном плоском зазоре – старая задача гидродинамики, восходящая к Омбеку, Лоренцу, Эккерту. Гидравлические расчеты таких движений представлены в меньшей степени [1–17].

В одной из последних работ [18] предпринята попытка гидравлической интерпретации модельных экспериментов Ю.С. Чумакова [19–22] по свободной конвекции воздуха в плоской вертикальной щели с управляемым обогревом горячей плоскости. В специальной серии экспериментов рассматривались изотермический обогрев зазора и обогрев при постоянной плотности теплового потока на горячей плоскости. Холодная плоскость имитировала адиабатную границу щели. Изменялась также величина толщины воздушного зазора (примерно вдвое). Область режимов движения воздуха – низкорейнольдсова, числа  $Gr = O(10^6 - 10^8)$ . Область изменения температурного напора варьировалась на порядок (от 10 до 70–80 °С). Определялись: поля осредненной скорости и температурного напора, моменты скорости и температурного напора второго порядка, градиенты осредненной скорости и температурного напора на горячей (обогреваемой) плоскости.

Основные результаты интерпретировались в предположении, что рейнольдсово число для движения в зазоре связано с масштабом свободной конвекции порядковой оценкой:

$$Re_h = O(Gr_h), Re_h := \frac{vh}{\nu}, Gr_h = \frac{gh^3}{\nu^2} \frac{T_h - T_c}{T_f},$$

где  $T_{h,c}$  – температура горячей плоскости и холодного воздуха;  $T_f$  – температура воздуха в зазоре.

Получены оценки порядка средней скорости  $v$ , коэффициента трения и средних по длине канала значений коррективов квадрата и куба скорости движения. Вместе с тем, как всякий модельный эксперимент, это исследование опускает существенные детали. Задачей настоящей работы является уточнение особо значимых нюансов.

1. *Оценка влияния протечек холодного воздуха через швы между плитами облицовки.* Наличие швов необходимо по условиям работы фасада. Подсос холодного воздуха опрокидывает восходящее движение воздуха тем интенсивнее, чем больше перепад давления на щели между холодным воздухом и потоком прогретого воздуха в щели. *Пьезометрическая же линия вертикального канала в работе [18] не определялась*, протечки локализовывались уплотнениями на штуцерах датчика скорости и температуры (термоанемометра) на горячей плоскости модели.

2. *Расчет переменности плотности воздуха по высоте.* В работе [18] определялась только средняя по высоте канала скорость  $v$  и она же считалась неизменной в каждой серии опытов. В условиях сильной баротропности ( $n < 1$ ) прогрев воздуха приводит к заметному падению его плотности по ходу потока, так что будет правильнее обозначить постоянство массовой скорости  $\rho v$ . Косвенно это замечание подтверждается падением моментов второго порядка по длине канала, что характерно именно для конфузорного (разгонного) движения. Действительно, поскольку  $d\rho / dz < 0$ , то  $dv / dz > 0$ ,  $z$  – продольная (вертикальная) координата.

3. *Оценка влияния местных потерь напора, обусловленных конструкцией фасада.* В работе [18] исключались все местные потери напора, кроме неизбежных потерь напора на выход. Так, безударный вход в канал симулировался вертикальным выносом экрана на 10–15 калибров щели вверх и т. д.

В работе [23] предложено оценивать среднюю по высоте воздушной прослойки скорость по формуле:

$$v = \frac{\sqrt{(gL)^3}}{RT_c},$$

где  $v$  – средняя скорость;

$R$  – индивидуальная газовая постоянная воздуха;

$T_c$  – температура холодного воздуха;

Размер воздушной прослойки фасада, достаточный для проветривания (оптимальный зазор), предложено оценивать как  $\frac{L}{h} = O\left(\frac{1}{\lambda^*}\right)$ ,

где  $\lambda^* = \lambda + \frac{h}{L}\zeta$ ;

$\zeta$  – коэффициент местных потерь напора без учета потерь напора на выход;

$L, h$  – соответственно продольный и поперечный размеры воздушной прослойки;

$\lambda$  – коэффициент гидравлического трения.

## 2. Постановка задачи

2.1. В работе [24] получено выражение для средней скорости затекания воздуха в щель снизу вверх при свободноконвективном движении:

$$\beta_0 = \beta\pi^{\frac{2}{n}} = \varphi\pi^{\frac{2}{n}}\Lambda \sqrt{\frac{k-n}{kn\left(1-\varphi^2\pi^{\frac{2}{n}}\right)}}, \beta_0 = \frac{v_0}{\sqrt{RT_c}}.$$

Индексом 0 отмечены параметры в сечении  $z = 0$ . Как видно, интенсивность течения определяется показателем  $n$ ,  $\pi = \rho / \rho_0$ ,  $\varphi < 1$  – коэффициент скорости. Точное определение  $n$  (показателя политропы) связано с расчетом интенсивности теплообмена, т. е. с решением уравнений гидродинамики неизотермических движений. В принципе такой подход возможен, но трудоемок и не позволяет получить обзорных результатов. Так, симуляция неизотермического течения требует предварительной настройки солвера. Такие расчеты были выполнены и показали, что:

- в широкой щели влияние адиабатной границы не влияет на развитие течения;
- пограничный слой подъемной силы не заполняет целиком сечения канала;
- движение такое же, как и в пограничном слое на вертикальной пластине в неограниченном пространстве;
- деформация профиля скорости существенна по длине (узкого или широкого) канала;
- профиль температурного напора мало деформируется
- располагая профилями скорости и напора, можно рассчитать коэффициенты трения и теплопередачи по длине канала и найти поля коэффициентов трения, передачи теплоты, коррективов квадрата и куба скорости и т. д.

2.2. В работе [24] показано, что изменением профиля скорости по длине вертикального потока пренебрегать нельзя. Изменение корректива куба скорости существенно. Высказано эвристическое предположение, что в *действительном восходящем потоке изменение скоростного напора по длине не больше, чем в любом виртуальном восходящем потоке*. Иначе:  $d(\alpha w^2) \leq \delta(\alpha w^2)$ , где  $\alpha$  – корректив куба скорости. Ввиду неравенства Коши  $\alpha_0^2 \leq \alpha$ , где  $\alpha_0$  – корректив квадрата скорости, изменение импульса по длине потока минимально.

2.3. Для гидравлических задач постановка предельных условий в любом симуляторе CFD избыточна и ставится в сильной топологии (поточечной или равномерной сходимости), типичной для предельных задач физики. Разумно же ослаблять топологию задачи, решая вместо точных дифференциальных уравнений задачи на минимум некоторых функционалов, загрубля тем самым предельные условия [25]. На этом пути удается просто оценить гидравлические элементы неизотермического движения. Опираясь на исследования предшественников [26–33] и данное исследование, удалось получить следующие результаты.

### 3. Конкретные результаты

3.1. Эволюция восходящего потока. Решается дифференциальное уравнение Бернулли для восходящего потока на корректив куба скорости  $\alpha$ :

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{\alpha w^2}{2\rho^2}\right) + gh d\bar{z} + \lambda^* \frac{w^2}{2\rho^2} d\bar{z} = 0, \quad d\bar{z} := \frac{dz}{h}.$$

Тогда  $\alpha = \alpha_0 + \left(E + Fr - \lambda^* \frac{gh}{RT_c} \frac{L}{h}\right) Z$ , где  $Z = \frac{gz}{RT_0}$ ,  $E = \frac{2p_0\rho_0}{w^2}$ ,  $Fr = \frac{2\rho_0^2 gh}{w^2}$  – числа

Эйлера и Фруда; индексом 0 отмечены значения в сечении  $z = 0$ . Попутно получается, что при  $Z \leq \Lambda = gL / (RT_c) \ll 1$  распределение корректива куба скорости не зависит от  $p$ . Это следует из формулы бинорма Ньютона.

Значит, если  $E + Fr - \lambda^* \frac{gh}{RT_c} \frac{L}{h} < 0$ , то корректив куба скорости убывает вдоль потока,

иначе – не убывает вдоль потока. В действительных движениях экспериментально фиксируются обе ситуации: неоднородность профиля скорости может расти и уменьшаться по длине восходящего потока. CFD симуляторы не позволяют выяснить причин эффекта стабилизации в явном виде. Вот возможное объяснение.

Для создания равномерного потока необходимо, чтобы отклонение корректива куба скорости от 1 было бы минимально. Например, по среднеквадратичной норме:

$$\int_0^\Lambda (\alpha - 1)^2 dZ \rightarrow \inf \geq 0.$$

Это условие равносильно такому:  $\lambda^* \frac{L}{h} - \Lambda(E + Fr) = \frac{3}{2}(\alpha_0 - 1)$ . Стало быть, справедлива оценка для канала, обеспечивающего равномерный в среднем по длине поток:  $\frac{L}{h} = \frac{3(\alpha_0 - 1)}{2\lambda^*} + \frac{\Lambda}{\lambda^*}(E + Fr)$ . Такую вентилируемую щель естественно назвать *гидравлически оптимальной*.

Пусть высота фасада  $L$  фиксирована. Значит, чем больше массовый расход сквозь вентилируемый зазор, тем меньше обратный калибр и тем больше ширина канала  $h$ ; чем больше коэффициент потерь  $\lambda^*$ , тем более широкая щель необходима для пропуска потока и т. д. Как видно, это определение гидравлически оптимальной щели согласуется с определением, данным в работе [18] для частного случая модельной щели.

3.2. *Предельная задача Крокко.* В работе [26] приведены решения уравнений движения и энергии для свободной конвекции в виде рядов функций от безразмерной поперечной координаты  $\zeta$ .

Оказывается, что в качестве поперечной координаты удобнее рассматривать безразмерный температурный напор  $\theta \in [0, 1]$ , монотонно убывающий поперек слоя подъемной силы от 1 до 0.

Пусть  $Q = -\frac{d\theta}{d\zeta} = Q(\theta)$ ,  $u = f'(\zeta) = u(\theta)$ ,  $f$  – безразмерная функция тока. Тогда  $u = u(\theta)$  – безразмерная скорость в слое подъемной силы. Очевидно, что на внешней границе пограничного слоя подъемной силы  $\theta = 0$ ,  $Q(0) = 0$ . Уравнение энергии принимает вид:

$$\frac{dQ}{d\theta} - 3\sigma \int_{\theta}^1 \frac{udt}{Q(t)} = 0.$$

Число Прандтля  $\sigma$  для воздуха близко к 1; кроме того, сразу же получается:

$$\left(\frac{dQ}{d\theta}\right)_{\theta=1} = 0.$$

Дифференцированием по  $\theta$  дифференциальное уравнение энергии приводится к уравнению типа Крокко [27]:

$$Q \frac{d^2 Q}{d\theta^2} + 3\sigma u = 0.$$

Предельные условия:

$$Q(0) = \left(\frac{dQ}{d\theta}\right)_{\theta=1} = 0.$$

Пусть  $u = u_0 = \text{const}$  – распределение скорости поперек потока стилизовано «ступенькой» (см. рис. 3). Решение предельной задачи Крокко есть:

$$\sqrt{6\sigma u_0} \theta = N \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\ln \frac{N}{Q}} \right), \quad N := Q(0),$$

причем  $N = k\delta / \kappa$  – число Нуссельта, построенное по толщине пограничного слоя, где  $k$  – коэффициент теплопередачи от стенки к воздуху;  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности воздуха;  $\operatorname{erfc}(z)$  – дополнительный интеграл вероятности. Считается, что конвекция «morte» по Верно.

Пусть  $\theta = 1$ , тогда  $Q = N$  и  $N = \sqrt{\frac{6\sigma u_0}{\pi}}$ .

С другой стороны, значение  $N$  известно, см. [27]. Тогда для средней безразмерной скорости в пограничном слое получается:

$$u_0 = \frac{\pi N^2}{6\sigma}.$$

Простые подсчеты показывают, что тогда

$$\sqrt{\frac{1}{n} - \frac{1}{k}} = 1,24 \sqrt{\lambda^*} \left(\frac{L}{h}\right)^{\frac{5}{4}} \sqrt{\frac{B}{\Re}}, \quad B := \frac{RT_c}{gL}, \quad \Re := \frac{\sqrt{ghL}}{\nu}.$$

**Примеры.**

1. Дано:  $\lambda^* = 0,04$ ;  $h = 0,2$  м,  $L = 50$  м;  $R = 287 \text{ м}^2/(\text{с}^2\text{К})$ ,  $T_c = 270$  К. Тогда:  $B = 155$ ;  $R = 7 \cdot 10^6$ ,  $n^{-1} = 0,204$ ,  $n = 0,495$ .

2. Те же условия, но  $\lambda^* = 0,02$ . Тогда  $n^{-1} = 1,38$ ,  $n = 0,72$ . Уменьшение  $\lambda^*$  (интегральных потерь в щели) приводит к тому, что для перемещения воздуха требуется меньшая интенсивность передачи теплоты.

3. Пусть  $h = 0,3$  м,  $\lambda^* = 0,04$ , остальные значения те же. Тогда  $n = 0,92$ . Увеличение ширины канала увеличивает его пропускную способность: требуется меньшая, чем в примере 1, интенсивность теплообмена.

4. Условия примера 3,  $\lambda^* = 0,02$ ; тогда  $n = 1,12$ .

5. Условия примера 3,  $L = 100$  м. Тогда  $B = 78$ ,  $R = 1,73 \cdot 10^7$ ,  $n = 0,51$ . По сравнению с примером 3 требуется большая интенсивность теплопередачи для перемещения воздуха в канале большей длины;

6. Условия примера 5,  $\lambda^* = 0,02$ . Тогда  $n = 0,75$  и перемещение воздуха при уменьшении потерь требует меньшей интенсивности теплопередачи.

3.3. *Вариационное условие для уравнения Крокко* [28]. Прежде всего, из уравнения Крокко и предельных условий интегрированием по  $\theta$  от 0 до 1 получается интегральное тождество:

$$\int_0^1 \left( \frac{dQ}{d\theta} \right)^2 d\theta = 3\sigma \int_0^1 u d\theta.$$

В левой части применяется неравенство Коши:

$$\left( \int_0^1 \frac{dQ}{d\theta} d\theta \right)^2 = Q^2(0) = N^2 \leq 3\sigma \int_0^1 u d\theta,$$

что немедленно приводит к «аналогии Рейнольдса» между теплопередачей и переносом импульса в восходящем потоке:

$$N \approx \sqrt{3\sigma \|u\|}.$$

Здесь под нормой скорости понимается среднее арифметическое по температурному напору значение скорости. Оценка теплопередачи может производиться в слабой топологии.

Далее, предельная задача для уравнения Крокко – это необходимое условие минимума для положительного функционала:

$$\varphi(Q) = \int_0^1 \left( \frac{1}{2} \left( \frac{dQ}{d\theta} \right)^2 + 3\sigma u(\theta) \ln \frac{N}{Q} \right) d\theta.$$

В действительном неизотермическом движении  $0 = d\varphi \leq \delta\varphi$ . Кроме того, ясно, что для решения вариационной задачи необходимо, чтобы  $Q \in W_2^{(1)}[0,1]$ , а для решения предельной задачи необходимо, чтобы  $Q \in C^{(2)}[0,1]$ . Но  $C^{(m)}(0,1) \subset W_2^{(m)}(0,1)$ , т.е. решение вариационной задачи слабее решения точной предельной задачи.

Пусть  $Q = N = \text{const}$ . Тогда  $\varphi(N) = 0$  и функционал  $\varphi(Q)$  достигает точной нижней грани, равной 0. Значит, в действительном движении тепловой поток, передаваемый поперек слоя щели от горячей стенки воздуху, наименее отличается от теплового потока на стенке, т. е. передача теплоты осуществляется предельно экономно, с минимальным рассеиванием тепловой мощности, вводимой в поток от горячей грани канала.

## Выводы

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

Определено, что в действительном термогравитационном движении воздуха в вентилируемой вертикальной щели выполняется эвристическое условие минимума теплового потока.

Показано, что в действительном термогравитационном движении передаваемый воздуху от горячей стенки поток теплоты минимален. На это указывает то, что уравнение Крокко для переноса теплоты совпадает с необходимым условием минимума для положительного функционала  $\varphi(Q)$ .

Показано, что преимущество прямого подхода состоит в том, что можно минимизировать функционал  $\varphi(Q)$ , не решая дифференциального уравнения на тепловой поток. Из аналогичных соображений устанавливается форма профиля скорости по всей длине канала, минимизирующая потери напора в термогравитационном движении.

## Литература

1. Страхович К.И. Гидрогазодинамика. Л.: Изд-во ЛПИ, 1964, 132 с.
2. Страхович К.И., Гидрогазодинамика, избранные труды. Л.–М.: Наука, 1980. С. 234.
3. Прандтль Л., Гидроаэромеханика. М.: ИИЛ, 1951. 516 с.
4. Колешко С.Б., Чумаков Ю.С. Турбулентный свободноконвективный теплообмен на вертикальной поверхности со ступенчатым нагревом при инверсии теплового потока // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48. №3. С. 419–423.
5. Volodina Yu.M., Chumakov Yu.S. Structure of a free-convective flow near a vertical surface with stepwise heating // Heat Transfer Research. 2008. Т. 39. №6. С. 469–478.
6. Колешко С.Б., Чумаков Ю.С. Моделирование турбулентного теплообмена применительно к пристенному свободноконвективному течению // Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 45. №3. С. 392–399.
7. Колешко С.Б., Лапин Ю.В., Чумаков Ю.С. Турбулентный пограничный свободноконвективный слой на вертикальной нагретой пластине. Закономерности температурного слоя. // Теплофизика высоких температур. 2005. Т. 43. №3. С. 431–441.
8. Kuzmitskiy O.A., Nikolskaya S.B., Chumakov Yu.S. Spectral and correlation characteristics of velocity and temperature fluctuations in a free-convection boundary layer // Heat Transfer Research. 2002. Vol. 33. No. 3–4. Pp. 144–147.
9. Fedotov A.V., Chumakov Y.S. Multi-equation turbulence model for a free convection boundary layer // Heat Transfer Research. 2002. Vol. 33. No. 1–2. С. 22–27.
10. Kishinami K., Saito H. Natural Convective Heat Transfer on a Vertical Plate with Discontinuous Surface Temperature. Effect of Heat Conduction in the Plate // Bulletin of JSME. 1986. Vol. 29. No.253. P. 2145.
11. Rosca A.V., Pop I. Flow and heat transfer over a vertical permeable stretching/shrinking sheet with a second order slip Original Research Article // International Journal of Heat and Mass Transfer 2013. Vol. 60. Pp. 355–364.
12. Greene G.A. Heat Transfer // Encyclopedia of Physical Science and Technology (Third Edition), 2003. Pp. 279–292.
13. Гершуни Г.С., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемых жидкостей. // М., Наука, 1972, 392 с.;
14. Мартыненко О.Г., Соковишин Ю.А. Теплообмен смешанной конвекцией. Минск: Наука и техника, 1975. 266 с.
15. Соковишин Ю.А., Мартыненко О.Г. Введение в теорию свободно-конвективного теплообмена. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981, 232 с.
16. Мартыненко О.Г., Соковишин Ю.А. Теория струй вязкой жидкости. Минск: Наука и техника, 1984. 216 с.

17. Петриченко М.Р., Петроченко М.В. Гидравлика свободноконвективных течений в ограждающих конструкциях с воздушным зазором // Инженерно-строительный журнал. 2011. №8(26). С. 51–56.
18. Петроченко М.В. Основы гидравлического расчета свободноконвективных течений в ограждающих строительных конструкциях: автореф. дисс. ...к.т.н.. Санкт-Петербург, 2011. 20 с.
19. Chumakov Yu.S. Experimental study of the transition and developed turbulent flow regimes in free convection boundary layer near a vertical heated surface // Heat Transfer Research. 2001. Vol. 32. No. 7–8. Pp. 424–428.
20. Чумаков Ю.С. Экспериментальное исследование переходного и турбулентного свободноконвективного пограничного слоя на вертикальной нагретой поверхности: автореф. дисс. д.физ.-мат.н. Санкт-Петербург, 2000. 32 с.
21. Nikolskaya S.B., Chumakov Yu.S. Experimental investigation of pulsation motion in a free-convection boundary layer // High Temperature. 2000. Vol. 38. No. 2. Pp. 231–237.
22. Chumakov Yu.S. Temperature and velocity distribution in a free-convection boundary layer on a vertical isothermal surface // High Temperature. 1999. Vol. 37. No. 5. Pp. 714–719.
23. Немова Д.В., Петриченко М.Р. Гидравлически оптимальные конструкции навесных вентилируемых фасадов (НВФ) // Шестая Международная научная конференция «Архитектура, строительство – современность», сборник: в 2 ч. Ч. 2.. Варна: ВСУ «Черноризец Храбър», 2013. С. 20–25.
24. Немова Д.В. Интегральные характеристики термогравитационной конвекции в воздушной прослойке навесных вентилируемых фасадов // Инженерно-строительный журнал. 2013. №2(37). С. 25–34.
25. Петриченко М.Р. Гидравлика неизотермических потоков в системах охлаждения тепловых двигателей: автореф. дисс..... д.т.н. Л.: ЛГТУ, 1990. 32 с.
26. Петриченко М.Р. Расщепляющие разложения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2012. Т. 2(146). С. 143–149.
27. Петриченко М.Р., Серов Д.В. Типичные предельные задачи для уравнения Крокко // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2012. Т. 1(141). С. 108–112.
28. Горшков А.С., Гладких А.А. Мероприятия по повышению энергоэффективности в строительстве // Academia. Архитектура и строительство. 2010. №3. С. 246–250.
29. Горшков А.С., Гладких А.А. Влияние растворных швов кладки на параметры теплотехнической однородности стен из газобетона // Инженерно-строительный журнал. 2010. №3. С. 39.
30. Горшков А.С., Попов Д.Ю., Глумов А.В. Конструктивное исполнение вентилируемого фасада повышенной надежности // Инженерно-строительный журнал. 2010. №8. С. 5–8.
31. Ватин Н.И., Горшков А.С., Глумов А.В. Влияние физико-технических и геометрических характеристик штукатурных покрытий на влажностной режим однородных стен из газобетонных блоков // Инженерно-строительный журнал. 2011. №1. С. 28–33.
32. Петриченко М.Р., Харьков Н.С. Экспериментальное исследование насосного действия винтового потока // Журнал технической физики. 2009. Т. 79. №7. С. 137–139.
33. Bukhartsev V.N., Petrichenko M.R. Approximation of the depression curve of the inflow to an ideal trench // Power Technology and Engineering. 2011. Vol. 44. No. 5. Pp. 374–377.

*Дарья Викторовна Немова, Санкт-Петербург, Россия  
Тел. моб.: +7(921)890-02-67; эл. почта: darya.nemova@gmail.com*

*Варвара Алексеевна Емельянова, Санкт-Петербург, Россия  
Тел. моб.: +7(904)550-36-96; эл. почта: shein91@mail.ru*

*Динара Робертовна Мифтахова, Санкт-Петербург, Россия  
Тел. моб.: +7(981)888-37-18; эл. почта: d\_i\_n\_a\_r\_k\_a@mail.ru*

© Немова Д.В., Емельянова В.А., Мифтахова Д.Р., 2013



doi: 10.5862/MCE.43.7

## Extremal calculation problems of free convective movements in ventilated facades

**D.V. Nemova***Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia  
+7(921)890-02-67; e-mail: darya.nemova@gmail.com***V.A. Yemelyanova***Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia  
+7(904)550-36-96; e-mail: shein91@mail.ru***D.R. Miftakhova***Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia  
+7(981)888-37-18; e-mail: d\_i\_n\_a\_r\_k\_a@mail.ru*

### Key words

free convective movement; barotropy; pressure losses; limit problem; topology

### Abstract

Systems of ventilated facades recently gain the increasing popularity. First of all it is explained by multifunctionality of these systems. Ventilated facades not only give the buildings expressive architectural shape, but also provide protection of the building against external influences and effectively cope with thermal protection. The main existing techniques for calculation of these critical structures are based on normative requirements.

The hydraulic method of calculation of ventilated façade systems with the help of extremal problems is presented. Extreme conditions divide the actual and virtual movements of viscous air in vertical ventilation gaps. Their application leads to the weak formulations of limit problems convenient for an assessment of hydraulic elements of motion. The method was based on an extremal problem of Cross, the decision was provided by means of Krokko's equations.

### References

1. Strakhovich K.I. *Gidrogazodinamika* [Fluid and gas dynamics]. Leningrad: Izd-vo LPI, 1964. 132 p. (rus)
2. Strakhovich K.I. *Gidrogazodinamika, izbrannyye trudy* [Fluid and gas dynamics, chosen works]. Leningrad–Moscow: Nauka, 1980. 234 p. (rus)
3. Prandtl L. *Gidraeromekhanika* [Aerohydraulics]. Moscow: IIL, 1951. 516 p. (rus)
4. Koleshko S.B., Chumakov Yu.S. *Thermophysics of high temperatures*. 2010. Vol. 48. No.3. Pp. 419–423. (rus)
5. Volodina Yu.M., Chumakov Yu.S. Structure of a free-convective flow near a vertical surface with stepwise heating. *Heat Transfer Research*. 2008. Vol. 39. No.6. Pp. 469–478.
6. Koleshko S.B., Chumakov Yu.S. *Thermophysics of high temperatures*. 2007. Vol. 45. No.3. Pp. 392–399. (rus)
7. Koleshko C.B., Lapin Yu.V., Chumakov Yu.S. *Thermophysics of high temperatures*. 2005. Vol. 43. No.3. Pp. 431–441. (rus)
8. Kuzmitskiy O.A., Nikolskaya S.B., Chumakov Yu.S. Spectral and correlation characteristics of velocity and temperature fluctuations in a free-convection boundary layer. *Heat Transfer Research*. 2002. Vol. 33. №3–4. Pp. 144–147.
9. Fedotov A.V., Chumakov Y.S. Multi-equation turbulence model for a free convection boundary layer. *Heat Transfer Research*. 2002. Vol. 33. No.12. Pp. 22–27.
10. Kishinami K., Saito H. Natural Convective Heat Transfer on a Vertical Plate with Discontinuous Surface Temperature. Effect of Heat Conduction in the Plate. *Bulletin of JSME*. 1986. Vol. 29. No.253. P. 2145.
11. Alin V. Roşca, Ioan Pop. Flow and heat transfer over a vertical permeable stretching/shrinking sheet with a second order slip. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2013. Vol. 60. Pp. 355–364.
12. Greene G.A. *Heat Transfer. Encyclopedia of Physical Science and Technology (Third Edition)*. 2003. Pp. 279–292.

Nemova D.V., Yemelyanova V.A., Miftakhova D.R. Extremal calculation problems of free convective movements in ventilated facades

13. Gershuni G.S., Zhukhovitskiy Ye.M. *Konvektivnaya ustoychivost neszhimayemykh zhidkostey* [Convective stability of incompressible liquids]. Moscow: Nauka, 1972. 392 p. (rus)
14. Martynenko O.G., Sokovishin Yu.A. *Teploobmen smeshannoy konveksiyey* [Heat exchange by the mixed convection]. Minsk: Nauka i tekhnika, 1975, 266 p. (rus)
15. Sokovishin Yu.A., Martynenko O.G. *Vvedeniye v teoriyu svobodno-konvektivnogo teploobmena* [Introduction in the theory of free and convective heat exchange]. Leningrad: Izd-vo LGU, 1981. 232 p. (rus)
16. Martynenko O.G., Sokovishin Yu.A. *Teoriya struy vyazkoy zhidkosti* [Theory of streams of viscous liquid]. Minsk: Nauka i tekhnika, 1984. 216 p. (rus)
17. Petrichenko M.R., Petrochenko M.V. *Magazine of Civil Engineering*. 2011. №8(26). Pp. 51–56. (rus)
18. Petrochenko M.V. *Osnovy gidravlicheskogo rascheta svobodnokonvektivnykh techeniy v ograzhdayushchikh stroitelnykh konstruksiyakh* [Fundamentals of hydraulic calculation of free and convective current in building envelope]. Abstract of PhD thesis. Saint-Petersburg, 2011. 20 p. (rus)
19. Chumakov Yu.S. Experimental study of the transition and developed turbulent flow regimes in free convection boundary layer near a vertical heated surface. *Heat Transfer Research*. 2001. Vol. 32. No.7–8. Pp. 424–428.
20. Chumakov Yu.S. *Eksperimentalnoye issledovaniye perekhodnogo i turbulentnogo svobodnokonvektivnogo pogrannichnogo slo na vertikalnoy nagretoy poverkhnosti* [Experimental study of the transition and developed turbulent flow regimes in free convection boundary layer near a vertical heated surface]. Abstract of doctoral dissertation. Saint-Petersburg, 2000. 32 p. (rus)
21. Nikolskaya S.B., Chumakov Yu.S. Experimental investigation of pulsation motion in a free-convection boundary layer. *High Temperature*. 2000. Vol. 38. No.2. Pp. 231–237.
22. Chumakov Yu.S. Temperature and velocity distribution in a free-convection boundary layer on a vertical isothermal surface. *High Temperature*. 1999. Vol. 37. No.5. Pp. 714–719.
23. Nemova D.V., Petrichenko M.R. *Shestaya Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya «Arkhitektura, stroitelstvo – sovremennost»* [6<sup>th</sup> International scientific conference “Architecture, building – modernity”]. Digest: in 2 parts. Part 2. Varna: VSU «Chernorizets Khrabr», 2013. Pp. 20–25. (rus)
24. Nemova D.V. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No.2(37). Pp. 25–34. (rus)
25. Petrichenko M.R. *Gidravlika neizotermicheskikh potokov v sistemakh okhlazhdeniya teplovykh dvigateley* [Hydraulics of nonisothermic flows in heat engine cooling system]. Abstract of doctoral dissertation. Leningrad: LGTU, 1990. 32 p. (rus)
26. Petrichenko M.R. *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti SPbGPU*. 2012. Vol. 2(146). Pp.143–149. (rus)
27. Petrichenko, Serov D.V. *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti SPbGPU*. 2012. Vol. 1(141). Pp. 108–112. (rus)
28. Gorshkov A.S., Gladkikh A.A. *Academia. Architecture and construction*. 2010. No.3(13). Pp. 246–250. (rus)
29. Gorshkov A.S., Gladkikh A.A. *Magazine of Civil Engineering*. 2010. No.3(13). P. 39. (rus)
30. Gorshkov A.S., Popov D.Yu., Glumov A.V. *Magazine of Civil Engineering*. 2010. No.8(18). Pp. 5–8. (rus)
31. Vatin N.I., Gorshkov A.S., Glumov A.V. *Magazine of Civil Engineering*. 2011. No.1(19). Pp. 28–33. (rus)
32. Petrichenko M.R., Kharkov N.S. *Magazine of technical physics*. 2009. Vol. 79. No.7. Pp. 137–139. (rus)
33. Bukhartsev V.N., Petrichenko M.R. Approximation of the depression curve of the inflow to an ideal trench. *Power Technology and Engineering*. 2011. Vol. 44. No.5. Pp. 374–377.

**Full text of this article in Russian: pp. 46–53**